

**素粒子物理学 I レポート No.1 (提出期限 5月2日)**

(\*) A4 レポート用紙に学生番号と名前を記入して提出すること。回答用紙が複数枚になる場合はホッチキスでとめて提出すること。

1. 【粒子の質量】 次の素粒子の質量を調べなさい。ニュートリノに関しては質量の上限値でよい。
- (ア)  $e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$
  - (イ)  $\gamma, g$  (グルーオン),  $W^\pm, Z^0$ , top クォーク, charm クォーク, up クォーク
  - (ウ)  $\pi^\pm, \pi^0, p, n, K^\pm, \phi$  (ss状態),  $J/\Psi(1S: cc\text{状態}), \Upsilon(1S: bb\text{状態})$

2. 【粒子の寿命】 次の粒子の寿命を調べなさい。寿命が短すぎて測れない粒子は、その粒子の幅から寿命に換算しなさい。

- (ア)  $\mu, \tau$
- (イ)  $W^\pm, Z^0, D^+$ メソン,  $B^+$ メソン
- (ウ)  $\pi^\pm, \pi^0, \rho, \omega, \eta, n, K^\pm, \phi$  (ss状態),  $J/\Psi(1S: cc\text{状態}), \Upsilon(1S: bb\text{状態})$   
 (考察) 粒子の寿命を調べると、素粒子の相互作用が見えてくる。例えば、何故  $\pi^+$  と  $\pi^0$  の寿命が大きく違うのか、 $\rho^+(\text{ud})$  と  $\pi^+(\text{ud})$  の寿命の違いの原因は何か？また  $J/\Psi(1S)$  と  $\Upsilon(1S)$  の寿命の違いを比べるのも面白い。例えば、 $J/\Psi(1S)$  の寿命よりも、 $\Upsilon(1S)$  の寿命の方が長い。粒子は重くなると崩壊できる状態数 (Phase Space) が増えるので、一般には寿命は短くなるのが普通である。なぜ、 $\Upsilon(1S)$  は  $J/\Psi(1S)$  より寿命が長いのか？考えてみてください。

3. 【粒子の質量幅と不確定性原理】 ブライト-ウィグナーの共鳴公式

寿命  $\tau$  の粒子の個数  $N(t)$  は初期値を  $N_0$  とし、 $N(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau}$  と表せる。

その粒子の波動関数を  $\phi(t)$  とすると、その存在確率は  $|\phi(t)|^2 \propto e^{-t/\tau}$  である。エネルギー固有状態の波動関数は、 $\varphi(x,t) \propto \varphi(x)e^{-iEt/\hbar}$  のような時間依存性を持ち、 $E = E_0 - i\Gamma/2$  とおく。

(ア)  $\Gamma = \hbar/\tau$  を示せ。不安定であることと、虚数のエネルギーをもつことが同等であることが分かる。

(イ) 次に、波動関数を次のようにエネルギーの関数としてフーリエ分解する。

$$\tilde{\varphi}(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dt \varphi(t) e^{iEt/\hbar}$$

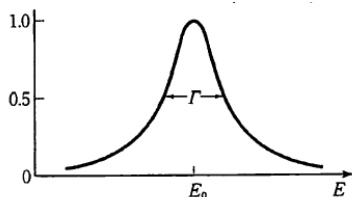
初期条件を  $t < 0$  において  $\phi(t) = 0$  とし

$$\tilde{\varphi}(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{i\hbar}{E - E_0 + i(\Gamma/2)}$$

(ウ) 素粒子があるエネルギー  $E$  をとる確率  $P(E)$  は  $|\tilde{\varphi}(E)|^2$  に比例するので、

$$P(E) \propto |\tilde{\varphi}(E)|^2 = \frac{|\varphi(0)|^2}{2\pi} \frac{\hbar^2}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

となる。この関数は以下の形をしており、ブライト-ウィグナーの共鳴公式と呼ばれる。その半値全幅 (FWHM=Full Width at Half Maximum) は  $\Gamma$  となる。よって短寿命粒子 (主に共鳴状態として存在する粒子) では幅  $\Gamma$  を寿命の代わりに使う。



ローレンツィアン=ブライト-ウィグナーの共鳴公式

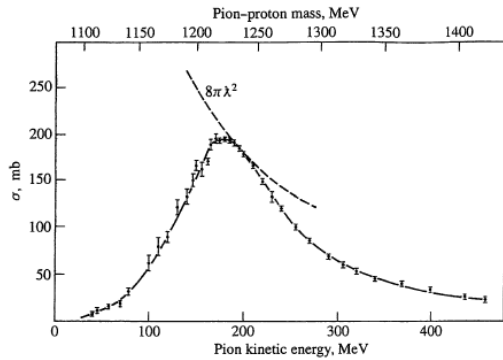


Fig. 2.11. The  $\pi^+p$  elastic scattering cross-section in the region of the  $\Delta^{++}(1232)$  resonance. The central mass is 1232 MeV and the width is  $\Gamma = 120$  MeV. Note that the formula (2.28) holds strictly for a narrow resonance. For a broad resonance with width comparable with the central mass, such as the  $\Delta^{++}$ , the final-state phase-space factor varies appreciably over the width so that, in comparison with Figure 2.10, the resonance curve appears asymmetric.

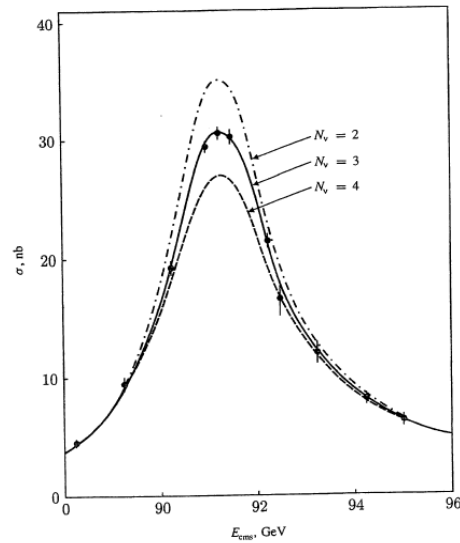


Fig. 2.12. The cross-section for the reaction  $e^+e^- \rightarrow \text{anything}$ , in the neighbourhood of the  $Z^0$  resonance, plotted against cms energy. The data is a collection from experiments at the CERN LEP collider. The three curves are the (Standard Model) predictions for the total width, for two, three or four flavours of neutrino. Clearly for the data  $N_\nu = 3$  is indicated, as in (2.33).

上図：共鳴粒子の例。左が  $\Delta^{++}$  粒子 (uuu) で質量 1232MeV、幅 120MeV を持つ。右図は弱い相互作用のウィークボゾン Z 粒子である (質量と幅は問題 1, 2 参照)。Z 粒子の幅の測定からは、Z 粒子の性質だけでなく、ニュートリノの個数が求められた (何故かは考察して下さい。そのうち講義でやります)。

4. 核力の到達範囲を考慮する。  $\pi$  中間子の質量を  $140\text{MeV}/c^2$  として、不確定性原理  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ 、 $\Delta E = c\Delta t$ 、を使って仮想  $\pi$  中間子が相互作用を及ぼす距離  $\Delta l \approx \frac{\hbar c}{140\text{MeV}} = ??\text{cm}$  ( $\pi^+$  のコンプトン波長) を求めよ。この距離は原子核の大きさと同程度である。次に  $\sigma = (\Delta l)^2$  は強い相互作用の典型的な断面積を表す。  $\sigma$  は何バーン(b)か？
5.  $100\text{GeV}/c$  の高エネルギー電子で測定できる物質の構造の大きさの限界を示せ。(ヒント) 物質の構造を観測できる解像度はその粒子のドブロイ波長程度である。参考までに  $400\text{nm}$  の波長の可視光のエネルギーは  $3\text{eV}$  程度である。
6. 1 次宇宙線 (主に陽子) が大気中で原子核と反応し  $\pi^+$  中間子 (質量  $140\text{MeV}/c^2$ ) が生成される。しかし地上で観測される宇宙線の大部分は  $\mu$  粒子 (質量  $100\text{MeV}/c^2$ ) である。この現象について考察する。
  - (ア)  $7\text{GeV}$  の  $\pi^+$  中間子が上空  $10,000\text{m}$  で生成されたとして、 $\pi^+$  中間子が地上に到達する確率を求めよ。
  - (イ)  $\pi^+$  は  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$  と崩壊する。 $\pi^+$  の崩壊で  $5\text{GeV}$  の  $\mu$  粒子が上空  $10,000\text{m}$  で生成された場合、地上に到達する確率を求めよ。  
(ヒント)  $\beta$ 、 $\gamma$  を求め実験室系での寿命を求めよ。光速は  $3 \times 10^8\text{m/s}$  である。
7. 選考している課題研究 (または課題演習) と自分が今後 (大学院?) 選考したいと思っている物理の分野を教えてください。  
例：素粒子実験、素粒子理論、原子核理論、プラズマ、光物理学、半導体、生命物理、、、