

2002年度 課題研究 P1

K2K 実験における muon モニター室での beam profile  
および muon lifetime の測定

入江広隆    辻晶弘    徳永達哉    平出克樹    四本賢一

京都大学理学部

平成 15 年 3 月 24 日



### Abstract

我々は、K2K 長基線ニュートリノ振動実験において、beam dump の下流に設置された muon モニター室で muon beam の profile の測定、および muon lifetime の測定を行った。この実験の特徴は、muon モニター室の下流側の壁に止まった muon の崩壊に伴って生成される positron の個数を Cerenkov detector を用いてカウントすることである。その結果を Monte Carlo シミュレーションと比較することにより、dump 前の muon beam の profile を知ることができる。その結果、dump 前の muon beam の幅は  $\sigma_{\text{beam}} = 67 \pm 24$  cm、dump 前に  $5.2 \sim 7.0$  GeV/ $c$  の運動量領域にある muon の個数は  $1.17^{+0.42}_{-0.43} \times 10^4 / 10$  Mp.o.t と求まった。これは、別の方法で測定された結果やシミュレーションの予測値と誤差の範囲内で一致するものであった。また、muon の lifetime  $\tau$  は、 $2.17 (\mu\text{sec}) \leq \tau \leq 2.31 (\mu\text{sec})$  と求まった。



# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>序論</b>	<b>5</b>
1.1	K2K 実験	5
1.2	muon モニター室	5
1.3	実験の目的と概要	6
<b>第 2 章</b>	<b>実験方法・実験装置</b>	<b>7</b>
2.1	実験方法	7
2.2	実験装置	7
2.2.1	lucite counter の配置	7
2.2.2	回路	7
2.2.3	Multi Hit TDC	9
2.2.4	lucite counter	9
<b>第 3 章</b>	<b>予備実験</b>	<b>11</b>
3.1	lucite の efficiency について	11
3.1.1	efficiency 測定法	11
3.1.2	lucite の厚さの決定	12
3.1.3	本実験で使用する lucite counter の H.V. 決定と efficiency の測定	12
3.2	PMT の saturation からの回復時間について	13
3.2.1	実験	13
3.2.2	Cerenkov 光のエネルギーと LED からのエネルギー比較	15
3.3	Multi Hit TDC の calibration	15
<b>第 4 章</b>	<b>本実験</b>	<b>17</b>
4.1	H.V. と PMT からの信号の saturation	17
4.2	high-pass filter	18
4.3	TDC を用いた測定	21
4.4	beam の安定性	22
<b>第 5 章</b>	<b>シミュレーション</b>	<b>23</b>
5.1	コンクリート中の positron の透過率	23
5.2	壁に止まる muon の分布	24
5.2.1	geometry	24
5.2.2	シミュレーションへの input	24
5.2.3	結果	26
5.3	decay positron	28

5.3.1	geometry . . . . .	28
5.3.2	シミュレーションへの input . . . . .	28
5.3.3	signal の波高分布 . . . . .	30
5.3.4	detector で観測される profile . . . . .	31
5.4	muon beam の profile と detector で観測される profile の関係 . . . . .	32
<b>第 6 章</b>	<b>解析</b>	<b>34</b>
6.1	profile 及び flux の決定 . . . . .	34
6.1.1	profile の決定 . . . . .	34
6.1.2	flux の決定 . . . . .	40
6.2	muon の lifetime . . . . .	43
<b>第 7 章</b>	<b>結論</b>	<b>47</b>
<b>付 録 A</b>	<b>理論的背景</b>	<b>49</b>
A.1	4-Fermi interaction . . . . .	49
A.2	Weinberg-Salam model . . . . .	49
A.3	muon decay . . . . .	52

# 第1章 序論

## 1.1 K2K 実験

K2K 長基線ニュートリノ振動実験では、高エネルギー加速器研究機構の 12 GeV 陽子シンクロトロンを用いて、人工的にミュオンニュートリノビームを発生させ、約 250 km 離れた東京大学宇宙線研究所付属の大型水チェレンコフ宇宙素粒子観測装置スーパーカミオカンデで観測し、ニュートリノ振動の検証を行っている。

陽子シンクロトロンからは 2.2 sec 毎に約  $6 \times 10^{12}$  個の陽子が約 1.1  $\mu\text{sec}$  の pulse<sup>1</sup>として取り出され、これをアルミニウムの target にあてて大量の  $\pi^+$  を生成する。生成された pion は約 200 m の崩壊トンネルを飛行中に

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (1.1)$$

のように崩壊して、ミュオンニュートリノを生成する。ニュートリノ以外の粒子は崩壊トンネル終端の dump<sup>2</sup>で止められる。

KEK 敷地内に設置された前置検出器では、ニュートリノビームの生成直後のエネルギースペクトル、flux 等を測定し、スーパーカミオカンデにおけるエネルギースペクトルを予測する。これと、実際にスーパーカミオカンデで観測されたエネルギースペクトルを比較することにより、ニュートリノ振動の有無の検証、さらには振動パラメータの決定を行っている。

## 1.2 muon モニター室

muon モニター室は、beam dump の下流に位置し、dump を突き抜けてくる高エネルギーの muon の profile を測定している。Fig. 1.1 は、beam dump 前の muon の運動量分布を示していて、muon モニター室では、約 5.5 GeV/c 以上の運動量をもつ muon だけが観測される。これらの muon は、pion の 2 体崩壊によって neutrino とともに生成されるため、muon の profile は neutrino beam の profile を反映している。したがって、muon の profile をモニターすることは、neutrino beam の方向や強度変化を知る上で重要な意味をもつ。

muon モニター (MUMON) は、イオンチェンバーとシリコン検出器の 2 つからなっていて、muon の profile の中心位置と強度を 1 spill 毎にモニターしている。イオンチェンバーは、1.9m  $\times$  1.75m の面積をカバーしていて、水平方向と鉛直方向に射影した profile を測定している。シリコン検出器は、縦・横・斜めに配置され、2 次元的な profile を測定している。

---

<sup>1</sup>9 つの bunch 構造をなしている。

<sup>2</sup>3.5 m 厚の鉄と 2 m 厚のコンクリートからなっている。

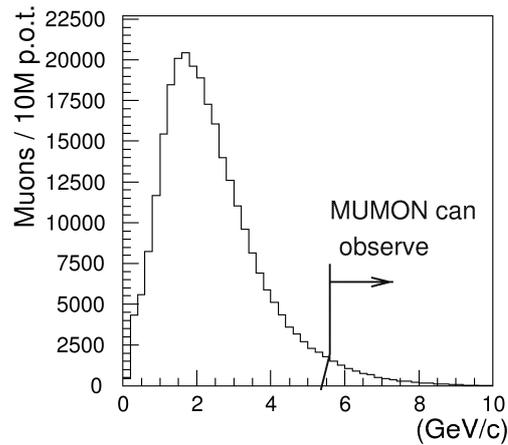


Fig. 1.1: beam dump 前の muon の運動量分布 (文献 [1] より引用)

### 1.3 実験の目的と概要

今回の実験の目的は、muon モニター室での muon profile を今までとは異なった測定方法で求めることである。イオンチェンバーやシリコン検出器を用いた測定では、上流で発生する二次粒子や  $\gamma$  線と muon を区別することができず、純粋な muon profile が測定されているかどうかは分からない。そこで、我々は muon の崩壊

$$\mu^+ \longrightarrow \bar{\nu}_\mu + e^+ + \nu_e \quad (1.2)$$

によって発生する positron を観測することにより、muon profile を測定しようと試みた。この方法では、event の時間分布も測定することにより、本当に muon の崩壊を観測しているのかチェックすることができる。

本実験は、2002年12月22日から25日までの4日間にわたって行われた。具体的な方法および実験装置については次の章で述べる。また、測定結果から dump 前の beam profile を求めるために行ったシミュレーションについては第5章で述べる。

## 第2章 実験方法・実験装置

### 2.1 実験方法

muon モニター室に入ってきた muon が、壁に止まり positron と neutrino に崩壊する。ここで、target として下流側の壁を用いた。muon beam の profile を知るために次のような測定を行った。muon モニター室のアルミ板上に 6 つの lucite counter を水平に適当な間隔をあけて貼り付けた。そして、muon beam がきた後にそれぞれの lucite counter に入る positron の個数を測定した。ここで、この測定によって観測された profile は muon beam の profile に依存している。また、muon lifetime も同時に測定した。そこで、muon beam が入った時刻から positron がそれぞれの lucite counter に入った時刻までの時間を測定するために、TDC を用いた。実際には muon は 1 spill · 1 cm<sup>2</sup> に 10<sup>5</sup> 個来る。そのため muon beam が入った直後は、崩壊する positron の数も多い。すると muon beam が入った直後は、PMT の dead time の間に、複数の positron が lucite counter に入ってくるので、positron の個数を精度よく測定できない。そこで、muon beam が入ったあと、14 μsec 経てから測定し始めた。

### 2.2 実験装置

#### 2.2.1 lucite counter の配置

アルミ板上の lucite counter の配置を以下の図と表に示す。Fig. 2.1 の 1 番目の図は、アルミ板上の SSD と lucite counter の位置の関係を表している。点線は真ん中にある SSD の中心線である。2 番目の図は、lucite counter とその左側の SSD の配置を表している。3 番目の図は、奥のアルミ板とそれぞれの lucite の配置を表している。Table 2.1 は、それぞれの PMT に付いた lucite と図中で表した  $l$ ,  $h$ ,  $d$  の関係を示している。Table 2.2 は、真ん中にある SSD の中心からそれぞれの PMT に付いた lucite の中心までの距離  $L$  を示している。ただし、 $L$  はアルミ板の右を正、左を負とする。

#### 2.2.2 回路

muon モニター室から muon pit までケーブルをひいた。ch. 4 の PMT で宇宙線の信号をみると gain が大きかったため、attenuator をいれて gain を下げた後から discriminator に信号を入れた。muon が入って来た時のみ信号がとれるようにするために、加速器の取り出し信号を discriminator と TDC の gate に入れた。muon が入ってきた直後、PMT の baseline が上がってしまうため、high-pass filter に通して positron の信号が測定できるようにした。positron の信号は高周波数であるが、上がった baseline の信号は低周波数である。そのため、ここでは baseline の信号を取り除くために high-pass filter として 220 pF のコンデンサーを用いた。回路図を以下に示す。

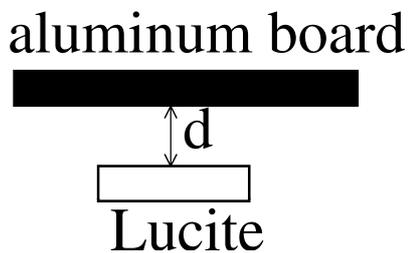
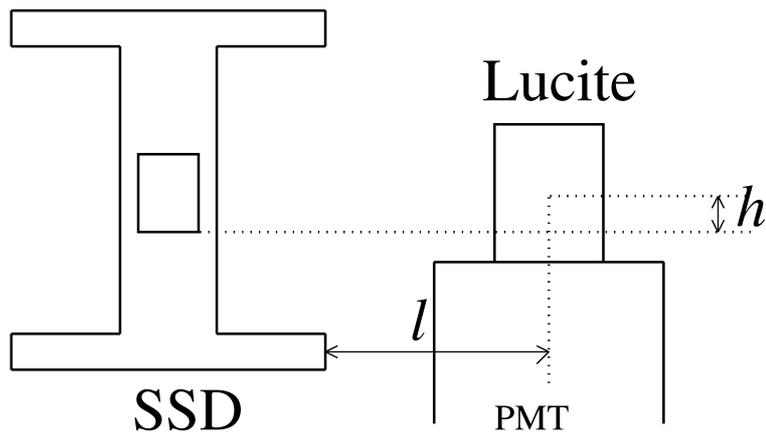
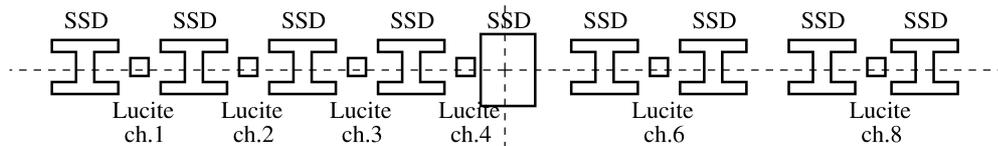


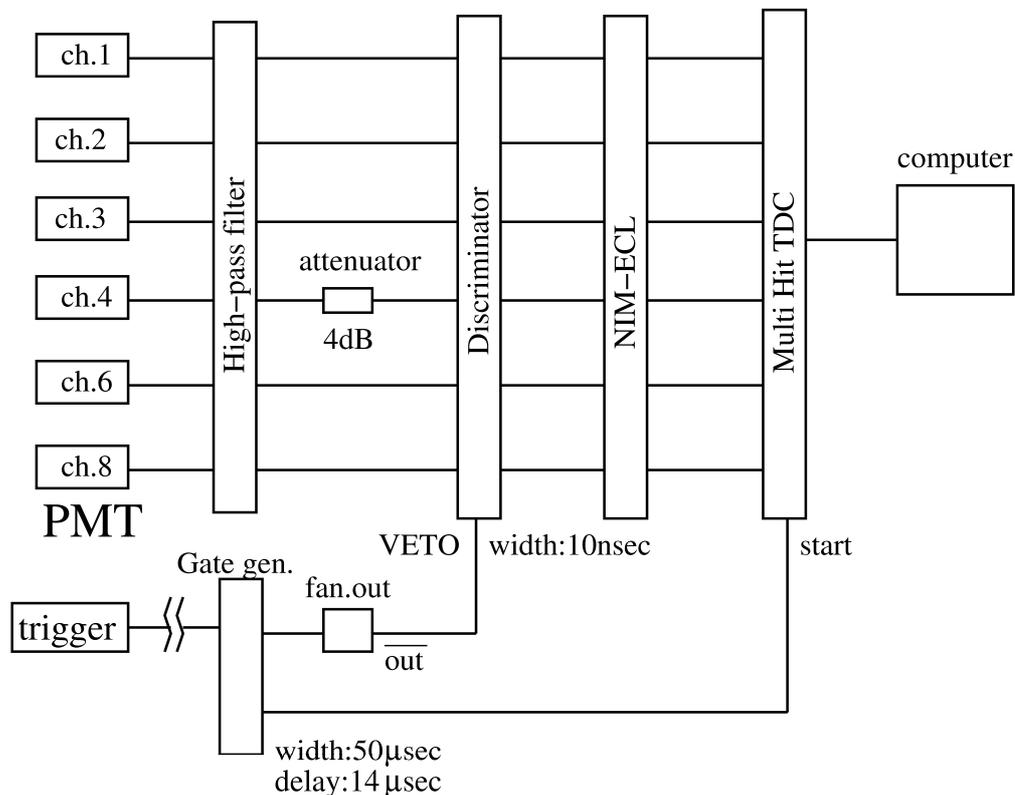
Fig. 2.1: lucite counter の配置

ch.	$l$ (mm)	$h$ (mm)	$d$ (mm)
1	134	0	24
2	122	0	26
3	145	25	28
4	120	0	24
6	121	-15	19
8	125	-25	18

Table 2.1: lucite counter の配置を示す距離  
 誤差  $\pm 1$  mm  
 $l$  は左の SSD からの距離

ch.	1	2	3	4	6	8
$L(\text{cm})$	-123.9	-87.5	-53.7	-18.7	+51.2	+121.6

Table 2.2: アルミ板の中心からそれぞれの PMT に付いた lucite までの距離



### 2.2.3 Multi Hit TDC

本実験では、positron を観測するために並べた 6 つの PMT の信号が計測された時間を同時に記録する必要があった。positron が短い時間間隔で入ってくることも考えられるので、測定装置は dead time がないものを用いたい。更に、壁に止まった muon が decay した後  $50 \mu\text{sec}$  の間測定し続けたい。この理由で Multi Hit TDC を用いた。

### 2.2.4 lucite counter

lucite の付いた PMT を用いた理由は 2 つある。まず、lucite counter では、通った荷電粒子から放出する Cerenkov 光を観測するので、信号を観測後 PMT の信号はすぐに小さくなる。しかし、plastic scintillator では、入った荷電粒子によって励起された電子が遷移する際に放出される光を観測するので、時間分解能が悪くなる。以上が 1 つ目の理由である。

次に、この実験では muon beam は 2.2 秒に一回の割合で入ってくる。一度 muon beam が来て来た時、PMT は saturation を起こすが、positron を観測し始める前には PMT の baseline が戻ってほしい。baseline が戻るまでの時間は、PMT に入った光量に依存する。lucite の発光量は

plastic scintillator の発光量に比べて 1%以下である。以上が 2 つ目の理由である。

## 第3章 予備実験

### 3.1 lucite の efficiency について

我々の実験では muon を lucite を用いて検出する。そこでまず、どのような厚さの lucite を用いるかを決め、さらにその検出器としての efficiency を測定した。

#### 3.1.1 efficiency 測定法

まず実験で使用する lucite の efficiency を測定する。測定法としては、Fig. 3.1 のように配置し、plastic scintillator どうしだけで coincidence を取った event 数と、lucite も含めた全ての coincidence を取った event 数とを測定する。それらの比 (%) が efficiency である：

$$\text{efficiency}(\%) = \frac{\text{全ての coincidence の event 数}}{\text{scintillator のみの coincidence の event 数}} \times 100. \quad (3.1)$$

測定に伴った回路図も Fig. 3.2 に示す。

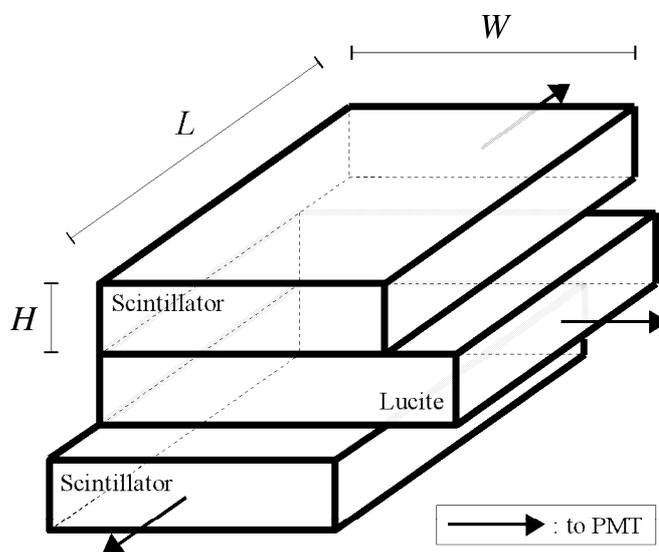


Fig. 3.1: lucite 等の配置

以下では、大きさ  $L \times W \times H = 5\text{cm} \times 4\text{cm} \times 1\text{cm}$  の lucite と、 $4\text{cm} \times 3\text{cm} \times 1\text{cm}$  の plastic scintillator を主に使用した。さらに、環境放射線を排除するために鉛で覆った。この配置と回路図は efficiency の測定において常に用いる。

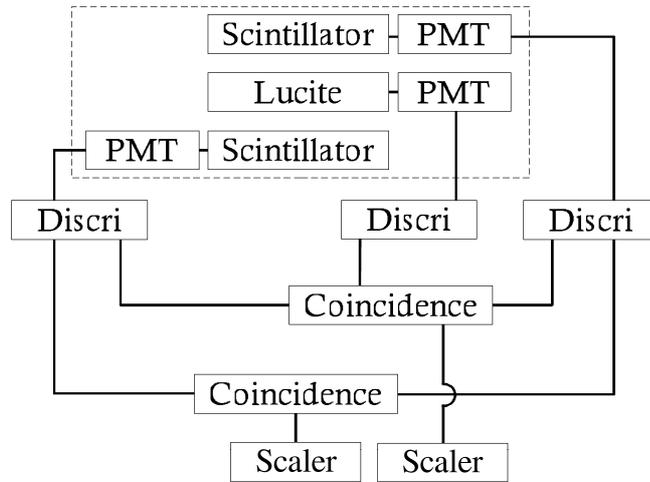


Fig. 3.2: coincidence 測定における回路図

### 3.1.2 lucite の厚さの決定

本実験で用いる lucite の検出器としての適切な厚さを決めるために 2 枚、3 枚と重ねて厚くした lucite の efficiency を測定した。ただし、lucite および plastic scintillator は  $L \times W \times H = 4\text{cm} \times 3\text{cm} \times 1\text{cm}$  のものを用い、従って 2 枚、3 枚と重ねると  $H = 2, 3\text{ cm}$  の lucite を測定することとなる。

各測定において PMT にかけた H.V. と coincidence の event 数、それによる efficiency の値を Table 3.1.2 にまとめた。threshold は全ての PMT 共通の 20 mV である。ただし 1 枚だけの lucite は宇宙線を観測した時の光量が少なかったため、その場で排除した。従って比較されるのは 2 枚と 3 枚である。

lucite 枚数	sinci. H.V. (V)	lucite H.V. (V)	lucite/scinti.	efficiency (%)
2 枚	-1519	-1594	3423/3584	95.51
3 枚	-1518	-1800	2827/2944	96.03

Table 3.1: lucite の枚数と efficiency

これによると 2 枚と 3 枚はそれほど変わらず、2 枚で充分であるから 2 枚を用いることにした。

### 3.1.3 本実験で使用する lucite counter の H.V. 決定と efficiency の測定

次に、本実験で用いる各 lucite の efficiency を測定するのであるが、lucite を取り付けるそれぞれの PMT の gain が違っている。そこで PMT の gain を合わせるために、我々は ADC を用いた。即ち、共通の threshold (40 mV) の元で宇宙線を観測し、それに ADC を用いることによってエネルギー分布の histogram を得る。その histogram の peak がちょうど典型的な宇宙線のエネルギーに相当するから、peak がちょうど threshold で切れないような H.V. に合わせることにによって、全

この PMT に対して宇宙線のエネルギーがおよそ 40 mV に対応させる事ができる。さらに、この H.V. で前節と同様に lucite の efficiency を測定する。さらにそれによって決められた H.V. から efficiency を測定し、それらを Table 3.2 にまとめる。ただし、ADC の peak 測定における scaler の count 数は 11 分間での測定である。

ch.	H.V. (V)	count 数	ADC peak	lucite/scinti.	efficiency (%)
1	-1410	213	300~320	1838/1990	92.36
2	-1630	236	300~320	1692/1773	95.43
3	-1575	233	300~320	1959/2066	94.82
4	-1295	208	320~340	1918/2008	95.52
6	-1570	227	300~320	1472/1641	89.70
8	-1665	213	280~300	2009/2123	94.63

Table 3.2: ADC peak の一致する各 PMT の H.V. および efficiency の値

## 3.2 PMT の saturation からの回復時間について

我々の実験では、muon モニター室において、壁で止まった muon の崩壊より出る positron を測定するのであるが、beam 入射時およびその直後などに非常に多くの粒子が飛び交うため、PMT は saturation を起こしてしまい、正確なデータを取る事ができない。したがって、PMT が saturation を起こしてからどれ程経てば回復するかを測定しておく。そのため、実際の現場と似た状況のものとして以下の状況を作った。

### 3.2.1 実験

青色 LED を用いて、PMT に強い pulse (幅 1  $\mu$ sec) と弱い pulse (2 MHz) の両方を入れる。強い pulse が止まった後、弱い pulse を正常に観測出来るようになる時間を測定する。方法としては、PMT に強弱双方の pulse を同時に観測させ、強い pulse を trigger として oscilloscope で PMT の様子を観測する。その回路図として、Fig. 3.4 のように設定する。使用した LED は日亜化学工業の NSPB500S で光度 3.5 cd (20 mA)[2]、PMT の H.V. は -1000 V である。強い pulse と弱い pulse の電圧の様子は Fig. 3.3 に表す。PMT より得られた結果を Fig. 3.5, 3.6 に示す。

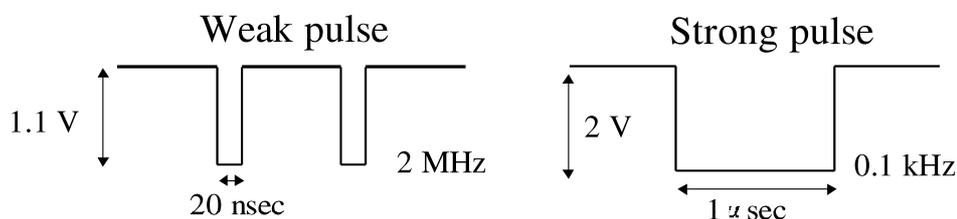


Fig. 3.3: pulse の高さ、幅、周波数

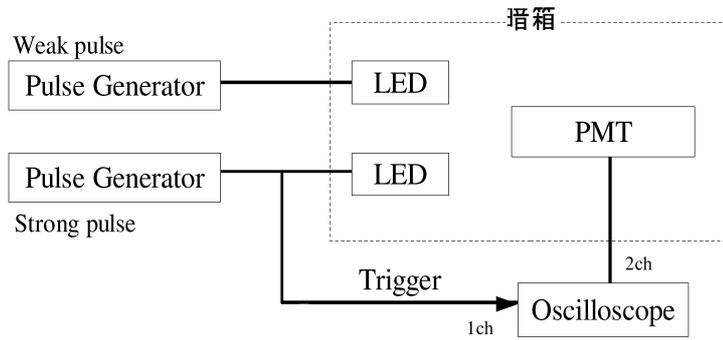


Fig. 3.4: 回路図

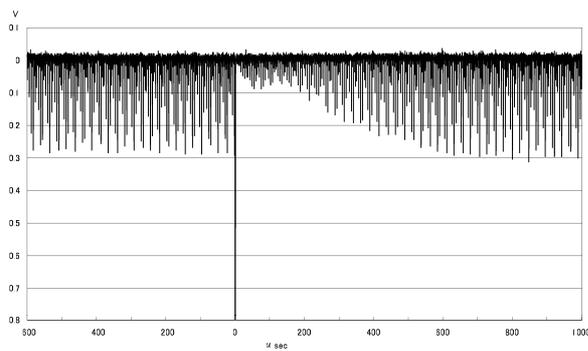


Fig. 3.5: 強い pulse と弱い pulse を入れたときの PMT の反応

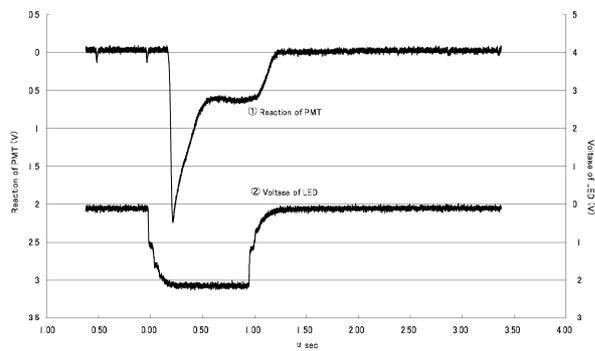


Fig. 3.6: 強い pulse を入れた時の PMT の反応 ( ) と LED にかけた Voltage ( )

Fig. 3.5 によると約 600  $\mu\text{sec}$  で元に戻るが、我々の実験においては 14  $\mu\text{sec}$  辺りが問題であって、その時間付近では gain が回復していない事がわかる。

### 3.2.2 Cerenkov 光のエネルギーと LED からのエネルギー比較

さらに、LED での実験が本当に本実験での状況と同じような状況であるかを吟味する。つまり、本実験では lucite に通る大量の muon および positron による Cerenkov 光によって saturation が起こるが、その放射エネルギーの order が LED のときのそれと大体同じであるかどうかの問題である。そこで、以下、実際に計算してみる。

#### Cerenkov 光によるエネルギー

まず、屈折率  $n$  の媒質に positron もしくは muon が速度  $\beta(\sim 1)$  で入射してきた時、Cerenkov 光の放射によるエネルギー損失は、

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi\alpha}{c} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) h\nu d\nu \quad (3.2)$$

で与えられる。PMT の感度領域を  $\lambda = 300 \text{ nm} \sim 650 \text{ nm}$  として積分すれば、全エネルギー損失は

$$-\frac{dE}{dx} = (2\pi)^2 \alpha \hbar c \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) \left[\frac{1}{2\lambda^2}\right]_{\lambda=650\text{nm}}^{\lambda=300\text{nm}} \quad (3.3)$$

$$= 1.46 \times 10^{-16} \text{ J/cm} \quad (3.4)$$

となる。PMT がこのエネルギーを全部受けるとし、1 spill 当りの流束密度  $J \sim 10^5$  個/ $\mu\text{sec cm}^2$  の muon beam が、大きさ  $5\text{cm} \times 4\text{cm} \times 2\text{cm}$  の lucite に入射するとして、単位時間当たりに PMT が受けるエネルギーは

$$\Delta E = -\frac{dE}{dx} \times J \times \text{Volume} = 5.8 \times 10^{-4} \text{ W} \quad (3.5)$$

である。

#### LED によるエネルギー

LED の方は 2.0 V の電圧に対して、光度が  $0.5 \times 10^{-2} \text{ cd}$  の光が出て、立体角は  $4\pi$  で積分してしまえば、単位換算は  $\text{W/str} = 680 \text{ cd}$  であるから、

$$\Delta E = 0.5 \times 10^{-2} \times \frac{4\pi}{680} \text{ W} = 9.2 \times 10^{-5} \text{ W} \quad (3.6)$$

である。従って、おおよそこの実験は本実験の状況とは違ってはいないと考えられる。

## 3.3 Multi Hit TDC の calibration

TDC の calibration を測定した。TDC は 1 MHz の pulser を clock として ECL-NIM のそれぞれの ch. に対して TDC に信号を入力し、それを TDC が count することによって TDC の channel 幅と  $\mu\text{sec}$  時間 scale との対応を見る。回路図は Fig. 3.7 のよう。

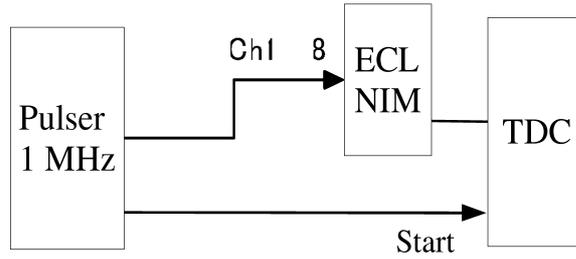


Fig. 3.7: 回路図

TDC の 1 count 間隔が  $1 \mu\text{sec}$  に対応するから、時間  $x$  ( $\mu\text{sec}$ )、TDC の channel を  $y$  として  $y = ax + b$  で fitting すると、傾き  $a$  は全 NIM ch. で共通で、 $1 \mu\text{sec}$  と TDC channel 幅との関係は

$$1 \mu\text{sec} = 1280.83 \text{ channel} \quad (3.7)$$

となる。さらに 0 点の channel 値  $b$  は各 NIM ch. に対して Table 3.3 にまとめる。

NIM ch.	1	2	3	4	5	6	7	8
0 点 channel	16.7	17.2	17.2	16.7	16.7	17.1	16.9	17.4

Table 3.3: 各 NIM ch. に対する TDC の 0 点 channel 値

## 第4章 本実験

### 4.1 H.V. と PMT からの信号の saturation

まず oscilloscope で PMT から得られる信号を観測する。

各 ch. の PMT の H.V. を変え beam 1 spill の profile を観測した。PMT は H.V.  $-700$  V 付近で saturation を起こし始めた。ここで特に saturation を起こす前 H.V.  $-500$  V での signal (Fig. 4.1)、及び実際用いる H.V.  $-1740$  V での signal (Fig. 4.2) を示した。

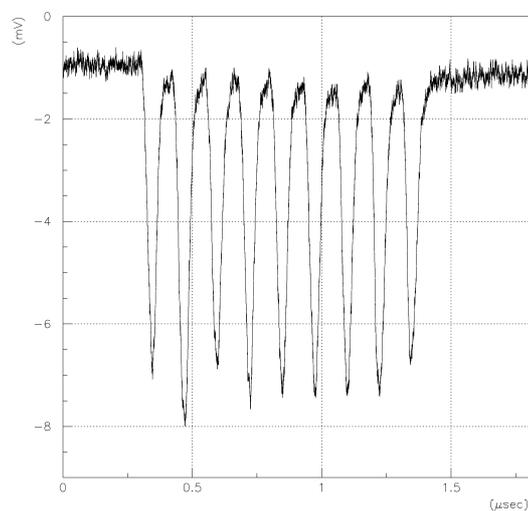
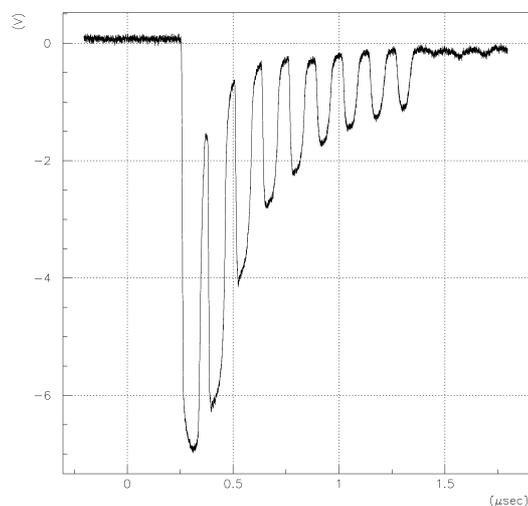


Fig. 4.1: H.V.  $-500$  V での signal



17  
Fig. 4.2: H.V.  $-1740$  V での signal

## 4.2 high-pass filter

Fig. 4.3、Fig. 4.4、特に Fig. 4.4 からわかるように、我々が TDC を用いて実際の測定を行う trigger から 14  $\mu\text{sec}$  後ではまだ PMT からの信号の signal の baseline が上がっていて正確な測定が行えない。そこで high-pass filter を用いて低周波の pulse を取り除くことにした。

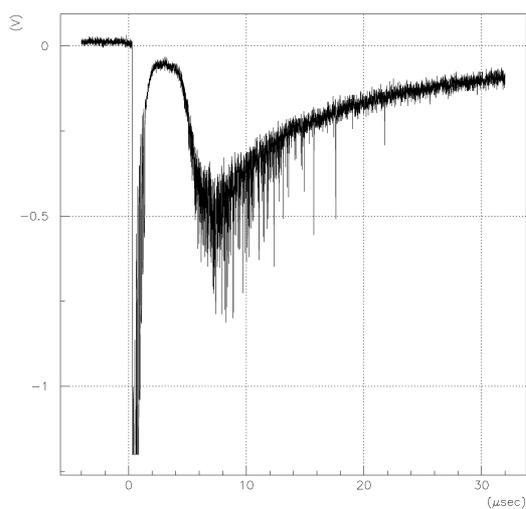


Fig. 4.3: high-pass filter を通さない状態での signal

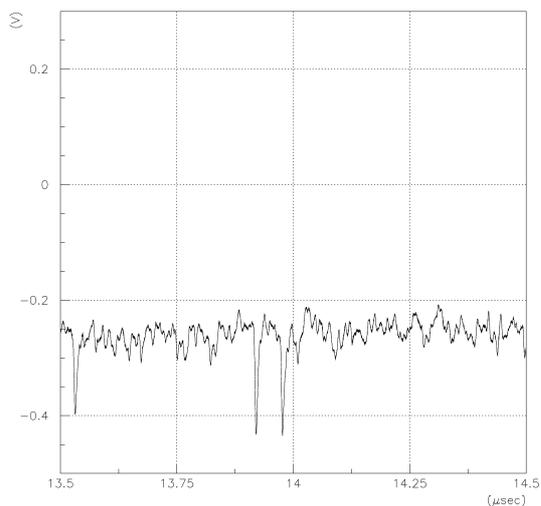


Fig. 4.4: high-pass filter を通さない状態での 14  $\mu\text{sec}$  後の signal

以下の Fig. 4.5 ~ Fig. 4.8 が high-pass filter を通した信号である。グラフから分かるように、oscilloscope で見る限りは baseline は 14  $\mu\text{sec}$  後には正常な値に収まっているように思われる。そこで TDC で行う測定はこの high-pass filter を通した信号について行うことにする。

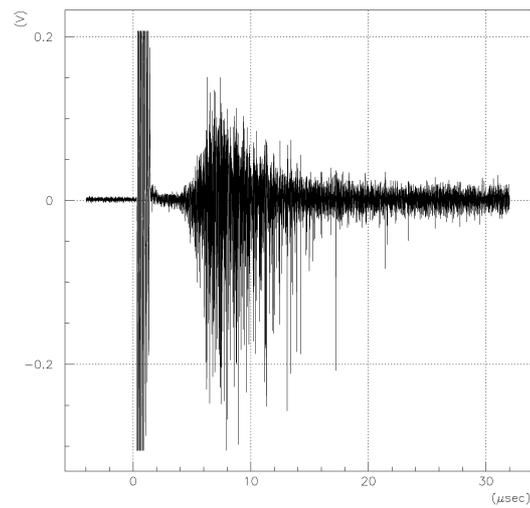


Fig. 4.5: high-pass filter を通した状態での signal

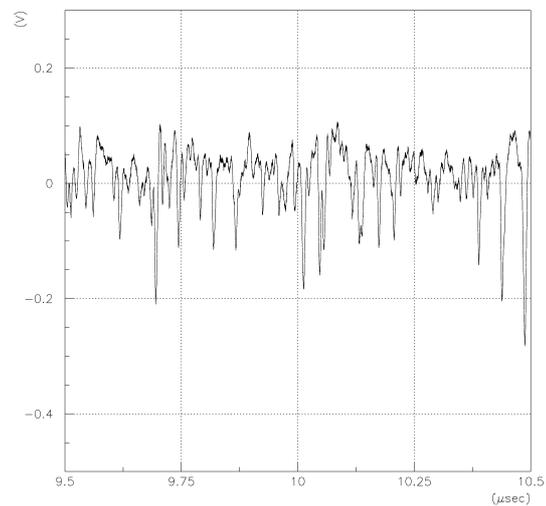


Fig. 4.6: high-pass filter を通した状態での 10  $\mu\text{sec}$  後の signal

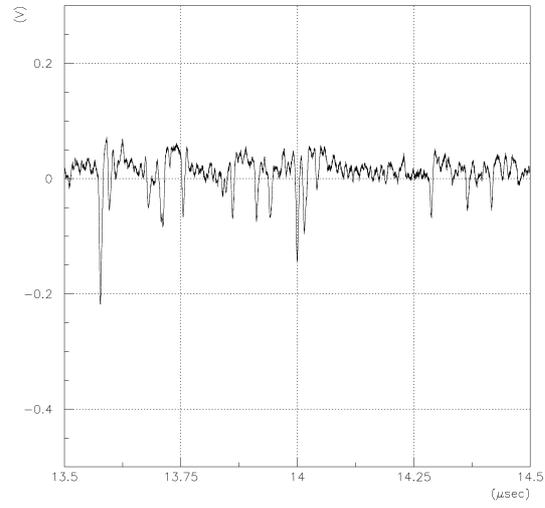


Fig. 4.7: high-pass filter を通した状態での 14  $\mu\text{sec}$  後の signal

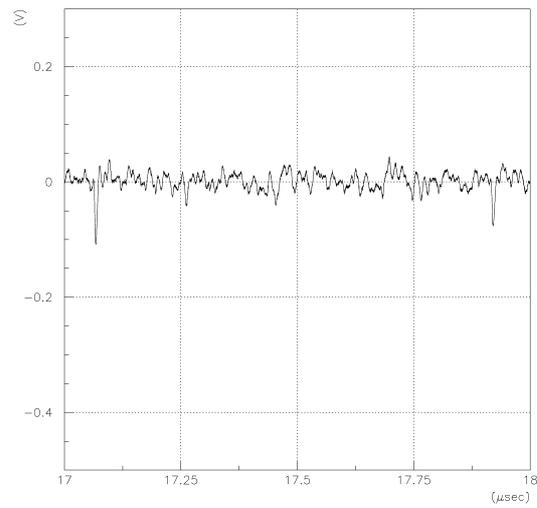


Fig. 4.8: high-pass filter を通した状態での 18  $\mu\text{sec}$  後の signal

### 4.3 TDC を用いた測定

TDC を用いて、threshold を 40 mV と 100 mV に固定して各 ch. ごとの time-event 数の関係を測定した。特に 100 mV では 19178 spills 分の data を得た。さらに threshold を 30 mV ~ 110 mV の間で変化させ各 ch. ごとの threshold-event 数の関係を測定した。

threshold 40 mV 及び、100 mV で測定された全 ch. あわせての time-event 数の関係を以下 (Fig. 4.9、4.10) に示す。

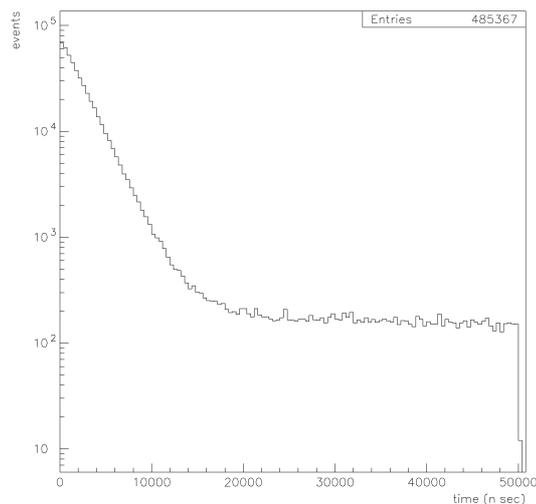


Fig. 4.9: threshold 40 mV での event の時間分布

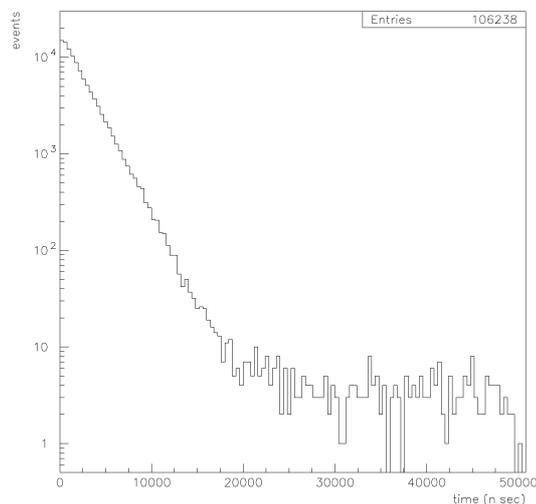


Fig. 4.10: threshold 100 mV での event の時間分布

Fig. 4.9、4.10 以外の測定結果とその解析は、解析の項で詳しく述べることにする。

## 4.4 beam の安定性

beam の安定性を調べるために、連続した 100 spills について target にあてた陽子の数 (p.o.t) をモニターした (Fig. 4.11)。グラフより、beam は  $5.20 \times 10^{12}$  p.o.t から  $\pm 5\%$  以内で安定していることが分かる。

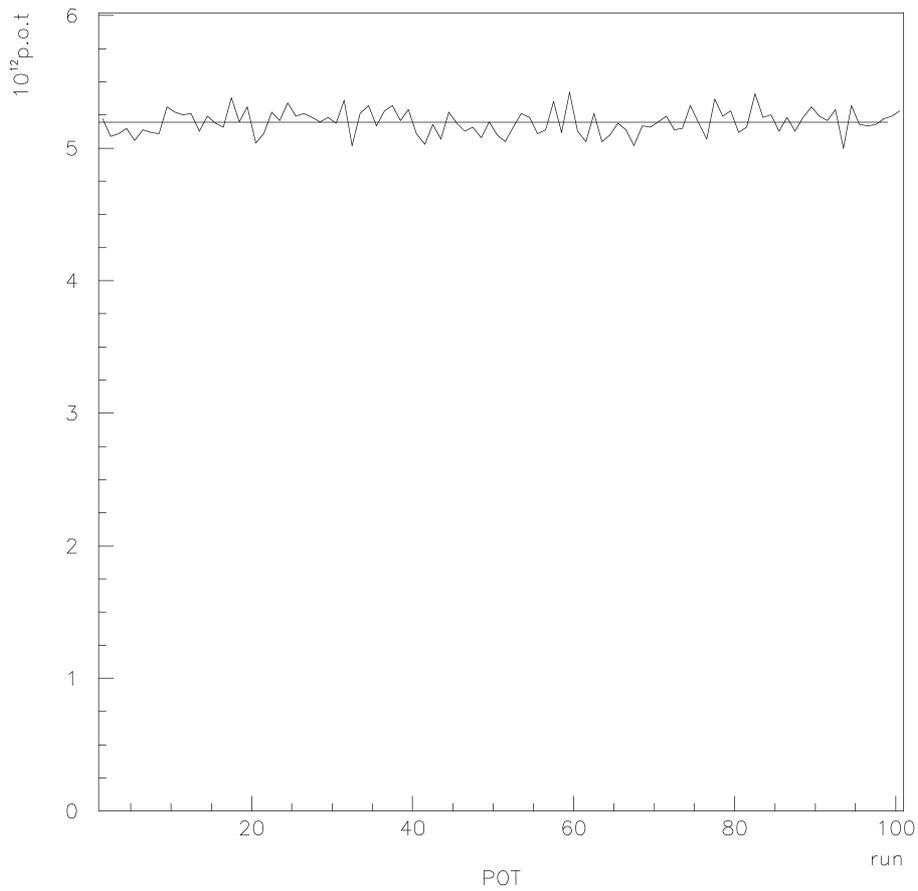


Fig. 4.11: 1 spill あたりに含まれる陽子の数の時間推移

## 第5章 シミュレーション

我々が観測したのは、コンクリート壁に止まった muon の崩壊に伴って発生した positron であり、直接 muon beam を見ているわけではない。従って、muon beam の profile を求めるためには、コンクリート壁に止まる muon の分布と、それが我々の測定系でどのように観測されるかを知る必要がある。この章では、GEANT を用いて行ったシミュレーションの結果を述べていく。

### 5.1 コンクリート中の positron の透過率

muon はコンクリート壁のあらゆる場所に止まり、従って decay positron も壁のあらゆる場所で発生している。しかし、positron はコンクリート中を通過する際にエネルギーを失うため、壁の奥深い場所で発生した positron はコンクリート中で止まってしまい、観測されない。そこで、まずコンクリート壁の表面からどのくらいの深さまで考える必要があるのかを評価する。

decay positron のエネルギーは Michel spectrum に従って連続的に分布するため、range の概念が使えない。そこで、Monte Carlo シミュレーションにより、コンクリート壁の深さ  $h(\text{cm})$  の点で、Michel spectrum に従って  $10^5$  個の positron を発生させ (Fig. 5.1)、壁から飛び出してきた positron の個数を調べた。透過率  $T$  を

$$T = \frac{\text{(壁から飛び出してきた positron の個数)}}{\text{(発生させた positron の個数)}} \quad (5.1)$$

で定義すると、深さ  $h(\text{cm})$  の点での positron の透過率は Fig. 5.2 のようになった。

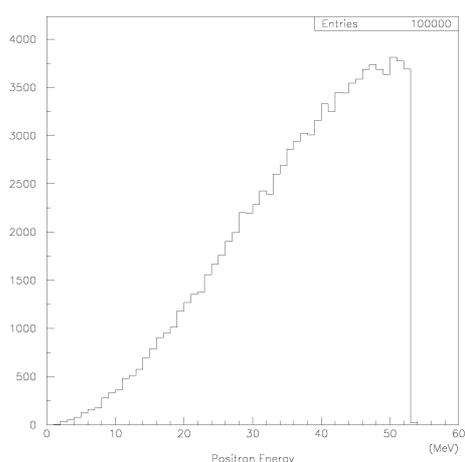


Fig. 5.1: Michel spectrum

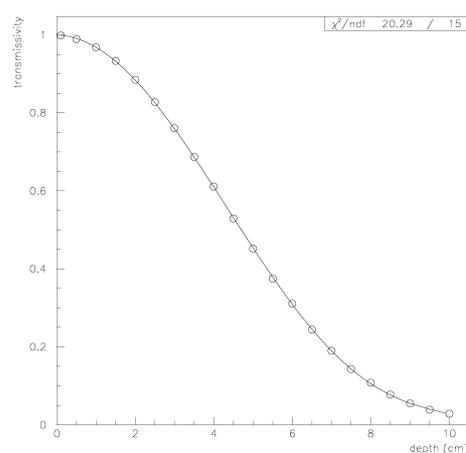


Fig. 5.2: positron の透過率

深さ 10 cm で positron の透過率は 5% 以下となった。したがって、以下のシミュレーションでは壁の表面から深さ 10 cm までの部分のみを考えることにする。

## 5.2 壁に止まる muon の分布

我々が実験を行った muon モニター室は、3.5 m 厚の鉄と 2 m 厚のコンクリートの壁からなる beam dump の下流にあり、約 5.5 GeV/c 以上の運動量をもつ muon が、dump volume を突き抜けてモニター室に到達する。その際、muon beam は物質中で多重散乱を起こして dump 前に比べて拡がるのが予想される。そこで、dump 前の muon beam の形を仮定したとき、dump volume を通過して muon モニター室の下流側の壁に止まった muon がどのような分布をするかをシミュレーションによって評価する。

### 5.2.1 geometry

Fig. 5.3 のように、dump volume として 3.5 m 厚の鉄と 2 m 厚のコンクリートを置き、4 m の muon モニター室をはさんで、target となるコンクリート壁を配置する。ただし、muon モニター室は空気で満たされている。また、beam の方向を  $z$  軸にとる。

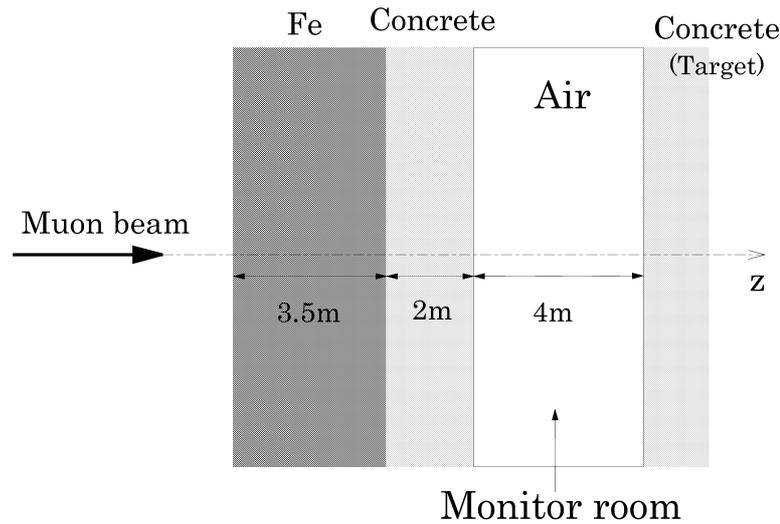


Fig. 5.3: シミュレーションの geometry

### 5.2.2 シミュレーションへの input

dump 前の muon beam の形として  $\sigma_{\text{beam}} = 70$  cm の Gaussian beam を仮定し、 $z$  軸に平行に入射するとした。また、運動量分布は Monte Carlo シミュレーションの結果 (Fig. 1.1) を参照し、5.2 ~ 7.0 GeV/c の間を exponential で近似して用いた。初期値として与えた muon beam の profile を Fig. 5.4 に示す。シミュレーションは、乱数の seed を変えながら全部で  $3.09 \times 10^6$  events 行った。

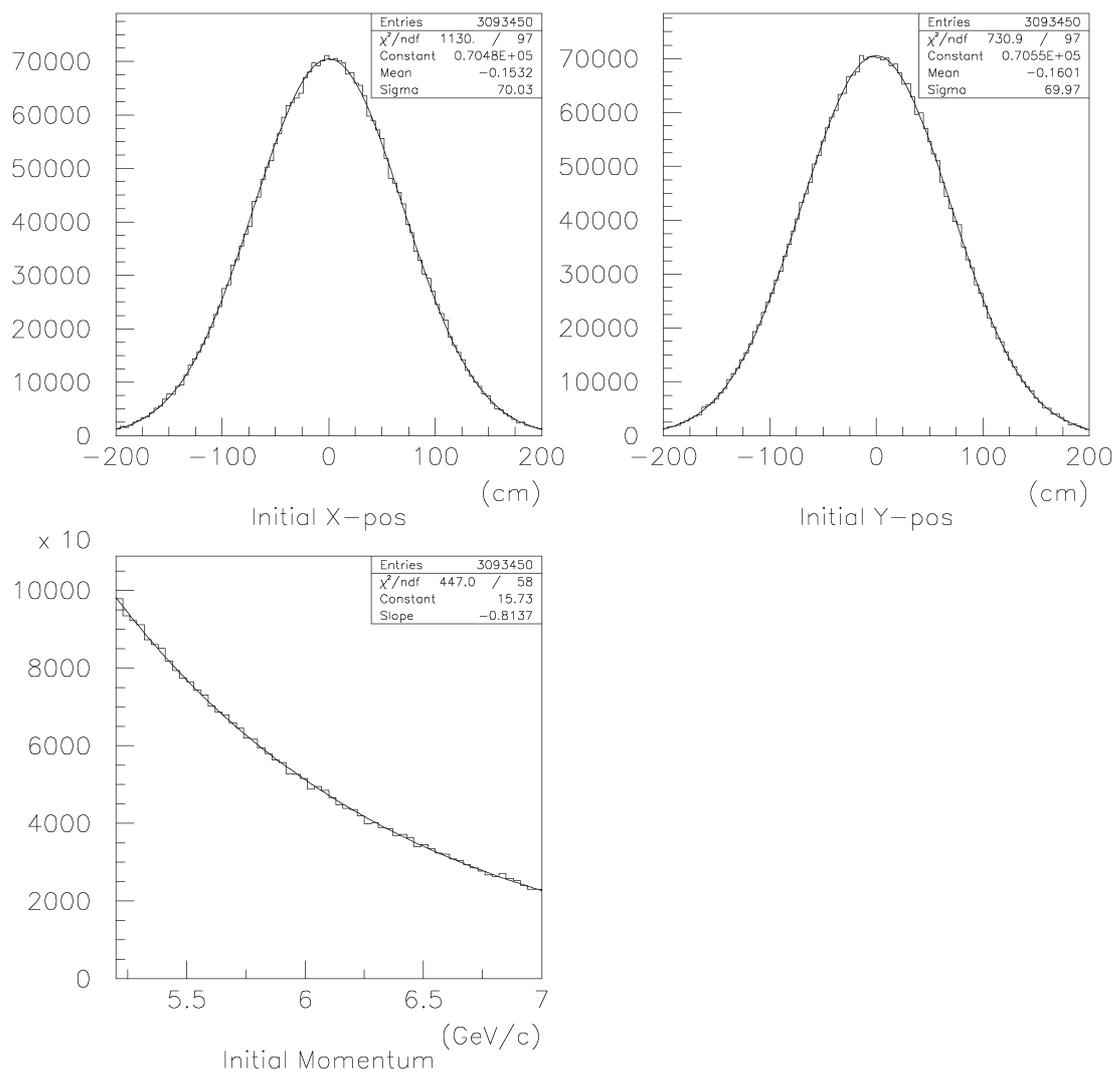


Fig. 5.4: シミュレーションへの input

### 5.2.3 結果

シミュレーションの結果、全体の約 2.8% にあたる  $8.77 \times 10^4$  個の muon が target であるコンクリート壁の表面から深さ 10 cm までの場所に止まった。まず、壁に止まった muon が最初にもっていた運動量を Fig. 5.5 に示す。グラフを見ると、壁に止まった muon のほとんどは  $5.2 \sim 7.0$  GeV/c の運動量領域にあったものだということが分かる。したがって、シミュレーションへの input を  $5.2 \sim 7.0$  GeV/c に制限したことの正当性が確かめられた。

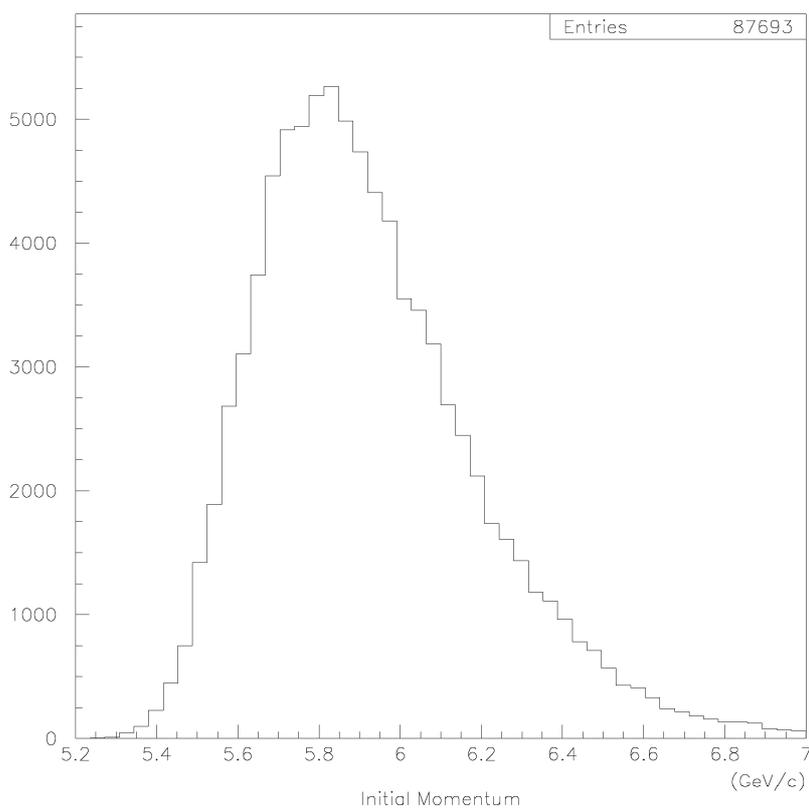


Fig. 5.5: 壁に止まった muon が最初にもっていた運動量

次に、壁に止まった muon の分布を Fig. 5.6 に示す。 $x, y$  分布をそれぞれ Gaussian で fitting すると、その幅は  $\sigma_{\text{stopping}} \sim 138$  cm となり、beam dump 前に比べかなり広がっていることが分かる。壁の深さ方向については、表面付近 ( $z \leq 2.0$  cm) でばらつきが大きい、ほぼ一様に分布しているといえる。

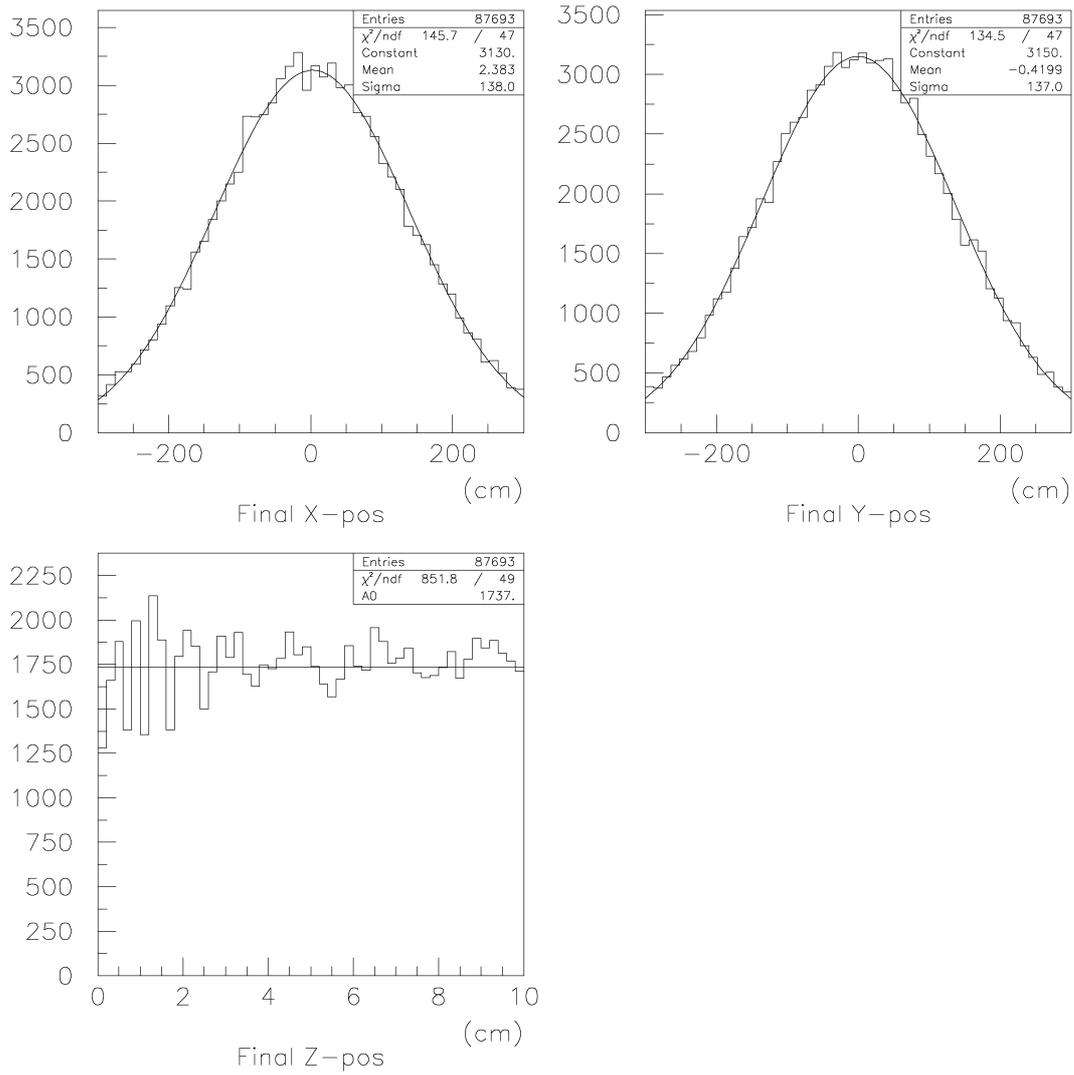


Fig. 5.6: 壁に止まった muon の分布

## 5.3 decay positron

この節では、muon の崩壊によって発生する positron についてシミュレーションを行う。今回の実験では、壁から飛び出してきた positron を、壁に横一列に設置した Cerenkov detector を用いて観測した。まず、壁に止まった muon の形を仮定したときに、1 個の detector で positron の signal がどのような波高分布になるのかを調べる。次に、detector を横一列に並べて positron の個数を測定したときに、どのような分布になるのかを評価する。

### 5.3.1 geometry

ビーム軸を  $z$  軸 (ここでは壁の外向きを正の方向にとる) とし、水平方向に  $x$  軸をとる。コンクリート壁から 5 cm 離れたところに厚さ 2 mm のアルミ板を配置する。Cerenkov detector としては、5cm × 4cm × 2cm の直方体の形状をした lucite を用いる。lucite をアルミ板から 2 cm 離して、 $x$  軸上に 35 cm 間隔で配置する。

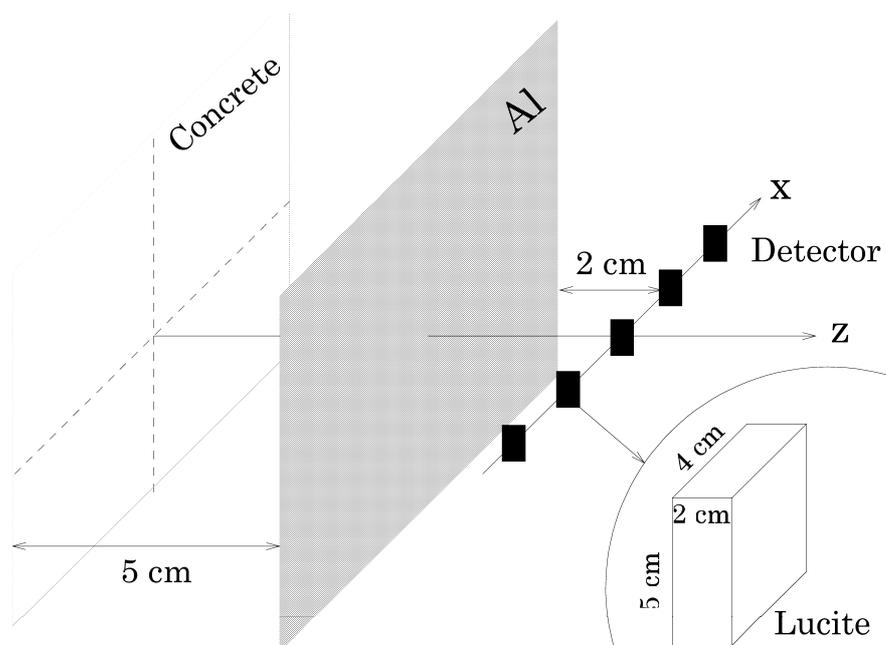


Fig. 5.7: シミュレーションの geometry

### 5.3.2 シミュレーションへの input

壁に止まっている muon の分布の形としては、 $\sigma_{\text{stopping}} = 135$  cm の Gaussian を仮定し、深さ方向には一様に分布していると仮定する。muon が崩壊したとき positron が飛び出す方向は、 $z$  軸とのなす角を  $\theta$  とすると、

$$P(\theta)d\Omega = \left(1 + \frac{1}{3} \cos \theta\right) d\Omega \quad (5.2)$$

の確率によって決定される。また、positron のもつエネルギーは、Michel spectrum に従って決定される。初期値として与えた muon の分布および decay positron の初速度を Fig. 5.8 に示す。シミュレーションは、乱数の seed を変えながら全部で  $2.98 \times 10^8$  events 行った。

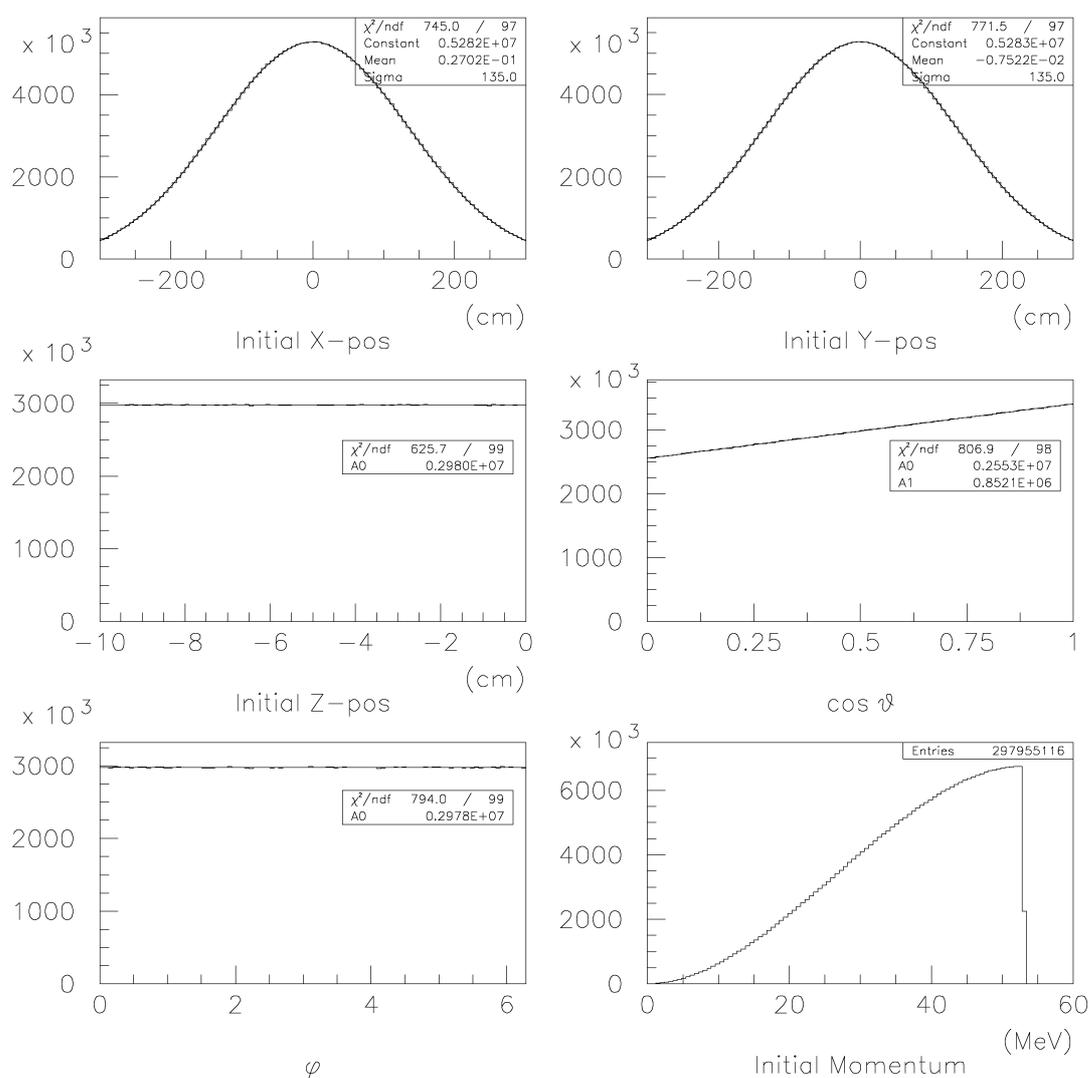


Fig. 5.8: シミュレーションへの input

### 5.3.3 signal の波高分布

ここでは、1 個の Cerenkov detector で観測される signal の波高分布に関するシミュレーション結果を示す。観測される pulse height は、lucite 中で発生する Cerenkov photon の数に比例する。ところで、荷電粒子が物質中を通過するとき、単位長さあたり単位波長あたりに発生する Cerenkov photon の数は、粒子の電荷を  $z$  として、

$$\frac{d^2 N}{d\lambda dx} = \frac{2\pi z^2 \alpha}{\lambda^2} \sin^2 \theta_C \quad (5.3)$$

と表される。ここで、 $x$  は粒子の path に沿った座標、また  $\theta_C$  は粒子の進行方向と Cerenkov 光の放射方向とのなす角で、粒子の速度を  $\beta$ 、物質の屈折率を  $n$  とすると、

$$\cos \theta_C = \frac{1}{\beta n} \quad (5.4)$$

という関係がある。これを、PMT の感度がある波長領域  $\lambda = 350 \sim 550 \text{ nm}$  で積分すると、

$$\frac{dN}{dx} = 475z^2 \sin^2 \theta_C \text{ photons/cm} \quad (5.5)$$

となる。lucite ( $n = 1.49$ ) を高エネルギーの positron ( $z = 1, \beta \sim 1$ ) が通過する場合、 $dN/dx \sim 261 \text{ photons/cm}$  となり、観測される Cerenkov photon 数は、positron が lucite 中を通過した距離に比例する。そこで、発生した Cerenkov photon 数を positron の lucite 中での path length に換算したものを Fig. 5.9 に示す。グラフを見ると、2 cm のところにピークが現れているが、これは lucite の厚さに対応している。なお、この形は detector の位置にはほとんど依らず、一定であった。

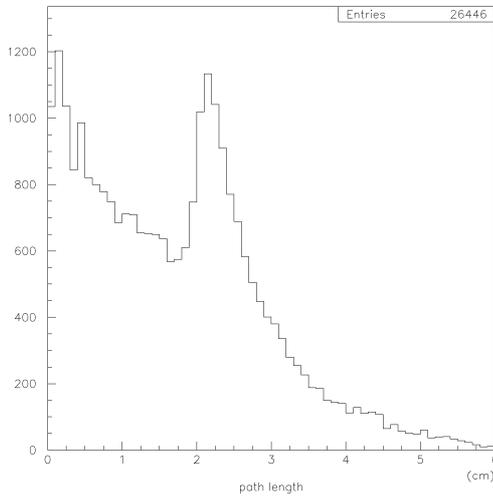


Fig. 5.9: signal の波高分布

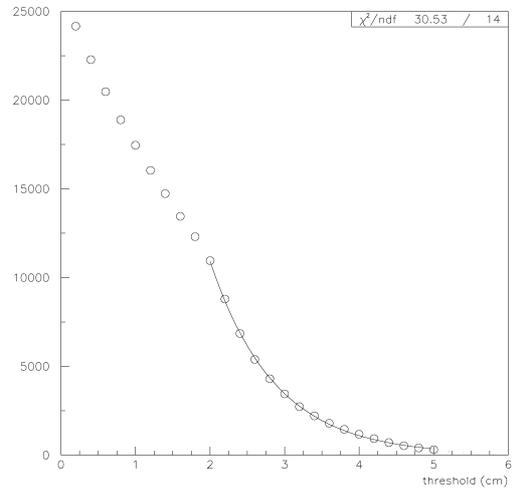


Fig. 5.10: threshold-event 数の関係

本実験では、各 PMT の gain に対する補正として、threshold を変化させて event 数を測定した。この測定は、Fig. 5.9 の上側累積 event 数を測定していることに対応している (Fig. 5.10)。グラフを見ると、2 cm 以上では exponential でよく近似できることが分かる。

### 5.3.4 detector で観測される profile

まず、ビーム軸上に置いた Cerenkov detector で観測された positron が、壁のどの場所で発生したのかを Fig. 5.11 に示す。  $x$  軸方向、  $y$  軸方向に射影した分布を見ると、ビーム軸上すなわち  $(x, y) = (0, 0)$  に置いた detector では、target 壁の中でも detector の位置から半径 20 cm 程度の限られた領域しか観測できないことが分かる。また、壁の深さ方向については、表面から 10 cm までの部分を考えれば十分であることがこのグラフからも分かる。これらのことは、横一列に並べた全ての detector について調べ、同様の結果が得られた。

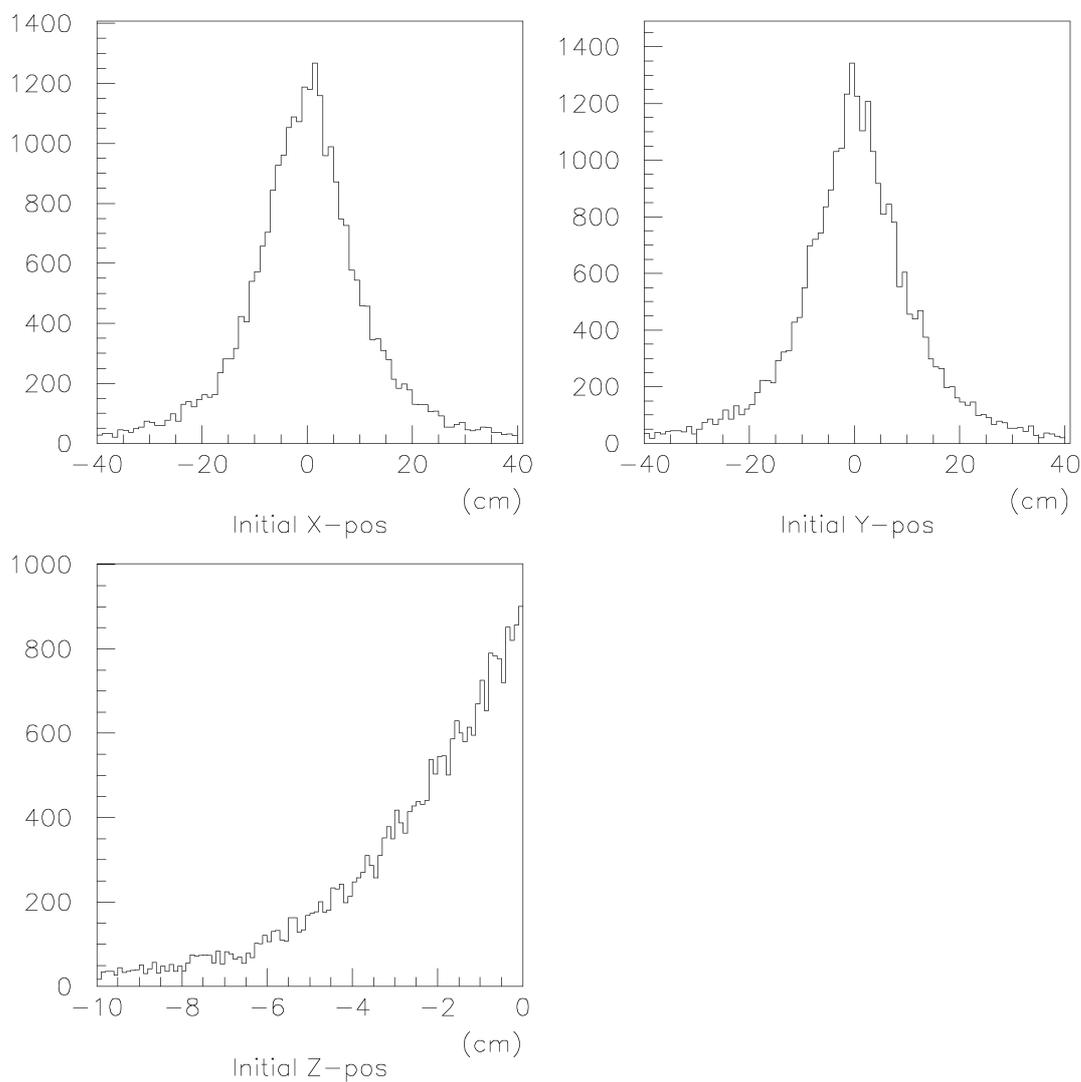


Fig. 5.11: ビーム軸上に置いた detector で観測された positron の発生場所

次に、横一列に並べた Cerenkov detector で観測された event 数を、それぞれの detector の位置

に対しプロットすると Fig. 5.12 のようになった。このグラフを Gaussian で fitting すると、その幅は  $\sigma_{\text{observed}} = 134.6 \pm 1.0 \text{ cm}$  となり、壁に止まっている muon の幅  $\sigma_{\text{stopping}} = 135 \text{ cm}$  がほぼそのまま観測されることが分かる。

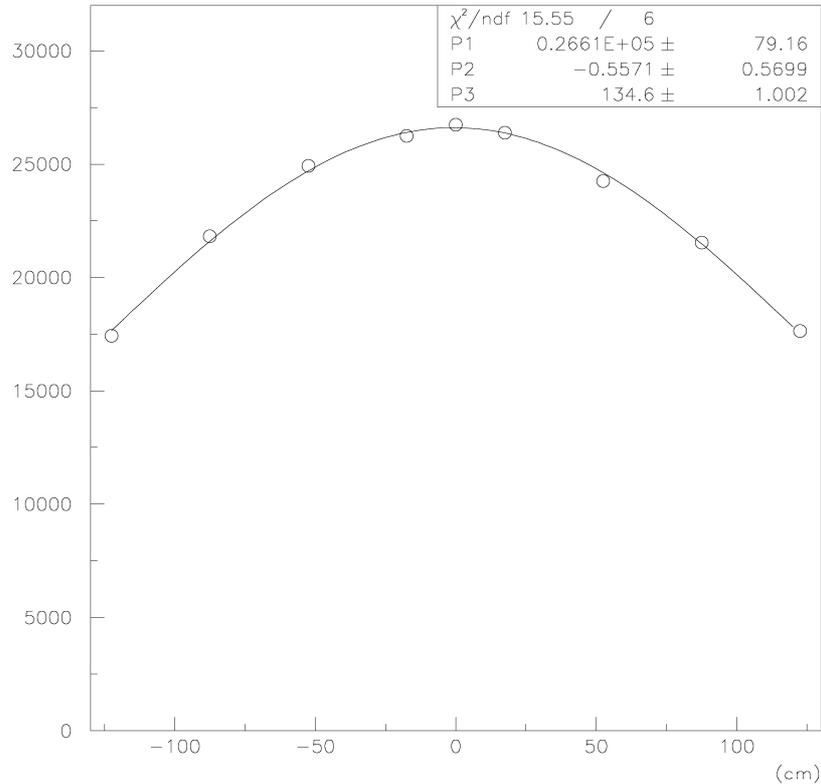


Fig. 5.12: 横一列に並べた detector で観測される profile

## 5.4 muon beam の profile と detector で観測される profile の関係

ここまでの節では、muon beam の拡がり幅および壁に止まった muon の拡がり幅を仮定して、detector で観測される profile のシミュレーションを行った。この節では、様々な拡がり幅を仮定してシミュレーションを行って求めた muon beam の profile と detector で観測される profile との関係を示す。

Fig. 5.13 は、muon beam の拡がり幅を変化させてシミュレーションを行い、壁に止まる muon の拡がり幅を求めたものである。muon beam の幅が  $\sigma_{\text{beam}} = 50 \sim 95 \text{ cm}$  の間で、muon beam の幅と壁に止まる muon の幅の関係を線形で近似すると、

$$\sigma_{\text{stopping}} = (0.505 \pm 0.011) \times \sigma_{\text{beam}} + (102.2 \pm 0.7 \text{ cm}) \quad (5.6)$$

という関係式が得られた。

Fig. 5.14 は、壁に止まった muon の拡がり幅を変化させてシミュレーションを行い、detector で観測される profile の幅を求めたものである。同様に、壁に止まった muon の幅が  $\sigma_{\text{stopping}} = 120 \sim 155$  cm の間で、壁に止まった muon の幅と detector で観測される profile の幅の関係を線形で近似すると、

$$\sigma_{\text{observed}} = (0.954 \pm 0.017) \times \sigma_{\text{stopping}} + (7.7 \pm 2.2 \text{ cm}) \quad (5.7)$$

となった。後の解析ではこれらの関係を用いて、観測された profile から muon beam の profile を決定する。

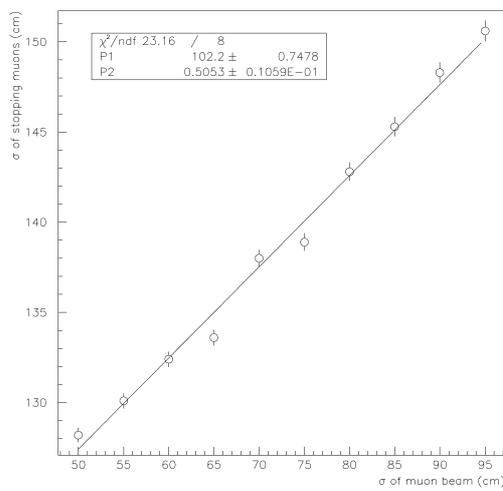


Fig. 5.13: muon beam の profile と壁に止まる muon の profile の関係

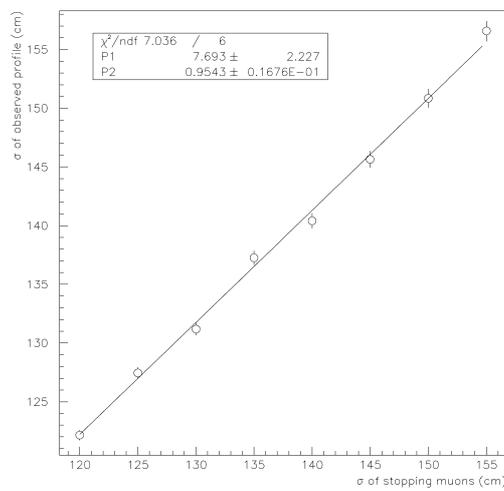


Fig. 5.14: 壁に止まった muon の profile と観測される profile の関係

## 第6章 解析

### 6.1 profile 及び flux の決定

#### 6.1.1 profile の決定

beam の profile を決定するために各 ch. ごとに threshold を 100 mV に固定して 19178 spills の event 数 (Fig. 6.1)、及び threshold を 30 mV ~ 110 mV の間で変化させ threshold-event 数の関係 (Fig. 6.2) を測定した。また以上の測定に対応するシミュレーションとして先に求めたグラフ (Fig. 5.10) を参照する。

以下では、観測された profile は Gaussian(=  $N\exp(-x^2/2\sigma_{\text{exp}}^2)$ ) をなすとして、パラメータ  $N$ 、 $\sigma_{\text{exp}}$  を決定する。

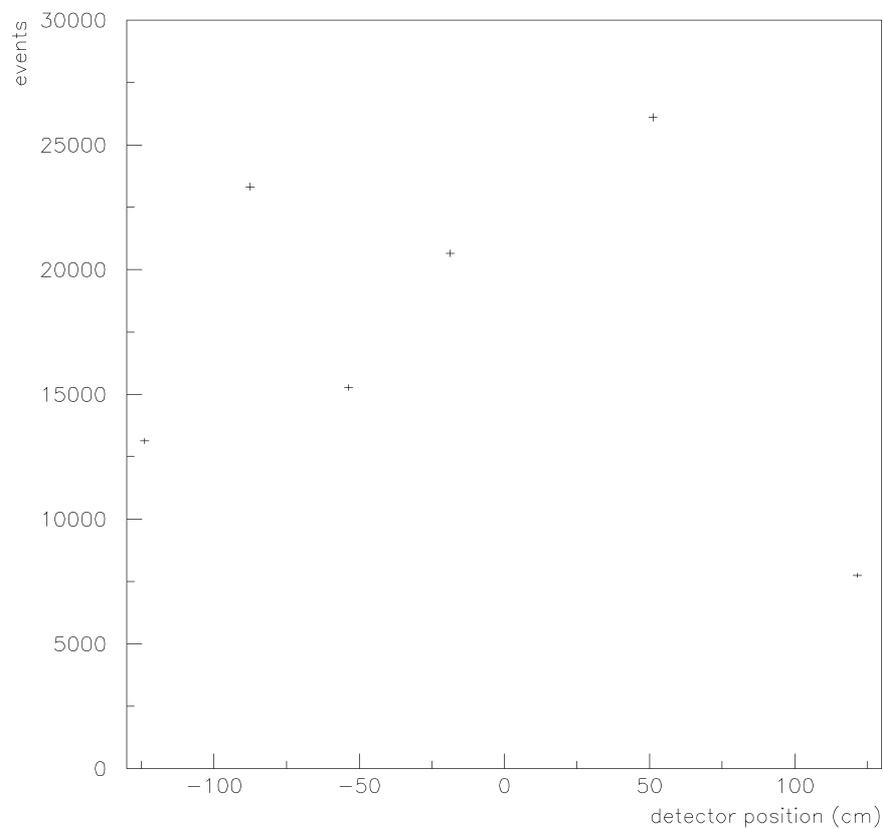


Fig. 6.1: threshold 100 mV における event 数

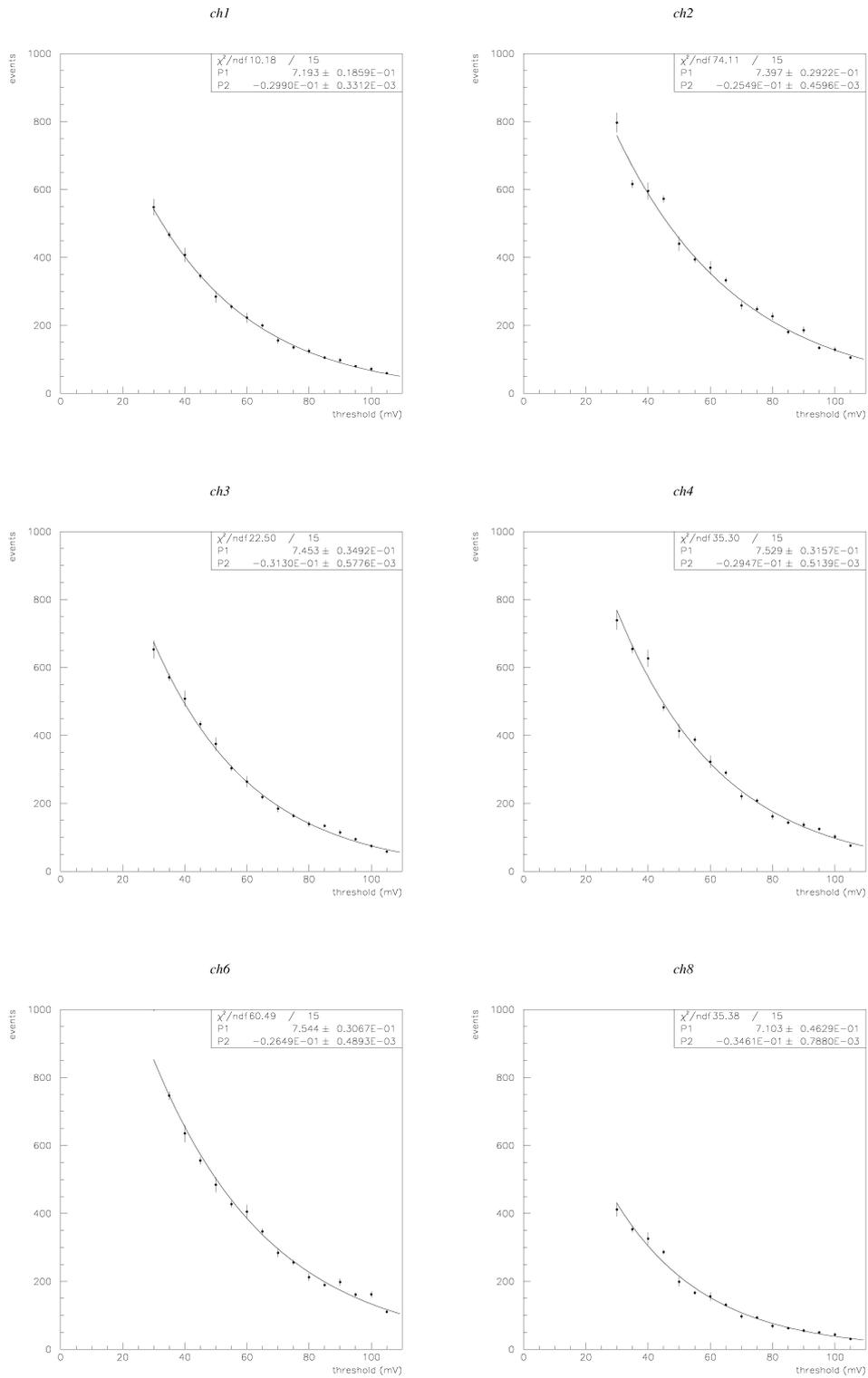


Fig. 6.2: threshold-event 数の関係 (実験値)

### $\sigma_{\text{exp.}}$ の決定

Fig. 5.10 からわかるように、2 cm 以上では threshold-event 数のデータは exponential で fitting できる。そこで Fig. 6.2 を exponential で fitting し、各 ch. ごとに  $\exp(a_i x + b_i)$  という 2 変数関数を得る。以下、この関数を fitting 関数と呼ぶことにする。ここでパラメータ  $a_i$  は全 ch. で gain が等しいことから共通であると仮定し、実際の違いを scale の違いとして  $x$  に繰り込む。すると beam の概形は  $b_i$  のみによる。そこで Fig. 6.1 に対し fitting 関数を用い、 $e^{b_i}$  を求めたのが Fig. 6.3 である。ここで各 ch. ごとに efficiency で event 数を割ることで完全な測定が行えた場合を想定してある。

以上から  $\sigma_{\text{exp.}} = 137.6 \pm 11.1$  cm と求まった。さらに中心軸のずれが 1 cm 以下であることからこの解析結果に信頼がおける。

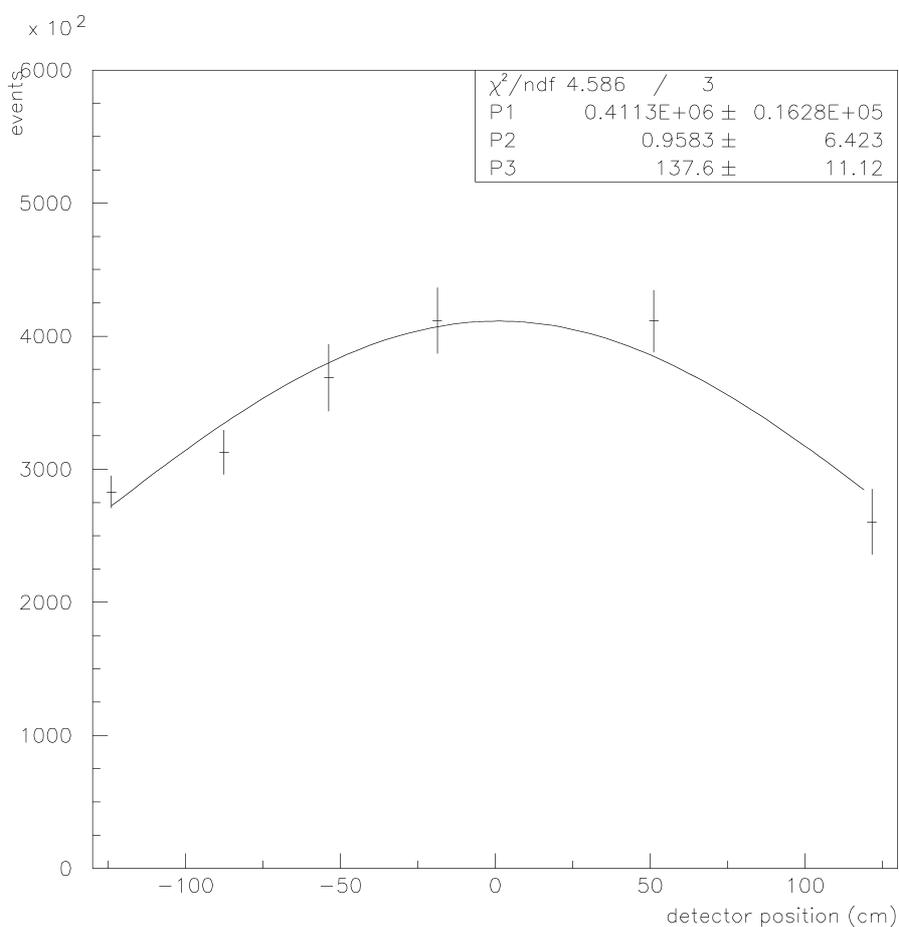


Fig. 6.3:  $e^{b_i}$ 、つまり threshold 0 mV で期待される profile

## N の決定

Fig. 5.10 を見ると lucite の特徴的な値 2 cm でグラフの振る舞いは大きく変化し、2 cm 以下の範囲では、exponential よりむしろ一次関数で fitting するほうが適当である。よって我々は exponential のみで fitting した関数を用いて threshold 0 mV で期待される event 数から beam の総量を知ることはできない。

まず、我々は実験データの threshold とシミュレーションの positron の lucite を通過した距離の間に対応をつけるために、予備実験で threshold 40 mV で宇宙線を観測し、ADC の peak が測定可能な範囲の下限にくるように各 ch. の H.V. を決定したので、Fig. 5.10 とあわせて threshold 40 mV と 2 cm が対応すると期待する。

そこで Fig. 6.1 から fitting 関数を用いて threshold 40 mV での各 ch. の event 数を求め、さらに先に求めた  $\sigma_{\text{exp}}$  から各 ch. ごとに期待される Gaussian の中心軸での event 数をグラフにしたのが Fig. 6.4 である。

最も確からしい  $N$  は  $N = 127500$  である。さらに誤差は最大値、最小値が収まるように評価する。というのは全ての ch. で gain が等しければ全 ch. で  $N$  は等しい値になるはずであるが、ばらつきが大きいので定数で fitting した時の誤差  $\pm 4000$  に収まっているとは言えないためである。よって  $N = 1.28^{+0.36}_{-0.44} \times 10^5$  とする。

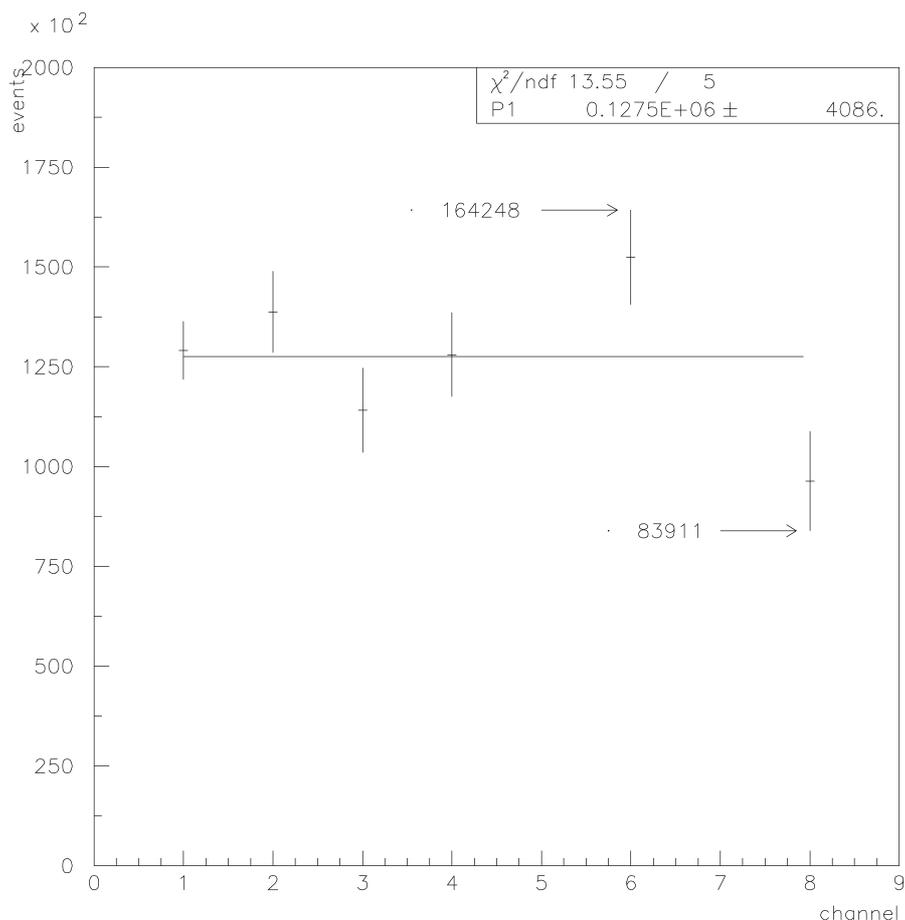


Fig. 6.4: threshold 40 mV で期待される中心軸での event 数

以上、観測された profile から dump 前の muon beam の profile を求める。前節より、観測された profile の幅は、 $\sigma_{\text{exp.}} = 137.6 \pm 11.1 \text{ cm}$  と求めた。また、Monte Carlo シミュレーションにより、観測される profile と壁に止まった muon の分布の幅の間には、式 (5.7) の関係が求まっているので、これを用いると壁に止まった muon の分布の幅  $\sigma_{\text{stopping}}$  は、

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{stopping}} &= \frac{\sigma_{\text{exp.}} - (7.7 \pm 2.2\text{cm})}{0.954 \pm 0.017} \\ &= \frac{(137.6 \pm 11.1\text{cm}) - (7.7 \pm 2.2\text{cm})}{0.954 \pm 0.017} = 136.2 \pm 12.1\text{cm}\end{aligned}$$

と求まる。ただし、誤差は伝播則を用いて計算した。

次に、シミュレーションによって求めた壁に止まった muon の分布と muon beam の profile の間の関係式 (5.6) を用いて、muon beam の profile を求めると、

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{beam}} &= \frac{\sigma_{\text{stopping}} - (102.2 \pm 0.7\text{cm})}{0.505 \pm 0.011} \\ &= \frac{(136.2 \pm 12.1\text{cm}) - (102.2 \pm 0.7\text{cm})}{0.505 \pm 0.011} = 67 \pm 24\text{cm}\end{aligned}$$

となった。

## profile に関する考察

これを、イオンチェンバーおよびシリコン検出器で測定された muon profile と比較する。これらの検出器は、beam 入射時に dump volume を突き抜けてきた muon beam の profile を測定していて、文献 [1] によると、観測された profile は  $\sigma \sim 100$  cm である。また、Monte Carlo シミュレーションによると、dump 前の beam の幅  $\sigma_{\text{beam}}$  と、dump volume を突き抜けて muon モニターを通過する beam の幅  $\sigma_{\text{through}}$  の間には、Fig. 6.5 のような関係があるので、これを用いて  $\sigma_{\text{beam}} \sim 80$  cm と推定される。したがって、イオンチェンバーおよびシリコン検出器の測定結果と、我々の測定結果  $\sigma_{\text{beam}} = 67 \pm 24$  cm との間には有意な違いは見られない。

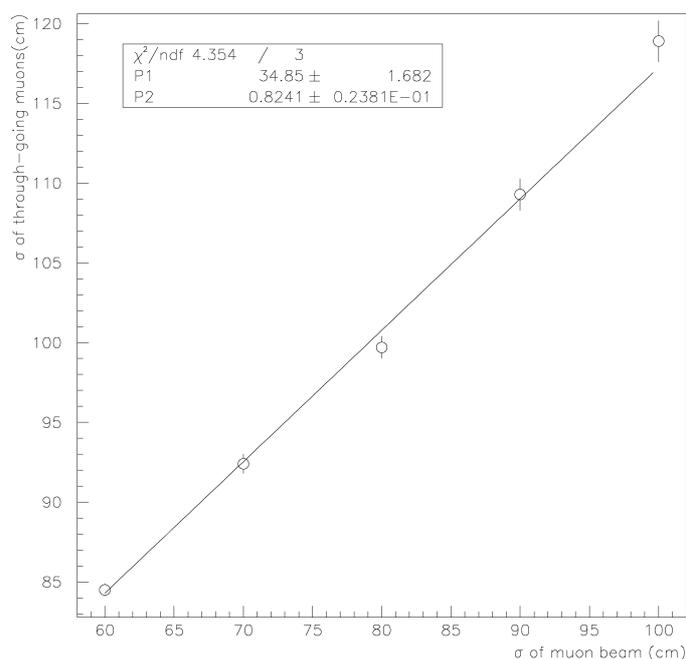


Fig. 6.5: dump 前の beam 幅と、muon モニターを通過する beam の幅の関係

最後に、誤差について考察する。Fig. 6.1 を見れば分かるように、threshold 100 mV における測定では、各 ch. で約  $10^4$  events の十分な量の統計があり、統計的な誤差は dominant ではない。profile を求める際の誤差は、主に Fig. 6.3 の各 ch. のエラーバーの大きさに由来していて、これは Fig. 6.2 の fitting 結果を用いて、threshold 100 mV のデータに gain 補正を行うときに生じている。したがって、誤差を小さくするためには、Fig. 6.2 の threshold-event 数の関係をさらに精度良く求めておく必要がある。

### 6.1.2 flux の決定

次に muon beam の profile から、3つのステップを経て muon flux を求める。

#### beam 入射時への外挿

muon は寿命  $\tau=2.2 \mu\text{sec}$  で崩壊するため、我々が観測したのは観測を開始した時刻  $t = 14 \mu\text{sec}$  に崩壊せずに残っていた muon である。

今、muon beam が時刻  $t = t_1 \sim t_2$  の間に通過し、 $t' \sim t' + \Delta t$  の間に壁に止まる muon の個数を  $N_0(t')$  とすると、時刻  $t$  ( $t > t_2$ ) に崩壊せずに残っている muon の個数  $N(t)$  は、

$$N(t) = \int_{t_1}^{t_2} N_0(t') \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right) dt' = \left[ \int_{t_1}^{t_2} N_0(t') \exp\left(\frac{t'}{\tau}\right) dt' \right] \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (6.1)$$

と表される。

muon beam は 9 つの bunch 構造をなしている (Fig. 6.6)。

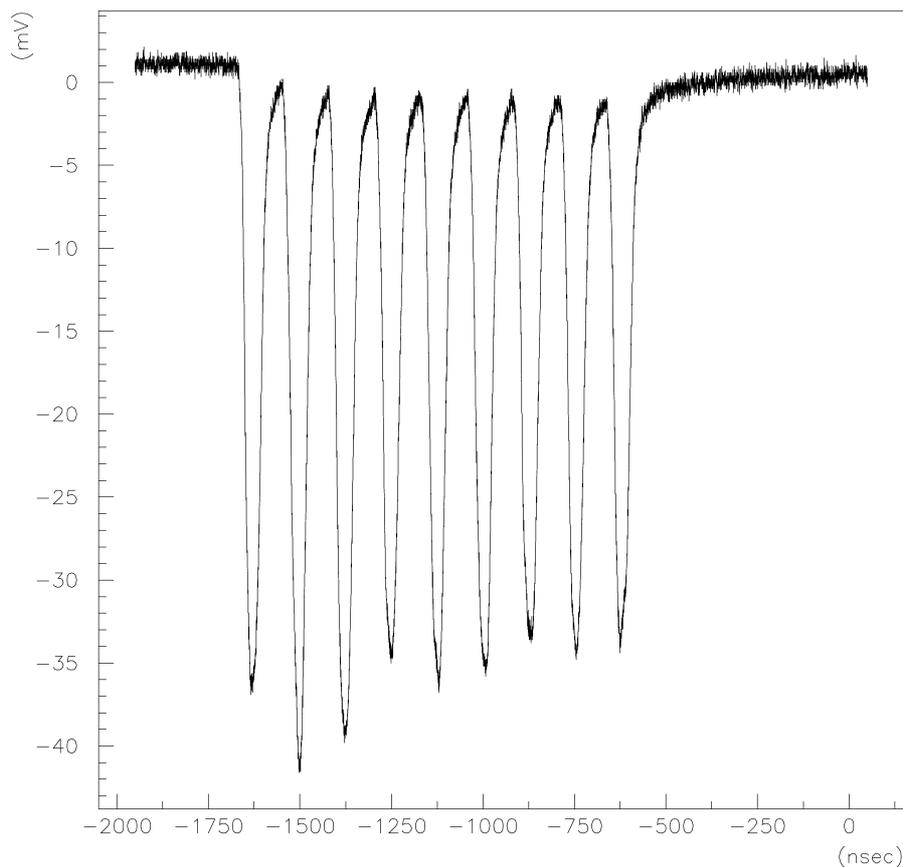


Fig. 6.6: oscilloscope で観測された muon beam の bunch 構造 時間の原点は加速器の取り出し信号に同期していて、これが TDC を用いた測定における時間の基準点となっている。

各 bunch を Gaussian で近似する。すなわち、

$$N_0(t') = \sum_{i=1}^9 \frac{N_i}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{(t' - c_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (6.2)$$

と仮定して、積分を実行すると、

$$\int_{t_1}^{t_2} N_0(t') \exp\left(\frac{t'}{\tau}\right) dt' = \sum_{i=1}^9 N_i \exp\left(\frac{c_i}{\tau} + \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_i}{\tau}\right)^2\right) \quad (6.3)$$

となる。

各 bunch の中心時刻  $c_i$ 、及び幅  $\sigma_i$  は以下の Fig. 6.6 に対して行った fitting 結果を代入する。

bunch	height : $h_i$ (mV)	center : $c_i$ (nsec)	width : $\sigma_i$ (nsec)
1st	$38.97 \pm 0.09$	$-1627.3 \pm 0.05$	$18.05 \pm 0.05$
2nd	$41.95 \pm 0.08$	$-1502.0 \pm 0.05$	$19.12 \pm 0.04$
3rd	$41.57 \pm 0.08$	$-1376.3 \pm 0.05$	$20.03 \pm 0.05$
4th	$36.42 \pm 0.08$	$-1250.3 \pm 0.06$	$19.77 \pm 0.05$
5th	$37.58 \pm 0.08$	$-1123.1 \pm 0.06$	$19.85 \pm 0.05$
6th	$36.82 \pm 0.09$	$-996.15 \pm 0.05$	$19.59 \pm 0.06$
7th	$35.10 \pm 0.09$	$-870.73 \pm 0.06$	$19.86 \pm 0.06$
8th	$35.38 \pm 0.09$	$-744.79 \pm 0.06$	$19.28 \pm 0.06$
9th	$34.68 \pm 0.09$	$-619.53 \pm 0.06$	$19.25 \pm 0.06$

さらに各 bunch に含まれる muon の個数については、

$$N_1 = N_2 = \dots = N_9 = \frac{N_0}{9} \quad (6.4)$$

を仮定すると、式 (6.1) は以下ようになる。

$$N(t) = 0.607 \times N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (6.5)$$

したがって、観測された個数から beam 入射時への外挿は

$$N_0 = 956.5N(t = 14 \mu\text{sec}) \quad (6.6)$$

となる。

beam 軸上で event 数は  $1.92 \times 10^4$  spills で  $1.28_{-0.44}^{+0.36} \times 10^5$  events なので、これを beam 入射時に外挿すると、

$$\frac{1.28_{-0.44}^{+0.36} \times 10^5 \text{ events}}{1.92 \times 10^4 \text{ spill}} \times 956.5 = 6.38_{-2.19}^{+1.79} \times 10^3 \text{ events/spill} \quad (6.7)$$

となる。

### target 壁に止まった muon の個数

上で求めた event 数は threshold 40 mV での値なので、先のシミュレーションの結果を用いて、target 壁に止まった muon の個数を求める。

シミュレーションでは、target 壁で発生した  $2.98 \times 10^8$  個の positron のうち、beam 軸上に置いた detector で、40 mV 以上の pulse height を生ずるものは、 $1.10 \times 10^4$  events あった。

よって、観測された event 数 (6.7) から target 壁に止まった muon の個数は

$$6.38_{-2.19}^{+1.79} \times 10^3 \text{ events/spill} \times \frac{2.98 \times 10^8}{1.10 \times 10^4} = 1.73_{-0.59}^{+0.49} \times 10^8 / \text{spill} \quad (6.8)$$

と求まる。

### dump 前の運動量が 5.2 ~ 7.0 GeV/c の muon の個数

さらに、先のシミュレーションの結果を用いて、dump 前の muon flux を求める。

シミュレーションでは、5.2 ~ 7.0 GeV/c の運動量領域にある  $3.09 \times 10^6$  個の入射 muon に対して、target 壁に止まった muon は  $8.77 \times 10^4$  個であった。よって上で求めた target 壁に止まった muon の個数 (6.8) から dump 前の muon flux を求めると、

$$1.73_{-0.59}^{+0.49} \times 10^8 / \text{spill} \times \frac{3.09 \times 10^6}{8.77 \times 10^4} = 6.10_{-2.08}^{+1.73} \times 10^9 / \text{spill} \quad (6.9)$$

Fig. 1.1 の Monte Carlo シミュレーションの結果と比較するために、10 Mp.o.t 当りの個数に換算する。Fig. 4.11 より 1 spill は 5% の誤差で  $5.20 \times 10^{12}$  p.o.t であるから、10 Mp.o.t 当りの muon の個数は

$$6.10_{-2.08}^{+1.73} \times 10^9 / \text{spill} \times \frac{10^7}{(5.20 \pm 0.26) \times 10^{12} \text{ p.o.t/spill}} = 1.17_{-0.43}^{+0.42} \times 10^4 / 10 \text{Mp.o.t} \quad (6.10)$$

となる。

### flux に関する考察

シミュレーションによる Fig. 1.1 から、5.2 ~ 7.0 GeV/c の運動量領域にある muon の個数は、 $1.09 \times 10^4 / 10 \text{ Mp.o.t}$  であるので、シミュレーションの予想と誤差の範囲内で一致する結果が得られた。

次に、誤差について考察する。求められた muon の flux に対する誤差は、主に Fig. 6.4 の各 ch. による  $N$  の予想値のばらつきに由来している。この原因としては、各 PMT の gain の違いが挙げられる。予備実験では、宇宙線の ADC 分布を観測して、全ての PMT で gain が等しくなるように各 PMT の H.V. を決定した。しかし、本実験では PMT は一度 saturation を起こして、gain の回復が各 PMT によって違うために、このようなばらつきが生じてしまったと考えられる。したがって、このばらつきを補正するために各 PMT の gain の変化をモニターするような機構が必要である。具体的には、各 PMT に LED によって一定の強度の pulse 光を入れ、muon beam によって saturation を起こした後の pulse height の時間変化を観測すればよいと考えられる。

## 6.2 muon の lifetime

threshold を 100 mV に固定して得られた 19178 spills のデータを用いて muon の lifetime の解析を行う。muon から decay した positron の個数を時間の関数として  $e^{-t/\tau}$  で fitting すると、muon の lifetime  $\tau$  がわかる。各 ch. ごとの positron の histogram が Fig. 6.7 である。ただし、background を定数として fitting した。

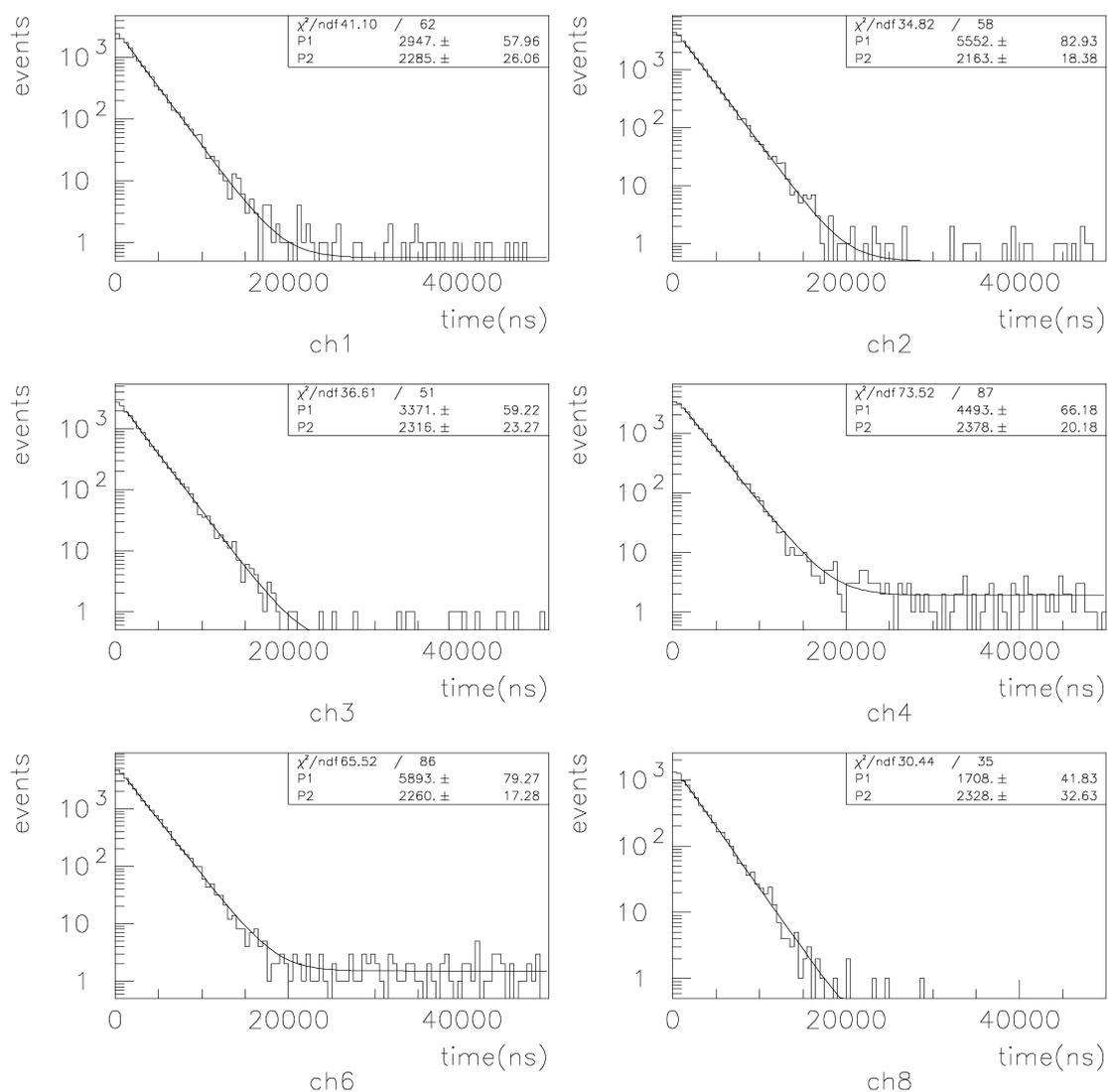


Fig. 6.7: positron の histogram

fitting の正当性を確かめるために、fitting を開始する時間を測定開始から 0.5 ns ずつずらして fitting したときの lifetime の変化が Fig. 6.8 である。

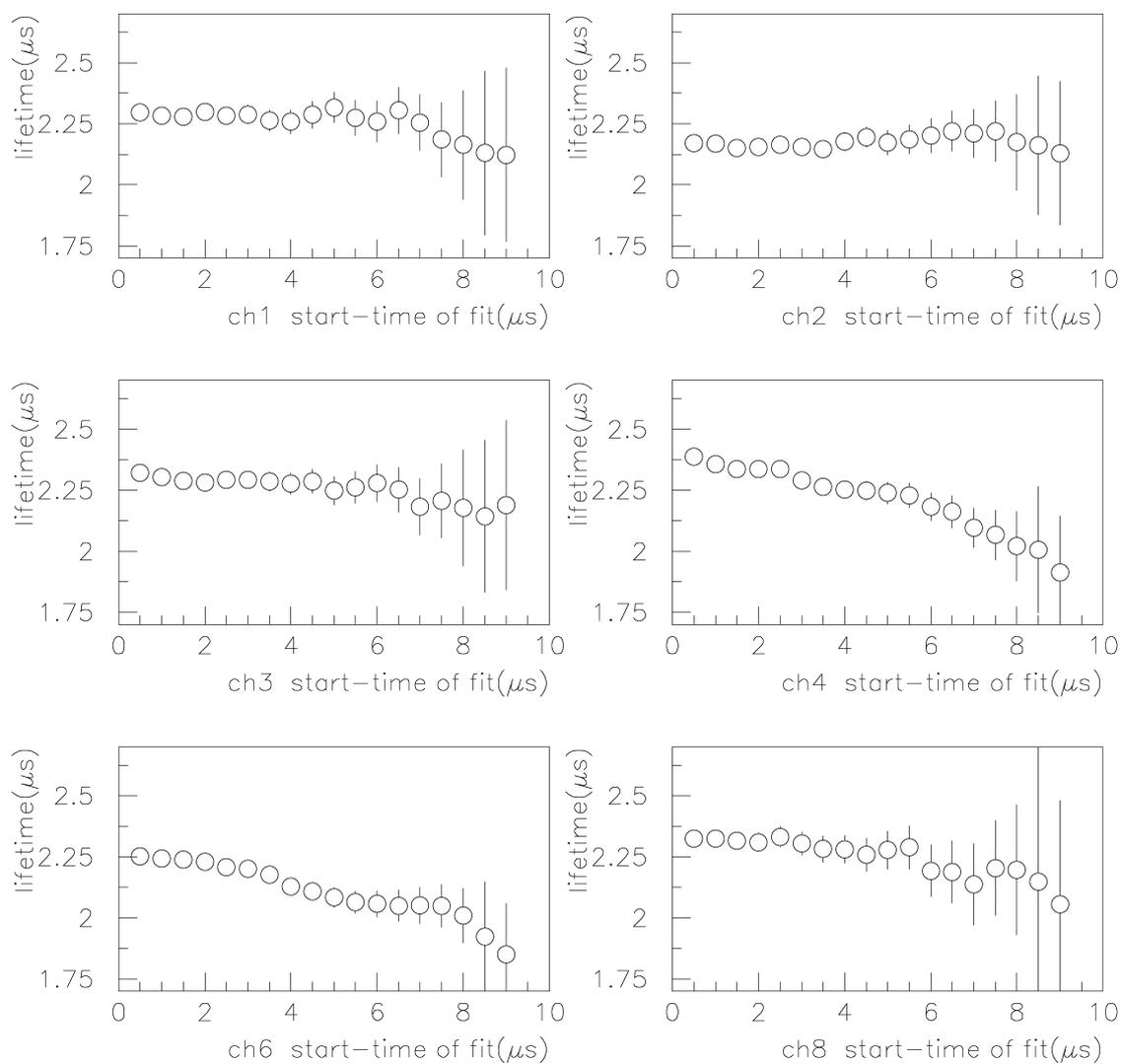


Fig. 6.8: fitting 開始点をずらしたときの lifetime の変化

これから、 $2.165 (\mu s) \leq \tau \leq 2.306 (\mu s)$  であることが分かる。

ここから実験結果の考察をする。Fig. 6.8 わかるように、ch. 4 と ch. 6 では exponential fitting が正当でないように思われる。この実験で測定結果が理論とずれる原因として主に考えられるのは、

1. background が定数でない ( $Ae^{-t/\tau} + B \rightarrow Ae^{-t/\tau} + g(t)$  )
2. gain が時間変化する ( $Ae^{-t/\tau} + B \rightarrow Af(t)e^{-t/\tau} + B$ )
3. fitting の誤差

である。ただし、3. は error bar の範囲内でしかずれないと思われるので、考慮しない。

ここで、Fig. 6.8 にあような  $g(t)$ 、 $f(t)$  のモデルを考える。まず、 $g(t)$  は  $t$  が充分大きいところで 0 に収束する関数 + 定数と考えてよく、0 に収束する部分は  $e^{-t/\tau}$  をくくりだして  $f(t)$  のみ考慮すれば十分である。

ここからは  $f(t)$  について考察する。我々が観測している時間範囲では  $f(t)$  は

1. 単調増加関数
2.  $t \rightarrow \infty$  で 1 に収束

でなければならない。これらを仮定して、gain の変化が lifetime にどう影響するか考える。 $C$  を正の定数として、

$$f(t)e^{-t/\tau} = Ce^{-t/\tau'(t)} \quad (6.11)$$

とすると、

$$f(t) = C \exp \left\{ - \left( \frac{1}{\tau'(t)} - \frac{1}{\tau} \right) t \right\} \quad (6.12)$$

となるので、 $t \rightarrow \infty$  では

$$1 = C \lim_{t \rightarrow \infty} \exp \left\{ - \left( \frac{1}{\tau'(t)} - \frac{1}{\tau} \right) t \right\} \quad (6.13)$$

これを  $\tau'(t)$  について解く。 $b \equiv \log C = -\log \frac{1}{C}$  とすると、

$$b = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\tau'(t)} - \frac{1}{\tau} \right) t \quad (6.14)$$

なので、これを満たすような  $\tau'(t)$  は

$$\frac{1}{\tau'(t)} = \frac{b}{t-a} + \frac{1}{\tau} + O\left(\frac{1}{t^2}\right) \quad (6.15)$$

$$\tau'(t) \sim \frac{\tau}{\frac{b\tau}{t-a} + 1} \quad (6.16)$$

$$(6.17)$$

となる。これから、

$$f(t) = C \exp \left( - \frac{bt}{t-a} \right) = \exp \left( - \frac{ab}{t-a} \right) \quad (6.18)$$

が導かれた。 $ab$  が正ならばこれは単調増加関数である。導かれた見かけの lifetime は実験結果を満たすような parameter をとりうる。

ここからは parameter である  $a$ 、 $b$  を評価し、真の lifetime の存在範囲を求める。我々は大体 muon が通過してから  $10\tau \sim 20\tau$  あたりを観測しているが、この間で gain の変化をあらわに見ることはできなかった。これは、 $\frac{f(10\tau)}{f(20\tau)} \geq \frac{9}{10}$  を要請しても構わないということである。これから  $b$  の存在可能範囲を見ると、

$$b \leq \frac{0.105(20\tau - a)(10\tau - a)}{10a\tau} \quad (6.19)$$

となる。

次に、ch. 1、2、3、8 は lifetime がほぼ一定に見えるので、これを用いて更に考察する。まず、 $\frac{\tau'(20\tau)}{\tau'(10\tau)} \geq \frac{95}{100}$  を仮定すると、次の不等式が得られる。

$$b \geq -\frac{(20\tau - a)(10\tau - a)}{\tau(210\tau - a)} \quad (6.20)$$

これらを  $\tau'(t)$  に代入すると、

$$\frac{\tau}{1 + \frac{0.105(20\tau - a)(10\tau - a)}{10a(t - a)}} \leq \tau'(t) \leq \frac{\tau}{1 - \frac{(20\tau - a)(10\tau - a)}{(210\tau - a)(t - a)}} \quad (6.21)$$

となる。

更に、gain が  $20\tau$  で 90% 以上回復していて、1 より小さいと仮定すると、 $a$  の範囲が求まって、 $-1.8\tau \leq a \leq 10\tau$  となる。これを先の不等式の代入すると、真の lifetime の存在範囲が求まって、

$$2.08 (\mu s) \leq \tau$$

である。実際に真の lifetime はこの中に収まっている。

## 第7章 結論

我々は、K2K 長基線ニュートリノ振動実験の muon モニター室において、muon beam の profile の測定、および muon lifetime の測定を行った。この実験の特徴は、muon モニター室の下流側の壁に止まった muon の崩壊に伴って生成される positron の個数を Cerenkov detector を用いてカウントすることである。本実験は、2002 年 12 月 22 日から 25 日にかけて行い、threshold 40 mV で 16569 spills、threshold 100 mV で 19178 spills のデータを収集した。解析は、background の少ない threshold 100 mV のデータに対して行った。

まず、横一列に並べた Cerenkov counter で観測された profile は、各 PMT の gain の補正をすることにより、 $\sigma_{\text{exp.}} = 137.6 \pm 11.1$  cm と求まった。これを Monte Carlo シミュレーションの結果と比較することにより、dump 前の muon beam の幅は、 $\sigma_{\text{beam}} = 67 \pm 24$  cm であると推定される。我々の測定結果と、イオンチェンバーおよびシリコン検出器による beam 入射時での測定結果の間には、有意な違いは見られなかった。

次に、予備実験の結果をもとに、lucite 中での positron の path length 2 cm と pulse height 40 mV が対応すると仮定して muon の flux を求めた。その結果、dump 前に 5.2 ~ 7.0 GeV/c の運動量領域にある muon の個数は  $6.10^{+1.73}_{-2.08} \times 10^9$  /spill、すなわち 10 Mp.o.t あたりの個数に換算すると  $1.17^{+0.42}_{-0.43} \times 10^4$  /10 Mp.o.t となり、Monte Carlo シミュレーションの予想値  $1.09 \times 10^4$  /10 Mp.o.t と誤差の範囲内で一致した。

また、各 detector 毎に event の時間分布を exponential で fitting することにより、muon の lifetime を求めた。その結果、detector によって求まった lifetime にばらつきがあったので、真の値は最大値と最小値の間に含まれているとして、muon の lifetime  $\tau$  を  $2.17 (\mu\text{sec}) \leq \tau \leq 2.31 (\mu\text{sec})$  と結論した。このばらつきの原因として、各 PMT の gain の回復時間が違うことが考えられる。そこで、PMT の gain が時間とともに回復していくモデルを考え、実験結果を再現するように、このモデルの 2 つのパラメータ  $a$ 、 $b$  の存在範囲を求めた。しかし、今回の実験では PMT の gain をモニターしていなかったため、このモデルを検証することはできなかった。

最後に、この実験の問題点およびその解決策を述べておく。今回の実験は、beam 入射時に PMT が saturation を起こしてしまい、baseline が元に戻っていない状況で行われている。そのため、予備実験で全ての PMT の gain が等しくなるように H.V. を決定していたにもかかわらず、各 PMT の gain の回復速度の違いにより gain に差が生じて、beam の profile および flux を求める際に大きな誤差が生じてしまったと考えられる。また、PMT の gain が時間変化すると、観測される muon の lifetime は真の値からずれてしまうことが分かった。そこで、各 PMT の gain の時間変化をモニターする必要がある。具体的には、各 PMT に LED によって一定の強度の pulse 光を入れ、muon beam によって saturation を起こした後の pulse height の時間変化を観測すればよい。

# 謝辞

この実験を行うにあたり、非常に多くの方々にお世話になりました。

まず、西川公一郎先生、中家剛先生には、本研究の機会を与えて頂き、実験の立案からデータ解析に至るまで指導して下さったことに感謝申し上げます。

また、KEKでの実験の際には、実験を受け入れて下さった小林隆先生、VME等の実験装置を貸して下さった吉田誠さん、DAQプログラムに関する相談にのって頂いたKendallさん、PMTの設置の際に助言をして頂いた前坂比呂和さんをはじめ、K2K実験グループの皆様には大変お世話になりました。この場を借りて深く感謝申し上げます。

最後に、実験装置を貸して頂き、また色々な助言をして頂いた高エネルギー物理学研究室の皆様  
に感謝申し上げます。

# 付録 A 理論的背景

## A.1 4-Fermi interaction

parity の破れを説明するために parity の偶奇を分けて考えることにより、次のような Lagrangian を導入する。ただし、lepton 部分のみを考える。

$$\mathcal{L}_{4\text{-Fermi}} = -\frac{G}{\sqrt{2}} J_\mu^\dagger J^\mu \quad (\text{A.1})$$

$$\left( \begin{array}{l} G : \text{Fermi coupling constant} \\ J_\mu : \text{charged current} \end{array} \right) \quad (\text{A.2})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J_\mu = \bar{e}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu_e + \bar{\mu}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu_\mu + \bar{\tau}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu_\tau \\ L_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} = \frac{1-\gamma_5}{2} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \dots \\ J_\mu^a = \bar{L}_e\gamma_\mu\frac{T^a}{2}L_e + \bar{L}_\mu\gamma_\mu\frac{T^a}{2}L_\mu + \bar{L}_\tau\gamma_\mu\frac{T^a}{2}L_\tau \end{array} \right. \quad (\text{A.3})$$

$T^a$  は pauli 行列である。すると  $J_\mu = 2(J_\mu^1 - iJ_\mu^2)$  と書ける。 $Q^a(x_0) = \int dx^3 J_0^a(x)$  は  $[Q^a, J_\mu^b(x)] = if_{abc}J_\mu^c(x)$  を満たすことにより、 $SU(2)$  を満たすことが分かる。更に  $T^3/2$  の値として  $SU(2)$  multiplet の上成分に  $1/2$ 、下成分に  $-1/2$  を assign すると electromagnetic charge  $Q$  がそれぞれ  $0$  と  $-1$  であることから、weak hypercharge  $Y$  として  $-1/2$  を持つことになる。次の等式が成立する。

$$Q = \frac{T^3}{2} + Y \quad (\text{A.4})$$

よって gauge group が  $SU(2)_W \times U(1)_Y$  をまず満たしていると考えられる。

## A.2 Weinberg-Salam model

前の section で gauge group が  $SU(2)_W \times U(1)_Y$  であることがわかっているので、gauge 場として  $SU(2)_W$  を持つ  $A$  と  $U(1)_Y$  を持つ  $B$  を導入する。すると gauge 場に関する Lagrangian は以下のようになる。

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (\text{A.5})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf_{abc}A_\mu^b A_\nu^c \\ F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \end{array} \right. \quad (\text{A.6})$$

$A$  の gauge group が  $SU(2)$  なので、ここでは  $f_{abc}$  は Levi-Civita tensor である。次に lepton 部分の Lagrangian は lepton を表す Dirac 場の left-hand 部分のみが  $A$  と couple することを考慮し

て、gauge symmetry を満たすように微分を共変微分に置き換えてやると以下ようになる。

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{kin.}} = \sum_{j=e,\mu,\tau} \left[ \overline{L}_j i\gamma^\mu \left( \partial_\mu + \frac{i}{2}g'B_\mu - \frac{i}{2}gT^a A_\mu^a \right) L_j + \overline{R}_j i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig'B_\mu) R_j \right] \quad (\text{A.7})$$

$$R_e = e_R = \frac{1+\gamma_5}{2} e \quad \dots \quad (\text{A.8})$$

よって、gauge group が  $SU(2)_W \times U(1)_Y$  をもつ。lepton も含めた Lagrangian は次のようになる。

$$\mathcal{L}_{SU(2)_W \times U(1)_Y} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{kin.}} \quad (\text{A.9})$$

この時点では Lagrangian は parity を破っていない。しかし、現実には massless gauge 場は photon のみなので gauge group は  $U(1)_{\text{em}}$  まで破れる必要がある。gauge symmetry の spontaneous breaking の方法を用いるために  $SU(2)_W \times U(1)_Y$  の symmetry を持つ complex scalar 場である Higgs 場  $H$  を導入する。Higgs doublet の下成分が charge 0 であるようにとる。そのために Higgs 場に  $Y = 1/2$  を assign する。すると Lagrangian は以下のようにかける。

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \left| \left( \partial_\mu - \frac{i}{2}g'B_\mu - \frac{i}{2}gT^a A_\mu^a \right) H \right|^2 - \mu^2 H^\dagger H - \lambda (H^\dagger H)^2 \quad (\text{A.10})$$

ただし、 $\mu$  は虚数であるとする。この Lagrangian の potential の真の真空期待値は以下のようになる。

$$\langle 0|H|0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}} \quad (\text{A.12})$$

$v$  は real である。この真の真空のまわりで場を展開することにより、物理的な場を記述できる。さらに lepton と Higgs 場の couple を考えると Higgs 場が  $SU(2)$  multiplet であるので、Lagrangian の時点で  $SU(2)$  singlet であるためには、次のような Lagrangian のみ可能である。

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{mass}} = \sum_{j=e,\mu,\tau} (-f_j) [(\overline{L}_j H) R_j + h.c.] \quad (\text{A.13})$$

$f_j$  は coupling constant である。以上の Lagrangian をまとめると

$$\mathcal{L}_{U(1)_{\text{em}}} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{kin.}} + \mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{mass}} \quad (\text{A.14})$$

ここで先ほど述べたように Higgs 場を真の真空期待値のまわりで展開する。

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \tilde{H} \quad (\text{A.15})$$

$$\langle \tilde{H} \rangle = 0 \quad (\text{A.16})$$

さらに次のように場を再定義する。

$$\begin{cases} W_\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 - iA_\mu^2) \\ W_\mu^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 + iA_\mu^2) \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \begin{pmatrix} gA_\mu^3 - g'B_\mu \\ g'A_\mu^3 + gB_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g} \quad \theta_W : \text{Weinberg angle} \quad (\text{A.19})$$

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (\text{A.20})$$

以上の定義を用いて Lagrangian を書き換えてみる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{gauge}} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^Z F^{Z\mu\nu} \\ &\quad -i(eF_{\mu\nu}^A + g \cos \theta_W F_{\mu\nu}^Z)W^{\mu\dagger}W^\nu + \frac{g^2}{2}[|W_\mu W^\mu|^2 - (W_\mu W^{\mu\dagger})^2] \\ &\quad -\frac{1}{2}|(\partial_\mu - ieA_\mu - ig \cos \theta_W Z_\mu)W_\nu - (\partial_\nu - ieA_\nu - ig \cos \theta_W Z_\nu)W_\mu|^2 \quad (\text{A.21}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Higgs}} &= \frac{g^2 v^2}{4}W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{(g^2 + g'^2)v^2}{8}Z_\mu Z^\mu \\ &\quad + \frac{v}{4\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} \sqrt{2}gW^\mu \\ -\sqrt{g^2 + g'^2}Z^\mu \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} 2eA_\mu + (g \cos \theta_W - g' \sin \theta_W)Z_\mu & \sqrt{2}gW_\mu \\ \sqrt{2}W_\mu^\dagger & -\sqrt{g^2 + g'^2}Z_\mu \end{pmatrix} \tilde{H} + h.c. \right] \\ &\quad + \frac{1}{4} \left| \begin{pmatrix} 2eA_\mu + (g \cos \theta_W - g' \sin \theta_W)Z_\mu & \sqrt{2}gW_\mu \\ \sqrt{2}W_\mu^\dagger & -\sqrt{g^2 + g'^2}Z_\mu \end{pmatrix} \tilde{H} \right|^2 \\ &\quad + |\partial_\mu \tilde{H}|^2 - \left[ (\partial_\mu \tilde{H}^\dagger) \frac{iv}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}gW_\mu \\ -\sqrt{g^2 + g'^2}Z_\mu \end{pmatrix} + h.c. \right] \\ &\quad + \lambda v^4 - 4\lambda v^2 \tilde{H}^2 - 3\lambda v \tilde{H}^3 - \lambda \tilde{H}^4 \quad (\text{A.22}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{kin.}} &= \bar{\nu}_e i\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \partial_\mu \nu_e + \bar{e} i\gamma^\mu \partial_\mu e + \dots \\ &\quad + \frac{g}{2\sqrt{2}} (W_\mu^\dagger J^\mu + W_\mu J^{\mu\dagger}) + eA_\mu J_{em}^\mu + \frac{g}{\cos \theta_W} Z_\mu J_Z^\mu \quad (\text{A.23}) \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{mass}} = -\frac{f_e v}{\sqrt{2}} \bar{e} e - \frac{f_\mu v}{\sqrt{2}} \bar{\mu} \mu - \frac{f_\tau v}{\sqrt{2}} \bar{\tau} \tau - \sum_{j=e,\mu,\tau} f_j [(\bar{L}_j \tilde{H}) R_j + h.c.] \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{cases} J_\mu = \bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e + \bar{\mu} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_\mu + \bar{\tau} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_\tau \\ J_{em}^\mu = -\bar{e} \gamma_\mu e - \bar{\mu} \gamma_\mu \mu - \bar{\tau} \gamma_\mu \tau \\ J_Z^\mu = \frac{1}{2} \sum_{j=e,\mu,\tau} \bar{L}_j \gamma^\mu T^3 L_j - \sin^2 \theta_W J_{em}^\mu \end{cases} \quad (\text{A.25})$$

Lagrangian をみると gauge 場は  $A$  のみで、その gauge group が  $U(1)$  なので  $A$  は photon である。その coupling constant  $e$  は電磁相互作用の coupling である。 $W$  は gauge 場ではなく、質量  $M_Z^2 = g^2 v^2/4$  を持つ charged vector boson 場である。 $Z$  は質量  $M_Z^2 = (g^2 + g'^2)v^2/4$  を持つ neutral vector boson 場である。更に lepton の質量  $m_j$  と Higgs 場の真空期待値  $v$  の間には次のような関係がある。

$$m_j = \frac{vf_j}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.26})$$

4-Fermi interaction の場合と照らし合わせると Fermi coupling constant は low energy で以下のようにかける。

$$G = \frac{\sqrt{2}g^2}{8M_W^2} \quad (\text{A.27})$$

以上で weak interaction を記述する Lagrangian が書けた。

### A.3 muon decay

先に書いた Lagrangian から weak interaction に関する部分のみを抜き出すと

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0^W + \mathcal{L}_0^{\text{lepton}} + \mathcal{L}_I \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{cases} \mathcal{L}_0^W &= -\frac{1}{2}|\partial_\mu W_\nu + \partial_\nu W_\mu|^2 + M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu \\ \mathcal{L}_0^{\text{lepton}} &= \bar{\nu}_e i\gamma^\mu (1 - \gamma_5)\partial_\mu \nu_e + \bar{e} i\gamma^\mu \partial_\mu e + \bar{\mu} i\gamma^\mu \partial_\mu \mu - m_e \bar{e} e - m_\mu \bar{\mu} \mu \\ \mathcal{L}_I &= \frac{g^2}{8}(W_\mu^\dagger J^\mu + W_\mu J^{\mu\dagger})^2 \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

これからは、この Lagrangian について考える。まずは  $L_0^W$  から Feynman rule を導く。

$$\mathcal{L}_0^W = W^{\dagger\mu}[(\partial^2 - M_W^2)g_{\mu\nu} - \partial_\mu \partial_\nu]W^\nu = W^{\dagger\mu} K_{\mu\nu} W^\nu \quad (\text{A.30})$$

と書けるので、あとは path integral を用いて  $K_{\mu\nu}$  の逆核を求めて Fourier 変換を施すと propagator  $i\Delta_{\mu\nu}$  は次のようになる。

$$i\Delta_{\mu\nu}(k) = -i \frac{g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{M_W^2}}{k^2 - M_W^2 + i\epsilon} \quad (\text{A.31})$$

この propagator を用いて相互作用の入った diagram を tree level で求める。ここでは muon decay を考える。

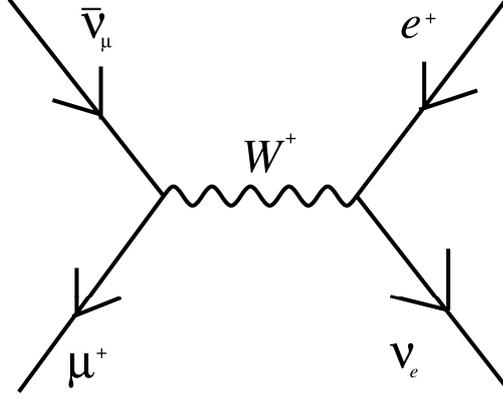
$$\mu^+(p_1, s_\mu) \longrightarrow e^+(p_2, s_e) + \nu_e(k_2) + \bar{\nu}_\mu(k_1) \quad (\text{A.32})$$

muon decay rate  $d\omega$  は次のように書ける。

$$d\omega = \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta^4(p_1 - p_2 - k_1 - k_2) d^3 p_2 d^3 k_1 d^3 k_2}{(2\pi)^5 2p_1^0 2p_2^0 2k_1^0 2k_2^0} \quad (\text{A.33})$$

不変散乱振幅  $\mathcal{M}$  を計算する。

$$\mathcal{M} = \frac{-ig^2}{8} (\bar{\nu}_\mu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \mu) \frac{-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M_W^2}}{q^2 - M_W^2} (\bar{e}_\mu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e) \quad (\text{A.34})$$



$M_W$  が muon や positron の energy より十分大きいことを考慮して  $|\mathcal{M}|^2$  を計算する。

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}|^2 &= \frac{g^4}{64M_W^4} \text{Tr}[(\nu_\mu \bar{\nu}_\mu) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) (\mu \bar{\mu}) \gamma_\nu (1 - \gamma_5)] \text{Tr}[(e \bar{e}) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\nu_e \bar{\nu}_e) \gamma^\nu (1 - \gamma_5)] \\
&= \frac{g^4}{64M_W^4} \text{Tr} \left[ k_1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \frac{(\not{p}_1 + m_\mu)(1 - \gamma_5) \not{k}_\mu \gamma_\nu}{2} (1 - \gamma_5) \right] \\
&\quad \times \text{Tr} \left[ k_2 \gamma^\nu (1 - \gamma_5) \frac{(\not{p}_2 + m_e)(1 - \gamma_5) \not{k}_e \gamma^\mu}{2} (1 - \gamma_5) \right] \\
&= \frac{g^4}{64M_W^4} k_1^\alpha (p_1 - m_\mu s_\mu)^\beta \text{Tr}[\gamma_\alpha \gamma_\mu \gamma_\beta \gamma_\nu (1 - \gamma_5)] (p_2 + m_e s_e)_\gamma k_{2\delta} \text{Tr}[\gamma^\gamma \gamma^\mu \gamma^\delta \gamma^\nu (1 - \gamma_5)]
\end{aligned} \tag{A.35}$$

Dirac 場の規格化として次のような関係式を用いた。

$$\nu_\mu \bar{\nu}_\mu = k_1 \quad \nu_e \bar{\nu}_e = k_2 \tag{A.36}$$

$$\mu \bar{\mu} = \frac{(\not{p}_1 + m_\mu)(1 - \gamma_5) \not{k}_\mu}{2} \quad e \bar{e} = \frac{(\not{p}_2 + m_e)(1 - \gamma_5) \not{k}_e}{2} \tag{A.37}$$

更に次の関係式を用いて gamma 行列の trace 計算をする。

$$\begin{cases} \text{Tr}(\gamma_\alpha \gamma_\mu \gamma_\beta \gamma_\nu) &= 4(g_{\alpha\mu} g_{\beta\nu} - g_{\alpha\beta} g_{\mu\nu} + g_{\alpha\nu} g_{\mu\beta}) \\ \text{Tr}(\gamma_\alpha \gamma_\mu \gamma_\beta \gamma_\nu \gamma_5) &= -4i \varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu} \end{cases} \tag{A.38}$$

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{g^4}{M_W^4} (k_1 (p_2 + m_e s_e)) (k_2 (p_1 + m_\mu s_\mu)) \tag{A.39}$$

これを  $d\omega$  に代入し、neutrino については観測できないので積分してしまうことにする。

$$d\omega = \frac{g^4 (p_2 + m_e s_e)^\mu (p_1 + m_\mu s_\mu)^\nu}{16(2\pi)^5 M_W^4 k_1^0 k_2^0} I_{\mu\nu} d^3 p_2 \tag{A.40}$$

$$\begin{aligned}
I_{\mu\nu} &= \int \frac{d^3 k_1 d^3 k_2 k_{1\mu} k_{2\nu} \delta^4(p_1 - p_2 - k_1 - k_2)}{k_1^0 k_2^0} \\
&= \frac{\pi}{6} [g_{\mu\nu} (p_1 - p_2)^2 + 2(p_1 - p_2)_\mu (p_1 - p_2)_\nu] \theta(p_1^0 - p_2^0) \theta[(p_1 - p_2)^2]
\end{aligned} \tag{A.41}$$

ここからは muon の rest frame で考えることにする。

$$p_1 = (m_\mu, \vec{0}) \quad p_2 = (E, \vec{p}) \quad (\text{A.42})$$

$$s_\mu = (0, \vec{s}_\mu) \quad s_e = \left( \frac{\vec{p} \cdot \vec{s}_e}{m_e}, \vec{s}_e + \frac{(\vec{p} \cdot \vec{s}_e)\vec{p}}{m_e(E + m_e)} \right) \quad (\text{A.43})$$

decay rate の式に代入すると

$$\begin{aligned} d\omega &= \frac{g^4 \sqrt{E^2 - m_e^2} dE d\Omega}{192(2\pi)^4 M_W^4 m_\mu} \theta(m_\mu - E) \theta((p_1 - p_2)^2) \\ &\times \left[ (m_\mu^2 + m_e^2 - 2m_\mu E) \left[ m_\mu(E + \vec{p} \cdot \vec{s}_e) + m_\mu \left( \vec{p} + m_e \vec{s}_e + \frac{(\vec{p} \cdot \vec{s}_e)\vec{p}}{E + m_e} \right) \cdot \vec{s}_\mu \right] \right. \\ &\quad \left. + 2(m_\mu^2 - m_\mu E + m_\mu \vec{p} \cdot \vec{s}_\mu) \left[ (m_\mu - E)(E + \vec{p} \cdot \vec{s}_e) + \vec{p} \cdot \left( \vec{p} + m_e \vec{s}_e + \frac{(\vec{p} \cdot \vec{s}_e)\vec{p}}{E + m_e} \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (\text{A.44})$$

$\theta$  関数に着目すると積分範囲が以下のように限られる。

$$(p_1 - p_2)^2 = (m_\mu - E)^2 - (\vec{p})^2 = m_\mu^2 + m_e^2 - 2Em_\mu > 0 \quad (\text{A.45})$$

$$m_e < E < \frac{m_\mu^2 + m_e^2}{2m_\mu} = E^{max} \quad (\text{A.46})$$

あとは  $E$  について上で求めた積分範囲で積分し、spin はすべての方向について足し上げる。

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{2} \sum_{\vec{s}_\mu, \vec{s}_e} \int d\omega \\ &= \frac{g^4}{192(2\pi)^3 M_W^4} \int_{m_e}^{E^{max}} dE \sqrt{E^2 - m_e^2} [-4m_\mu E^2 + 3E(m_\mu^2 + m_e^2) - 2m_\mu m_e^2] \\ &= \frac{g^4 m_\mu^5}{2 \cdot 192(2\pi)^3 M_W^4} [1 - 8y + 8y^3 - y^4 - 12y^2 \ln y] \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

$$y = \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \quad (\text{A.48})$$

$$G = \frac{\sqrt{2}g^2}{8M_W^2} \quad (\text{A.49})$$

muon の lifetime  $\tau_\mu$  が求まる。

$$\tau_\mu = \frac{1}{\omega} \quad (\text{A.50})$$

decay した positron の角度分布を positron の mass を 0 と近似して求める。polarization を  $P$  とし、beam の入ってきた方向と positron の散乱した方向のなす角を  $\theta$  とおく。

$$E^{max} = \frac{m_\mu^2 + m_e^2}{2m_\mu} \sim \frac{m_\mu}{2} \quad (\text{A.51})$$

$$x = \frac{E}{E^{max}} \quad (\text{A.52})$$

$$\begin{aligned} d\omega &\sim \int_{x=0}^{x=1} \frac{g^4 m_\mu^5}{4 \cdot 32 \cdot 192 M_W^4 (2\pi)^3} (2x^2) [(3-2x) + (1-2x)P \cos \theta] dx d(\cos \theta) \\ &= \frac{g^4 m_\mu^5}{4 \cdot 32 \cdot 192 M_W^4 (2\pi)^3} \left[ 1 - \frac{1}{3} P \cos \theta \right] d(\cos \theta) \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

helicityの保存則を用いると、pion decay より muon が生成されていることから muon の helicity はマイナスであり、muon decay より positron が生成することから positron の helicity もマイナスである。故に  $P = -1$  とする。以上のように muon lifetime と positron の角度分布が計算される。

## 参考文献

- [1] Takahiro Inagaki: "Measurement of the Disappearance of Muon Neutrino in 250 km Long Base Line Experiment", PhD thesis, Kyoto University (2001).
- [2] NICHIA CORPORATION: "SPECIFICATIONS FOR NICHIA BLUE LED, -MODEL: NSPB500S-".
- [3] Yasuo Arai: "ATLAS Muon TDC version 1 & 2 User's Manual"(2001).
- [4] M. Kaku: *Quantum Field Theory* (Oxford University Press, Oxford, 1993).
- [5] 九後汰一郎: ゲージ場の量子論 (培風館, 1989).