0.1 Introduction

0.1.1 序

現代の素粒子物理学において、自然界は 4 つの相互作用から構成されていると考えられている。電磁相互作用、重力相互作用、弱い相互作用、強い相互作用である。このうち、最初の 2 つの相互作用は、我々に非常になじみの深い相互作用であり、古典的な形で大変よく調べられている。一方、最後の 2 つに対しては直接的には我々の生活に関与してこない。しかし、素粒子物理学や原子核物理学などミクロな現象を研究しようとする物理学において、それらは大きな役割を持つ。弱い相互作用は、β 崩壊で最も効いてくる相互作用であり、強い相互作用は原子核に働く力の元となる相互作用である。弱い相互作用については、その発見から、Weinberg-Salam model の形に至るまで、理論的に様々な困難を抱いてきた。代表的な問題として、current の形がどういうものなのか、長い間決定できなかった。最終的に、V-Acurrent 構造 (vector-axialvector) をしていると結論できたのであるが、その証明としてπ 崩壊の branching ratio の実験が挙げられる。我々は、この実験を自分なりのやり方で実行し考えてみようと思い、KEK(筑波加速器研究機構) の beam を借りて測定を行なった。

実験の構造や結果についてはあとで詳細に述べるとして、以下、簡単な説明と理論的考察を与える。

0.1.2 簡単な説明と理論的側面

Γ で崩壊率を表すことにする。

我々が実験で測定するものは、次の崩壊の分岐比 (branching ratio) である。

$$R = \frac{\Gamma\left(\pi^+ \to e^+ \nu_e\right)}{\Gamma\left(\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu\right)}$$

理論的には、次のような値になることが予想される。

$$R \approx 10^{-4}$$

以下これを詳細は省略して概要を示したい。

弱い相互作用では、Weinberg -Salam model が正しい相互作用の形を与えるが、エネルギーが W boson の質量 (８０ GeV) に比べて小さい場合 (本実験では３００ MeV 程度) は , W boson の propagator は次のよ

うに定数として扱える。

$$D_{\mu\nu} = \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_n / M_W^2}{k^2 - M_W^2} \sim \frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2}$$

このことから、4 Fermi 相互作用の形が良い近似を与えると考えられる。

π は次の崩壊をする。(ただし、l は lepton を表し、ν は neutrino を表すとする。)

$$\pi^+ (k) \to l^+ (p_1, s_1) + \nu_l (p_2, s_2)$$

ここで、k,p は momentum を表し、s は spin を表すとする。

Lagrangian density は

$$L = L_{free} + L_{interaction}$$

$$L_{free} = \sum_{\substack{l=e,\mu,\tau, \\ \nu_e,\nu_\mu,\nu_\tau}} \bar{\psi}_l \left(i\gamma_\mu \partial^\mu - m \right) \psi_l$$

$$L_{interaction} = -\frac{G}{\sqrt{2}} J_\mu^\dagger J^\mu$$

ただし、J は次のように lepton 部分と quark 部分を含む。

$$J^\mu = J^\mu_{quark} + J^\mu_{lepton}$$

$$J^\mu_{lepton} = \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}\gamma^\mu \left(1 - \gamma^5\right) \nu_l$$

ただし、Dirac field をそれぞれの粒子の名前で表記した。また、branching ratio を考える際について、J^μ_{quark} は、定数としての寄与しかしないので、分子と分母で cancel するのであまり重要な意味を持たない。

free field の解は、

$$\psi_{free} = \int d^4p \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} \sum_{s=\pm} \left(a^s_{\mathbf{p}} u^s_{\mathbf{p}} e^{ip\cdot x} + b^{s\dagger}_{\mathbf{p}} v^s_{\mathbf{p}} e^{-ip\cdot x} \right)$$

上で得た結論を使って、interacting 描像で摂動的に散乱振幅を計算したい。弱い相互作用では coupling constant は小さいので、leading order は良い近似を与える。Feynman 則を Lagrangian から導き、(省略する) leading order の散乱振幅を計算すると

$$i (2\pi)^4 \delta (p_1 + p_2 - k) M = -iG_\pi \cdot \bar{u}\gamma^\mu \left(1 - \gamma^5\right) v$$

ただし、u は lepton の、v は neutrino の free field の時の波動関数に相当するものである。

一方、G_π は J^μ_{quark} から来る部分であり、π の boundary state について知る必要がある。しかし、これは強い相互作用からくるもので、摂動計算は良い近似を与えないため計算できない。(lattice gauge theory を使って computer 計算はできる。) しかし、branching ratio を求めるだけならば、これに関する情報は必要ない。

spin は測定しないとして、spin average をとると、$|M|^2$ は次のようになる。

$$\frac{1}{2}\sum_{s_1,s_2}|M|^2 = 4G_\pi^2 m_l^2\,(p_1\cdot p_2)$$

π の静止系で考えると、

$$k^\mu = (m_\pi, \mathbf{0})$$
$$p_1^\mu = (E_l, \mathbf{p}), p_2^\mu = (|\mathbf{p}|, \mathbf{p})$$

Γ を計算すると、次の結果が得られる。

$$\Gamma = \frac{G_\pi^2}{4\pi m_\pi^2} m_l^2\left(m_\pi^2 - m_l^2\right)$$

以上の結果から、branching ratio は leading order で次のようになる。

$$R = \frac{m_e^2\left(m_\pi^2 - m_e^2\right)}{m_\mu^2\left(m_\pi^2 - m_\mu^2\right)} \approx \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \approx 10^{-4}$$

したがって、最初に述べた結論が得られた。

ここで得た結論について、物理的解釈をしてみたい。相互作用の形を考えなければ、電子のほうが崩壊において使える momentum space が大きいため、電子のほうが崩壊しやすいように感じられる。この結果は、weak interaction における current 構造からきている。つまり、これは V-Acoupling に特有の現象である。

ここでπ の静止系で考えよう。π は spin0 なので、崩壊した 2 つの lepton は同じ helicity を持つ必要がある。neutrino の helicity は righthanded なので電子も rigthhanded である必要がある。しかし、V-Acoupling によって崩壊が起こるのであるから、電子は $\left(1-\gamma^5\right)u_e$ と couple することになって、mass が 0 ならば禁止される。mass があれば、少し couple することが可能になり、それが崩壊率における factor m_e^2 の原因となる。μ も同様に考えることが出来て、結論として branching ratio に $\frac{m_e^2}{m_\mu^2}$ が大きく寄与することになる。以上が、π 崩壊の branching ratio に関する理論的説明である。