

電子陽電子消滅

$$(e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma, e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma\gamma)$$

の分岐比の測定

2003 年度前期課題演習 A1

加納聖士 川田隆裕 熊谷友多 柴田康介 蓑輪陽介

平成 15 年 12 月 19 日

目次

実験の概要 1
方法原理 1
実験結果 5
レートの測定 5
イベント数の測定 5
カットの妥当性の確認17
解析25
検出器の占める立体角計算・零次近似27
・ 計算機シミュレーション29
・ 2 イベントの検出器配置について29
ピーク効率の計算・資料による方法30
・ 線応答エネルギースペクトル30
・ 計算機シミュレーション31
考察32

付録プログラム

solid_angle.c , efficiency.c

実験の概要

ポジトロニウムは 1946 年 J. A. Wheeler によって提唱され 1951 年 Martin Deutsch によって確認された。

これは電子と陽電子、各一個から構成される原子に似た存在である。陽電子と電子が互いに電氣的に引付け合うことで、一つのポジトロニウムを形成する。しかしこのポジトロニウムは非常に不安定な存在であり、短い時間で陽電子と電子が対消滅を起こして光子を放出する。この際、運動量が保存されなければならないので少なくとも二個以上の光子を放出することが要求される。さらにスピンの保存を要求し、陽電子および電子のスピンが $1/2$ であり光子のスピンは 1 であることを考えると、全スピンによって放出光子数が異なることがわかる。具体的には、陽電子と電子のスピン状態が、反平行なパラポジトロニウムは寿命 1.25×10^{-10} s で 2 つの光子に崩壊し、平行なオルソポジトロニウムは寿命 1.4×10^{-7} s で 3 つの光子に崩壊する（寿命はいずれも真空中での値）。実際には 4 光子以上の崩壊も起こりうるが、非常に低確率であるため今回は考慮しない。

本実験では、 ^{22}Na の正の β 崩壊による陽電子が作るポジトロニウムを用いる。2 光子崩壊と 3 光子崩壊の起こる確率の比を測定し、理論値との比較を行うことを目的とする。

方法・原理

この実験では線源として ^{22}Na を用いる。 ^{22}Na は 1275keV の γ 線と陽電子線をほぼ同時にだす。そして陽電子がポジトロニウムとなり、オルソ・パラの違いにより 2γ や 3γ に崩壊する。この 3γ 崩壊と 2γ 崩壊の比を測定する。

これに対して以下の 4 つの実験を行った。

1) NaI シンチレーターと PMT の一体となっている物(以下検出器) を 3 個用いて 3γ を検出する。(以下 3γ の検出と呼ぶ)

2) 2 個の検出器を用いて 2γ を検出する。(以下 2γ の検出と呼ぶ)

3) 4 個の検出器を用いて 3γ と 1275keV の γ 線を検出する。(以下 $3\gamma+1$ の検出と呼ぶ)

4) 3 個の検出器を用いて 2γ と 1275keV の γ 線を検出する。(以下 $2\gamma+1$ の検出と呼ぶ)

なお、3) 4) は 1275keV によるコンプトン散乱などのバックグラウンドを取り除くため、 1275keV の γ 線を測定しようという意図である。

用いた検出器を順に①・②・③・④と番号をうち、検出されたエネルギーをそれぞれ $E_1 \cdot E_2 \cdot E_3 \cdot E_4$ とした。また検出器④は 1275keV の測定にのみ使った。

3γ はエネルギー保存則より 3 つたして 1022keV のエネルギーをもつ。運動量保存則も考えると一つあたりの γ 線は 511keV 以下のエネルギーしかもてない。つまり 3γ のうち

のどの2つをたし合わせても511 keVより大きくなるはずである。今、1) 3)のとき、実際に観測したい 3γ 以外のイベントも検出器は拾ってしまう。そのため得たデータに対して上記より以下のようなcutをいれる。

a) $E_1 < 511 \text{ keV}$

b) $E_i + E_j > 511 \text{ keV}$

c) $E_1 + E_2 + E_3 = 1022 \text{ keV}$

同様に2 γ の場合もエネルギー保存則と運動量保存則より2本の γ 線はback to backに511 keVの大きさで検出されるはずである。よって以下のようなcutをいれる。

a) $E_1 = 511 \text{ keV}$, $E_2 = 511 \text{ keV}$

準備

まず検出器のcalibrationを行った。

検出器にHigh Voltageをかけた。(検出器①には850 v 検出器②には750 v 検出器③には950 v 検出器④には-850 v 以下各検出器には同じHigh Voltageをかけた。)

検出器から23 cm離して線源(^{22}Na , ^{60}Co , ^{137}Cs)をおいた。

図1のように配線して線源からでる γ 線を測定し、ピークのADC.NO. (X)と既知のエネルギーの関係を調べ直線近似をした。

結果以下のようなになった。

検出器① $E_1 = X \times 0.52965 - 25.067$

検出器② $E_2 = X \times 0.43235 - 38.717$

検出器③ $E_3 = X \times 0.42399 + 1.7749$

検出器④ $E_4 = X \times 0.72818 - 47.651$

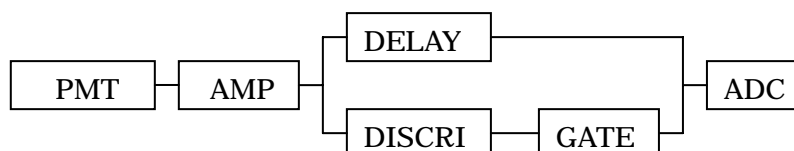


図1 測定器の配線図

次に線源 ^{22}Na を用意しアクリル板で覆った。これは陽電子線が直接出てくるのを防ぐためである。

1) 3γ の検出

back to back を検出しないように注意しながら 3 個の検出器を図 2 のように配置した。線源は高さ 8 cm の位置に置いた。 ^{22}Na のまわりに検出器を 120° 間隔で配置した。鉛は一度検出器に入った γ 線が別の検出器に入るのを防ぐためにおいた。

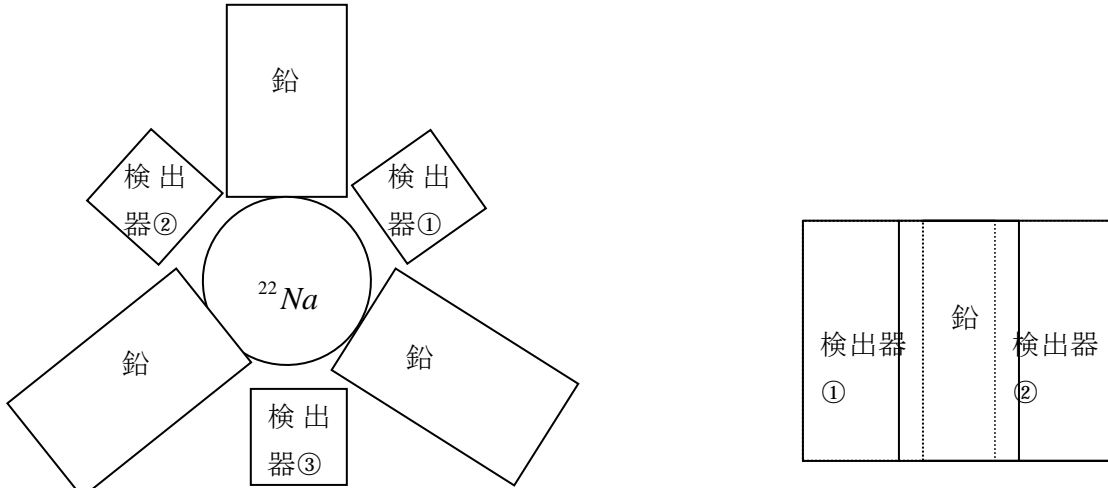


図 2 3 個の検出器を上から見た図(左)と横から見た図(右)

2) 2γ の検出

2 個の検出器を図 3 のように配置した。これは上で述べたように 2γ が **back to back** で出るためである。

線源は高さ 8 cm の位置に置いた。

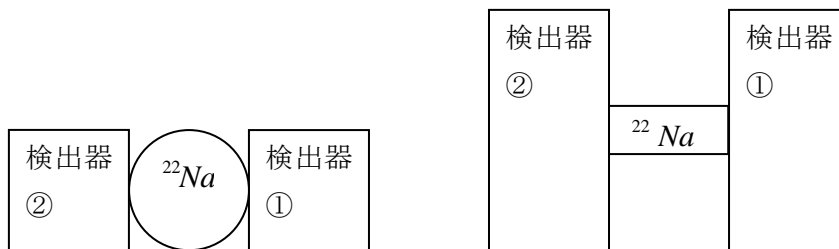


図 3 2 個の検出器を上から見た図(左)と横から見た図(右)

3) $3\gamma + 1$ の検出

4 個の検出器を図 4 のように配置した。

検出器④は 1275 keV の γ 線を検出するためである。

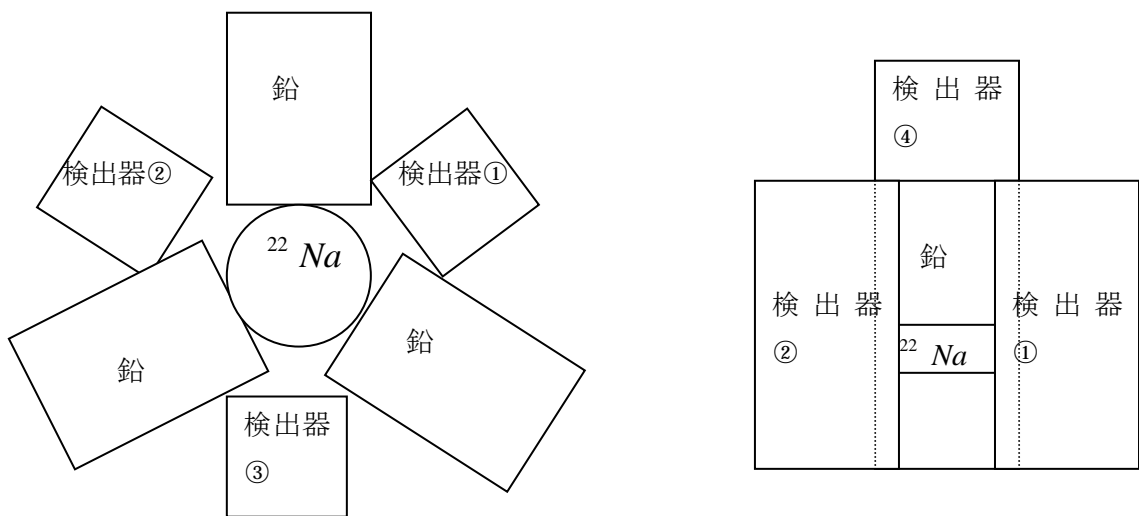


図4 4個の検出器を上から見た図(左)と横から見た図(右)

4) $2\gamma+1$ の検出

3個の検出器を図5のように配置した。

検出器④は1275 keVの γ 線を検出するためである。

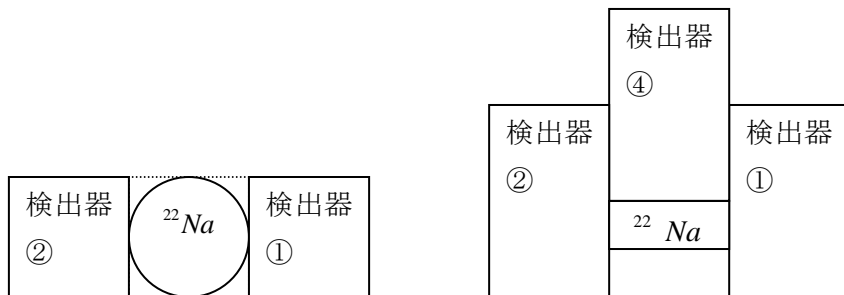


図5 3個の検出器を上から見た図(左)と横から見た図(右)

なお、1) ~ 4) の実験における測定器の配線図は下図6である。

Discriminator のスレッシュホールドは16.6 mV

Discriminator から出る信号の幅を170 nsにした。

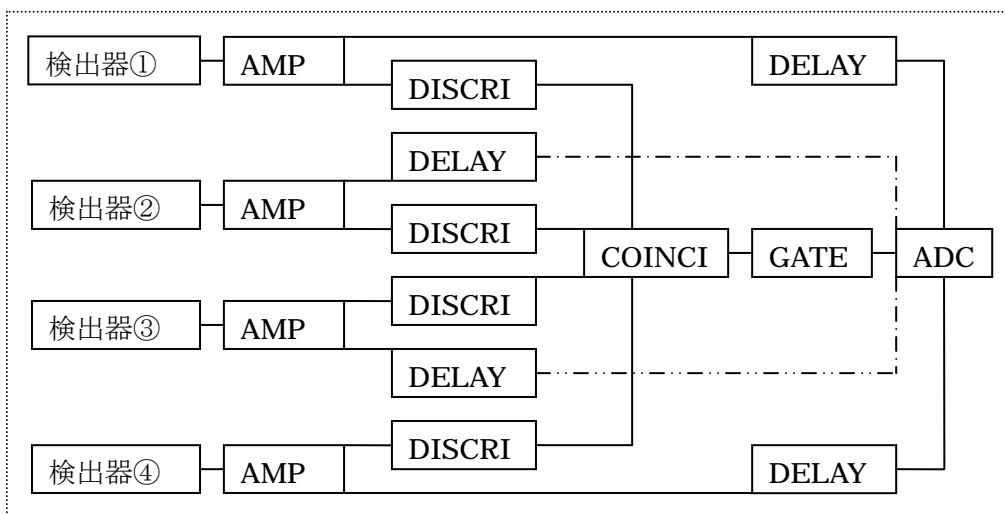


図 6 測定器の配線図

実験結果

レートの測定

各実験におけるイベントの発生回数を 1 分間または 2 分間スケーラーで測定し、単位時間当たりの各イベントの発生回数（レート）を求めた。

1) 3γ

1 分間の測定を 2 回行った。結果は、1485 回 / 1 分、1476 回 / 1 分であった。平均値は 24.68Hz である。この平均値をもって 3γ の測定レートとする。

2) 2γ

1 分間の測定を 2 回行った。結果は、73225 回 / 1 分、75480 回 / 1 分であった。平均値は 1232.975Hz である。この平均値をもって 2γ の測定レートとする。

3) $3\gamma + 1$

2 分間の測定を 2 回行った。結果は、220 回 / 2 分、217 回 / 2 分であった。平均値は 1.821Hz である。これをもって $3\gamma + 1$ の測定レートとする。

4) $2\gamma + 1$

2 分間の測定を 1 回行った。結果は、9389 回 / 2 分であった。これを、単位時間当たり直した 78.24Hz を $2\gamma + 1$ の測定レートとする。

イベント数の測定

3γ 、 2γ 、 $3\gamma + 1$ 、 $2\gamma + 1$ の各実験の結果を以下に示すが、それぞれのエネルギー分布の特徴をはっきりさせるために、Na 線源を 1 つの検出器で測定した場合の γ 線ス

ペクトルを、図0に示しておく。

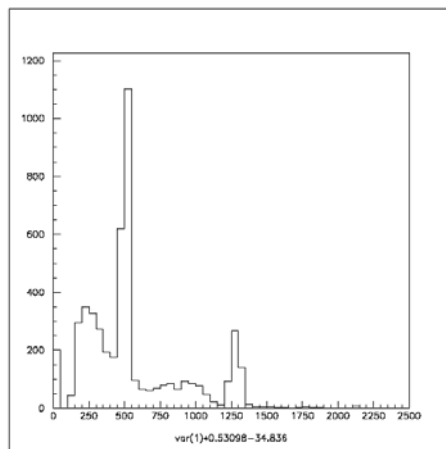


図0 Na線源の γ 線スペクトル

なお、このあとのグラフのタイトルで E4 となっているのは E3、E5 となっているのは E4 の誤りである。

1) 3 γ の実験データ

カットを施す前の検出器1, 2, 3のエネルギー (E_1, E_2, E_3) の分布を図1~図4に、 $E_1 + E_2 + E_3$ の分布を図5に示す。なお、イベント数は1000000である。

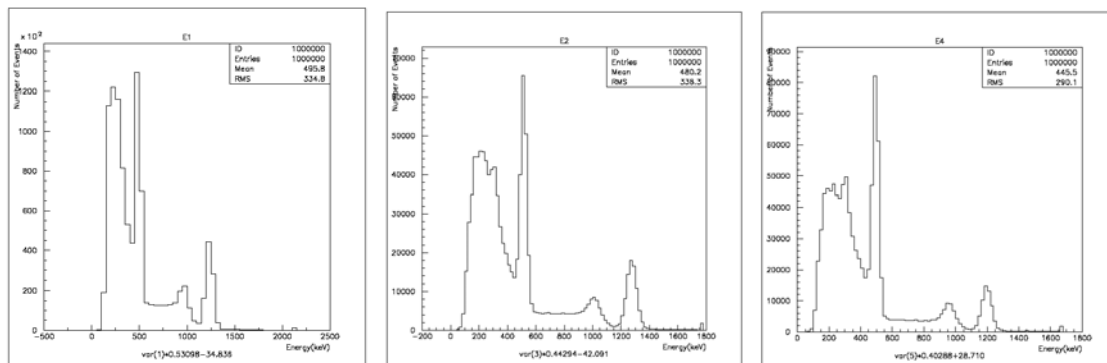


図1 E_1 の分布 (カットなし) 図2 E_2 の分布 (カットなし) 図3 E_3 の分布 (カットなし)

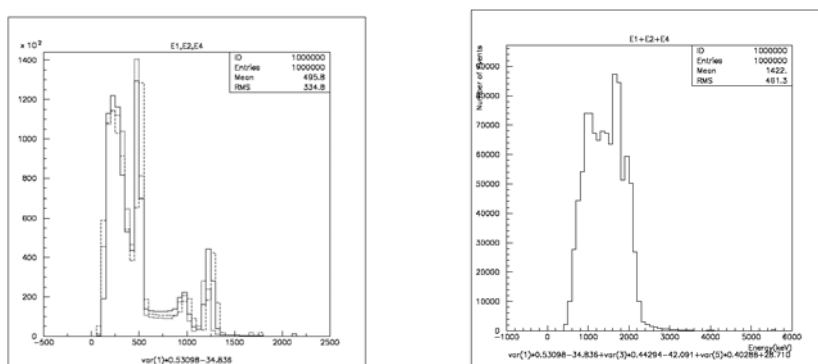


図4 E_1, E_2, E_3 の分布 (カットなし) 図5 $E_1 + E_2 + E_3$ の分布 (カットなし)

この段階では、目だった特徴が見られない。これは、3つの検出器を同時に鳴らすイベントには、3 γ 以外にいろいろあるためと考えられる。(511keVの γ 線、511keVの γ 線がコンプトン散乱して生じた散乱 γ 線、1275keVの γ 線が3つの検出器に入る場合など)

次に、 $E_i < 511\text{keV}$ ($i = 1, 2, 3$) のカット (実際には511keVより低いところでカットを入れるが簡単のためこう呼ぶ) を入れる。 E_1, E_2, E_3 のエネルギー分布 (上の図1~図3参照、実際には511keV付近を拡大して調べた。以下のカットにおいても同様) において、511keVのピークを含まないような範囲は、それぞれ、

$$E_1 < 426.75\text{keV} \quad E_2 < 446.79\text{keV} \quad E_3 < 435.52\text{keV}$$

と判断し、これらを同時に満たすものだけを拾い上げるというカットを設定した。なお、カットの妥当性について確認も行ったが、その結果は後にのせることにする。

このカットを入れた後の $E_1 + E_2 + E_3$ の分布は、次頁図6のようになった。このカットをいれるとイベント数は、1000000から145979に減った。

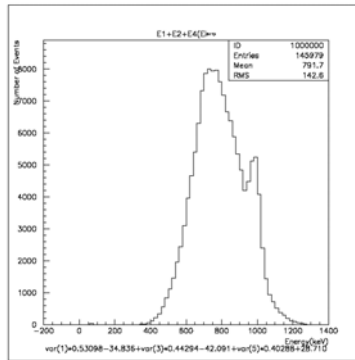


図6 $E_1 + E_2 + E_3$ の分布 ($E_i < 511\text{keV}$)

とらえたいイベントである 3γ による 1022keV のピークの存在も確認できるが、 750keV 付近にピークをもつイベントの方が多い。

さらに、 $E_i + E_j > 511\text{keV}$ ($i, j = 1, 2, 3 \ i \neq j$) のカットを入れる。 $E_i < 511\text{keV}$ のカットを施した後の、 $E_1 + E_2$, $E_1 + E_3$, $E_2 + E_3$ のエネルギー分布を調べると、 511keV 付近にピークがあるので、そのピークの影響を受けないように、

$E_1 + E_2 > 545.03\text{keV}$ $E_1 + E_3 > 545.03\text{keV}$ $E_2 + E_3 > 524.17\text{keV}$
を同時に満たすものだけを拾い上げるというカットを設定する。(下の図7～図9参照)

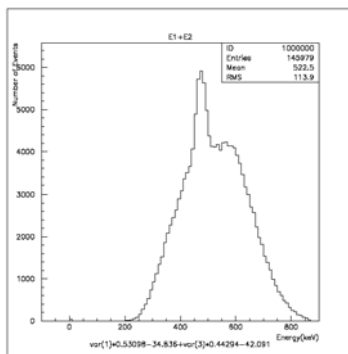


図7 $E_1 + E_2$ ($E_i < 511\text{keV}$)

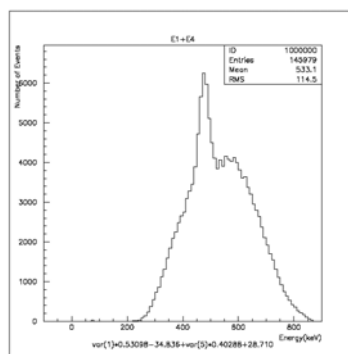


図8 $E_1 + E_3$ ($E_i < 511\text{keV}$)

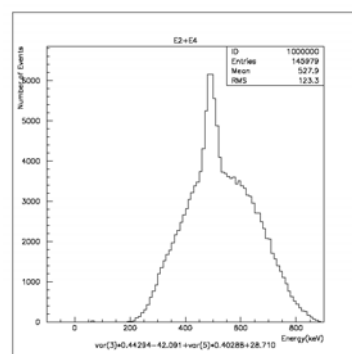


図9 $E_2 + E_3$ ($E_i < 511\text{keV}$)

$E_i < 511\text{keV}$ と $E_i + E_j > 511\text{keV}$ のカットを両方入れた $E_1 + E_2 + E_3$ の分布は、次頁の図10のようになった。イベント数は 145979 から 28687 に減った。

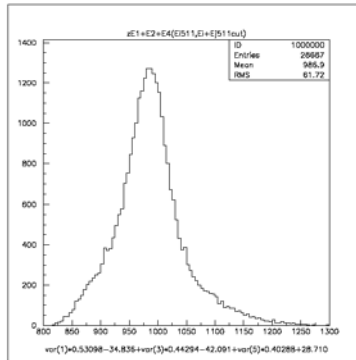


図10 $E_1 + E_2 + E_3$ の分布 ($E_i < 511\text{keV}$, $E_i + E_j > 511\text{keV}$)

最終的に残ったイベントが3 γ だけだとするとピークを軸に対称な分布になることが期待されるが、高エネルギーに分布している割合がやや高い。このことから、3 γ 以外のイベントでエネルギー和が1022keV以上になるものが取り除けていないのではないかと思われる。

2) 2 γ の実験データ

カットを施す前の検出器2, 3のエネルギー (E_2 , E_3) の分布を図11、図12に、示す。なお、イベント数は1000000である。

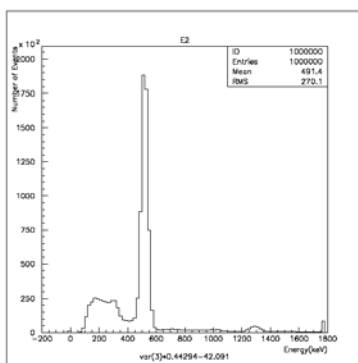


図11 E_2 の分布 (カットなし)

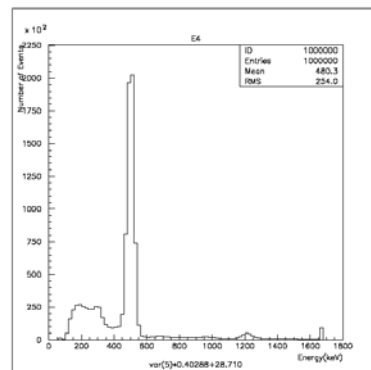


図12 E_3 の分布 (カットなし)

単独計測よりも1275keVピークが非常に小さい。511keVのエネルギーを持つ2本の γ 線がランダムな方向に飛んでいるなら、たまたま511keVの γ 線と1275keVの γ 線が同時に入る確率と511keVの γ 線が2本同時に入る確率はあまり変わらないはずであるから、1275keVピークがここまで小さくことはない。このことからback to backの2 γ の存在が確認できる。

また、 $E_2 + E_3$ の分布を次頁の図13に示す。

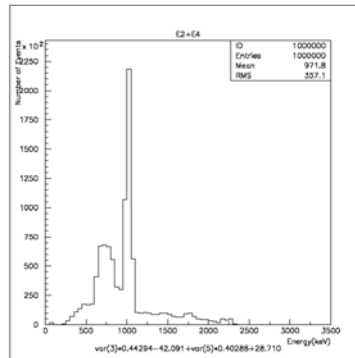


図 1 3 $E_2 + E_3$ の分布 (カットなし)

次に、 E_2 、 E_3 の分布をもとにして、 $E_2 \cong 511 \text{ keV}$ 、 $E_3 \cong 511 \text{ keV}$ のカットを入れる。511 keV のピークをほぼ全て含むと考えられる、

$$447.93 \text{ keV} < E_2 < 580.76 \text{ keV} \quad 435.52 \text{ keV} < E_3 < 560.73 \text{ keV}$$

の範囲にあるイベントのみを残すカットを設定した。(前頁図 1 1、図 1 2 参照。)

このカットを施した後の $E_2 + E_3$ の分布は、下の図 1 4 のようになった。カットを入れることにより、イベント数は 1000000 から 363839 に減った。

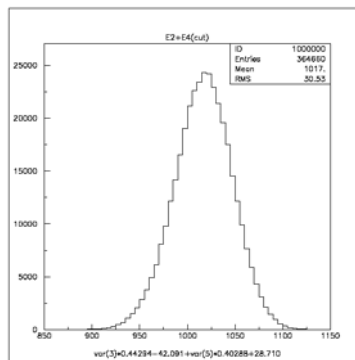


図 1 4 $E_2 + E_3$ の分布 ($E_2 \cong 511 \text{ keV}$ 、 $E_3 \cong 511 \text{ keV}$)

3γ の実験結果とは異なり、かなりガウス分布に近い。平均値は 1017 keV であり、1022 keV より少し低い。これはキャリブレーションの誤差によるものと考えられる。

3) $3\gamma + 1$ の実験データ

カットを施す前の検出器 1, 2, 3, 4 のエネルギー (E_1, E_2, E_3, E_4) の分布を図 15 ~ 図 19 に示す。なお、イベント数は 1045000 である。

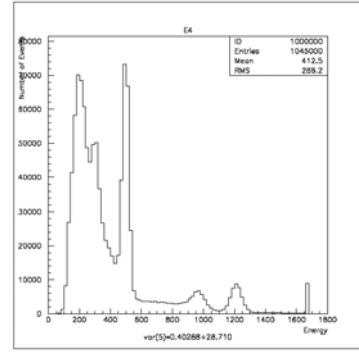
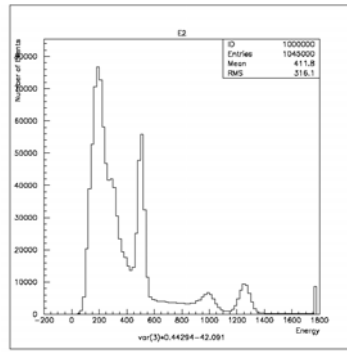
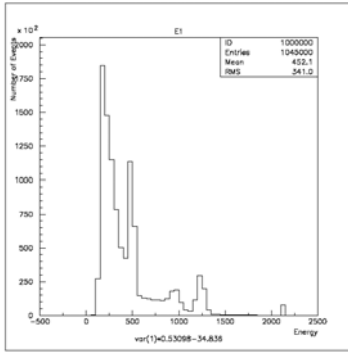


図 15 E_1 の分布 (カットなし)

図 16 E_2 の分布 (カットなし)

図 17 E_3 の分布 (カットなし)

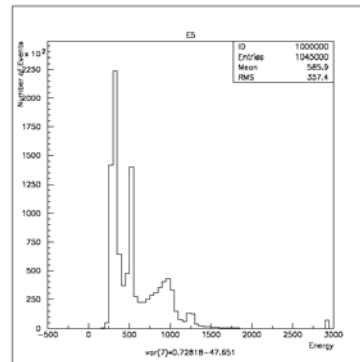
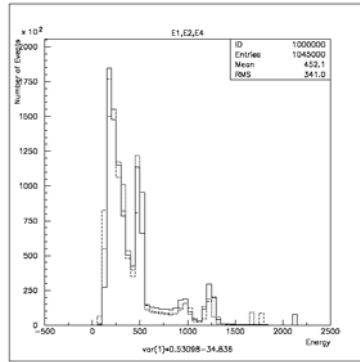


図 18 E_1, E_2, E_3 の分布 (カットなし)

図 19 E_4 の分布 (カットなし)

E_1, E_2, E_3 の分布で特徴的なのは、1275keV ピーク及びそのコンプトン散乱部が少ないことと、511keV のコンプトン散乱部が 511keV ピークに対して多いことである。 E_4 の分布では、1275keV ピークのコンプトン散乱部がもっとも多くなっている。このことから、4つの検出器を同時に鳴らす事象として、検出器 4 に 1275keV γ 線がコンプトン散乱して生じた散乱電子が入り、他の 3 つの検出器に、1275keV γ 線がコンプトン散乱して生じた散乱 γ 線、511keV γ 線、511keV γ 線がコンプトン散乱して生じた散乱 γ 線が入るようなイベントが多いことが分かる。

$E_1 + E_2 + E_3$ の分布を次頁の図 20 に示す。

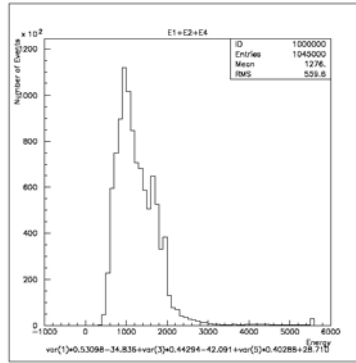


図 2 0 $E_1 + E_2 + E_3$ の分布 (カットなし)

1022keV のところにピークが認められるが、その他に 1800keV、2000keV 付近にもピークが存在している。1022keV のピークもこの段階では全てが 3 γ によるものなのかははっきりしない。

まず、 $E_4 \cong 1275\text{keV}$ のカットを入れる。 E_4 のエネルギー分布 (前頁図 1 9 参照) において、1 2 7 5 keV のピークをほぼすべて含むと考えられる範囲は、

$$1175.5\text{keV} < E_4 < 1328.3\text{keV}$$

である。そこで、 E_4 がこの範囲にあるイベントだけを拾い上げるカットを設定した。

このカットを施した後の $E_1 + E_2 + E_3$ の分布は、下の図 2 1 のようになった。イベント数は 1045000 から 31767 に急減した。

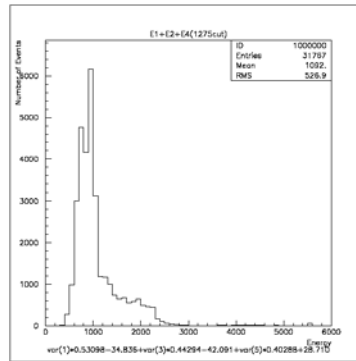


図 2 1 $E_1 + E_2 + E_3$ の分布 ($E_4 \cong 1275\text{keV}$)

$E_1 + E_2 + E_3 > 1022\text{keV}$ であるイベントが大幅に減っていることがわかる。

次に、 $E_i < 511\text{keV}$ ($i = 1, 2, 3$) のカットを入れる。 $E_4 \cong 1275\text{keV}$ のカット後の E_1, E_2, E_3 のエネルギー分布で、5 1 1 keV のピークを含まないような範囲を、

$$E_1 < 426.75\text{keV} \quad E_2 < 446.79\text{keV} \quad E_3 < 435.52\text{keV}$$

と判断した。(次頁図 2 2 ~ 図 2 4 参照) そこで、これらを同時に満たすものだけを拾い上げるというカットを設定した。

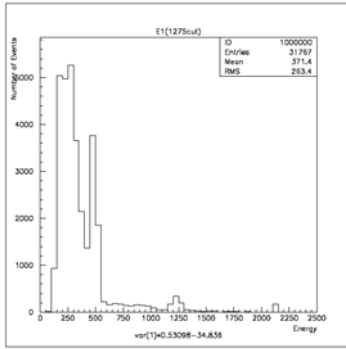


図 2 2 E_1 ($E_4 \approx 1275 \text{ keV}$)

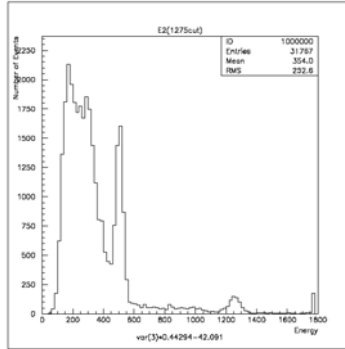


図 2 3 E_2 ($E_4 \approx 1275 \text{ keV}$)

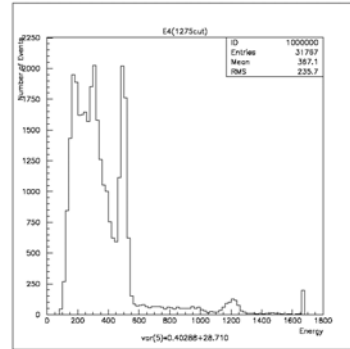


図 2 4 E_3 ($E_4 \approx 1275 \text{ keV}$)

$E_4 \approx 1275 \text{ keV}$ と $E_i < 511 \text{ keV}$ のカットを入れた後の $E_1 + E_2 + E_3$ の分布は、下の図 2 5 のようになった。このカットをいれるとイベント数は、31767 から 15295 に減った。

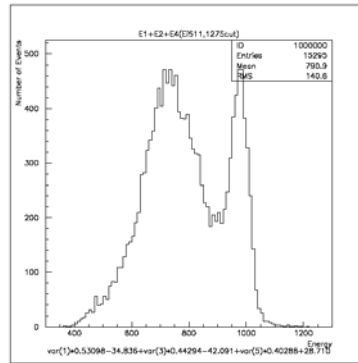


図 2 5 $E_1 + E_2 + E_3$ の分布 ($E_4 \approx 1275 \text{ keV}$, $E_i < 511 \text{ keV}$)

1022 keV にピークが立つが、それと同じ程度の大きさのピークが 750 keV 付近にも立つ。

さらに、 $E_i + E_j > 511 \text{ keV}$ ($i, j = 1, 2, 3$ $i \neq j$)のカットを入れる。 $E_4 \approx 1275 \text{ keV}$ 、 $E_i < 511 \text{ keV}$ のカット後の、 $E_i + E_j$ のエネルギー分布は図 2 6 ~ 図 2 8 のようになった。

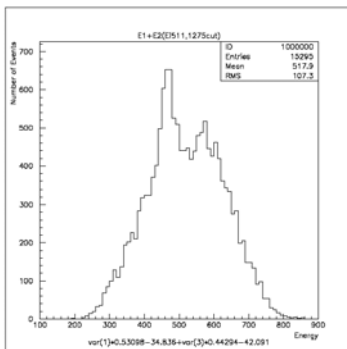


図 2 6 $E_1 + E_2$ ($E_i < 511 \text{ keV}$)

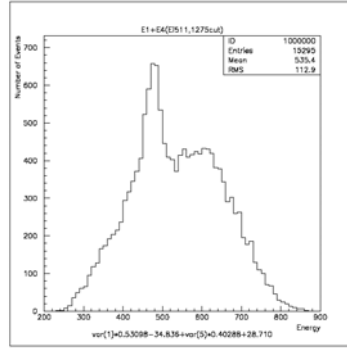


図 2 7 $E_1 + E_3$ ($E_i < 511 \text{ keV}$)

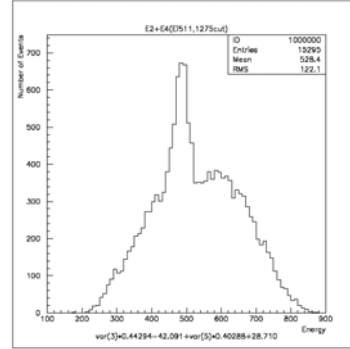


図 2 8 $E_2 + E_3$ ($E_i < 511 \text{ keV}$)

どの分布も 511 keV 付近にピークがあるので、そのピークの影響を受けないように、

$E_1 + E_2 > 534.22\text{keV}$ $E_1 + E_3 > 534.66\text{keV}$ $E_2 + E_3 > 532.55\text{keV}$
 を同時に満たすものだけを拾い上げるというカットを設定する。

$E_4 \approx 1275\text{keV}$ 、 $E_i < 511\text{keV}$ 、 $E_i + E_j > 511\text{keV}$ のカットを全部入れた $E_1 + E_2 + E_3$ の分布は、下の図29のようになった。イベント数は15295から3848に減った。

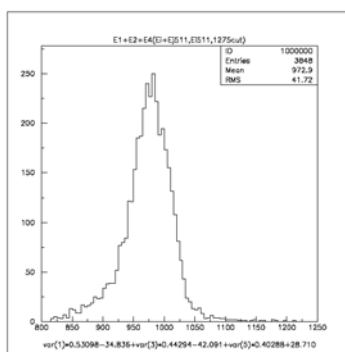


図29 $E_1 + E_2 + E_3$ の分布 ($E_4 \approx 1275\text{keV}$, $E_i < 511\text{keV}$, $E_i + E_j > 511\text{keV}$)

3γ の実験の時とは逆に低いエネルギー域に分布しているイベントが多く、ガウス分布とはいえない。やはり、余分なイベントを完全には取り除けていないようである。

4) $2\gamma + 1$ の実験データ

カットを施す前の検出器2, 3, 4のエネルギー (E_2 , E_3 , E_4) の分布を図30～図32に、 $E_2 + E_3$ の分布を次頁図33に示す。なお、イベント数は1000000である。

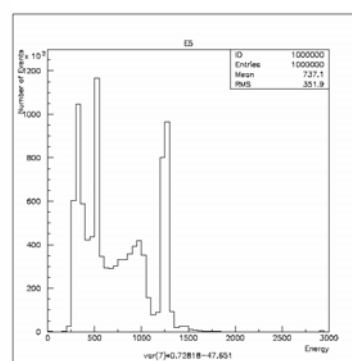
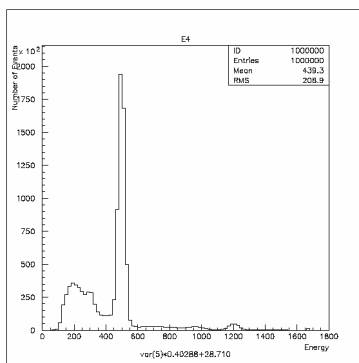
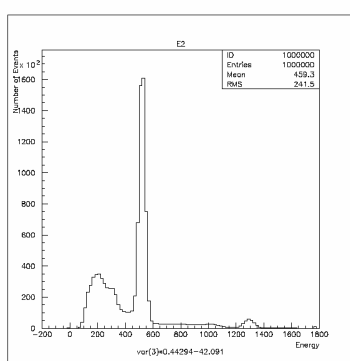


図30 E_2 の分布 (カットなし) 図31 E_3 の分布 (カットなし) 図32 E_4 の分布 (カットなし)

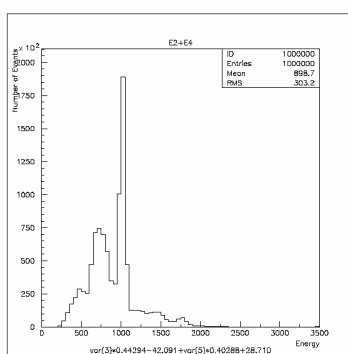


図 3 3 E₂+E₃の分布 (カットなし)

この段階では、E₂、E₃、E₂+E₃の分布は2 γ の実験とほとんど変わらない。また、E₄の分布から、検出器4に入るのは1275keVの γ 線が多いことが確認できる。

次に、E₄≒1275keVのカットを入れる。E₄のエネルギー分布 (図 3 2 参照) において、1275keVのピークをほぼすべて含む範囲は、

$$1179.3\text{keV} < E_4 < 1335.8\text{keV}$$

であると判断した。そこで、E₄がこの範囲にあるものだけを拾い上げるカットを設定した。

このカットを入れた後のE₂+E₃の分布は、図 3 4 のようになった。このカットをいれるとイベント数は、1000000 から 190261 に減った。

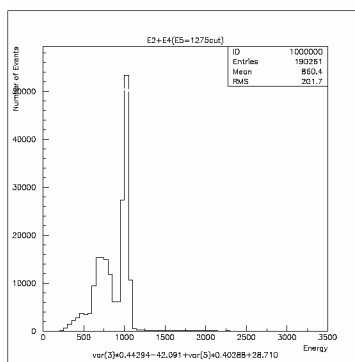


図 3 4 E₂+E₃の分布 (E₄≒1275keV)

さらに、E₄≒1275keVのカットに加え、E₂、E₃≒511keVのカットを入れる。E₄≒1275keVのカットを施した後の、E₂、E₃のエネルギー分布において、511keVのピークをほぼすべて含む範囲にあると考えられる、

$$448.67\text{keV} < E_2 < 596.94\text{keV} \quad 438.65\text{keV} < E_3 < 555.51\text{keV}$$

を同時に満たすものだけを拾い上げるカットを設定した。(図 3 5、図 3 6 参照)

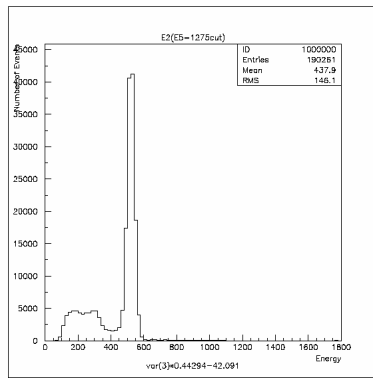


図 3 5 E_2 の分布 ($E_4 \approx 1275 \text{keV}$)

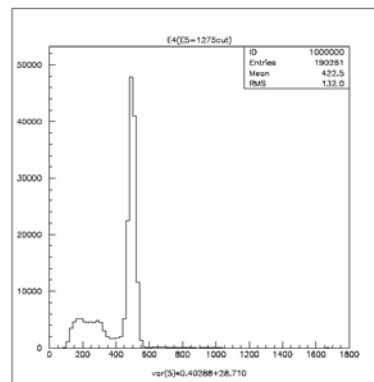


図 3 6 E_3 の分布 ($E_4 \approx 1275 \text{keV}$)

このカットも入れた後の $E_2 + E_3$ の分布は、図 3 7 のようになった。このカットをいれ
るとイベント数は、190261 から 90591 に減った。

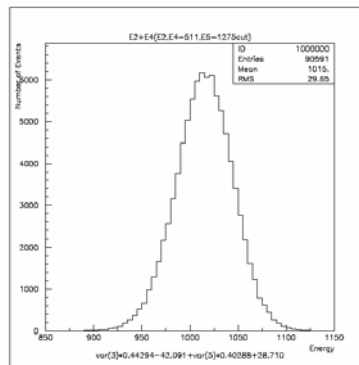


図 3 7 $E_2 + E_3$ の分布 ($E_4 \approx 1275 \text{keV}$, $E_2 \approx 511 \text{keV}$, $E_3 \approx 511 \text{keV}$)

2γ の時と同様、かなりガウス分布に近い形をしている。平均値は 1015keV であり、や
はり 1022keV とは少しずれるが、これもキャリブレーションの誤差によるものであろう。

カットの妥当性の確認

カットを入れる際にエネルギー分布のグラフから、必要なデータを残し、かつ不必要なデータを取り除けるような位置を判断してカットの位置を設定したが、その位置の設定がまずいという事も考えられる。そこで、カットの位置をずらしてみ、最終的な結果にどのような影響がでるか調べ、カットの妥当性を確認する。

1) 3γ について

入れたカットは、 $E_i < 511 \text{ keV}$ ($i = 1, 2, 4$)、 $E_i + E_j > 511 \text{ keV}$ ($i, j = 1, 2, 3$ $i \neq j$)であるが、対称性により E_i 及び $E_i + E_j$ のグラフの形は3つともほぼ同じなので、 $E_1 < 426.75 \text{ keV}$ 、 $E_2 + E_3 > 524.17 \text{ keV}$ についてのみ調べることにする。カットの値をずらし、最終的に残るイベントの個数の変化を調べる。

まず、 $E_1 < 426.75 \text{ keV}$ について調べる。カットを緩めた場合と、厳しくした場合をそれぞれ、図1、図2に示す。カットの設定値は、上から順に、図1では、426.75 (元のまま)、430.00, 440.00、図2では、426.75 (元のまま)、420.00, 410.00 である。また、カットの値とデータの個数の関係を表1に示す。

なお、他のカットの値は変えず、このカットの値だけを動かしている。(これは以降も同様である。)

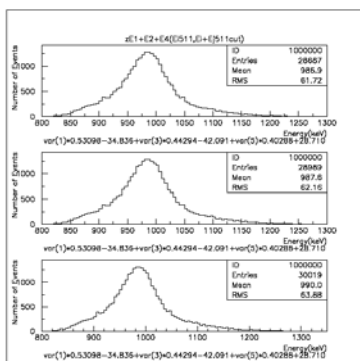


図1 $E_1 < 426.75, 430.00, 440.00$

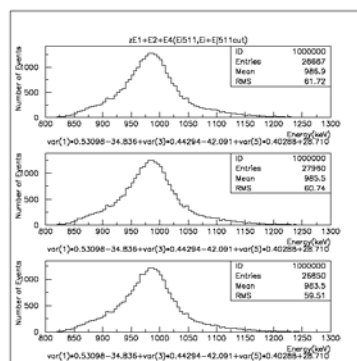


図2 $E_1 < 426.75, 420.00, 410.00$

カットの値 (keV)	410.00	420.00	426.75	430.00	440.00
イベント数	26850	27960	28687	28989	30019
個数の変化率 (元を1とする)	0.9359	0.9747	1.0000	1.0105	1.0464

表1 カットの値とイベントの個数

カットをずらしても、イベントの分布の形および個数はあまり変わっていないのでカットとして不適當ではないと思われる。誤差は、カットを元の位置から 10keV ずらすと約3～4%ずれる程度である。

次に、 $E_2 + E_3 > 524.17 \text{keV}$ について調べる。カットを緩めた場合と、厳しくした場合をそれぞれ、図3、図4に示す。カットの設定値は、上から順に、図3では、524.17（元のまま）、520.00、510.00、図4では、524.17（元のまま）、530.00、540.00である。

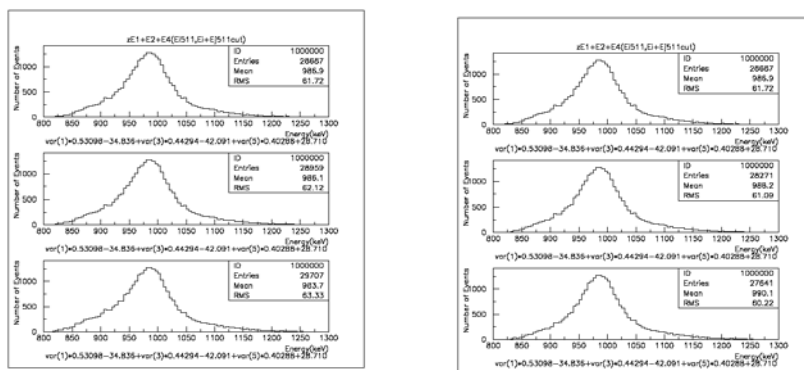


図3 $E_2 + E_3 > 524.17, 520.00, 510.00$ 図4 $E_2 + E_3 > 524.17, 530.00, 540.00$

また、カットの値とデータの個数の関係を下の表2に示す。

カットの値 (keV)	510.00	520.00	524.17	530.00	540.00
イベント数	29707	28959	28687	28271	27641
個数の変化率 (元を1とする)	1.0356	1.0095	1.0000	0.9855	0.9635

表2 カットの値とイベントの個数

カットをずらしても、イベントの分布の形はあまり変わらない。誤差は、10keVあたり2～3%と先程と同程度である。

3 γ の各 γ 線のエネルギーは一定ではなく、0～511keVの間の値を取り得るので、 $E_i < 511 \text{keV}$ 、 $E_i + E_j > 511 \text{keV}$ のカットを入れた際に3 γ のイベントが一部取り除かれるのは防げない。この程度の誤差はやむをえないのではないだろうか。

2) 2 γ について

入れたカットは、 $E_i \approx 511 \text{keV}$ ($i = 2, 3$)であるが、 $447.93 \text{keV} < E_2 < 580.76 \text{keV}$ についてのみ調べることにする。

まず、上限値をずらしてみた。結果は、図5、図6の通りである。図5は、カットをゆるくしていった場合で、上から順に上限値を、580.76（元のまま）、590.00、600.00とした図である。図6は、カットを厳しくしていった場合で、上から順に上限値を、580.76（元のまま）、570.00、560.00とした図である。また、カットの値とカット後のイベント数の関係を、表3に示す。

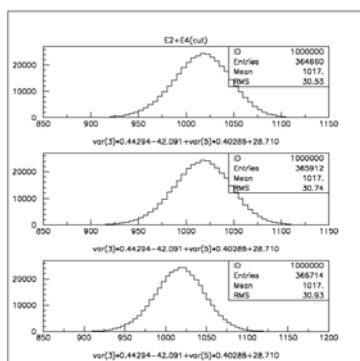


図5 $E_2 < 580.76, 590.00, 600.00$

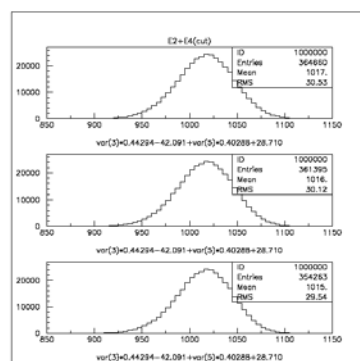


図6 $E_2 < 580.76, 570.00, 560.00$

カットの値 (keV)	560.00	570.00	580.76	590.00	600.00
イベント数	354263	361395	364660	365912	366714
個数の変化率 (元を1とする)	0.9714	0.9910	1.0000	1.0034	1.0056

表3 カットの値とイベントの個数

カットを緩めてもイベント数があまり変化しないのは、580keV 以上のエネルギーをもつイベントが少ないからである。このエネルギー領域にあるイベントは、511keV ピークの統計的広がりよりも、むしろ、1275keV ピークのコンプトン散乱部であるので、最終的な結果にあまり影響を及ぼさないにせよ、カットを緩めすぎるのはよくない。一方、カットを560keV にまで厳しくするとイベント数がかなり変わっている。これは、捉えたい511keV ピークのイベントをかなり除いてしまっているということなので、カットとして不適切である。以上の理由から、このカットは 570~580keV 程度の値に入れるのがよく、実験で入れたカット (580.76keV) は妥当である。誤差は、カットを入れる位置が 10keV 違えば最終的なイベント数が 1% ずれる程度の大きさであり、3 γ のときのカットと比べると小さい。

次に、下限値をずらしてみる。結果は、図7、図8の通りである。図7は、カットをゆるくしていった場合で、上から順に下限値を、447.93 (元のまま)、440.00、430.00 とした図である。図8は、カットを厳しくしていった場合で、上から順に下限値を、447.93 (元のまま)、460.00、470.00 とした図である。カットの値とデータの個数の関係を表4に示す。

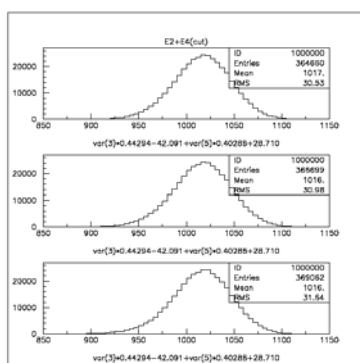


図7 $E_2 > 447.93, 440.00, 430.00$

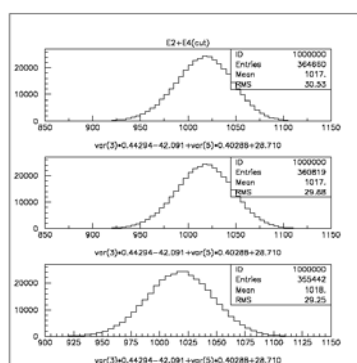


図8 $E_2 > 447.93, 460.00, 470.00$

カットの値 (keV)	430.00	440.00	447.93	460.00	470.00
イベント数	369062	366699	364660	360819	355442
個数の変化率 (元を1とする)	1.0121	1.0056	1.0000	0.9895	0.9747

表4 カットの値とイベントの個数

カットを緩めてもイベント数はあまり変化しないが、先程と同様の理由でカットを緩めすぎるのはよくない。(ただし、今度の場合は、1275keV ピークのコンプトン散乱部よりも511keV ピークの多重コンプトン散乱部が影響している) カットを厳しくするほうについても先程と同様の理由で470keVにまで厳しくするのは不適當である。従って、このカットは450~460keV程度の値に入れるのがよいと考えられ、実験で入れたカット(447.93keV)も妥当であると考えられる。誤差は、カットを入れる位置が10keV違えば最終的なイベント数が1%ずれる程度の大きさである。これは、カットの上限値をずらした場合と同じぐらいの値である。このずれの主な原因はピークの統計的広がりによるものと考えられる。

3) $3\gamma + 1$ について

入れたカットは、 $E_4 \approx 1275\text{keV}$ 、 $E_i < 511\text{keV}$ ($i = 1, 2, 3$)、 $E_i + E_j > 511\text{keV}$ ($i, j = 1, 2, 3$ $i \neq j$) である。 $1175.5\text{keV} < E_4 < 1328.3\text{keV}$ 、 $E_1 < 429.96\text{keV}$ 、 $E_2 + E_3 > 532.55\text{keV}$ について調べる。

まず $1175.5\text{keV} < E_4 < 1328.3\text{keV}$ について調べる。上限値をずらした場合のエネルギー分布を図9、図10に、下限値をずらした場合を図11、図12に示す。なお、図9は上限値が、上から順に1328.3(そのまま)、1340.0、1350.0、図10では1328.3(そのまま)、1320.0、1310.0であり、図11では下限値が1175.5(そのまま)、1170.0、1160.0、図12では1175.5(そのまま)、1180.0、1190.0である。また、それぞれのカットの値とイベント数の関係を表5、表6にしめす。

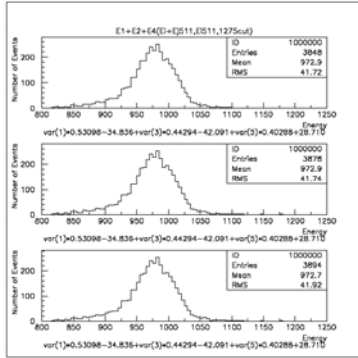


図 9 $E_4 < 1328.3, 1340.0, 1350.0$

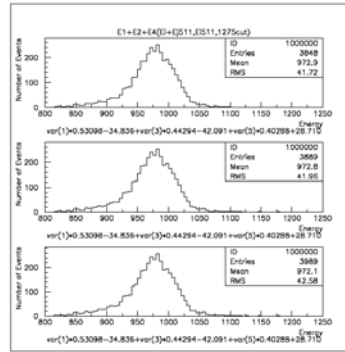


図 10 $E_4 < 1328.3, 1320.0, 1310.0$

カットの値 (keV)	1310.0	1320.0	1328.3	1340.0	1350.0
イベント数	3728	3811	3848	3878	3894
個数の変化率 (元を 1 とする)	0.9688	0.9904	1.0000	1.0078	1.0120

表 5 カットの値とイベントの個数

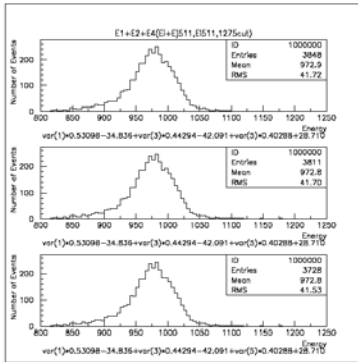


図 11 $E_4 > 1175.5, 1170.0, 1160.0$

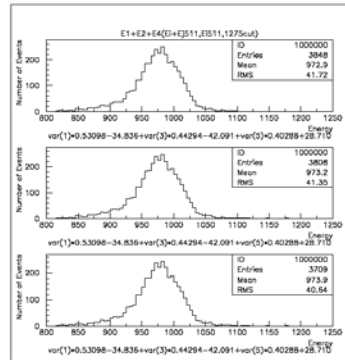


図 12 $E_4 > 1175.5, 1180.0, 1190.0$

カットの値 (keV)	1160.0	1170.0	1175.5	1180.0	1190.0
イベント数	3989	3889	3848	3808	3709
個数の変化率 (元を 1 とする)	1.0366	1.0107	1.0000	0.9896	0.9639

表 6 カットの値とイベントの個数

上限値のカットについては、元のカット前後でのイベント数の変化が小さい (10keV あたり 1%弱) ので妥当と考えられる。下限値については、10keV あたり 2%ほどイベント数が変化している。これは、やや大きな値であるが結果のオーダーに影響を及ぼす程ではない。

次に、 $E_1 < 429.96\text{keV}$ について調べる。カットを緩めた場合と、厳しくした場合をそれぞれ、図 13、図 14に示す。カットの設定値は、上から順に、図 13では、429.96 (元のまま), 440, 450、図 14では、429.96 (元のまま), 420.00, 410.00 である。

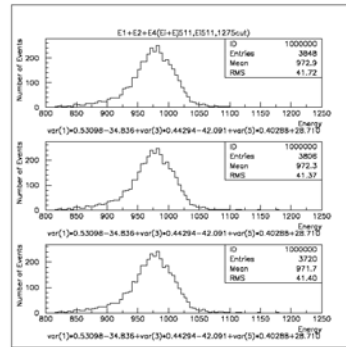
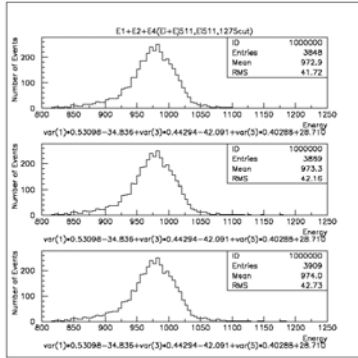


図 1 3 $E_1 < 429.96, 420.00, 410.00$ 図 1 4 $E_1 < 429.96, 440.00, 450.00$

また、カットの値とデータの個数の関係を表 7 に示す。

カットの値 (keV)	410.00	420.00	429.96	440.00	450.00
イベント数	3720	3806	3848	3869	3909
個数の変化率 (元を 1 とする)	0.9667	0.9891	1.0000	1.0055	1.0159

表 7 カットの値とイベントの個数

カットを厳しくした時の個数の変化に比べ、カットを緩めた時の個数の変化のほうが小さいので、カットは、少し高い値 (435keV あたり) にしたほうがよさそうであった。カットを入れる値による誤差は、元の値から 10keV ずらすと 0.5~1% ずれる程度である。

最後に $E_2 + E_3 > 524.17\text{keV}$ について調べる。カットを緩めた場合と、厳しくした場合をそれぞれ、図 1 5、図 1 6 に示す。カットの設定値は、上から順に、図 1 5 では、532.55 (元のまま)、520.00、510.00、図 1 6 では、532.55 (元のまま)、540.00、550.00 である。また、カットの値とデータの個数の関係を表 8 に示す。

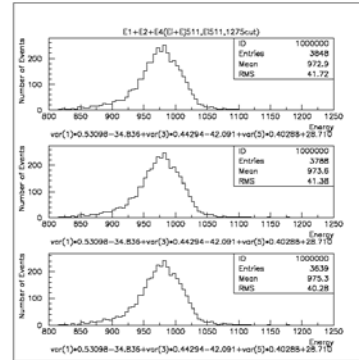
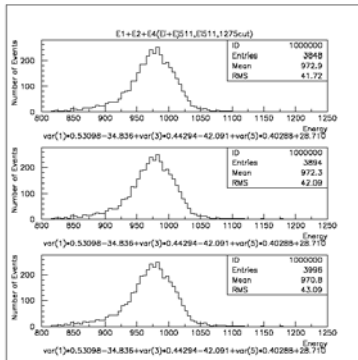


図 1 5 $E_2 + E_3 > 532.55, 520.00, 510.00$ 図 1 6 $E_2 + E_3 > 532.55, 540.00, 550.00$

カットの値 (keV)	510.00	520.00	532.55	540.00	550.00
-------------	--------	--------	--------	--------	--------

イベント数	3996	3894	3848	3788	3639
個数の変化率 (元を1とする)	1.0385	1.0120	1.0000	0.9844	0.9457

表8 カットの値とイベントの個数

カットを厳しくすると、個数の変化が多いので、元の値以上に厳しくするのはよくない。また、510keV まで緩めるのもやはり個数の変化が多く適切ではない。従って、元の値かそれより少し低い値にカットを入れるのが妥当と思われる。カットを入れる値による誤差は、元の値から 10keV ずらすと 1～1.5% ずれる程度である。

4) $2\gamma + 1$ について

入れたカットは、 $E_4 \cong 1275 \text{ keV}$ 、 $E_i \cong 511 \text{ keV}$ ($i = 2, 3$) である。 $1179.3 \text{ keV} < E_4 < 1335.8 \text{ keV}$ 、 $448.67 \text{ keV} < E_2 < 596.94 \text{ keV}$ についてのみ調べる。

まず、 $1179.3 \text{ keV} < E_4 < 1335.8 \text{ keV}$ について調べる。上限値をずらした場合のエネルギー分布を図 17、図 18 に、下限値をずらした場合を図 19、図 20 に示す。なお、図 17 は上限値が、上から順に 1335.8 (元のまま)、1340.0、1350.0、図 18 では 1335.8 (元のまま)、1330.0、1320.0 であり、図 19 では下限値が 1179.3 (元のまま)、1170.0、1160.0、図 20 では 1179.3 (元のまま)、1190.0、1200.0 である。また、それぞれのカットの値とイベント数の関係を表 9、表 10 にしめす。

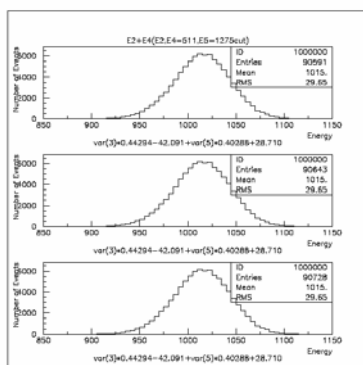


図 17 $E_4 < 1335.8, 1340.0, 1350.0$

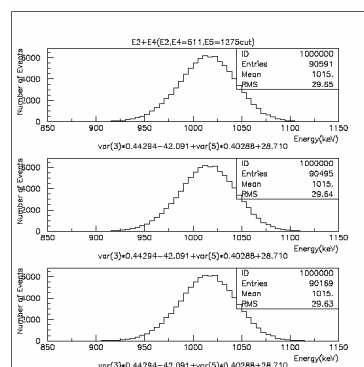


図 18 $E_4 < 1335.8, 1330.0, 1320.0$

カットの値 (keV)	1320.0	1330.0	1335.8	1340.0	1350.0
イベント数	90169	90495	90591	90643	90728
個数の変化率 (元を1とする)	0.9953	0.9989	1.0000	1.0006	1.0009

表9 カットの値とイベントの個数

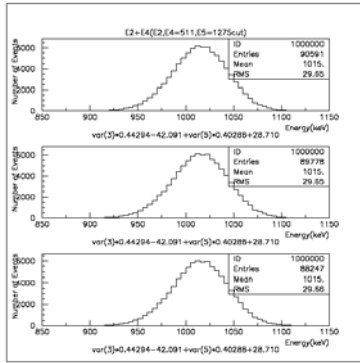


図 19 $E_4 > 1179.3, 1170.0, 1160.0$

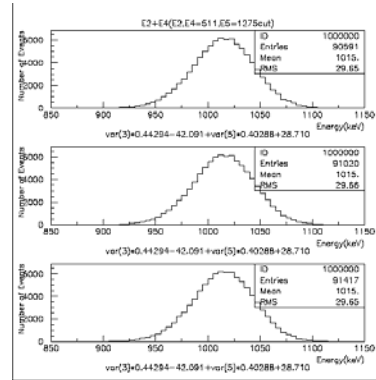


図 20 $E_4 > 1179.3, 1190.0, 1200.0$

カットの値 (keV)	1160.0	1170.0	1179.3	1190.0	1200.0
イベント数	91417	91020	90591	89778	88247
個数の変化率 (元を 1 とする)	1.0091	1.0047	1.0000	0.9910	0.9741

表 10 カットの値とイベントの個数

各グラフの形及び表 9、表 10 から最初のカットを少しずらしただけではほとんど最終的な結果に影響しないことが確認できる。従って、最初に入れたカットは妥当である。

次に $448.67\text{keV} < E_2 < 596.94\text{keV}$ について調べる。上限値をずらした場合のエネルギー分布を図 21、図 22 に、下限値をずらした場合を図 23、図 24 に示す。なお、図 21 は上限値が、上から順に 596.94 (元のまま)、600.00、610.00、図 22 では 596.94 (元のまま)、590.00、580.00 であり、図 23 では下限値が 448.67 (元のまま)、440.00、430.00、図 24 では 448.67 (元のまま)、460.00、470.00 である。また、それぞれのカットの値とイベント数の関係を表 11、表 12 にしめす。

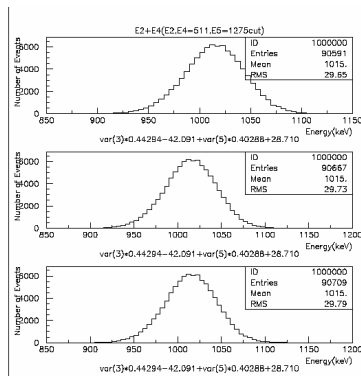


図 21 $E_2 < 596.94, 600.00, 610.00$

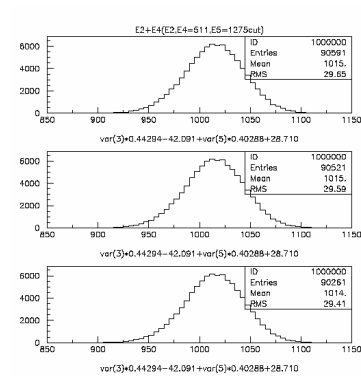


図 22 $E_2 < 596.94, 590.00, 580.00$

カットの値 (keV)	580.00	590.00	596.94	600.00	610.00
イベント数	90261	90521	90591	90667	90709
個数の変化率 (元を 1 とする)	0.9964	0.9992	1.0000	1.0008	1.0013

表 11 カットの値とイベントの個数

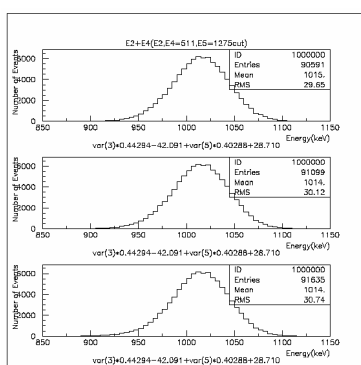


図 2 3 $E_2 > 448.67, 440.00, 430.00$

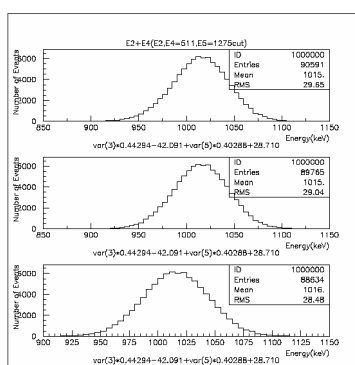


図 2 4 $E_2 > 448.67, 460.00, 470.00$

カットの値 (keV)	430.00	440.00	448.67	460.00	470.00
イベント数	91635	91099	90591	89675	88634
個数の変化率 (元を 1 とする)	1.0115	1.0056	1.0000	0.9899	0.9784

表 1 2 カットの値とイベントの個数

いずれもカットをずらしてもイベント数がほとんど変化しないので、最初に入れたカットは妥当であると考えられる。誤差はカットを入れる値を 10keV ずらすと最終的なイベント数が 1% 変わる程度である。

以上でカットの妥当性の確認は終わりである。グラフの形と最終的なイベント数の変化の少なさから、カットしたいイベントが取り除けていないということはない。また、カットをずらした時、2 γ においては統計的な広がりによりイベント数が変わってくるのに対し、3 γ では、それぞれの γ 線のもつエネルギーが一定ではないためカットを入れた値付近にもイベントが存在することが、カット後のイベント数に影響を与えている。また、2 γ のイベントでもコンプトン散乱して3つの検出器を同時に鳴らすことがある。そのようなイベントのうちカットで取り除けないもの、あるいは、カットの値付近にエネルギーをもつものもある程度は存在するので、そのようなイベントも、3 γ をとらえる実験でカットをずらすとイベント数が変化する一因として考えられる。

解析

ここでは実験によって得られた結果から、本実験の目的である 2 γ イベントと 3 γ イベントの発現比率を求める。

当然ではあるが、検出器の捕らえたイベント数は実際に発現したイベント数よりも少なく

なるはずである。その理由は主に以下の二つによると考えられる。

1. ポジトロニウムの崩壊で発生した各光子がすべて、検出器のある方向へ飛散する確率
2. 検出器の中に入った光子が、相互作用の結果全エネルギー反応を起こす確率（ピーク効率）

これらを考慮し、実験結果に適切な補正を加えて、 $2\gamma \cdot 3\gamma$ の比較のため単位時間当たりの真のイベント数を求める。

1.の確率を P_1 、2.の確率を P_2 、検出器の数を s 、観測されたイベント数を n 、真のイベント数を \tilde{n} 、測定に要した時間を t とすると

計算式としては以下のようなになる。

$$\tilde{n} = n \times \frac{1}{P_1} \times \left(\frac{1}{P_2} \right)^s \times \frac{1}{t}$$

ここで t については計測したイベントレート r 、および全計測イベント数 N を用いて、次式で与えられる。

$$t = \frac{N}{r}$$

厳密には光子がシンチレータに入射する際の、位置・方向によって P_2 は異なる。このため1.と2.を切り離して考え、上式のような乗算の形にするのは正確ではない。しかし、本実験の測定精度から考えて簡単のため上式のように考えても問題はないと思われる。

P_2 は入射光子のエネルギーに依存して変化するが、本実験で観測した γ 線のエネルギー領域においては 2γ イベント・ 3γ イベントおよび検出器の数によらず同一の値を用いてよいと考えられる。しかし P_1 についてはそれぞれの検出器の配置について求めなければならない。

1.・2.を考察する方法を以下に列挙する。

1.について

- a) 線源から見た検出器の占める立体角を計算し、零次近似を適用する。
- b) 検出器の幾何学的配置から計算機シミュレーションにより算出する。
- c) 2γ イベントの検出器配置について

2.について

- a) 本実験とは異なる配置であるが、シンチレータの軸上に線源がある場合の値を流用する。
- b) 本実験と同等の線源・検出器配置で、単一の検出器の応答から実験的に求める。

c) 個々の相互作用の散乱断面積を用いて、計算機シミュレーションにより算出する。
1-a)および**2-b)**は3 γ 測定用の検出器配置についてである

しかし、**1.**について、**1275keV** γ 線用の検出器の有無は最終的な計算式には影響を持たない。それは次のような理由による。

1275keV用検出器がある場合、この検出器が**1275keV** γ 線を捕らえ、かつ他の検出器が3 γ イベントを捕らえた時、有効な実験データとしてカウントされるはずである。一方で**1275keV** γ 線と3 γ イベントの γ 線の飛散方向は互いに独立なものと思われるので、確率は二つの確率の積で与えられる。

つまり、**1275keV** γ 線がそれ用の検出器で観測される確率を ω 、3 γ が検出される確率を β とすれば、 $P_1 \times P_2$ の値は $\beta \omega$ となる。一方全く同様の議論が2 γ イベントについても成り立つ。そして求めるのは発現比率であるので、 ω は落ちてしまうのである。

以上を式を用いて表すと

$$\begin{aligned}\tilde{n}_{3\gamma+1} &= n_{3\gamma+1} \times \frac{1}{\beta \omega} \times \frac{1}{t} \\ \tilde{n}_{2\gamma+1} &= n_{2\gamma+1} \times \frac{1}{\beta' \omega} \times \frac{1}{t'} \\ \therefore \frac{\tilde{n}_{3\gamma+1}}{\tilde{n}_{2\gamma+1}} &= \frac{n_{3\gamma+1}}{n_{2\gamma+1}} \times \frac{\beta' t'}{\beta t}\end{aligned}$$

ここで β' 、 t' はそれぞれ2 $\gamma+1$ 測定実験における2 γ の検出される確率と測定に要した時間である

これをふまえて、以下上記のそれぞれについて**1275keV**用検出器がない場合についての詳細に入る。**1275keV**用検出器がない場合についても以下の解析が適用可能である。

1.-a) 線源から見た検出器の占める立体角を計算し、零次近似を適用する

まず零次近似について。

零次近似とは直感的でかなり大まかな近似法である。

一つの検出器の占める立体角を Ω とする。まず一つの γ 線が検出される確率 P_i は、 γ 線が入射する検出器は三個のうちどれでもいいので

$$P_i = \frac{3\Omega}{4\pi}$$

さらにもう一本 γ 線が検出器に入射する確率 P_{ii} は、この γ 線が一つ目の γ 線が入射した検出器以外の検出器を叩く必要があるので、

$$P_{ii} = \frac{2\Omega}{4\pi}$$

そして残り一本の γ 線は、極端な場合を考えなければ、二本の γ 線が検出器に入射した場

合、三本目も残る一つの検出器に入るだろうと予測し、その確率 P_{iii} は

$$P_{\text{iii}} \sim 1$$

このように考えて、上の三つの積を 1. の値とするのである。つまり

$$\begin{aligned} P_1 &= P_i \times P_{\text{ii}} \times P_{\text{iii}} \\ &= \frac{3\Omega^2}{8\pi^2} \end{aligned}$$

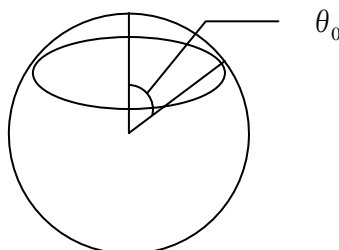
これが零次近似であるが、 P_{iii} の部分は明らかに近似になっているが、 P_{iii} だけでなく実は P_{ii} の段階で既に近似となっている。零次近似では二つの γ 線について互いに独立として飛散方向を定めてしまったが、エネルギー運動量保存を考えると、これは相関を持っているのである。

次に零次近似の式の中に出てきた Ω 、すなわち線源から見た検出器の占める立体角を計算する。

方針としては、線源を中心に球面を考え、検出器のカバーできない上部、および下部を取り除き、鉛ブロック部分と検出器の割合から立体角を算出する。

まず上部および下部について右図のように θ_0 を取り、排除すべき立体角を Ω' とすると、 Ω' は次式で与えられる

$$\Omega' = \int_0^{\theta_0} 2\pi \sin \theta \, d\theta$$



線源の高さ、および線源から検出器までの距離などの測定の結果、上部では $\theta_0 = 60^\circ$ 、

下部では $\tan \theta_0 = 0.441$ で与えられることが分かった。

これを用いて積分を実行する。

$$\begin{aligned} \Omega' &= 2\pi [\cos \theta]_{\theta_0}^0 \\ &= 2\pi(1 - \cos \theta_0) \end{aligned}$$

下部除外立体角は $4\pi \times 0.0425$ 、上部除外立体角は $4\pi \times 0.25$ となる。

この二つを全立体角 4π から引き、残りの立体角において一つの検出器が占める割合を乗じれば、 Ω が求まる。

線源を含む水平面で検出器が占める角度はそれぞれ $42.0^\circ \cdot 47.1^\circ \cdot 42.5^\circ$ であったので、

この平均値の 43.9° を用いる。これを用いて一つの検出器の占める割合を $\frac{43.9}{360}$ とした。

つまり検出器の占める立体角 Ω は

$$\begin{aligned} \Omega &= 4\pi(1-0.25-0.0425) \times \frac{43.9}{360} \\ &= 4\pi \times 0.08627 \end{aligned}$$

である。

以上の考察から零次近似による P_1 は次のように求まった。

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{3\Omega^2}{8\pi^2} \\ &= 0.044 \end{aligned}$$

1.-b) 計算機シミュレーションによる方法

電子陽電子対の 3 光子消滅が起きた場合に、3 つの光子が全て検出器内に入射する確率を計算機シミュレーションで求めた。(付録参照)

本プログラムでは 3 つの光子を、エネルギー保存および運動量保存を満たすようにランダムに発生させ、そのうちで検出器に全ての光子が入ったイベント数をカウントした。

$$E_0 + E_1 + E_2 = 1022\text{keV}$$

$$p_0 + p_1 + p_2 = 0$$

100,000 回の崩壊を 3 度にわたって行ったところ、全ての光子が検出器内に入ったのはそれぞれ 1,538 回、1,616 回、1,607 回であった。したがって最終的な確率としては $P_1 = 0.016$ を採用することとする。

最後にプログラムが正常に動作していることを確認するために、保存則のチェックおよび光子方向の一様性のチェックを行った。

ランダムな十回の崩壊において保存則を実際に計算したところ、有効数字少なくとも 12 桁の範囲で実現されていることがわかった。さらに 300,000 発の光子のうち、線源を囲む適

当な立体角 $\frac{4\pi}{8}$ の中に入射する光子の数をカウントしたところ、37518 発であった。全体の

$\cong 12.506\%$ の光子が入射したことになるので、これで光子方向の一様性も確認できた。

1.-c) 2 γ イベントの検出器配置について

検出器の配置は準備のところで述べたとおりである。

2 γ イベントは **back to back** に γ 線が散乱するので上記配置では一方の γ 線が検出器に入射した場合、他方の γ 線は確実にもう一つの検出器に入射されると考えてよい。

つまり P_1 を求めるにあたって、一つの γ 線が検出器に入る確率を求めればよいということである。

また、一つの検出器が線源を含む水平面内で占める角度の割合は 3γ 測定における平均値 43.9° に設定して実験を行ったので、各検出器の占める立体角は $1-a)$ で求めた Ω を用いてかまわないはずである。

一つの γ 線の飛散する方向は特に制限がないので等確率に全方向に飛ぶはずである。そのうち検出器のある方向に飛散する確率は、二つある検出器のどちらに入射してもかまわないので $\frac{2\Omega}{4\pi}$ で与えられる。

よって、 $\Omega = 4\pi \times 0.08627$ を用いて計算すると
 $P_1 = 0.17$ と求まる。

2.-a) 資料による方法

文献 (Applied gamma-ray spectrometry edited by C.E.Crouthamel) に掲載されているデータを用いた。文献に記載されている値は全て、円筒状の検出器の中心軸上に線源が置かれている場合の検出効率であるので今回の場合には直接に用いることは出来ないが、おおよその値としては意味があるものと思われる。

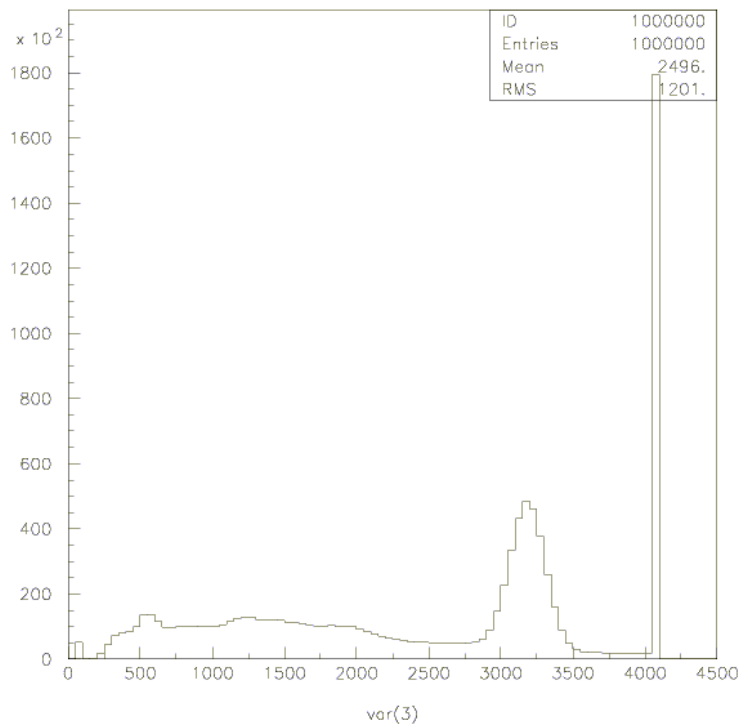
今回の実験に用いた検出器(直径 5.08cm 高さ 15.24cm)に一番近い検出器(直径 4.445cm 高さ 5.08cm) の $\cong 500 \text{ keV}$ の光子に対する検出効率は $P_2 \cong 0.5 \times \delta$ であった。

ただし、 δ は入射した光子が検出器と何らかの反応を起こす確率であり、別の文献によれば直径 5.04cm 高さ 5.04cm の検出器に対して 5cm の距離におかれた線源からの $\cong 500 \text{ keV}$ の光子に関しては、 $\delta \cong 0.58$ であった。従って、もとめる値は

$$P_2 \cong 0.29$$

2.-b) 検出器の γ 線応答エネルギースペクトルによる方法

^{22}Na を線源として一つの検出器のみを作動させてそのエネルギースペクトラムを描いた。このグラフ中で 511 keV の全エネルギーピークおよびコンプトン散乱部に当たる部分の面積を求め、その比率を計算することで検出効率 P_2 を求める。



バックグラウンドとして **1275keV** の γ 線のコンプトン散乱部を直線近似で取り除いた上で、**511keV** のピークの個数をカウントした。

その結果、コンプトン散乱部の面積 S_c と全エネルギーピーク部 S_a の面積は

$$S_a + S_c = 662839$$

$$S_a = 292176$$

となり、したがって求める検出効率 P_2 は

$$P_2 \cong 0.447948 \times \delta \cong 0.26$$

であるとわかった。ただし、この計算では **discriminator** の **threshold** による、信号の取りこぼしを考慮に入れていない。

2.-c) 計算機シミュレーションによる方法

計算機上で、一つの検出器に入射するランダムなエネルギーおよびランダムな方向を持った光子の物質との反応の様子をシミュレーションすることで、検出効率 P_2 を求めた。(付録参照)

このプログラム内では、光子は次式によって算出した平均自由行程距離 l cm だけ進んだときに検出器と反応を起こすものと近似した。

$$l = \frac{1}{n\sigma}$$

ここで n 個/cm³ は原子の密度であり、 σ cm²/atm は入射光子と NaI 中の電子との全断

面積である。

全断面積は本実験の光子エネルギーの範囲では、光電効果断面積 σ_{ph} とコンプトン散乱断面積 σ_c との和で表される。

光電効果が起きる場合そのほとんどは **K** 殻電子との反応であるので、 σ_{ph} は、**K** 殻電子との反応断面積 σ_{ph}^K によって近似した。

$$\sigma_{ph}^K \cong \sqrt{\frac{32}{(E/m_e c^2)^7}} \alpha^4 Z^5 \sigma_{thom}$$

ここで E は入射光子のエネルギー、 m_e は電子質量、 α 微細構造定数、 Z は原子番号、 $\sigma_{thom} = \frac{8}{3} \pi r_e^2$ はトムソン散乱の断面積（ただし r_e は古典電子半径）である。

次に σ_c は、Klein-Nishina の式

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E_2}{E_1} \right)^2 \left(\frac{E_1}{E_2} + \frac{E_2}{E_1} - \sin^2 \vartheta \right)$$

にモンテカルロ法を用いることで求めた。

ここで E_1 は入射光子のエネルギー、 E_2 は散乱光子のエネルギー、 ϑ は散乱角である。
 E_1 と E_2 の関係は、エネルギー運動量保存則より次式で与えられる。

$$E_2 = \frac{E_1}{1 + E_1(1 - \cos \vartheta)/m_e c^2}$$

このプログラム上で、**100000** 発の光子を **3** 度入射させたところ光電効果を起こした光子はそれぞれ **13418** 発、**13585** 発、**13581** 発であった。したがって求める検出効率として $P_2 = 0.13$ を採用した。

考察

解析によるデータを用いて具体的に 2γ と 3γ の生成比を求める。そのためにまず、次式を使って単位時間当たりの崩壊数を計算する。

n : カットの結果残ったイベント数

N : カットをかける前のイベント数

p : 必要な γ 線がすべて検出器に入る確率

r : 計測したイベントのレート

P_2 : 検出器のピーク検出効率

s : 検出器の数

として、

$$2\gamma \text{ or } 3\gamma \text{ への単位時間当たりの崩壊数} = \frac{n}{N} \div p \times r \div P_2^s$$

である。

以下、求める崩壊数を BR とする。

(i) 3γ の場合

$$BR(3\gamma) = \frac{28687}{1000000} \div P_1 \times 24.68 \div P_2^3$$

(ii) 2γ の場合

$$BR(2\gamma) = \frac{363839}{1000000} \div \left(\frac{2\Omega}{4\pi}\right) \times 1232.975 \div P_2^2$$

(iii) $3\gamma + 1$ の場合

$$BR(3\gamma + 1) = \frac{3848}{1045000} \div \left(P_1 \times \frac{\omega}{4\pi}\right) \times 1.821 \div P_2^4$$

(iv) $2\gamma + 1$ の場合

$$BR(2\gamma + 1) = \frac{90591}{1000000} \div \left(\frac{2\Omega}{4\pi} \times \frac{\omega}{4\pi}\right) \times 78.24 \div P_2^3$$

ω は 1275keV の γ 線を捕らえる検出器の占める立体角である。

ここで、立体角 $\Omega = 4\pi \times 0.086$ を (ii) (iv) に、 $P_1 = 0.016$ を (i) (iii) に、ピー

ク検出効率 $P_2 = 0.26$ を全てに代入する。ただし用いたのは、 P_1 は 1. b の方法、 P_2 は

2. b の方法である (解析参照)。そして、(i)/(ii) と (iii)/(iv) を計算すると、

$$\frac{BR(3\gamma)}{BR(2\gamma)} = \frac{28689}{363839} \times \frac{0.172}{0.016} \times \frac{24.68}{1232.975} \times \frac{1}{0.26} = 0.0653 \quad (1)$$

$$\frac{BR(3\gamma + 1)}{BR(2\gamma + 1)} = \frac{1000000}{1045000} \times \frac{3848}{90591} \times \frac{0.172}{0.016} \times \frac{1.821}{78.24} \times \frac{1}{0.26} = 0.0391 \quad (2)$$

こうして、実験による 3γ と 2γ の生成比が求められた。

本実験は環境が空気中なので、実験によるこの値と比較する理論値も空気中という条件下で求めなくてはならない。物質中での生成比の関係式は、

$$P_{3\gamma} : 3\gamma \text{ 消滅の割合}$$

f : ポジトロニウムの形成確率

λ_T : オルソポジトロニウムの固有の消滅速度

λ_P : オルソポジトロニウムの e^+ が物質中の e^- と反応して消滅する速度

とすると

$$P_{3\gamma} = \frac{3}{4} f \frac{\lambda_T}{\lambda_T + \lambda_P} + \frac{3}{4} f \frac{\lambda_P}{\lambda_T + \lambda_P} \frac{1}{371} + (1 - f) \frac{1}{371} \quad (3)$$

で与えられる。また、

r_0 : 古典電子半径

n_M : 分子密度

Z_{eff} : ポジトロンと反応する一分子あたりの有効電子数

とすると、

$$\lambda_P = \pi r_0^2 c n_M Z_{eff} \quad (4)$$

である。具体的な値は、

$$r_0 = 2.818 \times 10^{-15} \text{ [m]}, \lambda_T = 7 \times 10^6 \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

N_2 中では、

$$Z_{eff} = 0.26, n_M = 2.69 \times 10^{25} \text{ [m}^{-3}\text{]}, f = 0.21$$

O_2 中では、

$$Z_{eff} = 86, n_M = 1.88 \times 10^{25} \text{ [m}^{-3}\text{]}, f = 0.40$$

(式 (3) (4) および以上の値は「素粒子の化学／学会出版センター」より抜粋)

空気の 3/4 が N_2 、1/4 が O_2 であることを考慮して、これらの値から空気中の λ_P と f を

計算すると、 $\lambda_P = 4.36 \times 10^5 \text{ [s}^{-1}\text{]}$ 、 $f = 0.0258$ となる。以上の値がそろえば目的の $P_{3\gamma}$

を求めることが出来る。

$$\begin{aligned}
P_{3\gamma} &= \frac{3}{4} \times 0.0258 \times \frac{7 \times 10^6}{7 \times 10^6 + 4.36 \times 10^5} + \frac{3}{4} \times 0.0258 \times \frac{4.36 \times 10^5}{7 \times 10^6 + 4.36 \times 10^5} \\
&\quad \times \frac{1}{371} + (1 - 0.0258) \times \frac{1}{371} \\
&= 0.0208 \tag{5}
\end{aligned}$$

こうして空気中という条件下での生成比が理論的に求められた。しかしこれと比較するのは(1)(2)ではいけない。なぜなら $P_{3\gamma}$ は $\frac{BR(3\gamma)}{BR(2\gamma)}$ ではなく $\frac{BR(3\gamma)}{BR(2\gamma) + BR(3\gamma)}$ だからだ。よって (i) (ii) からこれを計算すると、

$$\frac{BR(3\gamma)}{BR(2\gamma) + BR(3\gamma)} = 0.0613 \tag{6}$$

(iii) (iv) でも同様に、

$$\frac{BR(3\gamma + 1)}{BR(2\gamma + 1) + BR(3\gamma + 1)} = 0.0376 \tag{7}$$

3γ の少なさから予想できるように、(1)(2) と然したる違いはない。

ではなぜ、理論値(5)と実験値(6)(7)とのずれが生じるのだろうか。まず検出器がガンマ線を捕らえるような立体角と、検出効率の求め方は適切だったか考察する。まず立体角の方であるが、**1.a**の第0近似なる方法と**1.b**のコンピュータ・シミュレーションによる方法が試された(詳細は解析の頁参照)。立体角を計算するとき厳密にエネルギー運動量保存則を考えた場合、方程式は4個で変数は9個(エネルギーは運動量がわかれば決まることに注意)のため自由度は5である。一方第0近似の方法によると、1本目2本目の γ 線が検出器に入る確率を独立に考えているので自由度は6個である。このように、第0近似では根本的に自由度の部分で厳密さがないため信用できるデータにはなり得ない。よって、シミュレーションによる方法を採用したのは当然である。しかしこの方法より良い方法が他にないわけではない。**1.c**として挙げた、エネルギー運動量保存の条件から具体的に計算を実行する方法が(かなり複雑な積分計算だが)ある。これは結局求めることが出来なかったが、その厳密さのため成功すれば前述の方法よりも良い結果を与えることが期待される。

次に検出効率であるが、解析で述べたような3通りの方法から**2.b**を選んだ根拠を説明する。**2.a**は文献に掲載されているデータを用いる方法である。多くの文献で円筒型検出器のピーク効率を調べる事が出来るため、これは容易であるように思える。しかし載っているデータは放射線源が円筒の軸上にあるものであったため、線源が検出器の側面方向にある本実験のような場合には不適切であると考えられる。**2.c**のシミュレーションによる方法は、プログラミングの手法がどれだけ信用に足るかの確認ができない(**1.b**のプログラムの場合

は保存則のチェックなどの確認ができた)。しかも **2.a** と **2.b** の値は近いのに **2.c** だけ大きく違うことも不安要素である。**2.b** は、実験によって得られたグラフから積分計算でピーク効率を求める方法である。これはバックグラウンドの直線近似などやや曖昧な部分もあるが、**1275keV** の γ 線のコンプトン連続部は十分小さいので決して悪くはない近似であると思う (ただ、**discriminator** のスレッシュホールド以下のエネルギーは切り捨てられていることを考慮できていないのでわずかに誤差は残るが)。これらの考察から、立体角と検出効率は考えられる方法のうち、より適切な方法を採用できたのではないだろうか。

もう一つ、単位時間当たりのイベント数を求める際に、 P_1 及び P_2 を乗算の形で使っていることはどうであろうか。厳密には光子がシンチレーターに入射する際の、位置・方向によって P_2 は異なる。このため P_1 と P_2 を切り離して考え、このような乗算の形にするのは正確ではない。しかし、本実験の測定精度から考えて簡単のため上式のように考えても問題はないと思われる。

理論値と実験値が食い違う原因として他に考えられるのは、2つ以上の崩壊による γ 線を検出器が **coincidence** してしまうことがあるからではないだろうか。その根拠を以下に示す。前述の λ_T が意味するところは、オルソポジトロニウムが一秒間に約 7×10^6 回のペースで崩壊する、すなわち $(1/7) \times 10^{-6} = 0.14 \times 10^{-6}$ 秒に1回のペースで崩壊するということである。一方、**discriminator** から出る信号の幅は 0.17×10^{-6} 秒なので近い値である。当然3 γ は崩壊したものすべてが検出されるわけではないので、これらの値が近いということは特別大きな意味を持つわけではないが、それでもこれだけ近ければ二つのイベントを同時にとらえる場合があるはずである。

また、線源の上に検出器がない場合 (6) とある場合 (7) とで異なる結果が出る原因は、(7) の方が (6) よりも、カットが種類多いことでより厳しい制限をかけていることにあると考えられる。例をあげると、(7) の場合は上の検出器に **1275keV** の γ 線が入るという条件でカットしてあるので、下の3つの検出器でそれを捕らえることはない。しかし (6) の場合は下の検出器3本で (3 γ のうち1本、3 γ のうち1本、**1275keV** がコンプトン散乱したもの) という組合せを検出することがありうる。そして、それは **1275keV** のコンプトン散乱したものがカットで消えない範囲にエネルギーを持つこともありうる。このように考えると、(6) は (7) よりも除けないバックグラウンドが多く、正確さに欠けるのではないだろうか。実際、(6) よりも (7) の方が理論値に近い値が出ている。