素粒子物理学 I レポート　No.4（提出期限　7 月 8 日）

1. レプトン数保存を使って、以下の崩壊や反応が禁止されていることを示せ。
   (ア) $2n \rightarrow 2p + 2e^-$ （ニュートリノレス 2 重ベータ崩壊)
   電子数が $0 \rightarrow 0+2$ なっており、電子数保存を破っている。
   (イ) $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$ 　(ニュートリノ・陽子散乱)
   ミューオン数が $1+0 \rightarrow -1+0$ になっていて、ミューオン数保存が破れている。
   (ウ) $K^0 \rightarrow \mu^+ + e^-$ 　(K 中間子稀崩壊)5-10
   電子数が $0 \rightarrow 0+1$、ミューオン数 $0 \rightarrow -1+0$ でそれぞれ破れている。ただしレプトン数の合計は保存している。
2. 式(4.3)で g=e, $G \cong 10^{-5}/m_N^2$、m_N=0.9396GeV/c² とすると、弱い相互作用のゲージボソンの質量Mはいくらと求まるか？g~2 は電磁相互作用と弱い相互作用の統一を示唆する。

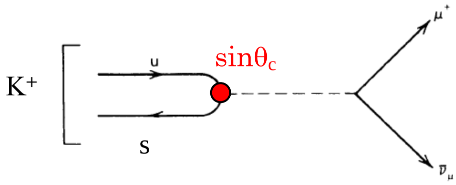
$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M^2} \text{ より } M = \sqrt{\frac{\sqrt{2}e^2}{8G}} = \sqrt{\frac{\pi \cdot \alpha \cdot m_N^2}{\sqrt{2} \times 10^{-5}}} \sim \sqrt{\frac{3.14 \times 0.9396^2}{137 \times 1.414 \times 10^{-5}}} \sim 37.8 \ \text{GeV/c}^2$$

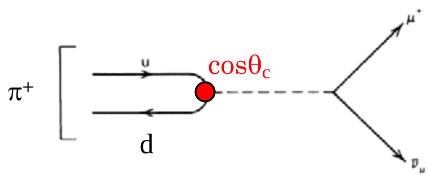
3. 弱い相互作用においてベータ崩壊、μ粒子崩壊、π崩壊の崩壊幅(寿命の逆数)を計算すると常にフェルミ定数（G）の二乗かけるエネルギーの 5 乗に比例している。この理由を次元の考察から説明せよ。また反応断面積は式(4.13)にあるようにフェルミ定数（G）の二乗かけるエネルギーの 2 乗に比例している。この理由も次元の考察から説明せよ。
   （解答）崩壊幅の逆数はエネルギーの次元を持つ。フェルミ定数 G は質量の 2 乗の逆数、つまりエネルギーの－2 乗の次元を持ち、崩壊幅(寿命の逆数)は G の 2 乗に比例する。G² にエネルギーの 5 乗をかけることで、エネルギーの次元となる。
   同様に反応断面積は距離の 2 乗、つまりエネルギーの－2 乗の次元を持つ。G² にエネルギーの 2 乗をかけることで、エネルギーの－2 乗の次元が得られる。

4. 質量 140MeV の π 中間子の寿命は 2.6×10^{-8}sec である。質量 500MeV の荷電 K^+中間子も主崩壊モードが $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$ であると仮定する。K^+の寿命を求めたい。
   (ア) $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu$崩壊はクォークレベルでは $u+\bar{d} \rightarrow \mu^+\nu$、$K^+ \rightarrow \mu^+\nu$崩壊はクォークレベルでは $u+\bar{s} \rightarrow \mu^+\nu$である。カビボ角による K^+崩壊の抑制効果は

$$\frac{\Gamma(K \rightarrow \mu\nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\nu)} \propto \frac{\sin^2\theta_c}{\cos^2\theta_c} = \tan^2\theta_c \sim 0.05$$

   となることを示せ。





   K^+崩壊の us バーテックスは $\sin\theta_c$、π^+崩壊の ud バーテックスは $\cos\theta_c$ をもち、崩壊幅は不変振幅の 2 乗をなるので、崩壊幅の比は $\left|\frac{\sin\theta_c}{\cos\theta_c}\right|^2$ に比例する。

   (イ)　$f_K = m_K$と仮定して、π^+の寿命から K^+の寿命を求めよ。実際の荷電 K^+中間子の寿命は 1.2×10^{-8}sec である。

   式(4.11)よりπ中間子の寿命の逆数は $\frac{1}{\tau_\pi} = \Gamma_\pi = \frac{G^2}{8\pi} f_\pi^2 m_\pi m_\mu^2 (1-\frac{m_\mu^2}{m_\pi^2})^2 = \frac{1}{2.6\times10^{-8}}$。K 中間子の寿命は

$$\tau_K = \frac{1}{\Gamma_K} = \frac{1}{\tan^2\theta_c}\frac{1}{\Gamma_\pi}\frac{f_\pi{}^2}{f_K{}^2}\frac{m_\pi}{m_K}\frac{(1-m_\mu{}^2/m_\pi{}^2)^2}{(1-m_\mu{}^2/m_K{}^2)^2} = \frac{1}{0.05}\cdot 2.6\times10^{-8}\cdot\frac{140^2}{500^2}\cdot\frac{140}{500}\cdot\frac{(1-0.57)^2}{(1-0.045)^2}$$

$= 0.23\times10^{-8}$

秒となる。実際の K 中間子の寿命はこの値よりも長く、崩壊が起こりにくい。これには崩壊を抑制する他のメカニズムが働いていると予想できる。

（ウ）$\dfrac{\Gamma(K\to e\nu)}{\Gamma(K\to\mu\nu)}$ を求めよ。この値が $\dfrac{\Gamma(\pi\to e\nu)}{\Gamma(\pi\to\mu\nu)}$ よりも小さくなっていることについて考察せよ。

$$\frac{\Gamma(K\to e\nu)}{\Gamma(K\to\mu\nu)} = \frac{m_e^2(m_K^2-m_e^2)^2}{m_\mu^2(m_K^2-m_\mu^2)^2} = \frac{0.511^2(500^2-0.511^2)^2}{106^2(500^2-106^2)^2} = 0.255\times10^{-4}$$ 。

この値が $\dfrac{\Gamma(\pi\to e\nu)}{\Gamma(\pi\to\mu\nu)}$ よりも小さいのは、K 中間子の方が π 中間子よりも重いので、

ヘリシティ抑制がより強く効くためである。$m_{中間子} >> m_\mu$、m_e の極限では

$$\frac{\Gamma(中間子\to e\nu)}{\Gamma(中間子\to\mu\nu)} = \frac{m_e^2}{m_\mu^2} = \frac{0.511^2}{106^2} = 0.232\times10^{-4}$$ となる。

5.　式(4.14)を導く時に用いた t≈−s/2・(1−cosθ)を確かめよ。またヘリシティー保存から反ニュートリノ散乱で前方散乱が抑制されることを説明せよ。

（解答）（注）説明が不十分でした。前方散乱とは電子が反ニュートリノの進行方向（前方）に散乱される反応を意味しています。

s,t はローレンツ不変な変数より重心系で考える。式(2.29)より

$$\begin{aligned} s &\sim 2p_a\cdot p_b = 4p_a^2 \\ t &\sim -2p_a\cdot p_c = -2p_a^2(1-\cos\theta) \end{aligned}$$ 。よって $t\sim -1/s^2\cdot(1-\cos\theta)$。

重心系で考える。下図で明らかなように反ニュートリノは右巻き、電子は左巻きなのでヘリシティが完全に正味 1 の J=1 状態を通して進行する。始状態で反ニュートリノの進行方向を正とする場合、スピンの和は J_z=+1 となる。終状態で θ =1 は後方散乱に対応し、この場合下図からも明らかなようにスピンの和は J_z=−1 となり各運動量保存に反する。