

オルソポジトロニウムとパラポジトロニウムの生成比の測定

橋本大祐 福田志郎 松本洋明 永井健 山戸慎一郎

平成14年9月23日

1 intro

1.1 ポジトロニウムの性質

ポジトロニウムとは陽電子と電子がクーロン力によって結合した中性の粒子である。

基底状態のポジトロニウムは陽電子と電子のスピンの反平行な一重項状態 (パラポジトロニウム) と陽電子と電子のスピンの平行な三重項状態 (オルソポジトロニウム) とがある。パラポジトロニウムの基底状態における全角運動量は 0、オルソポジトロニウムの基底状態における全角運動量は 1、光子のスピンは 1 なのでスピン保存からパラポジトロニウムは 2 本の γ 線を出して崩壊し、オルソポジトロニウムは 3 本の γ 線を出して崩壊する。パラポジトロニウムの基底状態はオルソポジトロニウムの基底状態よりエネルギーは $8.4 \times 10^{-4} eV$ 低いが、ポジトロニウムのイオン化エネルギーは $6.8 eV$ なのでポジトロニウムの形成時にパラポジトロニウムとオルソポジトロニウムのエネルギー間隔は無視できて、生成確率は状態数の $2s + 1$ (s はスピン量子数) に支配されることになり、パラポジトロニウムとオルソポジトロニウムの生成比は 1 : 3 となる。真空中ではパラポジトロニウムは 123 ps、オルソポジトロニウムは 140 ns の寿命で消滅する。

物質中では、オルソポジトロニウムは物質と相互作用をして 140ns より短い寿命で消滅する (クエンチングと言う)。物質中で起こるクエンチングとしては

1. Pick-off 消滅

ポジトロニウムがそれ自身で固有の消滅をする前にその周りにある物質中の電子の電子が e^+ にぶつかって消滅する過程。ポジトロニウムの e^+ とその電子のスピンはランダムなので、2 光子か 3 光子で崩壊する。

2. 化学反応

ポジトロニウムは水素の構造に近いので水素と同様に、酸化反応などを起こす。化合物になると e^+ の周りに電子雲が多く、すぐにその電子と反応して消滅する。そのとき Pick-off 消滅と同様に 2 光子か 3 光子で崩壊する。

3. スピン交換

ポジトロニウムが不対電子を持つ分子と電子のスピンを交換する反応で、オルソポジトロニウムはパラポジトロニウムになり、2 光子で消滅する。

パラポジトロニウムは固有の寿命が 1 ~ 3 の反応時間に比べて短いのでこれらの反応でオルソポジトロニウムになる割合は少ない。

1.2 ポジトロニウムの利用法

ポジトロニウムの利用法として、工業的にクエンチングを利用して物質中の空隙の厚さを測ることができる。空隙にポジトロニウムを打ち込むと物質の空隙の壁とクエンチングを起こす。この空隙のサイズが小さくなれば相互作用の頻度も高くなることから、オルソポジトロニウムの寿命を測定することにより、サイズを見積もることができる。

またこのポジトロニウムは陽電子と電子の束縛系なので QED だけで記述できる。 ^{22}Na などの手軽なソースから陽電子が得られるため実験もしやすく、その実験結果と QED の理論値との比較から QED の検証に用いられる。

1.3 実験の目的

本実験では ^{22}Na の β^+ 崩壊によって出てくる e^+ の 3 光子崩壊と 2 光子崩壊の崩壊数の比を測り、それから下の理論式を使ってパラポジトロニウムとオルソポジトロニウムの生成比を測ることを試みる。

$$P_{3\gamma} = af \frac{\lambda_T}{\lambda_T + \lambda_q} + af \frac{\lambda_q}{\lambda_T + \lambda_q} \frac{1}{371} + (1-f) \frac{1}{371} \quad (1)$$

ただし

$$P_{3\gamma} : \frac{e^+ \text{ の 3 光子崩壊数}}{e^+ \text{ の 3 光子崩壊数} + e^+ \text{ の 2 光子崩壊数}}$$

$$a : \frac{\text{オルソポジトロニウムの生成数}}{\text{ポジトロニウムの生成数}} = \text{生成比}$$

λ_T : オルソポジトロニウムの固有の消滅速度 (1 秒間の崩壊数)

λ_q : 電子との反応によるオルソポジトロニウムの消滅速度

f : 物質中でのポジトロニウムの生成確率

(素粒子の化学 (田畑米穂 伊藤泰男 鍛冶東海 吉原賢二 著) P 29 より)

今 $\frac{\text{オルソポジトロニウムの生成数}}{\text{ポジトロニウムの生成比}}$ は $\frac{3}{4}$ と分かっているのでそれと実験から出てきた値を比較して理論の検証を試みる。

(1) 式について 今理論から e^+ が e^- と崩壊するとき 3 光子崩壊数の散乱断面積 : 2 光子崩壊の散乱断面積 = 1 : 371 と計算される。今右辺の第一項目はオルソポジトロニウムの固有の消滅、pick-off 消滅、化学反応のうち固有の消滅をする割合を表す。pick-off 反応と化学反応したオルソポジトロニウムのうち $\frac{1}{371}$ が 3 光子消滅すると考えられるので、右辺の第二項目はオルソポジトロニウムの固有の消滅、pick-off 消滅、化学反応のうち pick-off 消滅及び化学反応で消滅する割合を表す。そして第三項目はポジトロニウムにならなかった e^+ の自由消滅から来る 3 光子放出の割合である。

2 : 実験の概要

実験の内容

この実験は、 ^{22}Na を使って、オルソ・パラポジトロニウムの生成比を測定するためのものである。測定には4つのNaI検出器(NaI(a)~NaI(d))と ^{22}Na 線源を用いる。NaI(a)とNaI(c)に同時に線がヒットした時、またはNaI(a)とNaI(b)とNaI(d)に同時に線がヒットした時にそのカウント数を観測する。また、線がNaI検出器にかかる確率(アクセプタンス)をそれぞれ計算する。アクセプタンスはモンテカルロ法によりパソコンに計算させる。

実験のセットアップ

- 1、弱い放射線源 ^{22}Na と検出器となるNaI 4個を図1のように配置する。
- 2、図1のNaI(a)にP-HV(ポジティブハイボルテージ)のチャンネル2を、NaI(b)にP-HVのチャンネル1を、NaI(c)にN-HV(ネガティブハイボルテージ)のチャンネル1を、NaI(d)にN-HVのチャンネル2をつなげる。オシロスコープを見ながら、それぞれのHV(ハイボルテージ)を上げていき、4つのNaIからの信号のパルス高さがそれぞれ同じになるようにHVを調整する。それぞれのHVの値は、下記ようになった。

| | | |
|------|--------|-------|
| P-HV | チャンネル1 | 1335V |
| P-HV | チャンネル2 | 1300V |
| N-HV | チャンネル1 | 1149V |
| N-HV | チャンネル2 | 1080V |

- 3、NaI(a)とNaI(c)に同時にヒットした時に2のトリガーでデータを取り、NaI(a)とNaI(b)とNaI(d)に同時にヒットした時に3のトリガーでデータを取りたいので、電子回路を図2のように組み立てる。

ただし図2の一番上に記されているNaI(a)~(d)は、図1のNaI(a)~(d)

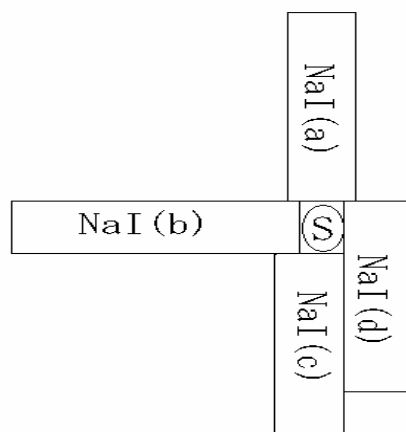
にそれぞれ対応している。また、図 2 において、

N-HV ch1・・・ネガティブハイボルテージのチャンネル 1
N-HV ch2・・・ネガティブハイボルテージのチャンネル 2
P-HV ch1・・・ポジティブハイボルテージのチャンネル 1
P-HV ch2・・・ポジティブハイボルテージのチャンネル 2
Div　　・・・ディバイダ -
Disc　　・・・ディスクリミネーター
Coin　　・・・コインシデンス
Gate　　・・・ゲートジェネレーター

を表している。

回路を組むときに、信号が来ているかどうかオシロスコープで確認しながら組み立てていく。また、ディバイダーと ADC の間でそれぞれにディレイを施す。

- 4、ゲートジェネレーターの WIDTH の目盛りを 500ns にあわせる。オシロスコープを見ながらゲートジェネレーターの WIDTH のねじをねじ回しでまわして、ADC に入力されるディバイダーからの信号が、積分範囲に入るように調整する。



NaI (a) → S/N番号が70002-0180のNaI検出器
 NaI (b) → S/N番号が70002-0183のNaI検出器
 NaI (c) → S/N番号がIV-209のNaI検出器
 NaI (d) → S/N番号がIU-615RのNaI検出器
 S → ²²Na線源

図 1 ; 放射線源 ²²Na と NaI 4 個の配置図

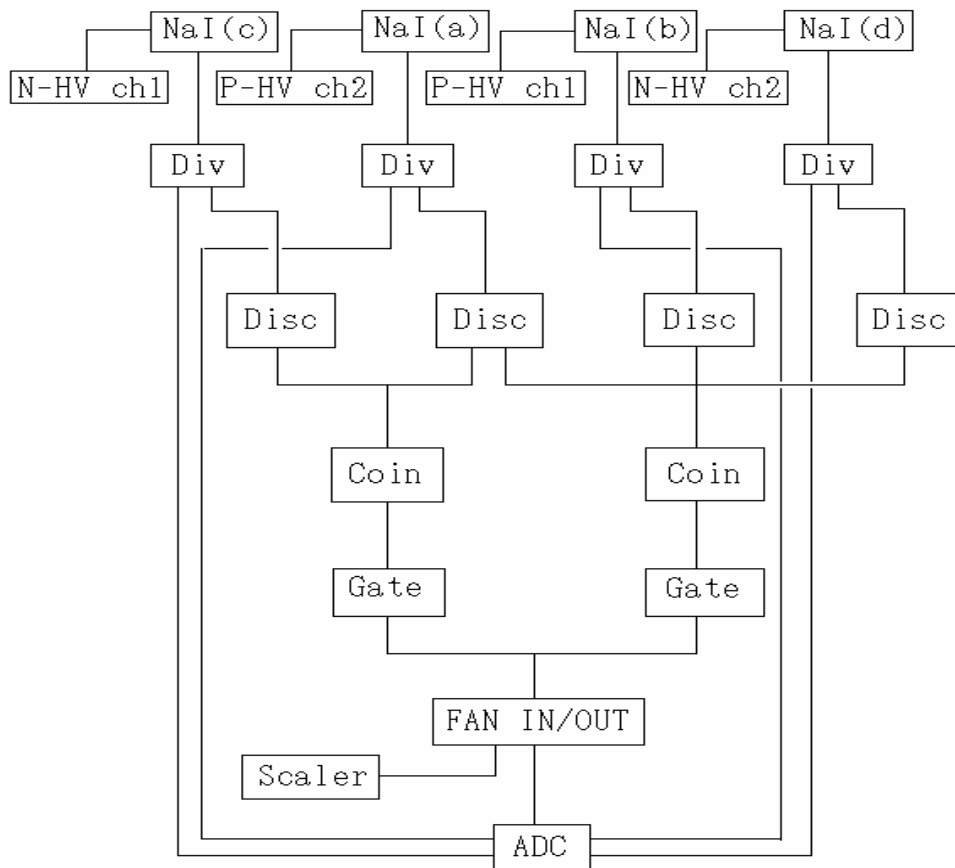


図 2 : 実験装置の回路図

3 解析

3.1 校正

ADCのチャンネル番号とエネルギー (keV) の値が、比例関係
 $\text{Energy(keV)} = \text{比例定数} \times \text{チャンネル番号} + \text{Pedestal}$
と、なっていることを仮定した。ペDESTALを求めるためにコインシデンスの
全ての入力をオフにして1,000回データをとった。そのデータを、グラフで出
し、そのときのピークの出るチャンネルがエネルギー0keVの値であるから
それを読み取った。以下にそのときのグラフを示す。

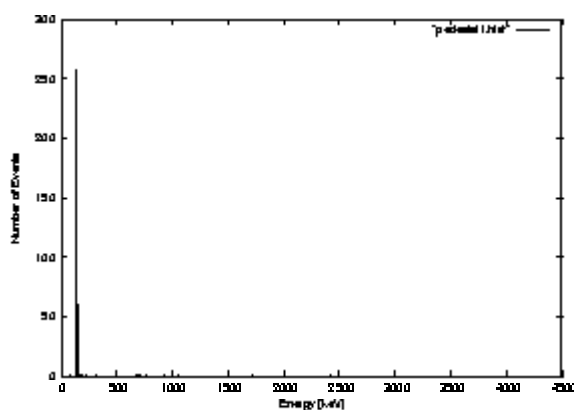


図 1: 空測定 NaI(a)

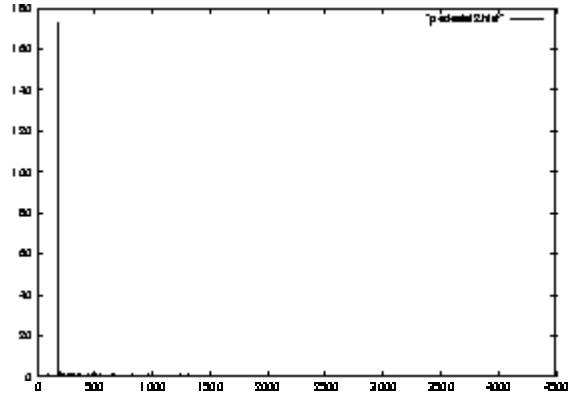


图 2: 空测定 NaI(b)

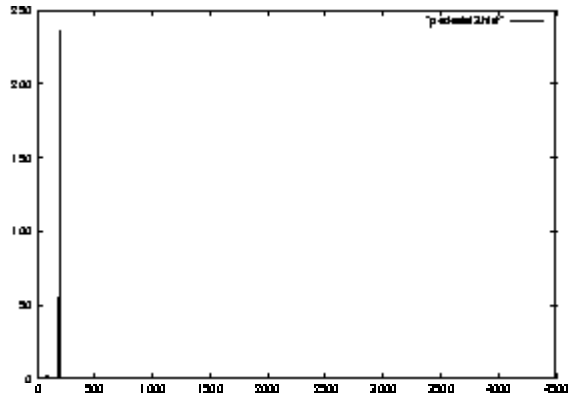


图 3: 空测定 NaI(c)

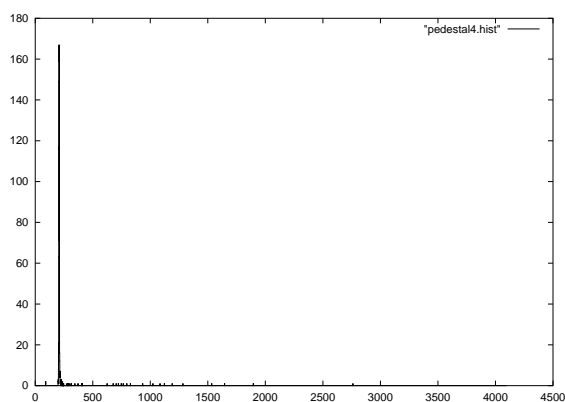


図 4: 空測定 NaI(d)

次に, NaI(a) のみを用いて ^{22}Na の γ 線を測定する. NaI(a) のコインシデンスのスイッチのみを in にして 10,000 回測定した. NaI(b), NaI(c), NaI(d) についても同様に測定しグラフに出した. そのグラフから, 511keV に対応するチャンネルを読み取り $\text{Energy}(\text{keV}) = \text{比例定数} \times \text{チャンネル番号} + \text{Pedestal}$ を用いて比例定数を求める. 以下にそのときのグラフを示す. なおコインシデンスのしきい値を設定しているため, 低いエネルギーの γ 線はとらえていない。

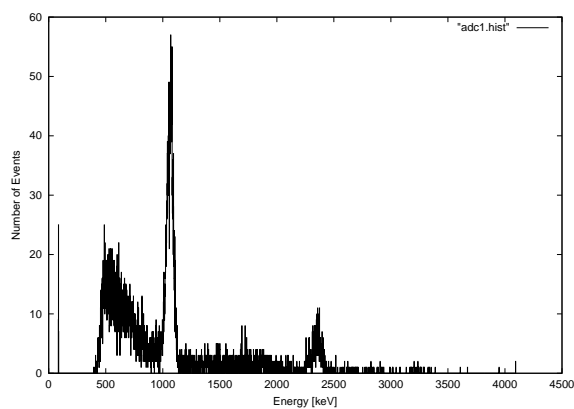


図 5: NaI(a) 単独測定

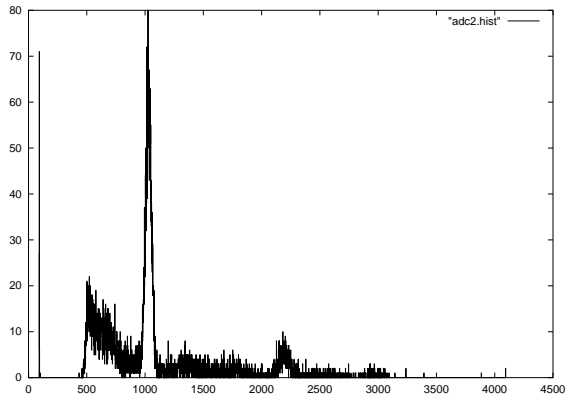


图 6: NaI(b) 单独测定

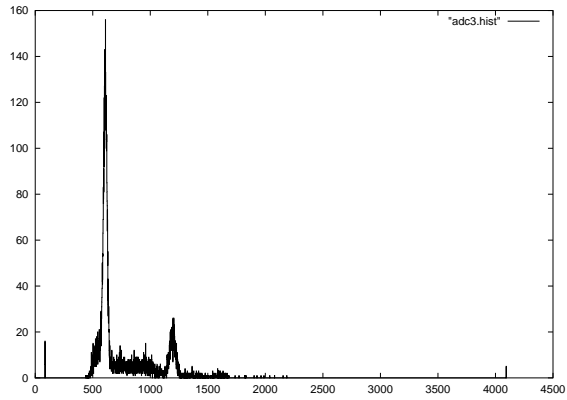


图 7: NaI(c) 单独测定

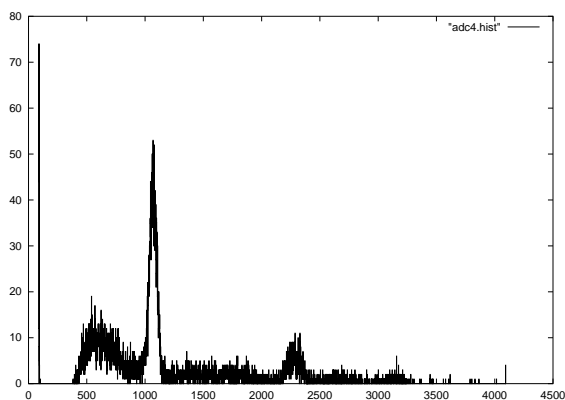


図 8: NaI(d) 単独測定

これらより Pedestal, 511keV に対応するチャンネル, および算出した比例定数は, 次の表の通りである.

| NaI | (a) | (b) | (c) | (d) |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| Pedestal | 141 | 182 | 192 | 207 |
| 511keV | 1075 | 1030 | 610 | 1070 |
| 比例定数 | 1.828 | 1.659 | 0.818 | 1.689 |

表 1: 各 NaI のキャリブレーション算出結果

得られたキャリブレーションは, 2γ に対してはピーク値が 1024keV に合うが, 3γ に対しては, 1040keV になってしまう. これは, 仮定したキャリブレーションの関係の式が正確ではなかったためと考えられる. なお, この関係をプログラムにし ADC のデータを較正できるようにした.

3.2 2γ の解析

2γ を観測するために, すべてのコインシデンスのスイッチを in にする. そして, 500,000 回測定した. 較正したグラフを以下に示す.

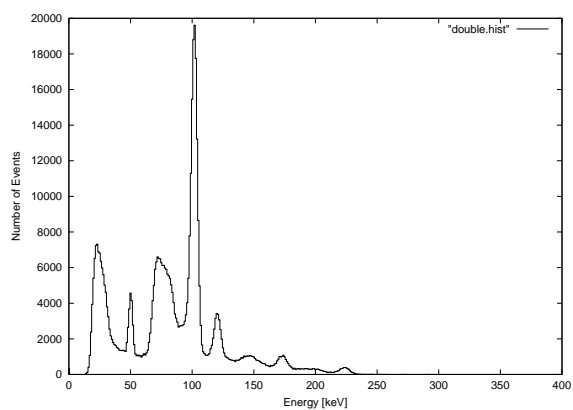


図 9: 2γ のグラフ

図 9 には、1024keV のピークと 3γ および 2γ のエネルギーの和によるピークも共に出ているが、しきい値を設定しているため正確な分布ではない。さらに、正確にイベント数を測るために background を一次関数で近似して差し引く。 2γ の 1024keV 付近でのバックグラウンドを、(890, 2658), (1110, 1082) を通る直線で近似する。

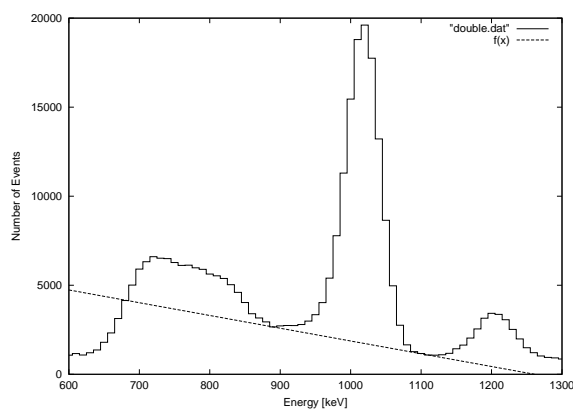


図 10: 2γ のグラフと background

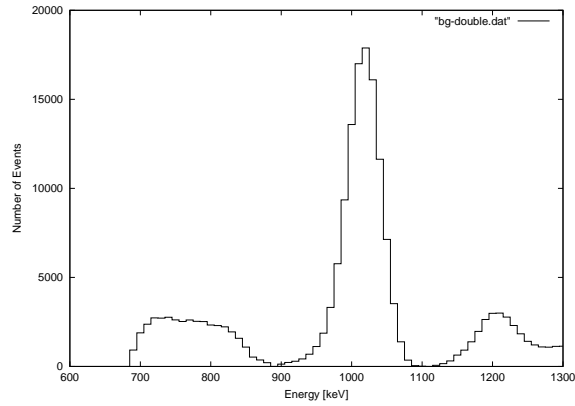


図 11: background を除いた 2γ のグラフ

3.3 3γ の解析

3γ を測定したデータは、次のグラフである。

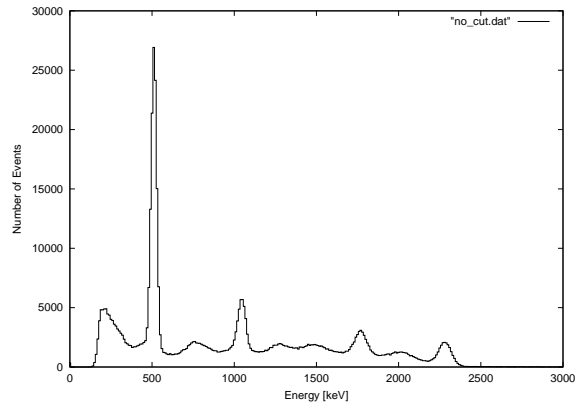


図 12: 3γ のグラフ

3γ では、コンプトン散乱による γ 線や、 2γ の γ 線などがコインシデンスしている NaI に同時に捉えられている可能性がある。このままでは、イベ

ント数が正確に測定できないので, 511keV の γ 線およびそのコンプトン散乱をしたもの, 1274keV の γ 線およびコンプトン散乱をしたものを, できる限り 3γ のデータを残してカットすることにした. そのために,

- それぞれの, NaI に入る求める γ 線は, 470keV より小さい.
- 3γ を測定した 2 つの NaI のエネルギーの和は, 470keV より小さいか 580keV よりも大きい.

というカットの条件をいれた. そのデータのグラフを以下に示す.

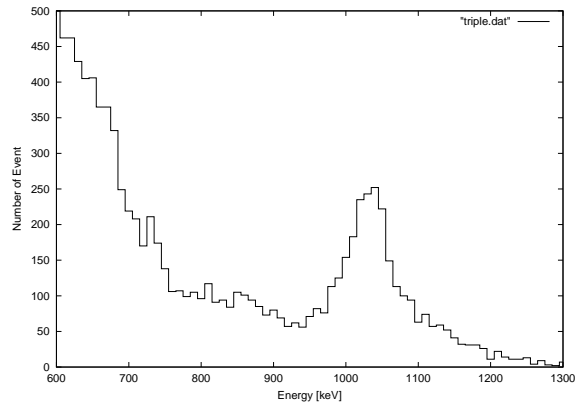


図 13: カットを入れた 3γ のグラフ

最後に, 2γ の時と同様に, background を一次関数で近似して取り除く. 1024keV 付近の background を (840, 84), (1160, 32) を通る直線で近似した.

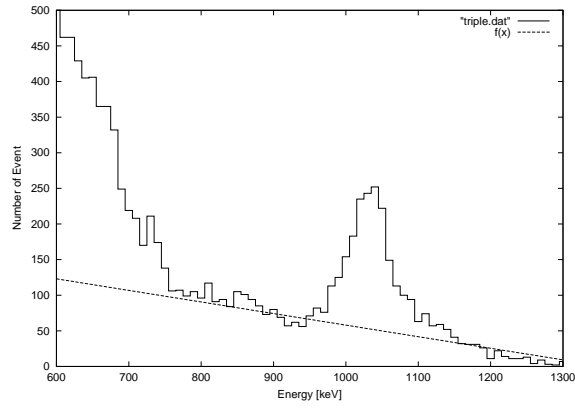


図 14: 3γ のグラフと background

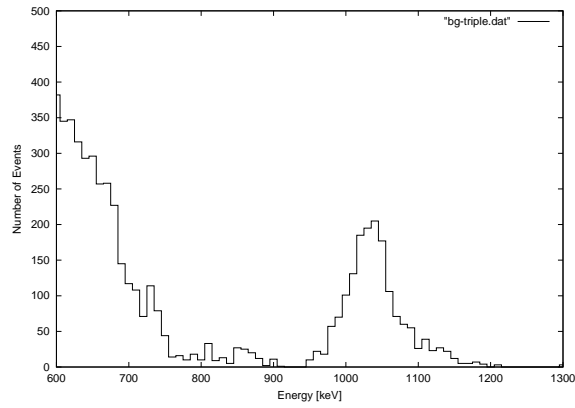


図 15: background を除いた 3γ のグラフ

3.4 3γ および 2γ のイベント数の導出

background を除いた 2 つのグラフの FWHM の値を使い分散 σ を求める.

2γ は, グラフより FWHM = 60

$2\sigma \cong 50$

となり, 2γ 範囲でのイベント数は 106,679 回と求まった.

3γ は, グラフより $\text{FWHM} = 70$

$2\sigma \cong 60$

2σ 範囲でのイベント数は, 1,439 回と求まった.

4 結果の導出

計測時間内に起きた全 3 光子崩壊数、全 2 光子崩壊数をそれぞれ $G_{3\gamma}$, $G_{2\gamma}$ 、計測された 3 光子崩壊数、2 光子崩壊数を $N_{3\gamma}$, $N_{2\gamma}$ とすると、今回の実験ではそれらの関係は次の式で与えられる。

$$N_{3\gamma} = G_{3\gamma} \times \text{計測時間} \times a_{3\gamma} \times b_{3\gamma} \quad (2)$$

$$N_{2\gamma} = G_{2\gamma} \times \text{計測時間} \times a_{2\gamma} \times b_{2\gamma} \quad (3)$$

但しここで

$a_{3\gamma}$ はカットの補正を入れた 3γ のアクセプタンス

$a_{2\gamma}$ は 2γ のアクセプタンス

$b_{3\gamma}$, $b_{2\gamma}$ はそれぞれの、ADC の不感時間によって数え落としたイベント数の補正

1 章の (1) 式

$$P_{3\gamma} = af \frac{\lambda_T}{\lambda_T + \lambda_q} + af \frac{\lambda_q}{\lambda_T + \lambda_q} \frac{1}{371} + (1-f) \frac{1}{371} \quad (4)$$

における $P_{3\gamma}$ は

$$P_{3\gamma} = \frac{G_{3\gamma}}{G_{2\gamma} + G_{3\gamma}} \quad (5)$$

で与えられるので、 $P_{3\gamma}$ を求めるために $G_{2\gamma}/G_{3\gamma}$ を求めた。

$G_{2\gamma}/G_{3\gamma}$ を求める際にそれぞれの計測時間と、 $b_{3\gamma}$ と $b_{2\gamma}$ は同じになるようにしたのでそれらは $G_{2\gamma}/G_{3\gamma}$ には関係なく、残りの値を求めて $G_{2\gamma}/G_{3\gamma}$ を求めた。

4.1 アクセプタンスとカットの補正の導出

γ 線が出て、それが検出器にかかるまでの課程をプログラムを用いてシミュレートさせて、カットの補正を入れた 3γ のアクセプタンスと 2γ のアクセプタンスを求めさせた。

考慮したことは、

1. γ 線の方向に応じて検出器との交点を求めて、それに依りて捕獲率を出し、捕獲されるかされないかを決めた。
2. 光電効果が起こるかコンプトン散乱が起こるかを断面積の比から求めて、どちらが起こるか決めさせた。

3. 光電効果が起こると γ 線が吸収されたとみなし、コンプトン散乱が起きた場合は更に1番から繰り返した。

- 3γ のプログラムには実験で使ったのと同じカットを入れた。
- コンプトン散乱の角分布を再現するために Klein-Nishina の式を使った。

考慮できてない点

- 一本の γ 線が2つ以上の検出器で反応する課程は考慮しなかった。

結果、 2γ のアクセプタンス $a_{2\gamma}$ が 6.18%
 3γ のカットの補正を入れたアクセプタンス $a_{3\gamma}$ が 2.90 %
と得られた。

4.1.1 γ 線捕獲率を求める際に使った式について

γ 線捕獲率は $1 - e^{-x\mu}$ で与えられる。但し、 μ は物質の吸収係数、 x は物質の厚さである。

また、 μ は、単位体積あたりの原子数 N 、1原子あたりの全断面積 σ を用いて $\mu = N\sigma$ となり、更に σ は光電効果の全断面積 σ_{phot} 、及びコンプトン散乱の全断面積 σ_{compt} 、対生成による全断面積 σ_{pair} を用いて $\sigma = \sigma_{\text{phot}} + \sigma_{\text{compt}} + \sigma_{\text{pair}}$ とかけるのでそれぞれを計算で求めた。但し今回の場合対生成は起きないので σ_{pair} は考えてない。

σ_{phot} は次式で与えられる。

$$\sigma_{\text{phot}} \cong \frac{5}{4} \sigma_{\text{phot}}(\text{K}) \quad (6)$$

ここで、 $\sigma_{\text{phot}}(\text{K})$ は K 電子による光電効果である。また、 $\sigma_{\text{phot}}(\text{K})$ は

$$\sigma_{\text{phot}}(\text{K}) = \phi_0 \frac{z^5}{137^4} 2^{\frac{5}{2}} \left(\frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{7/2} \quad (7)$$

但し、

$$\phi_0 = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = 6.652 \times 10^{-25} \text{cm}^2 \quad (8)$$

となる。 z は原子番号である。

次に、 σ_{compt} については、まず電子 1 個あたりのコンプトン散乱の全断面積を σ_e として、 σ_e は

$$\sigma_e = \phi_0 \frac{3}{4} \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^3} \left[\frac{2\alpha(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \log(1+2\alpha) \right] + \frac{1}{2\alpha} \log(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right\} \quad (9)$$

ここで、

$$\alpha = \frac{h\nu}{m_e c^2} \quad (10)$$

である。

この σ_e を用いて $\sigma_{\text{compt}} = z\sigma_e$ となる。

今の NaI 検出器の場合、 $z = 64$, $N = 1.47 \times 10^{23}$ という値を入れて使った。

4.2 $G_{2\gamma}/G_{3\gamma}$ の導出

解析のところで求めた $N_{3\gamma}$ と $N_{2\gamma}$ の値

$$N_{3\gamma} = 1,439$$

$$N_{2\gamma} = 106,679$$

及びプログラムによって求めた $a_{3\gamma}$ と $a_{2\gamma}$ の値

$$a_{3\gamma} = 2.90$$

$$a_{2\gamma} = 6.18$$

より、 $G_{2\gamma}/G_{3\gamma}$ は次のように得られた。

$$\begin{aligned} \frac{G_{2\gamma}}{G_{3\gamma}} &= \frac{N_{2\gamma} \times a_{3\gamma}}{N_{3\gamma} \times a_{2\gamma}} \\ &= \frac{106,679 \times 0.0290}{1,439 \times 6.18} \\ &= 34.8 \end{aligned} \quad (11)$$

4.2.1 $N_{3\gamma}$ 及び $N_{2\gamma}$ の誤差について

$N_{3\gamma}$ と $N_{2\gamma}$ の誤差 $\Delta N_{3\gamma}$ と $\Delta N_{2\gamma}$ は、それぞれを求める際に引いたバックグラウンドのイベント数の数をそれぞれ $B_{3\gamma}$ 、 $B_{2\gamma}$ とおくと、

$$\Delta N_{3\gamma} = \sqrt{N_{3\gamma} + B_{3\gamma}} \quad (12)$$

$$\Delta N_{2\gamma} = \sqrt{N_{2\gamma} + B_{2\gamma}} \quad (13)$$

で与えられる。ここで $B_{3\gamma}$ と $B_{2\gamma}$ の数を数えてみると

$$B_{3\gamma} = 618$$

$$B_{2\gamma} = 17,264$$

と得られた。したがって

$$\Delta N_{3\gamma} = \sqrt{1,439 + 618}$$

$$\cong 45 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta N_{2\gamma} &= \sqrt{106,679 + 17,264} \\ &\cong 352 \end{aligned} \quad (15)$$

となった。よって $\Delta N_{3\gamma}$ 、 $\Delta N_{2\gamma}$ の 1 次までで近似すると、 $N_{2\gamma}/N_{3\gamma}$ の誤差は

$$\begin{aligned} \frac{N_{2\gamma} \pm \Delta N_{2\gamma}}{N_{3\gamma} \pm \Delta N_{3\gamma}} &\cong (N_{2\gamma} \pm \Delta N_{2\gamma}) \left(\frac{1}{N_{3\gamma}} \pm \frac{\Delta N_{3\gamma}}{N_{3\gamma}^2} \right) \\ &\cong \frac{N_{2\gamma}}{N_{3\gamma}} \pm \frac{N_{2\gamma} \Delta N_{3\gamma} + N_{3\gamma} \Delta N_{2\gamma}}{N_{3\gamma}^2} \\ &= \frac{N_{2\gamma}}{N_{3\gamma}} \pm \frac{106,679 \times 45 + 1,439 \times 352}{1,439^2} \\ &= \frac{N_{2\gamma}}{N_{3\gamma}} \pm 2.6 \end{aligned} \quad (16)$$

と得られた。

4.2.2 プログラムによる誤差について

捕獲率による $a_{3\gamma}/a_{2\gamma}$ の誤差を GEANT の値と比較することによって考えてみた。

一片 5.0cm の立方体型 NaI に 511keV, 341keV の γ 線が入ったとして、その時全てのエネルギーが NaI に入る確率を比較した。その結果は次の表のようになった。ここで、 P は γ 線の全てのエネルギーが NaI に入る確率である。

| | GEANT による $P(\%)$ | 自作プログラムによる $P(\%)$ |
|--------|-------------------|--------------------|
| 511keV | 55 | 59 |
| 341keV | 80 | 91 |

この表を元に、GEANT を使った場合の $a_{3\gamma}/a_{2\gamma}$ を見積もってみた。各 NaI の形状と配置はこのモデルとは異なるので正確ではないが、一つの NaI あたり $P(\text{GEANT})/P(\text{自作プログラム})$ くらいの違いがあるとして考えた。このとき、GEANT を使った場合のカットの補正を入れた 3γ のアクセプタンスを $a'_{3\gamma}$ 、 2γ のアクセプタンスを $a'_{2\gamma}$ とおいたとき、それぞれは

$$\begin{aligned} a'_{3\gamma} &\cong a_{3\gamma} \times \left(\frac{P(\text{GEANT})}{P(\text{自作プログラム})} \right)^3 \\ &= a_{3\gamma} \times \left(\frac{80}{91} \right)^3 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} a'_{2\gamma} &\cong a_{2\gamma} \times \left(\frac{P(\text{GEANT})}{P(\text{自作プログラム})} \right)^2 \\ &= a_{2\gamma} \times \left(\frac{55}{59} \right)^2 \end{aligned} \quad (18)$$

となる。これにより、GEANT を使った場合の $a'_{3\gamma}/a'_{2\gamma}$ は

$$\begin{aligned}
 \frac{a'_{3\gamma}}{a'_{2\gamma}} &\cong \frac{a_{3\gamma}}{a_{2\gamma}} \times \left(\frac{80}{91}\right)^3 \times \left(\frac{59}{55}\right)^2 \\
 &= \frac{a_{3\gamma}}{a_{2\gamma}} \times 0.69 \\
 &= \frac{a_{3\gamma}}{a_{2\gamma}} - 0.31 \times \frac{a_{3\gamma}}{a_{2\gamma}} \\
 &= \frac{a_{3\gamma}}{a_{2\gamma}} - 0.14
 \end{aligned} \tag{19}$$

となる。

4.2.3 全体の誤差

以上より、 $G_{2\gamma}/G_{3\gamma}$ の誤差 Δ は Δ の上限が

$$+2.6 \times \frac{a_{3\gamma}}{a_{2\gamma}} = +1.2 \tag{20}$$

Δ の下限は

$$-0.14 \times \frac{N_{2\gamma}}{N_{3\gamma}} - 2.6 \times \frac{a_{3\gamma}}{a_{2\gamma}} = -11.6 \tag{21}$$

となり、 $G_{2\gamma}/G_{3\gamma}$ の誤差 Δ は $-11.6 < \Delta < 1.2$ となった。

4.3 プログラムの確認

プログラムが正しいための必要条件をいくつか確かめてみた。

1. γ 線がランダムに出ているかどうかを、 2γ の場合と 3γ の場合で共通する 1 番の検出器に入る個数を求めて確かめてみた。
 1,000,000 回のうち、
 2γ の場合は 140,356 個、
 3γ の場合は 140,756 個が 1 番の検出器に入った。
 これらは大体同じ数であり、したがってランダムにベクトルを発生させるプログラムはおかしい動作はしていないことがわかった。
2. 検出器と γ 線の交点を求める際に、検出器の外で交わっていないかどうかをチェックした。
 1,000,000 回ランダムな γ 線を発生させて調べた結果、 2γ は図 1 のように、 3γ は図 2 のようになった。

このグラフから、交点は検出器から漏れてないことがわかり、したがって交点を求めるプログラムはおかしい動作はしてないことがわかった。

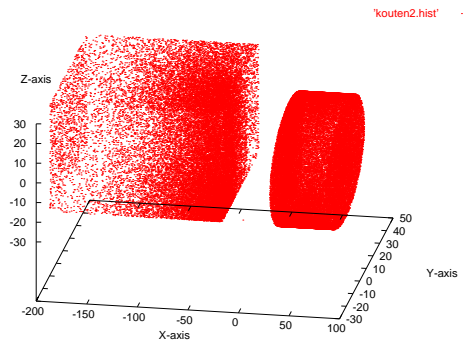


図 1: 2γ と検出器の交点

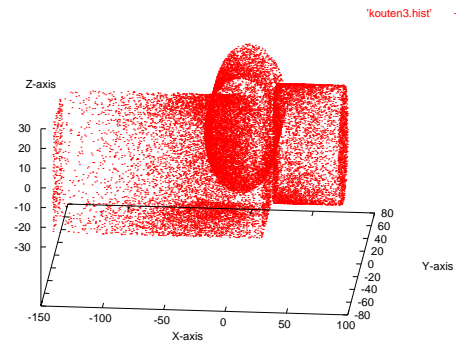


図 2: 3γ と検出器の交点

3. コンプトン散乱のプログラムが正しいかどうかを、1回散乱の場合にプログラムを適用してみてコンプトンエッジが見れるかどうかを確かめた。

結果、0.5MeVの γ 線に対して図3が得られた。

これはコンプトンエッジのグラフを良く再現しているので、このプログラムもおかしい動作はしてないことがわかった。

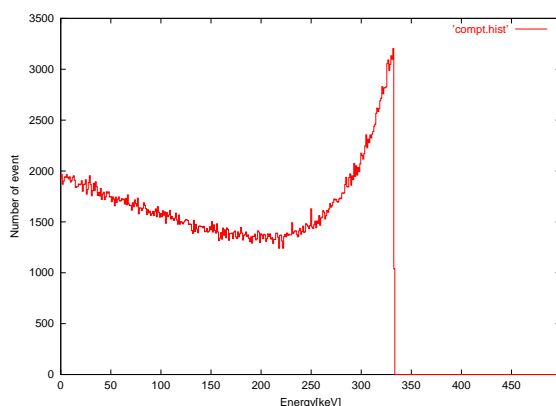


図 3: コンプトン散乱のエネルギー分布

4. プログラムの途中経過を求めてみた。

まず、 3γ のプログラムにおいて、それぞれの NaI のアクセプタンスを別々に求めてみた。結果は次のようになった。

| | |
|-----------------|-------|
| NaI(a) のアクセプタンス | 0.122 |
| NaI(b) のアクセプタンス | 0.168 |
| NaI(d) のアクセプタンス | 0.172 |

NaI(a) よりも NaI(b) や NaI(d) のアクセプタンスが高いのは、NaI(b) や NaI(d) の方が線源に近いからである。更に NaI(d) は NaI(b) よりも立体角が少し大きいため NaI(d) のアクセプタンスが NaI(b) のアクセプタンスよりも高くなっている。

また、 2γ のプログラムにおいて同じことをしてやった。

| | |
|-----------------|-------|
| NaI(a) のアクセプタンス | 0.107 |
| NaI(c) のアクセプタンス | 0.084 |

NaI(a) のアクセプタンスが 3γ の時よりも小さくなっているのは、 2γ の時の方が γ 線のエネルギーが高く、光電効果しにくいからと考えられる。また、体積が NaI(a) よりも大きい NaI(c) のアクセプタンスが低いのは配置の関係で立体角が小さいためと考えられる。

次に、カット無しの 3γ のアクセプタンスを求めたところ、0.0779 となった。また、 2γ のアクセプタンスは 0.0618 であった。

これらが単純に各 NaI のアクセプタンスの積になってないのは γ 線の

エネルギーと運動量の保存則のために各 NaI のアクセプタンスは独立ではないからである。

また、 2γ のアクセプタンスの方が低くなっているのは立体角のせいであると考えられる。

3γ のカットの補正を入れたアクセプタンスは 0.0290 であった。カットによってイベントの半分以上除かれていることがわかった。

5 考察

$G_{3\gamma} : G_{2\gamma} = 1 : 34.8$ からオルソポジトロニウムとパラポジトロニウムの生成比を考える。

1章: intro の(1)式をここに書く。

$$P_{3\gamma} = af \frac{\lambda_T}{\lambda_T + \lambda_q} + af \frac{\lambda_q}{\lambda_T + \lambda_q} \frac{1}{371} + (1-f) \frac{1}{371} \quad (1)$$

ただし

$P_{3\gamma}$: e^+ の3光子崩壊数

a : オルソポジトロニウムの生成数

λ_T : オルソポジトロニウムの固有の消滅速度 (1秒間の崩壊数)

λ_q : 電子との反応によるオルソポジトロニウムの消滅速度

f : 物質中でのポジトロニウムの生成確率

(素粒子の化学 (田畑米穂 伊藤泰男 鍛冶東海 吉原賢二 著) P 29 より) と表される。

また H_2, N_2 のような化学的に不活性なガスでは

$$\lambda_q = \pi r_0^2 c n_M Z_{eff}$$

ただし

n_M は分子密度、 r_0 は古典電子半径、 Z_{eff} はポジトロンと反応する一分子当たりの有効電子数となる。

今ソースが薄い円筒形をしており、ソースを覆うプラスチックがソースの前後にほとんどないことを考えるとポジトロニウムはほとんど空気中で形成されると考えられる。

$$\text{今 } r_0 = 2.818 \times 10^{-15} [m], \lambda_T = 7 \times 10^6 [s^{-1}]$$

N_2 中で

$$Z_{eff} = 0.26, n_M = 2.69 \times 10^{25} [m^{-3}], f = 0.21$$

$$\text{より } \lambda_q = 5.232 \times 10^4 [s^{-1}]$$

O_2 中で

$$Z_{eff} = 86, n_M = 1.88 \times 10^{25} [m^{-3}], f = 0.40$$

$$\text{より } \lambda_q = 1.215 \times 10^7 [s^{-1}]$$

(素粒子の化学 P42, P74 より)

空気の $\frac{3}{4}$ が N_2 で、 $\frac{1}{4}$ が O_2 なので(1)式の f を N_2 の f の $\frac{3}{4}$ と O_2 の f の $\frac{1}{4}$ を足したものをとる。同様に λ_q も N_2 の λ_q の $\frac{3}{4}$ と O_2 の λ_q の $\frac{1}{4}$ を足したものをとる。これから $a = 0.145$ とでてくる。実際の a としては $a = \frac{3}{4}$ となることが分かっている。

これらが大きくずれたもつとも原因としてポジトロニウムが空気中だけでなくソースの周りのプラスチック中や NaI 中でも形成されているためと考えられる。液体、固体のように密度が高い物質中ではほとんどのオルソポジトロニウムが電子と反応したり、スピン交換するため λ_q が非常に大きくなる。そのためほとんど 3γ で崩壊をしない。そのため(1)式で実際には λ_q が

もっと大きくなり、 a にかかる係数が小さいと考えられる。

ほかに考えられる原因としては O_3 は密度によって Z_{eff} の値が大きく変化するため Z_{eff} の値がずれていることも考えられる。また 2γ 崩壊と 3γ 崩壊の数を数えるとき、バックグラウンドのグラフが直線であると仮定してカットしてあるので、数え落としや数えすぎがあると考えられる。

今後の課題として

1. ポジトロニウムが空気中でどの程度形成されているかを計る、または空気中でのみポジトロニウムが形成されるようにする。
2. バックグラウンドのカットの方法を実際に即したものにする。
3. O_3 の Z_{eff} の値を正確に測る。

ことが考えられる。