

修士論文

T2K 実験のための J-PARC MR における 16 電極モニターのビームプロファイル測定アルゴリズムの開発

京都大学 理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻
物理学第二教室 高エネルギー物理学研究室

学生番号 0530-31-2782

李 耀漢

2021年7月16日

概要

T2K 実験では CP 対称性の破れの探索のため、茨城県東海村にある大強度陽子加速器 J-PARC で生成されたミュオンニュートリノビームを用い、ニュートリノ振動パラメータの精密測定を行っている。特に、CP 対称性の破れを 3σ で発見することを目指しており、このためにはビームを大強度化することによる統計量の増大が必要となる。現在 J-PARC の Main Ring (MR) はビームの強度を 1.3MW へ増強するために電源等のアップグレードが行われている。

現在 J-PARC では MR のビームの大強度化に伴うビーム中の荷電粒子の多体系における振る舞いにより不安定性が増大し、ビームロスに繋がる問題が解決すべき重要課題になっている。ビームロスを軽減する方法の一つとして、MR の上流に入射直後のビームが加速の安定軌道に乗れずビームサイズが振動する現象を抑えることが考えられている。このビームサイズの振動を観測するために、非破壊型の多電極のビームモニターである 16 電極ビームモニターがインストールされた。

本研究では、16 電極ビームモニターから得られるビームの多重極モーメントの情報を使って、ビームプロファイルを測定するアルゴリズムの開発を行った。非破壊型の測定器を使ったプロファイルの測定は、出力の情報から入力的情報を逆算する逆問題解析が用いられるが、この逆問題解析は得られる結果が一意に決まらない等の特徴がある。そこで逆問題解析のために広く使われている遺伝的アルゴリズムを基盤にしつつ、ビームの多重極モーメントに対する最適解を探索するアルゴリズムを開発した。アルゴリズムの最終目標は、MR に入射直後の不安定な状態のビームサイズの振動を観測することである。その第一段階として、任意に生成したバンチの形状を再構成するシミュレーションでアルゴリズムの性能検証を行い、実際の安定した状態のビームの解析を行った。解析の結果、ビームの加速に関するパラメータが一定である条件下で、ビーム形状の再構成ができることが確認できた。この解析の結果は、加速のターン毎のビームのパラメータが分れば、ターン毎の形状が再構成できることを意味し、入射直後の不安定性の分析に活用できると期待する。

目次

第1章	ニュートリノ	1
1.1	ニュートリノとは	1
1.2	ニュートリノの振動	1
1.3	ニュートリノ振動パラメータの測定	3
1.4	ニュートリノに関する未解決問題	4
第2章	T2K 実験	6
2.1	実験の概要	6
2.2	装置の構成	6
2.2.1	ニュートリノビームライン	8
2.2.2	MUMON	9
2.2.3	INGRID	10
2.2.4	ND280	10
2.2.5	WAGASCI-BabyMIND	13
2.2.6	スーパーカミオカンデ	13
2.3	T2K 実験の現状	15
2.4	T2K 実験の課題と今後の展望	16
第3章	J-PARC	18
3.1	J-PARC の概要	18
3.2	加速器の構成	19
3.2.1	LINAC	19
3.2.2	RCS	19
3.2.3	MR	20
3.3	ビームモニター	22
3.3.1	IPM	24
3.3.2	FWM	24
3.4	アップグレードの現状	24
第4章	ビーム力学	26
4.1	加速器の座標系	26

4.2	Hill's 方程式	28
4.3	輸送行列	29
4.4	エミッタンス	31
4.5	運動量分散	33
4.6	ビームの不安定性	33
4.6.1	ベータトロン振動	33
4.6.2	共鳴	34
4.6.3	ベータトロン共鳴	36
4.6.4	空間電荷効果	36
第 5 章	16 電極ビームモニター	39
5.1	モニターの概要	39
5.2	モニターの動作	40
5.2.1	ストリップライン型ビームモニター	40
5.2.2	横方向の多重極モーメントの算出方法	42
5.2.3	横方向のビームサイズ測定の基本的な原理	45
5.3	DAQ システム	46
5.3.1	アンチエイリアス・フィルタ	46
5.3.2	アテネータ	47
5.3.3	ADC	47
5.3.4	FPGA	48
5.4	16 電極ビームモニターから得られる実際のデータ	48
5.4.1	処理モード	48
5.4.2	波形モード	49
5.5	研究の位置づけ	50
5.5.1	これまでの研究	50
5.5.2	本研究の意義及びまとめ	51
第 6 章	解析アルゴリズムの開発	52
6.1	ビームプロファイル測定	52
6.1.1	逆問題解析の概要	52
6.1.2	16 電極ビームモニターと逆問題	55
6.2	遺伝的アルゴリズム	57
6.2.1	遺伝的アルゴリズムの流れ	59
6.3	アルゴリズム設計	60
6.3.1	個体の生成	60
6.3.2	適合度評価	61

6.3.3	選択	65
6.3.4	交叉	65
6.3.5	突然変異	67
6.3.6	個体の形状の変化	68
6.3.7	終了条件	70
6.3.8	アルゴリズム構築	70
6.4	ベンチマークテスト	71
6.4.1	OneMax Problem	71
6.4.2	EggHolder 関数	75
6.5	シミュレーション	77
6.5.1	テストビーム (A) の最適化の結果	79
6.5.2	テストビーム (B) の最適化の結果	83
6.6	まとめ	86
第7章	ビーム測定	91
7.1	ビームの重心位置とサイズの算出	91
7.1.1	ベータトロン振動様子及びチューンの算出	92
7.1.2	ビームサイズ及びエミッタンスの算出	94
7.2	エミッタンスの算出	97
7.3	ビームの形状	98
7.4	より正確な解析のための考察	99
7.4.1	不適切問題の対策	99
7.4.2	ビーム形状の変更	100
7.4.3	モーメントとビーム形状との関係の理解	101
第8章	今後の展望	102
8.1	ソフトウェア	102
8.1.1	アルゴリズムの改良	102
8.1.2	16 電極ビームモニター用のソフトウェアの改良	103
8.1.3	EPICS システムへの対応	103
8.2	ハードウェア	104
8.2.1	実測定のための調整	104
8.3	T2K 実験における展望	104
第9章	結論	106
第10章	謝辞	108

付録 A 本文の理解のための追加情報	110
A.1 加速器の磁場の表現	110
A.2 生成関数	111
A.3 正則化	111
付録 B キャリブレーション	113
B.1 Wire Calibration	113
B.1.1 キャリブレーション原理	113
B.2 Beam Based Gain Calibration	114
B.2.1 キャリブレーション原理	114
B.3 Beam Based Alignment	115
B.3.1 キャリブレーション原理	115
付録 C 測定項目で分類するビームモニター	116
C.1 ビーム強度モニター	116
C.2 ビーム位置モニター	117
C.3 ビームプロファイルモニター	118
C.4 ビームロスモニター	118
付録 D Goerztel アルゴリズム	119
付録 E 遺伝的アルゴリズムの理論的根拠	121
E.1 スキーマ	121
E.2 スキーマ定理	122
付録 F 高次のモーメントの表現	123

第1章 ニュートリノ

1.1 ニュートリノとは

ニュートリノは中性レプトン粒子であり、弱い力と重力によってのみ相互作用をする素粒子である。ニュートリノは ν_e 、 ν_μ 、 ν_τ と3種類が存在し、それぞれ反粒子 $\bar{\nu}_e$ 、 $\bar{\nu}_\mu$ 、 $\bar{\nu}_\tau$ を持つ。ニュートリノは原子核のベータ崩壊におけるエネルギー保存を説明するため、1930年にヴォルフガング・パウリによって初めてその存在が提唱され^[1]、その後、1956年にフレデリック・ライネスとクライド・カワンの原子炉実験により反電子ニュートリノ $\bar{\nu}_e$ が初めて検出された^[2]。さらに、1962年にはレーダーマン、シュワルツ、シュタインバーガーらによってミューオンニュートリノ ν_μ が^[3]、2000年のDONUT実験によってタウニュートリノ ν_τ が次々と検出され^[4]、LEPの実験により弱い相互作用をする軽いニュートリノは3世代であることが示されている^[5]。

1.2 ニュートリノの振動

ニュートリノ振動とは、飛行中のニュートリノのフレーバーが変化する現象のことである。標準模型において、ニュートリノは質量がゼロであるとされてきたが、1962年に牧二郎、中川昌美、坂田昌一らにより、仮にニュートリノの質量がゼロではなく、質量の固有状態とフレーバーの固有状態が異なった場合、ニュートリノ振動が存在することが理論的に予想された。^[6]以下、その理論について説明する。

ニュートリノ質量固有状態を $|\nu_i\rangle$ 、フレーバー固有状態を $|\nu_l\rangle$ とすると、PMNS(Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata) 行列 U を用いてニュートリノの混合状態を以下のように表現できる^[7]。

$$|\nu_l\rangle = \sum_i U_{l,i} |\nu_i\rangle \quad (1.1)$$

ここで $l = e, \mu, \tau$ 、 $i = 1, 2, 3$ であり、 $U_{l,i}$ は 3×3 のユニタリー行列である。また、PMNS 行列 U は混合角 θ_{12} 、 θ_{13} 、 θ_{23} と複素位相 δ を用いて以下のように表される。

$$\begin{aligned} U &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.2) \end{aligned}$$

ここで、 $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ 、 $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ である。位相 δ_{CP} がゼロでないとき、PMNS 行列は虚部を含み CP 対称性が破れるため、位相 δ_{CP} は CP 位相と呼ばれる。ニュートリノの質量固有状態の時間発展 $|\nu_i(t)\rangle$ は、エネルギー E_i と運動量 p_i を用いて以下のように表現できる。

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-i(E_i t - p_i x)} |\nu_i(0)\rangle \quad (1.3)$$

さらに、フレーバーの固有状態の時間発展 $|\nu_l(t)\rangle$ は、質量固有状態の重ね合わせで書けることから、

$$|\nu_l(t)\rangle = \sum_i U_{l,i} |\nu_i(t)\rangle = \sum_i U_{l,i} |\nu_i(0)\rangle e^{-i(E_i t - p_i x)} = \sum_{i,l'} \left[U_{l,i} e^{-i(E_i t - p_i x)} U_{l',i}^* \right] |\nu_{l'}(0)\rangle \quad (1.4)$$

と表すことができる。ニュートリノが時間 t の間に距離 L だけ飛行した場合のニュートリノのフレーバーが変化する確率について考える。ニュートリノが相対論的である場合、 $t \simeq L$ (ただし、自然単位系で光速 $c = 1$) と書け、エネルギー E_i と運動量 p_i の関係は以下ようになる。

$$E_i t - p_i x = E_i L - \sqrt{E_i^2 - m_i^2} L \sim E_i L - \frac{2E_i - m_i^2}{2E_i} L = \frac{m_i^2 L}{2E_i} \quad (1.5)$$

ここで、ニュートリノの質量 m_i が十分軽いとき、近似的に $(1 + m_i^2)^{1/2} \sim 1 + 1/2 m_i^2$ と表せることを用いた。この場合、フレーバー固有状態の遷移振幅は以下のように表される。

$$U_{l',l}(t) = \langle \nu_{l'}(0) | \nu_l(t) \rangle \simeq \langle \nu_{l'}(0) | \sum_i \left[U_{l,i} e^{-i(m_i^2 L / 2E_i)} U_{l',i}^* \right] |\nu_{l'}(0)\rangle = \sum_i U_{l,i} e^{-i(m_i^2 L / 2E_i)} U_{l',i}^* \quad (1.6)$$

ニュートリノの振動確率 $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ は遷移振幅の二乗であるので、以下のように書ける。

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |\langle \nu_\beta(0) | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 \\ &\simeq \left| \sum_i U_{\alpha,i} e^{-i(m_i^2 L / 2E)} U_{\beta,i}^* \right|^2 \\ &= \sum_i U_{\alpha,i} e^{-i(m_i^2 L / 2E)} U_{\beta,t}^* \sum_j U_{\alpha,j}^* e^{i(m_j^2 L / 2E)} U_{\beta,t} \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i < j} \text{Re} (U_{\alpha,i} U_{\beta,i}^* U_{\alpha,j}^* U_{\beta,j}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \\ &\quad + 2 \sum_{i > j} \text{Im} (U_{\alpha,i} U_{\beta,i}^* U_{\alpha,j}^* U_{\beta,j}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \end{aligned} \quad (1.7)$$

ここで、質量 2 乗差 $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ は、

$$\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2, \quad \Delta m_{32}^2 = m_3^2 - m_2^2, \quad \Delta m_{31}^2 = m_3^2 - m_1^2 \quad (1.8)$$

の 3 種類がある。ただし、質量 2 乗差は $m_{21}^2 + m_{32}^2 - m_{31}^2 = 0$ の関係があり、独立したパラメータはこれら 3 つの内 2 つである。

式 1.7 を定量的に書き直すと、以下ようになる。

$$\begin{aligned}
P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = & \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i < j} \text{Re}(U_{\alpha,i} U_{\beta,i}^* U_{\alpha,j}^* U_{\beta,j}) \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m_{ij}^2 ([\text{eV}]^2) L [\text{km}]}{4E [\text{GeV}]} \right) \\
& + 2 \sum_{i > j} \text{Im}(U_{\alpha,i} U_{\beta,i}^* U_{\alpha,j}^* U_{\beta,j}) \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m_{ij}^2 ([\text{eV}]^2) L [\text{km}]}{4E [\text{GeV}]} \right) \quad (1.9)
\end{aligned}$$

また、反ニュートリノ $\bar{\nu}$ の振動確率 $P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)$ は、 U を U^* に置き換えることで得られる。これらの式の内、質量 2 乗差 Δm_{21}^2 と Δm_{32}^2 、PMNS 行列 U の要素である 3 つの混合角 θ_{12} 、 θ_{13} 、 θ_{23} と複素位相 δ_{CP} が測定により決まるパラメータであり、これらのパラメータをニュートリノ振動パラメータと呼ぶ。

1.3 ニュートリノ振動パラメータの測定

1998 年、スーパーカミオカンデでの大気ニュートリノの観測によってニュートリノの振動が発見された以来、ニュートリノ振動パラメータの測定する実験が活発に行われ、現在は表 1.1 のように 3 世代のニュートリノの振動パラメータが決まっている。それぞれの数値は質量が括弧の外が順階層の場合 ($m_1 < m_2 < m_3$) と括弧の中が逆階層の場合 ($m_3 < m_1 < m_2$) に対応する。

表 1.1 : 測定されたニュートリノ振動パラメータ [8]

振動パラメータ	最適値	3σ 区間
Δm_{21}^2 [10^{-5} eV ²]	7.42	6.82 - 8.04
$\Delta m_{31(32)}^2$ [10^{-7} eV ²]	2.517	2.435 - 2.598
$\sin^2 \theta_{12}$	0.304	0.269 - 0.343
$\sin^2 \theta_{13}$	0.02219 (0.02238)	0.02032 - 0.02410 (0.02052 - 0.02428)
$\sin^2 \theta_{23}$	0.573 (0.575)	0.425 - 0.616 (0.419 - 0.617)
δ_{CP}/rad	3.43 (4.92)	2.09 - 6.44 (3.36 - 6.14)

表 1.1 の値は以下のような実験によって求められている。

Δm_{21}^2 , θ_{12} :

スーパーカミオカンデ [9] や SNO (Sudbury Neutrino Observatory) の太陽ニュートリノ観測 [10]、KamLAND での原子炉ニュートリノ観測 [11] によって測定されている

Δm_{32}^2 , θ_{23} :

スーパーカミオカンデ [6]、IceCube 実験 [12] による大気ニュートリノの観測、K2K 実験 [13] や T2K 実験 [14]、NO ν A 実験 [15]、MINOS 実験 [16] における加速器から生成されたミューオンニュートリノの消失事象から測定されている。

θ_{13} :

2011 年に T2K 実験によって θ_{13} が有限な値をとることが示唆された後 [9]、現在原子炉ニュートリノ

ノ実験である Daya Bay 実験 [17] や RENO 実験 [18]、Double-Chooz 実験 [19] 及び加速器ニュートリノ実験である T2K 実験によって精密測定が行われている。

δ_{CP} :

2019 年において T2K 実験により、 2σ の信頼度で $0, \pi$ でないことが示唆された。現在の T2K 実験の δ_{CP} の測定結果では、順階層の場合、最適値が -1.89 で、 3σ 区間が $[-3.71, 0.17]$ であり、逆階層の場合、最適値が -1.38 で、 3σ 区間が $[-2.54, 0.32]$ である。 [20]

1.4 ニュートリノに関する未解決問題

ニュートリノ振動現象の発見によって、ニュートリノが標準模型を超える物理で表現されることが分かった。それに伴い、ニュートリノの質量の起源やその絶対値等の未解決問題が残された。

これまでのニュートリノ振動実験から、3世代のニュートリノがそれぞれ異なる質量固有状態 m_1, m_2, m_3 の2乗差の絶対値 $|\Delta m_{21}^2|, |\Delta m_{31}^2|, |\Delta m_{32}^2|$ を測定することが可能であるが、その大小関係はまだ分っていない。現在は太陽の物質との相互作用により $m_2 > m_1$ の関係のみ分かっている。これにより、ニュートリノ質量固有状態の順序の候補として、図 1.1 のように順階層 ($m_1 < m_2 < m_3$) と逆階層 ($m_3 < m_1 < m_2$) 挙げられている。この階層性を決定することはニュートリノを説明する様々なモデルの検証することや δ_{CP} を測定することにおいて重要である。現在は地球を通過する大気ニュートリノの振動現象を精密に測定することにより決定する方法が考えられている。

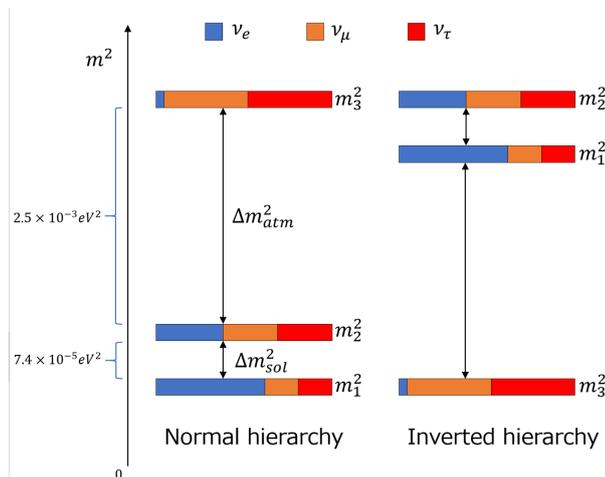


図 1.1 : ニュートリノの質量固有状態の階層性 [21]。左が順階層 (Normal hierarchy)、右が逆階層 (Inverted hierarchy)

また、ニュートリノの振動実験により CP 対称性の破れを観測できることが考えられており、そのためには δ_{CP} を精密測定する必要がある。宇宙の始まりを説明する理論であるビックバン理論によると、宇宙が誕生した直後は物質と反物質が等しく存在していたと考えられている。しかし、現在の宇宙は物質と反物質が非対称に存在し、物質が優勢な状態である。したがって、初期宇宙から現在に至るまで物

質だけが残る反物質が消滅した過程を説明する必要がある。この現象を説明するために、ロシアのサハロフは以下の三つの条件が提案した (The Sakharov conditions、サハロフの3条件)。^[22]

- C と CP 対称性の破れていること
- バリオンの数が非保存していること
- 宇宙が熱的非平衡状態にあること

CP 対称性の破れにはクォークにおける破れとレプトンにおける破れの2通りのパラメータが存在する。すでに、アメリカのクローニンらにより行われた K^0 メソン系の CP 非保存性の測定^[23] や日本の Belle 実験とアメリカの BABAR 実験による B^0 メソン系の CP 非保存性の測定^[24] によりクォークにおける CP 対称性が破れていることは確認できた。しかし、これだけでは現在の宇宙の非対称はすべて説明できず、レプトジェネシスの検証の第一歩として、レプトンにおける CP 対称性の破れを発見することが重要である。そのために T2K 実験ではニュートリノ振動から CP 対称性の破れを発見することを目指している。

その他にも、混合角 θ_{23} に関し、最大混合である場合 ($\sin^2 \theta_{23} = 0.5$) のレプトン世代に新たな対称性が存在する可能性が考えられる等、様々な未解決問題が残されている。

第2章 T2K 実験

2.1 実験の概要

2010年に測定を開始したT2K実験は、J-PARCのニュートリノビームラインを使用した長基線ニュートリノの振動実験である。図2.1はT2K実験の概念図をしめした。最初に図の右のところの茨城県東海村にあるJ-PARCにおいてミューニュートリノビームが生成される。その後、ニュートリノビームは加速器施設内にある前置検出器と295 km先にある後置検出器であるスーパーカミオカンデへと進み、これらの検出器で振動前後のニュートリノの測定が行われる。T2K実験では、 ν_μ の消失事象から θ_{23} と $|\Delta m_{32}^2|$ の測定と ν_μ から ν_e への振動現象を用いた δ_{CP} の精密測定が行われている。

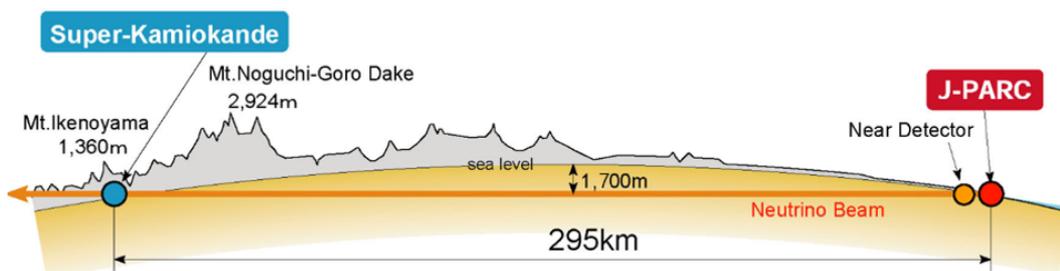


図 2.1 : T2K 実験の概要図 [25]

2.2 装置の構成

T2K実験のための装置の構成について述べる。加速器のビームラインから取り出された陽子ビームはグラファイト標的に照射され荷電 π 粒子が生成され、この π 粒子が二体崩壊することにより μ 粒子とミューニュートリノが生成される。 μ 粒子とミューニュートリノは先へと進行し最初に μ 粒子がMUMON (Muon Monitor)で検出され、ニュートリノビームだけがMUMONの先へと進む。次にニュートリノビームはビームの軸上にあるon-axis法の検出器INGRID (Interactive Neutrino GRID)及びビーム軸と 2.5° ずれた軸上のoff-axis法の検出器ND280 (Near Detector 280 m)と 1.5° ずれた軸上のWAGASCI-BabyMINDに進行し、それぞれの検出器で検出される。その後ニュートリノビームはINGRIDの方向の延長線上に置かれた検出器であるスーパーカミオカンデ (Super-Kamiokande)で検出される。加速器のビームライン以降の全装置の構成を図2.2に示した。

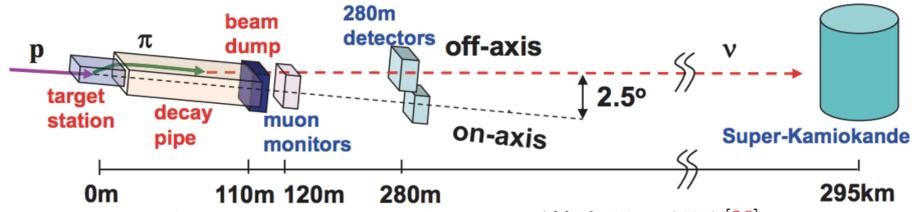
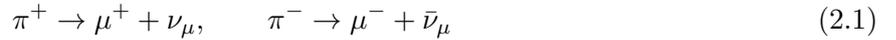


図 2.2 : T2K ビームライン及び検出器の配置 [26]

off-axis 法

ニュートリノビームラインの軸上でニュートリノを検出する on-axis 法とは違い、off-axis 法はその軸から意図的に 2.5° ずれた軸上で用いニュートリノの検出を行う方法であり、T2K 実験で初めて採用された。T2K 実験では、荷電 π 粒子の以下の二体崩壊により生成されるニュートリノを利用している。



T2K 実験では、これらの崩壊を選択的に取ることができ、ニュートリノビームと反ニュートリノビームが生成されることから、それぞれのモードをニュートリノモードと反ニュートリノモードと呼ぶ。ニュートリノビームと反ニュートリノビームの取り出しについては後述する。この時の生成されるニュートリノが持つエネルギー E_ν は、

$$E_\nu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2(E_\pi - p_\pi \cos \theta_\nu)} \quad (2.2)$$

で与えられる。ここで、 E_π 、 m_π 、 p_π はそれぞれ、荷電 π 粒子のエネルギー、質量、運動量であり、 m_μ は μ 粒子の質量、 θ_ν はニュートリノと荷電 π 粒子が成す崩壊角である。J-PARC で生成される荷電 π 粒子の運動量 p_π は広がりを持つ。運動量の広がりにより、on-axis ではニュートリノのエネルギー E_ν も運動量に比例し広がりを持つようになるが、式 2.2 から、 θ_ν の値をゼロより大きくとることで、図 2.4 のようにエネルギー幅の小さいニュートリノビームを得ることが可能となる。また、ニュートリノの振動確率はエネルギー E と飛距離 L に依存する (式 1.9)。この関係から $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振動確率と $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ 振動確率は図 2.3 のようになる。T2K 実験における飛距離は $L = 295$ km であるため、ニュートリノの振動確率が最大となるエネルギーは $E_\nu = 0.6$ GeV の付近になる。ビーム軸を 2.5° にずらすことによりニュートリノのエネルギーが持つ幅を約 $0.5 \sim 0.7$ GeV にしぼることができる。

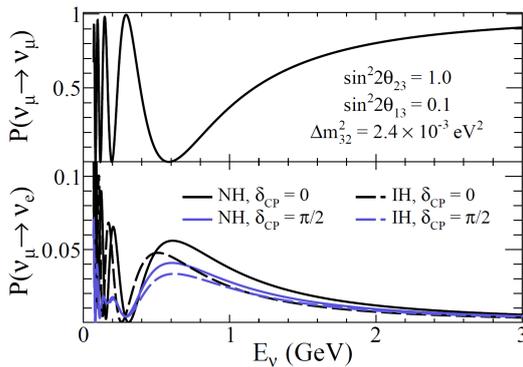


図 2.3: ニュートリノの振動確率。NHは順階層、IHは逆階層を示す

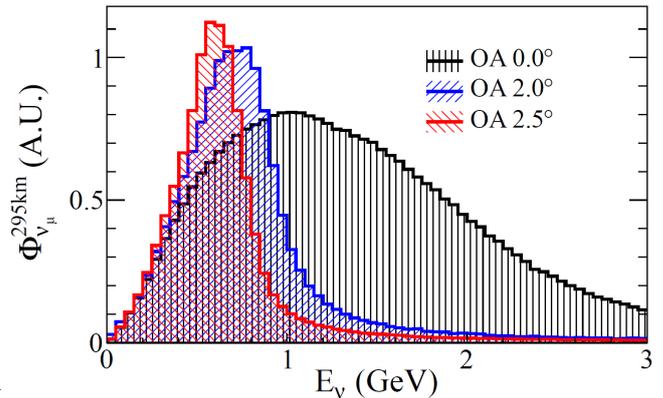


図 2.4: ビーム軸の角度によるニュートリノビームのエネルギースペクトラム

2.2.1 ニュートリノビームライン

T2K 実験に用いるニュートリノビームは、J-PARC (Japan Proton Accelerator Research Complex) において生成される。J-PARC の加速器は線形加速器である LINAC と 3 GeV シンクロトロンである RCS (Rapid Cycling Synchrotron)、最後に 30 GeV シンクロトロンである MR (Main Ring) で構成されている。ニュートリノビームラインでは、ミューニュートリノビームが生成される。ニュートリノビームラインは上流側から下流側に向かう順に、次の要素で構成されている。

1. 一次ビームライン

一次ビームラインは、MR から取り出したビームを調整する前段部、ビームをスーパーカミオカンデの方向に曲げるアーク部及びビームをグラファイト標的に収束させる最終収束部の 3つの部分から構成されている。アーク部には超伝導電磁石 (図 2.6) が使用されており、他の部分には常伝導電磁石が使用されている。超伝導電磁石が使用されている部分は超伝導状態を維持するため冷凍機を使って常に低温状態を維持している。また、最終収束部でビームを完全に標的に送るため一次ビームライン全域に渡り多数のビームモニターが設置され、ビームの厳密な監視が行われている。

2. ターゲットステーション: 電磁ホーンと標的

ターゲットステーションは標的と 3つの電磁ホーンに構成されている。標的はチタン合金に覆われた長さ約 90 cm のグラファイトの棒が使われている。標的と電磁ホーンの断面を図 2.7 に示した。MR で取り出されたビームが標的に照射されると、大量のハドロンが生成される。Van der Meer ホーンとも呼ばれる電磁ホーンはアルミニウム合金の同軸構造をした構造であり、トロイダル磁場を作り出すことで標的で生成された π 粒子を前方へ収束する [27]。また、電磁ホーンに流れる電流の向きを変えることで、 π^+ 粒子 (反応 2.1、 ν_μ ビームを作る) と π^- 粒子 (反応 2.1、 $\bar{\nu}_\mu$ ビームを作る) を選択的に収束させることができる。標的にビームが当てられているときはヘリウムガスで冷却を行っている。

3. ディケイボリューム・ビームダンプ

ターゲットステーションで生成された荷電 π 粒子はディケイボリュームで μ 粒子とミューニュートリノに崩壊する。ディケイボリュームは約 6 m の厚さのコンクリートで覆われたトンネルで、内部は二次粒子の生成による熱を冷却するための対策ができていない構造になっている。また、ビームダンプが設置されており、ニュートリノとミューオン以外の粒子が吸収されるようになっている。ディケイボリュームの先に前章で述べた MUMON が位置する。

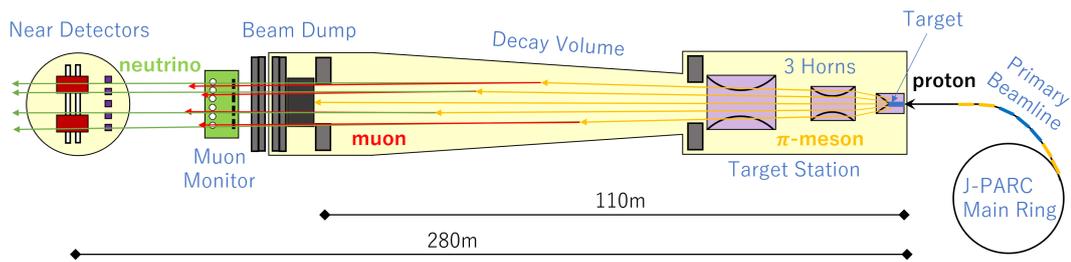


図 2.5 : ニュートリノビームの概念図 [28]



図 2.6 : 1次ビームラインのアーカ部の複合磁場超伝導電磁石 (SCFM) [28]

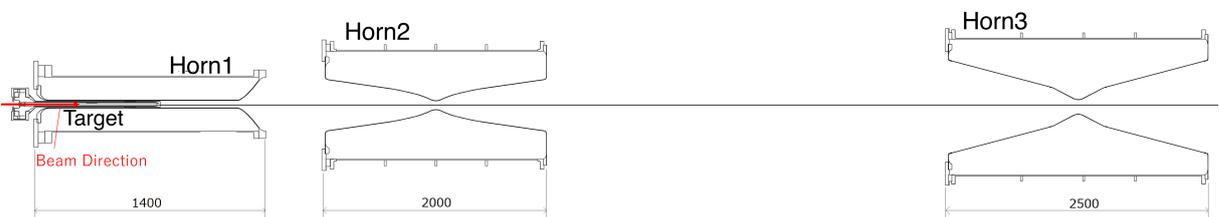


図 2.7 : 標的と電磁ホーンの断面。各ホーンの長さ (単位 mm) を図に示した [27]

2.2.2 MUMON

MUMON はニュートリビームの生成地点から約 120 m 先にある検出器であって、 π 粒子の二体崩壊で生成される高エネルギーの μ 粒子の空間分布を観測することで、ニュートリビームの空間分布を間接的に測定し、ニュートリビームの方向をリアルタイムで観測している。MUMON の概略図を図 2.8 に

示した。標的から検出器までの距離が遠くなると、ビームが標的に照射される位置の僅かにずれていても、検出地点では流れている距離に比例しずれが大きくなる。したがって、MUMONでは μ 粒子のプロファイルの中心を測定するため、 $150 \times 150 \text{ cm}^2$ の領域を覆うように設計された。図2.8の架台の左側は $150 \times 150 \text{ cm}^2$ の領域に49個のシリコンフォトダイオードが 7×7 で配置されたある。また、同図の架台の右側には7本のイオンチェンバーのチューブがあり、各チューブは7チャンネルの電極に繋がれ、25 cmの間隔で設置されている。このように、2種類の検出器を用いることで、測定結果のクロスチェックができ、片方が測定が困難な状況で置かれる状況でも、もう片方からは測定が続けられる。また、イオンチェンバーを動かすことで、キャリブレーションを行う[29]。

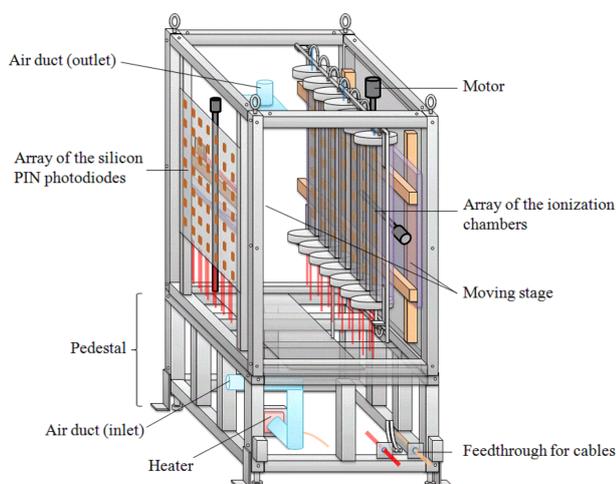


図 2.8 : MUMON の概略図。ビームは左側から入射する。

2.2.3 INGRID

INGRIDはMRから取り出されたビームの軸上(on-axis)にある検出器でありニュートリノビームのプロファイルを測定することを主の目的とする[30]。14台のモジュールを縦に約10 m、横に約10 mの十字型で並べ、INGIRDの中心がビームの中心に来るようにしている。各モジュールは9層の鉄と11層のシンチレータ層のサンドイッチ構造になっており、ニュートリノの反応数を測定する。INGRIDはMUMONと同じくニュートリノビームの方向を監視するが、MUMONはミューニュートリノビームの観測による間接的な方法を使う反面、INGRIDは各モジュールから測定されたニュートリノ反応数を用いて直接ニュートリノビームを観測する。また、INGRIDは一定期間¹の測定から統計量を貯めておく必要があり、貯まったデータから全バンチの平均した方向やプロファイルを測定することができる。

2.2.4 ND280

ND280はビームの方向から 2.5° 離れた軸上に設置されたoff-axis検出器である。ND280は後述するスーパーカミオカンデと同じ方向に置かれ、振動する前のニュートリノフラックスとニュートリノ反応

¹一日から数日

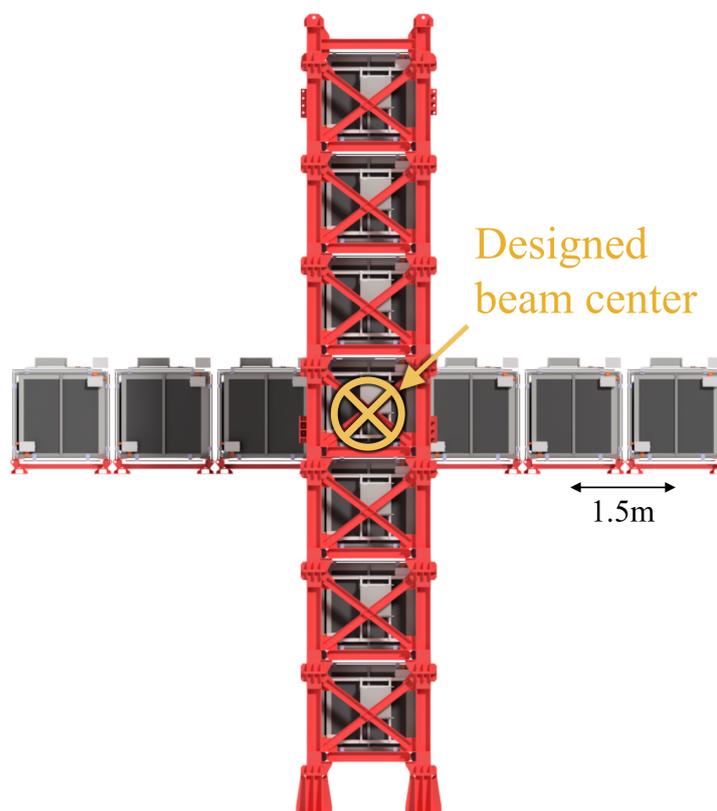


図 2.9 : INGRID の概略図

測定を行う。これらの測定結果を用いることで、ニュートリノと原子核の反応とフラックスの不定性による系統誤差を減らすことができる。ND280 は図 2.11 のように複数の検出器で構成されている。その構成要素は、P0D、FGD、TPC、ECAL、SMRD とこれらの検出器全体を覆う UA1 ソレノイド磁石である。

P0D (π^0 Detector)

図 2.11 のニュートリノビームの方向の観点から最上流に位置する P0D は、スーパーカミオカンデにおける電子ニュートリノ出現事象のバックグラウンドとなる π^0 を生成するニュートリノ反応の測定に特化した検出器である。厚さ 0.6 mm の鉛薄膜層とシンチレータの層、水標的層からなるシンチレータトラッカーのサンドイッチ構造になっている [31]。

FGD (Fine Grained Detector)

FGD は棒状のシンチレータが垂直方向に並べられた層と水平方向に並べられた層が交互に配置された構造を持つシンチレータトラッカーである。TPC の間に 1 台ずつ設置されており、上流側の FGD は 30 層のシンチレータ層から、下流側の FGD は 14 層のシンチレータ層と 6 層の水標的の層からなってい

る。ニュートリノ反応点からの荷電粒子の検出及び低エネルギー粒子のトラッキングと粒子識別をおこなっている [32]。

TPC (Time Projection Chamber)

TPC はニュートリノ反応で生成された荷電粒子の飛跡を測定する検出器であり、飛跡の曲がり具合から運動量を計算し、エネルギーの損失から粒子の識別を行っている。3 台のモジュールになっており、間に FGD を 1 台ずつ挟んでいる [33]。

ECAL (Electromagnetic Calorimeter)

ECAL は電磁カロリメータであり、ニュートリノビームの方向の観点から最下流及び P0D と TPC、FGD の周囲に位置する。鉛とシンチレータのサンドイッチ構造になっており、ニュートリノ反応で生成される電子と γ 線を測定する装置である [34]。

SMRD (Side Muon Range Detector)

SMRD は UA1 磁石のヨークの隙間に挿入された 7 mm のシンチレータ群である。TPC に挿入されなかった μ 粒子を測定し、ニュートリノエネルギーの再構成を行う [35]。

UA1 (Underground Area 1) ソレノイド磁石

CERN の UA1 実験にも使用された UA1 ソレノイド磁石は 0.2 T の磁場をかけることができる大型常伝導ダイポール電磁石である。磁場により荷電粒子の飛跡を曲げることができ、電荷と運動量の測定を可能とする [36]。

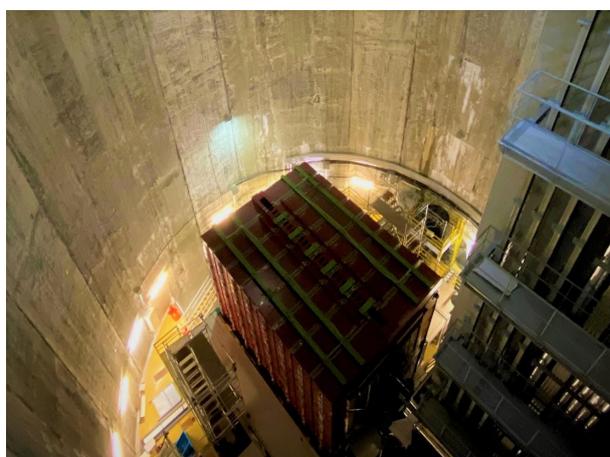


図 2.10 : ND280 の実物

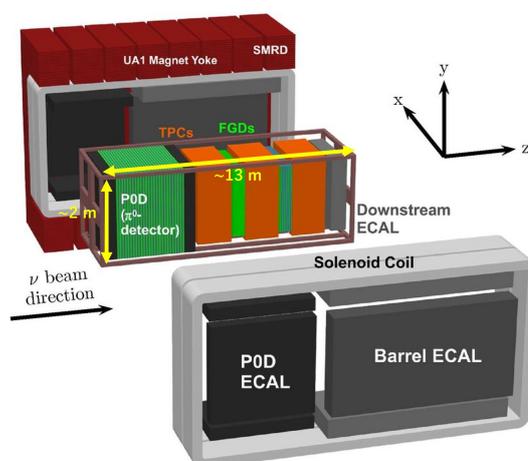


図 2.11 : ND280 の分解図

2.2.5 WAGASCI-BabyMIND

WAGASCI (Water Grid and Scintillator) 及び BabyMIND (A prototype Magnetised Iron Neutrino Detector) は T2K-WAGASCI 実験に用いる検出群であって、現在ビーム方向と 1.5° 離れた軸上に設置されている [37]。WAGASCI はスーパーカミオカンデと同じく水を標的としたニュートリノ検出器であり、ニュートリノ反応測定を行っている。また、独自のシンチレータ構造により大角度に散乱された荷電粒子も検出できるようになっている。BabyMIND は CERN で開発された検出器で、鉄とシンチレータのサンドイッチ構造をしており、鉄コア電磁石が搭載され磁場が印加されるようになっている。これらの検出器はニュートリノ反応断面積の精密測定を目指し、ニュートリノ反応の不定性に起因する系統誤差の軽減を目的とする。

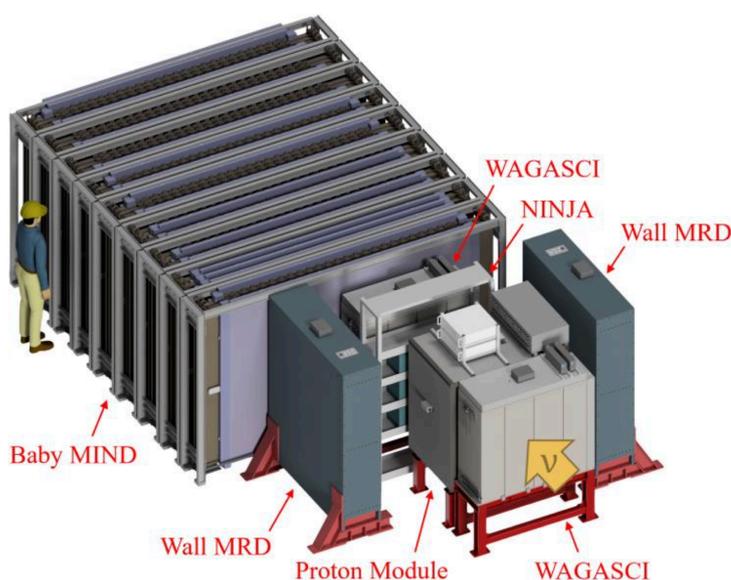


図 2.12 : WAGASCI-BabyMIND の概略図

2.2.6 スーパーカミオカンデ

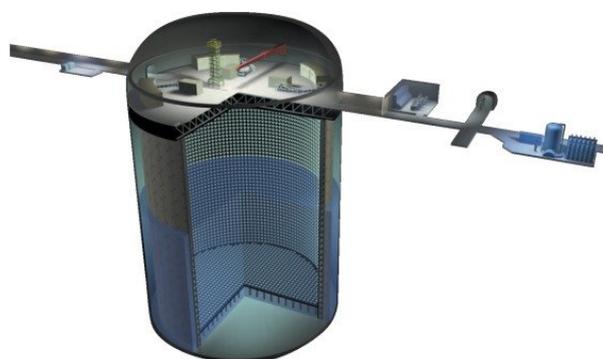


図 2.13 : スーパーカミオカンデの概略図

J-PARC MR のニュートリノビーム生成地点から 295 km 離れた岐阜県飛騨市神岡町の地下 1000 m の神岡鉱山内にあるスーパーカミオカンデは、世界最大の純水チェレンコフ検出器である [38] (図 2.13)。

スーパーカミオカンデはニュートリノの観測と陽子崩壊の観測を目的としており、T2Kの後置検出器として利用されるほか、大気ニュートリノや太陽ニュートリノなど、様々な測定を行っている。直径39.3 m、高さ41.4 mの円筒の水槽には5万トンの純水が入っており、水槽の内側の壁には11,146本の光電子増倍管と呼ばれる光センサーが付着されている。また、スーパーカミオカンデでは測定開始以来超純水を使用してきたが、2020年にニュートリノ反応からの中性子の検出効率の向上を目指して硫酸ガドリニウムが添加された。

ニュートリノが水と荷電カレント反応 (CCQE、Charged Current Quasi-elastic Scattering) をすると荷電粒子が生成される ($\nu_l + n \rightarrow l + p$)。この荷電粒子が水中を進むとチェレンコフ光が生じる。このチェレンコフ光は以下の関係を満たすように円錐状に放射される。チェレンコフ放射の放射角 θ は、

$$\cos \theta = \frac{1}{n\beta} \quad (2.3)$$

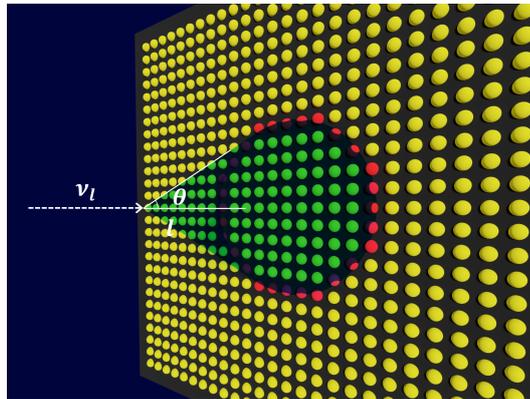


図 2.14: ニュートリノ反応により荷電粒子が生成されると生成された荷電粒子により発生したチェレンコフ光に光電子増倍管が反応する

と表すことができる。ここで、 n は屈折率、 β は粒子の速度を光速 c で割った値である。この円錐によってできるリングが当たるところの光電子増倍管が反応し、その測定値から粒子の種類やエネルギー等を解析する (図 2.3)。実際スーパーカミオカンデで観測されたチェレンコフリングの例を図 2.15 と図 2.16 に示した。電子は電磁シャワーにより鮮明なリングができないことに対し、 μ 粒子はその重さにより電子によるチェレンコフリングより鮮明なリングができる。このような違いにより電子と μ 粒子の識別ができ、結果として電子ニュートリノかミューニュートリノかが識別できることである。

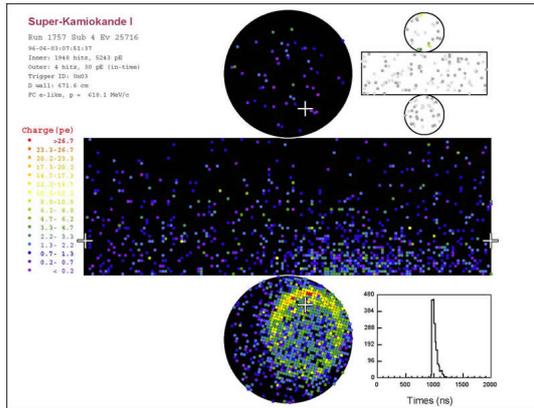


図 2.15 : 電子によるチェレンコフリング

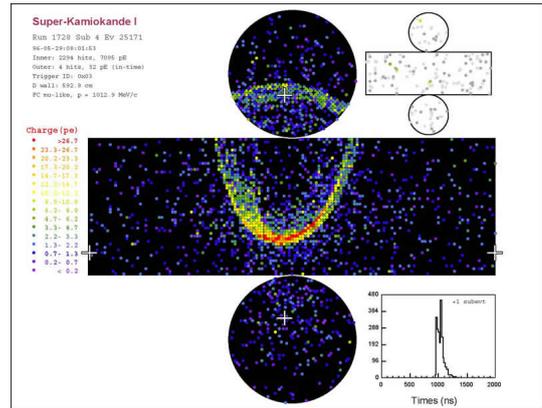


図 2.16 : μ 粒子によるチェレンコフリング [39]

2.3 T2K 実験の現状

T2K 実験は 2010 年から物理測定を開始、2013 年に世界で初めて ν_e の出現を発見して以来、世界最高精度でニュートリノ振動実験を行っている。T2K 実験では蓄積されたデータを POT (Protons on Target) という単位を用い、グラフィック標的に照射された陽子数を表す。現在 MR の安定運転のビーム強度は 515 kW に達しており、スーパーカミオカンデで解析されたデータの量はニュートリノモードで 1.99×10^{21} POT、反ニュートリノモードで 1.65×10^{21} POT、合計 3.64×10^{21} POT である。これまで蓄積されたデータ量とビーム強度の関係を図 2.17 に示した。また、これまでの解析から得られた測定結果を図 2.18 と図 2.19 に示した [40]。

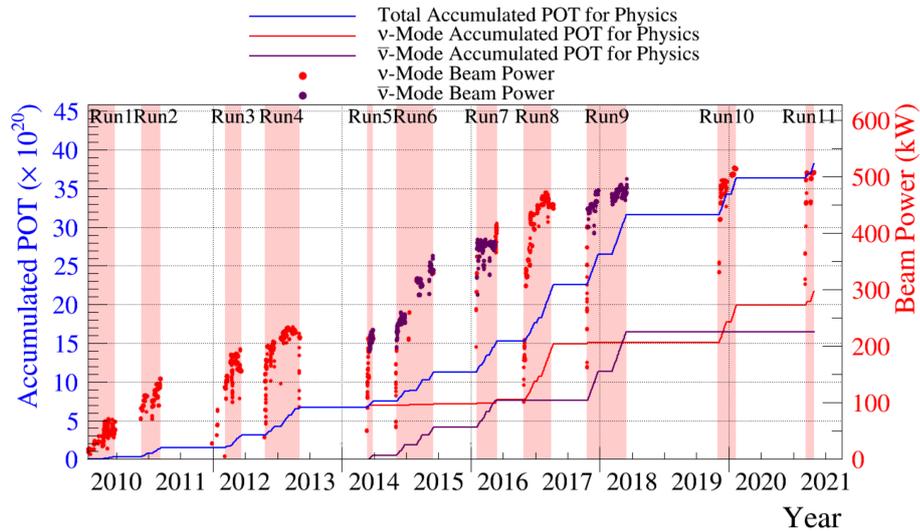


図 2.17 : T2K 実験のこれまで蓄積されたデータ量。右軸に J-PARC MR のビーム強度を示した。赤の線はニュートリノモードのデータ量、紫の線は反ニュートリノモードのデータ量、青の線はこれらの合計のデータ量を表す

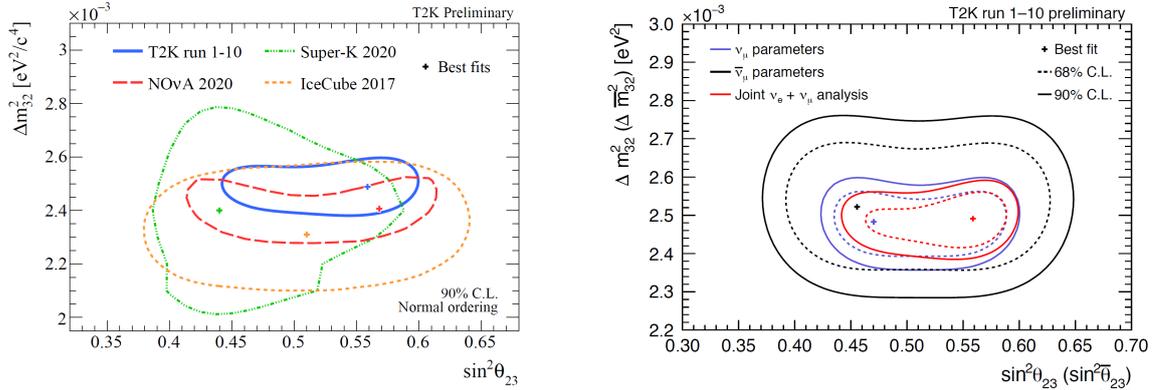


図 2.18 : $\sin^2 \theta_{23}$ 及び Δm_{32}^2 の測定結果。左図は T2K 実験の測定結果と NO ν A 実験 [41]、SuperK 実験 [42] 及び IceCube 実験 [12] の測定結果の比較で、右図は T2K 実験による Run1-10 までのニュートリノモード及び反ニュートリノモードの結果の比較

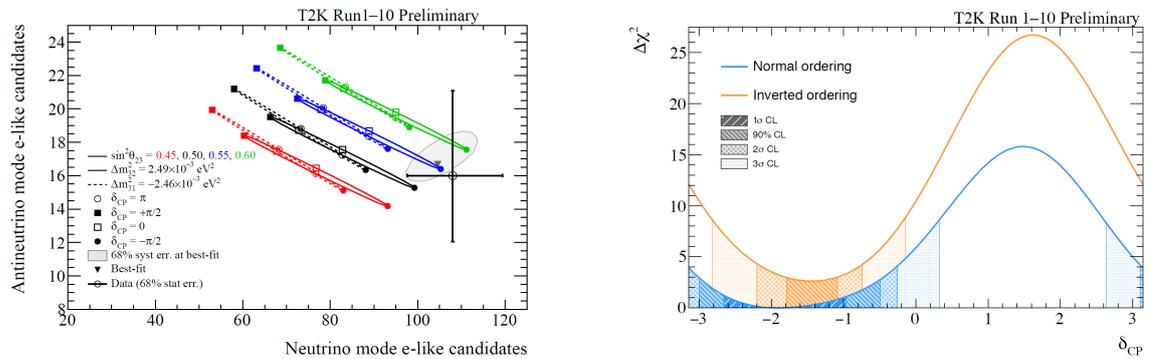


図 2.19 : T2K 実験による Run1-10 までの δ_{CP} の測定結果。左図は δ_{CP} による電子ニュートリノと反電子ニュートリノの出現事象、右図は順階層（青線）と逆階層（橙線）の δ_{CP} の $\Delta\chi^2$ 分布

2.4 T2K 実験の課題と今後の展望

T2K 実験はこれまで世界最高級の精度でニュートリノ振動実験を行ってきたが、測定項目の一つである CP 対称性の破れを発見するには測定精度が不十分であり、今後の課題として加速器側のアップグレードと検出器側のアップグレードが以下のように進められている。

まず、前置検出器の ND280 がアップグレードされる予定である。ビーム強度が増強されると統計量が増大することになるが、これに伴い測定における系統誤差の影響が大きくなる。特に、T2K 実験ではニュートリノ原子核反応の不安定性による系統誤差が大きいが、現在の ND280 ではこれを削減するのに限界があるため、検出器の性能のアップグレードが進行中である [43]。

また、統計量そのものを増やすために MR のビーム強度のアップグレードを計画している。ビーム強度はパルス毎の陽子数に比例し、ビームラインにおける繰り返し周期に反比例するため、J-PARC では最終的に陽子数を約 25 % 増加させ、繰り返し周期を現在の 2.48 秒から約 1 秒まで短縮することで、ビーム強度を 1.3 MW まで向上させるのを目標としている。現在は 515 kW で安定運転ができるようになり、

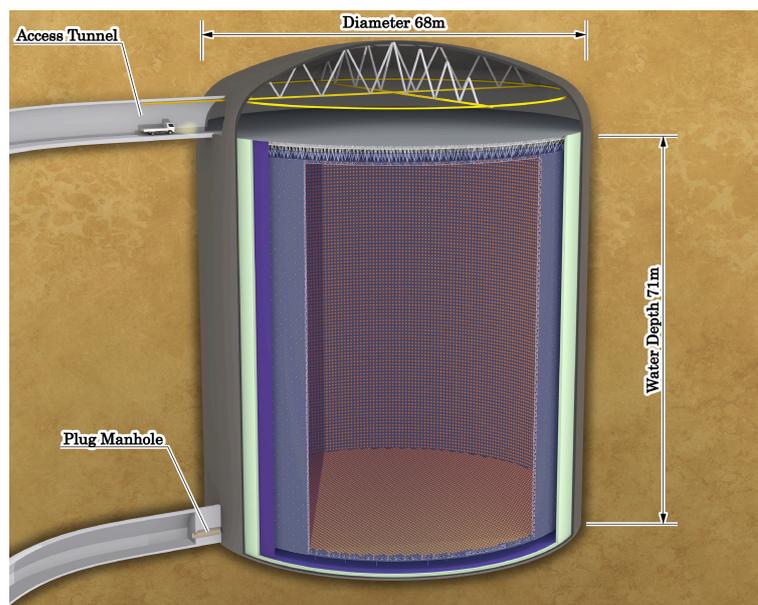


図 2.20 : ハイパーカミオカンデの概念図

750 kW に向上させるのを目指している。詳しいアップグレード状況は次章で述べる。

最後に、後置検出器にはスーパーカミオカンデの約 8 倍の有効体積を持つ水チェレンコフ検出器であるハイパーカミオカンデが 2027 年に実験開始を目指し建設が進められている [44] (図 2.20)。

第3章 J-PARC

3.1 J-PARCの概要

この章では、茨城県東海村にある大強度陽子加速器 J-PARC の施設とビームラインの構造について詳しく述べる。陽子を $\beta \sim 1$ ($\beta = v/c$, v は粒子の速度、 c は光速) まで加速するためには、数十 GeV 以上必要となる。J-PARC の場合、最終的には 30 GeV まで加速するようになっているが、ここまで加速するためには速度に応じ加速器の構造を変える必要があり、前章で述べた通り、J-PARC は LINAC、RCS、MR の 3つの加速器に分けられ (図 3.1)、それぞれのビームラインが加速された陽子の速度に最適な構造になっている。また、RCS と MR から取り出されたビームは MLF (Material and Life Facility)、ハドロン実験施設、ニュートリノビームラインで様々な実験に利用される。

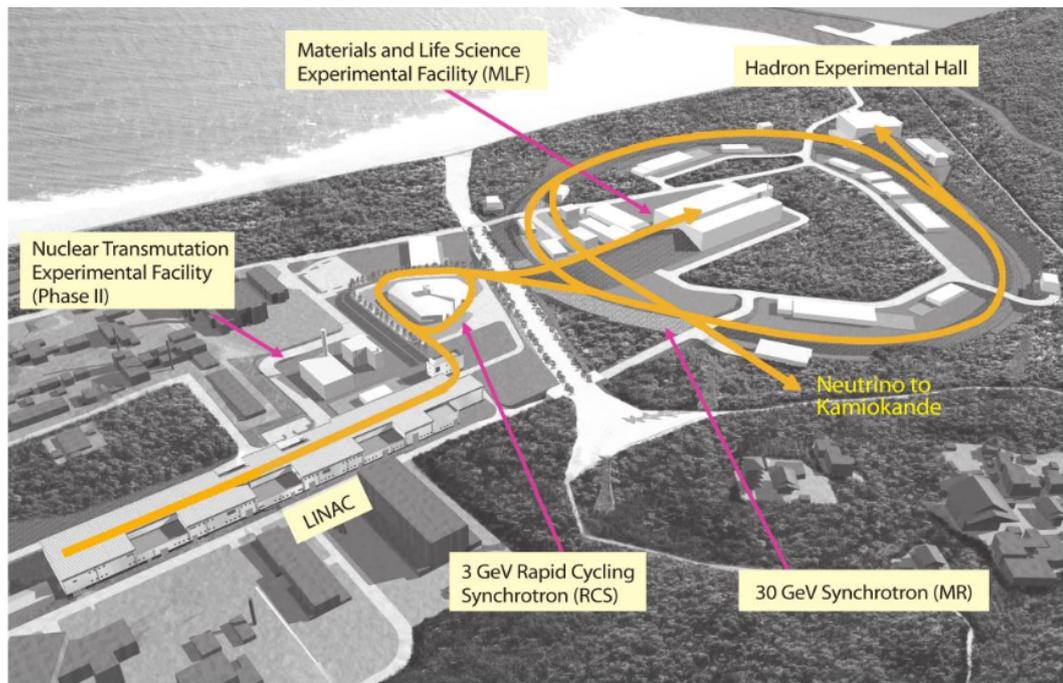


図 3.1 : J-PARC の全体図 ^[45]

3.2 加速器の構成

3.2.1 LINAC

J-PARCのLINAC（ライナック、リニアック）は、名称通りに線形加速器（Linear Accelerator）であり、J-PARCの全加速器の上流の端に置かれている。全長約300mのリニアックで陽子は光速の71%まで加速される。リニアックは、IS（Ion Source、負水素イオン原）から生成された負水素イオン H^- を、RFQ（Radio Frequency Quadrupole Linac）で3MeVまで、DTL（Drift Tube Linac）/SDTL（Separated-type Drift Tube Linac）で181MeVまで、最後のACS（Annular-ring Coupled Structure linac）で400MeVまで加速し、次のビームラインに送る構造になっている。

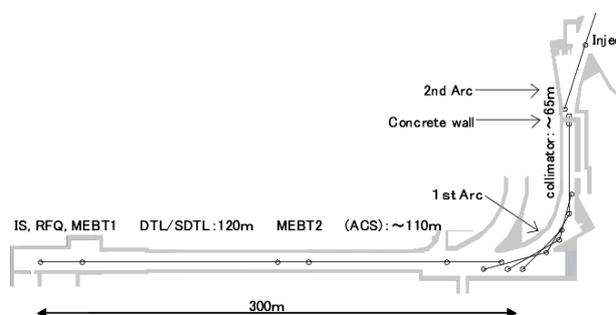


図 3.2: J-PARC のリニアックのレイアウト [46]



図 3.3: J-PARC のリニアック。写真はリニアックの加速空洞の一つであるDTL [45]

リニアックのパラメータは表 3.1 の通りである。

表 3.1: リニアックのパラメータ

	パラメータ (デザイン)	パラメータ (現在)
全長	248 m	248 m
生成イオン	H^-	H^-
繰り返し周波数	50 Hz	25 Hz
出射エネルギー	400 MeV	400 MeV

3.2.2 RCS

RCS（Rapid-Cycling Synchrotron）は、3 GeV シンクロトロンであり、周長約350mのお結び型の加速器である。RCSは入射部、出射部及び加速部に分けられている。入射部ではLINACから400MeVで入射された負水素イオンが炭素薄膜を通過し陽子ビームに変化し先行のビームに合流させる。加速部は、12個のRF加速空洞（RF周波数は1.23～1.67MHz）が設置してあり、ビームを3GeVまで加速する。出射部では加速が終わったバンチをMLF（Material-Life Facility）とMRに送る。RCSでは2バンチまで加速が可能であり¹、ここで加速が終了したビームは光速の97%の速度になる。

¹1バンチの加速もできる

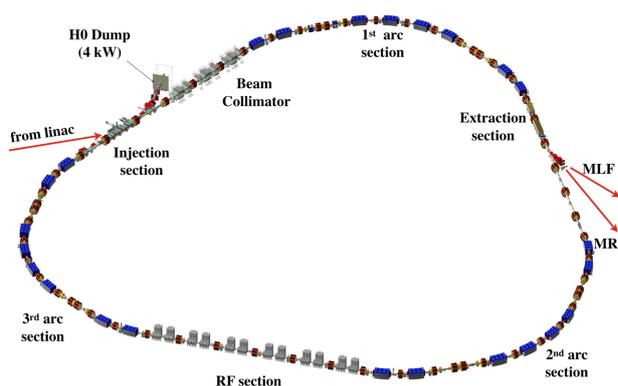


図 3.4 : J-PARC の RCS のレイアウト [47]



図 3.5 : J-PARC の RCS。写真は RCS の入射部 [45]

RCS のパラメータは表 3.2 の通りである。

表 3.2 : RCS のパラメータ

	パラメータ (デザイン)	パラメータ (現在)
周長	348.333 m	348.333 m
入射エネルギー	400 MeV	400 MeV
ハーモニック数	2	2
バンチ数	2	2
出射エネルギー	3 GeV	3 GeV
繰り返し周波数	25 Hz	25 Hz
ビーム強度	1 MW	1 MW

3.2.3 MR

MR (Main Ring) は、RCS から入射された陽子を 30 GeV まで加速する。速い取り出し (FX、Fast Extraction) でニュートリノ実験施設へ、遅い取り出し (SX、Slow Extraction) でハドロン実験施設へビームを送る。

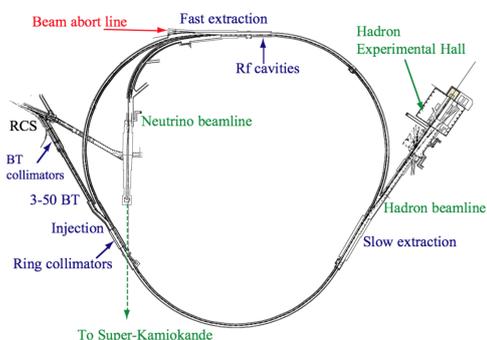


図 3.6 : J-PARC の MR のレイアウト [47]



図 3.7 : J-PARC の MR。写真はビーム輸送系

MR のパラメータは表 3.3 の通りである。

表 3.3 : MR のパラメータ

	パラメータ (デザイン)	パラメータ (現在)
周長	1567.5 m	1567.5 m
入射エネルギー	3 GeV	3 GeV
ハーモニック数	9	9
バンチ数	8	8
出射エネルギー	50 GeV	30 GeV
繰り返し周期 (SX)	-	5.52
繰り返す周期 (FX)	-	2.48
ビーム強度	750 kW	515 kW

速い取り出しは、加速したビームを一挙に取り出す方法のことで、遅い取り出しはビームを徐々に取り出す方法のことである。遅い取り出しの場合、2秒間ビームのエネルギー 30 GeV は維持される。ビームが取り出された後、MR の磁場を再び入射エネルギーの 3 GeV 用に戻し、次のサイクルを準備する。それぞれの取り出しモードによる偏向電磁石電流とビームエネルギーの時間変化とバンチ内の粒子数の時間変化は図 3.8 と図 3.9 の通りである。図 3.8 は速い取り出しの電流パターン及びビーム電流を、図 3.9 は遅い取り出しの電流パターン及びビーム電流を表す。

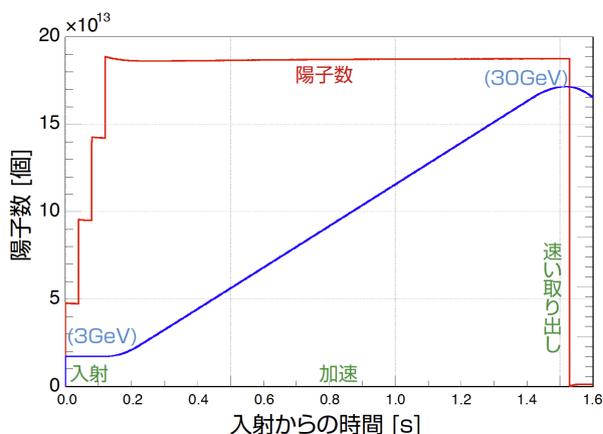


図 3.8 : FX 運転用電流パターンとビーム電流。赤線はバンチ内の陽子数の時間変化を、青線はビームのエネルギーの時間変化を表す。図の陽子数は少し前の実績^[48]

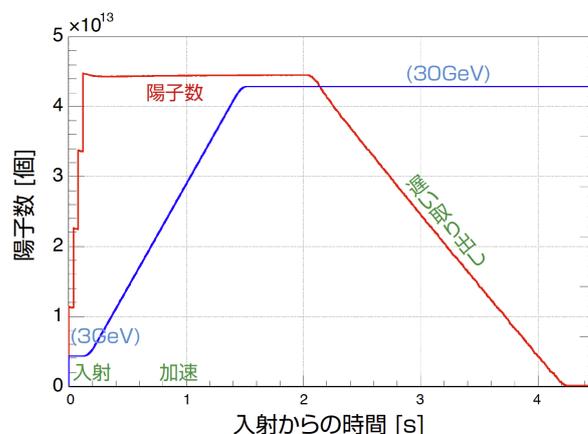


図 3.9 : SX 運転用電流パターンとビーム電流。赤線はバンチ内の陽子数の時間変化を、青線はビームのエネルギーの時間変化を表す。図の陽子数は少し前の実績^[48]

輸送ラインと入射部

RCS から取り出された 3 GeV のビームは一部は MLF 施設へ、一部は MR へ送られる。この時、RCS から MR へビームが送られるビームラインが 3-50 BT ラインとも呼ばれる約 230 m の輸送ライン部である。3-50 BT ラインは 3 GeV RCS to 50 GeV Synchrotron Beam Transport Line の略語であり、RCS の出射エネルギーと当初デザインされた MR の出射エネルギーが 50 GeV であることが反映されたのである。3-50 BT ラインを図 3.10 に示した。図の最初の PB は RCS から MLF に繋がるビームラインに設

置されたパルス偏向電磁石である。PB が作動することで、ビームが 3-50BT への振り分けられる。その後、3 台の水平方向の偏向電磁石（図 3.10 の B15U、B15D、BFIN）と 2 台の垂直方向の偏向電磁石（図 3.10 の BVD1、BVD2）及び 36 台の四極電磁石が配置されたラインをビームが通り MR の入射部へと向かう。MR の入射部にはセプタム電磁石とキッカー電磁石及びバンプ電磁石が設置されており、これらによってビームが MR へと入射される。

ビームが輸送ラインから MR への入射した直後は、ビームが加速軌道と完全に一致しないことや、ビームの光学パラメータが加速器の設定値と一致しない等の問題が発生し、ビームの重心位置やサイズが振動する状態となる。このようなビームの不安定な挙動を抑制するため、ビームを周回させながら様々な電磁石を用いて微調整を行うが、この時に後述するビーム位置モニターやプロファイルモニター、ビームロスモニター等が用いられビームの厳重な監視が行われ、モニターの測定結果から加速器の調整する。本稿の研究の対象である 16 電極ビームモニターも MR の入射部のビームの監視のため設置された。



図 3.10 : 3-50 BT ラインの概略図 [49]

3.3 ビームモニター

加速器中を周回するビームは振動する場合がある²。この振動が許容範囲を超える場合、ビームロスが起り、さらにビームロスが許容範囲を超えるとビームの加速を維持するのが難しくなるほか、加速器の運転に用いる機器の故障を起こし、安定的な実験を行うことが困難になる。したがって、ビームロスを軽減するためにはこのようなビームの不安定な挙動を抑える必要があり、そのため加速器には四極電磁石や六極電磁石等様々な電磁石が設置され、ビームの加速に関するパラメータを補正している。この補正が正確に行われるためには、ビームモニターを使ったビームの精密測定が必須となり、J-PARC のビームラインには多くのビームモニターが加速中のビームを常に監視している。加速器のビームモニターが測定するパラメータの例は以下の通りである。

- ビームの電荷量、バンチ内の粒子数、ビーム強度
- ビームロス
- 横方向のビームの分布、ビームプロファイル
- 縦方向のビームの分布、バンチ長、時間分布
- ビームの位置、バンチの重心位置

²特に大強度のビームは振動しやすい。

- エミッタンス、位相空間での分布
- その他安定的な加速器の運転に関わるパラメータ

参考のため、図 3.11 各ビームラインに設置されているビームモニターの種類と数を示した。

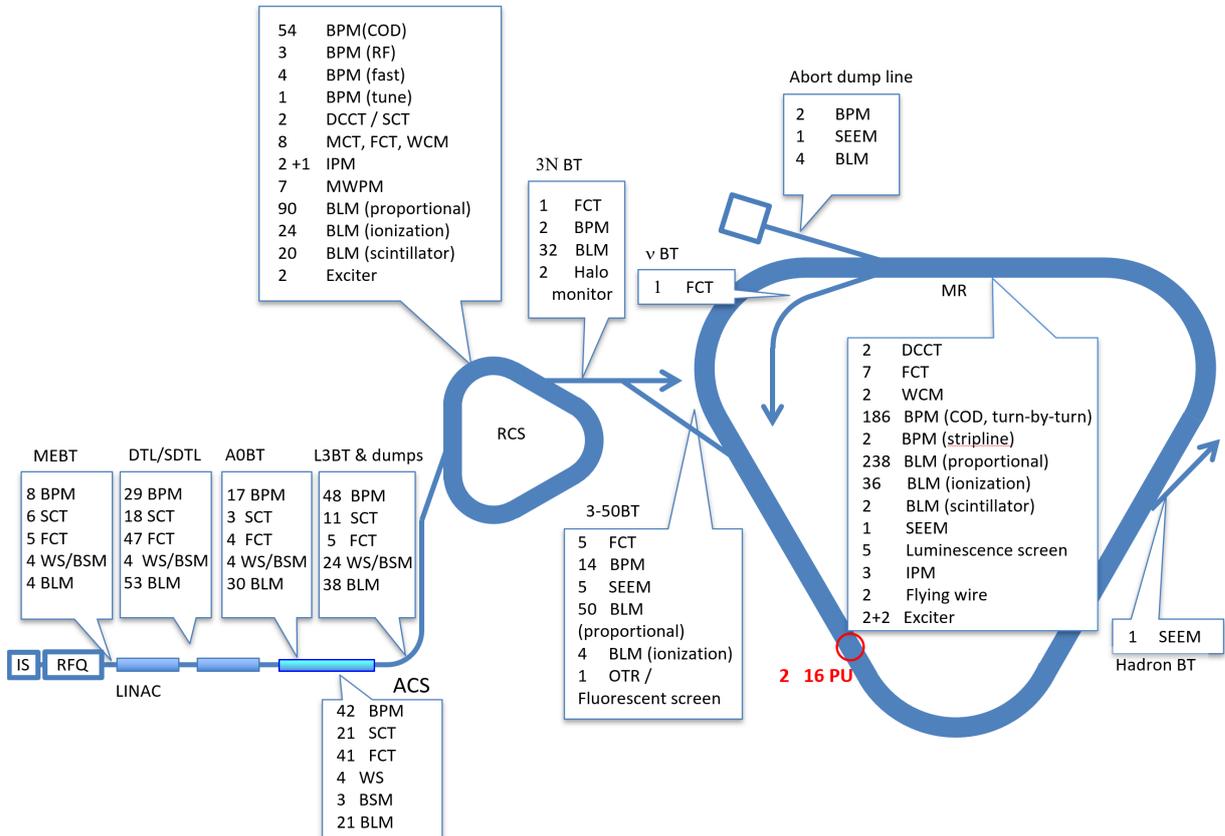


図 3.11 : J-PARC に設置されているビームモニター。図に載っていないモニターもある

図 3.11 に載せた MR にインストールされたビームモニターの種類と測定項目は表 3.4 の通りである。

表 3.4 : MR 中のビームモニターのリスト

名称	台数	測定項目
DCCT	2	ビーム強度及びビームロス
FCT	7	ビーム強度
WCM	3	ビーム時間の分布
BPM	188	ビームの重心位置
BLM	276	ビームロス
IPM	3	横方向のビームプロファイル
FWM	2	横方向のビームプロファイル

表 3.4 のモニターの名称の意味は以下の通りである。

- DCCT : Direct-Current Current Transformer

- FCT : Fast Current Transformer
- WCM : Wall Current Monitor
- BPM : Beam Position Monitor
- BLM : Beam Loss Monitor
- IPM : Ion Profile Monitor
- FWM : Flying Wire beam profile Monitor

加速器に設置されたすべてのビームモニターについて本稿で述べるのは難しい。本研究の対象である16電極ビームモニターの主な測定項目はビームの横方向のプロファイルである。したがって、ここではこれまでMRで横方向のビームプロファイルを測定してきたIPM (Ion Profile Monitor) とFWM (Flying Wire beam profile Monitor) について詳しく説明する。ビームプロファイル等のビームの運動については次章で述べる。

3.3.1 IPM

IPMはビームによる残留ガスがイオン化する現象を用い、ここで生じる電子を多孔状のマイクロチャンネルプレート (Micro Channel Plate、MCP) に誘導し出力される信号を測定するモニターである。IPMはビームに直接接触せずにビームのプロファイル測定が可能な非破壊型のビームモニターである。IPMは測定する粒子数が増えれば増える程、誘導電場に歪みが生じ、ビームプロファイルの測定の精度が落ちる問題を抱えている。

3.3.2 FWM

FWMはワイヤーをターゲットとし、ビームとの散乱を測定することでビームプロファイルの情報を取得するビームプロファイルモニターである。これは速さ5 m/sで動くカーボンワイヤーをビームに当て、その時に生じる二次粒子をシンチレータによって測定し、ビームプロファイルを再構成する方法で解析を行っていた^[50]。ビームに直接接触することでビームプロファイルを測定する破壊型のビームモニターであるため、ビームプロファイルの情報をビームを常に監視することが出来ない問題、ビーム強度が上がるとワイヤーが焼き切れる問題が報告されている。

3.4 アップグレードの現状

現在MRはT2K実験のニュートリノ振動実験の統計量の増大のため、早い取り出しのビーム強度のアップグレードが進められており、RF空洞と電源の増設やコリメータの増設、新しい加速器の運転の

設定、大強度化でのビームロスの低減のためのビームダイナミクスの理解等が進行中である。大強度加速器でのビーム強度は、

$$Beam\ Power = (3 \times 10^8 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-3})[kJ] \times \frac{protons/pulse}{Repetition\ Cycle[s]} \quad (3.1)$$

と表される。ここで、ビームの速度を光速だと仮定し、光速は有効数字を1桁まで、陽子の電荷量は有効数字を2桁まで表した。MRの早い取り出しの利用運転は2019年にパルス当たり粒子数 2.7×10^{14} 、繰り返し周期2.48 sに達し、ビーム強度515 kWへと増強された。これまでのMRのビーム強度の推移を図3.12に示した。青棒は遅い取り出しの利用運転のビーム強度、赤棒は早い取り出しの利用運転のビーム強度を表す。また、2022年には繰り返し周期を1.32 sまで短縮し早い取り出しのビーム強度を750 kWへの増強が計画されており、2028年までにパルス当たりの粒子数を約30%増加した 3.3×10^{14} 、繰り返し周期を1.16 sまで短縮することで1.3 MWへの増強することを目指している[51]。

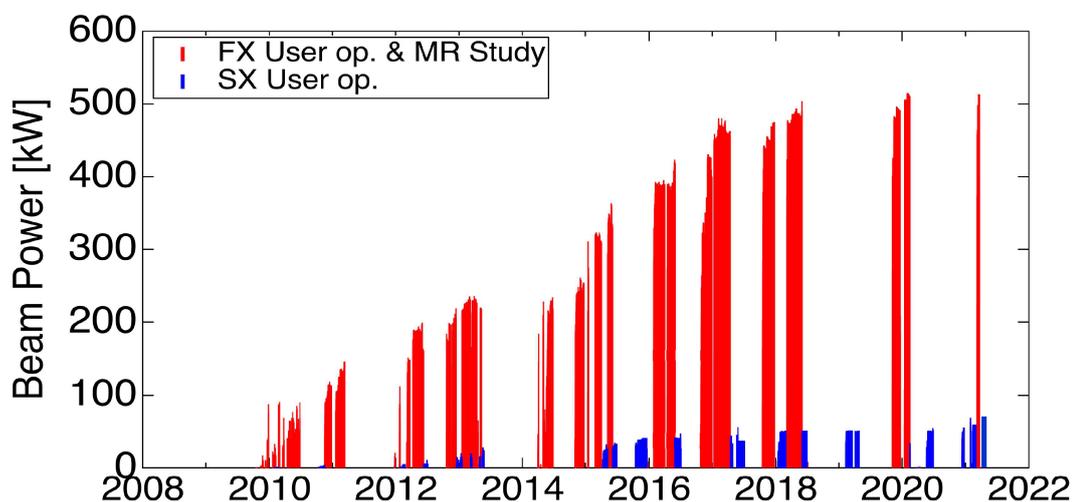


図 3.12 : MR の早い取り出し (赤) と遅い取り出し (青) の利用運転のビーム強度の。2021 年現在早い取り出しのビーム強度は 515 kW に達している

第4章 ビーム力学

4.1 加速器の座標系

加速器の中を運動する粒子を記述するために、一般的に加速器のビームラインに沿って新しく定義される直交曲線座標系 (Curvilinear 座標系) が使われる (図 4.1)。図 4.1 のようなある円軌道 (ビームライン) がある場合、円の上の $s = 0$ から動き出した点が円軌道に沿って運動する状況を考える。この時、位置直交曲線座標系は円軌道の接線方向の軸 s と、 s に対し垂直な平面上の鉛直方向の軸 x 、水平方向の軸 y が右手系を作っている。また、 s 方向を縦方向、 x と y 方向を横方向と呼ぶ。これらの軸は、

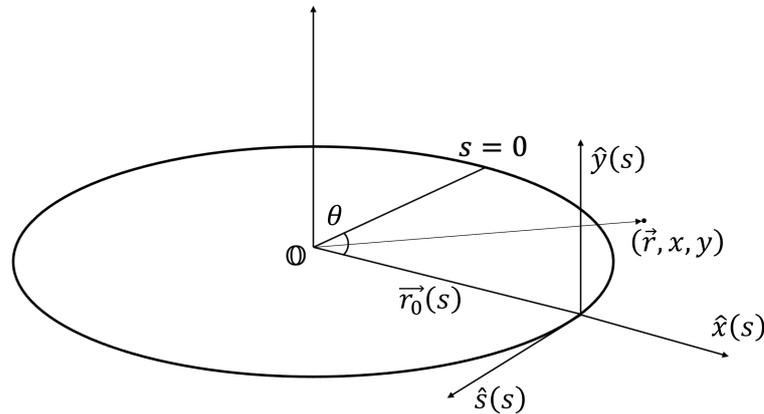


図 4.1 : 円に沿って定義された直交曲線座標系。加速器中の粒子の運動は (x, y, s) の座標を用いて記述される

$$\hat{s}(s) = \frac{d\vec{r}_0(s)}{ds}, \quad \hat{x}(s) = \rho(s) \frac{d\hat{s}(s)}{ds}, \quad \hat{y}(s) = \hat{x}(s) \times \hat{s}(s) \quad (4.1)$$

$$\hat{s}(s) \equiv \frac{d\hat{s}(s)}{ds} = -\frac{1}{\rho(s)} \hat{x}, \quad \hat{x}'(s) \equiv \frac{d\hat{x}(s)}{ds} = \frac{1}{\rho(s)} \hat{s}(s) + \tau(s) \hat{y}(s), \quad \hat{y}(s) \equiv \frac{d\hat{y}(s)}{ds} = -\tau(s) \hat{x}(s) \quad (4.2)$$

の関係を満たす。このような関係を Frenet-Serret の公式と呼ぶ。ここで、 $r_0(s)$ は半径、 $\rho(s)$ は曲率半径、 $\tau(s)$ はねじり率 (torsion) を表す。本稿では簡単のため $\tau(s) = 0$ の加速軌道が平面上にあると想定する。この時、軌道上の粒子の位置 $\vec{r}(s)$ は次のように表される。

$$\vec{r}(s) = \vec{r}_0(s) + x\hat{x}(s) + y\hat{y}(s) \quad (4.3)$$

次に、軌道上に電磁場がかかった状況を考える。電荷量 e 、質量 m_0 、速度 \vec{v} の粒子のハミルトニアン H は、

$$\vec{P} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \vec{p} + e\vec{A} \quad (4.4)$$

$$H = \vec{P} \cdot \vec{v} - L = e\phi + c[m_0^2 c^2 + (\vec{P} - e\vec{A})^2]^{1/2} \quad (4.5)$$

と表される。ここで、 ϕ はスカラーポテンシャル、 c は光速、 \vec{P} は一般運動量、 \vec{p} と \vec{A} はそれぞれ力学的運動量とベクトルポテンシャルである。続いて、正準変換により (s, x, y) 系の正準共役な運動量とハミルトニアンを求める。正準変数と変換前のハミルトニアンと変換後のハミルトニアンの関係を与える母関数 F_3 を

$$F_3(\vec{P}; s, x, y) = -\vec{P} \cdot [\vec{r}_0(s) + x\hat{x}(s) + y\hat{y}] \quad (4.6)$$

とおき正準変換を行う。 (s, x, y) に正準共役な一般運動量とベクトルポテンシャルは

$$p_s = -\frac{\partial F_3}{\partial s} = \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \vec{P}\hat{s}, \quad p_x = -\frac{\partial F_3}{\partial x} = \vec{P}\hat{x}, \quad p_y = -\frac{\partial F_3}{\partial y} = \vec{P}\hat{y} \quad (4.7)$$

$$A_s = \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \vec{A}\hat{s}, \quad A_x = \vec{A}\hat{x}, \quad A_y = \vec{A}\hat{y} \quad (4.8)$$

と表される。したがって、新しいハミルトニアン H_1 は、

$$H_1 = e\phi + c \left[m_0^2 c^2 + \frac{(p_s - eA_s)^2}{(1 + x/\rho)^2} + (p_x - eA_x)^2 + (p_y - eA_y)^2 \right] \quad (4.9)$$

となる。ハミルトニアン H_1 は変数 x, y, s, p_x, p_y, p_s を持ち、独立変数 t を持つ。最後の段階として、変数 $x, y, p_x, p_y, t, -H_1$ を持ち、独立変数 s を持つハミルトニアン H_2 へと変換する。変換後のハミルトニアン H_2 は、

$$H_2 = -\left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \left[\frac{(H_1 - e\phi)^2}{c^2} - m_0^2 c^2 - (p_x - eA_x)^2 - (p_y - eA_y)^2 \right]^{1/2} - eA_s \quad (4.10)$$

となる。これを2次項まで取ると、

$$H_2 \simeq -p \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) + \frac{1 + x/\rho}{2p} [(p_x - eA_x)^2 + (p_y - eA_y)^2] - eA_s \quad (4.11)$$

が得られる。ビームの力学を記述するときは、このハミルトニアン H_2 の変数 $(x, y, p_x, p_y, t, -H_1) \rightarrow (x, x'y, y', dE, dt)$ からなる6次元の位相空間を用いるのが一般的である。

4.2 Hill's 方程式

続いて、加速器中の粒子の運動方程式を考える。加速軌道に (x, y, s) 系における横方向の磁場ののみかけられていると想定する。このとき、磁場 \vec{B} は、

$$\begin{aligned}
 \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\
 &= \frac{1}{1+x/\rho} \left(\frac{\partial A_s}{\partial y} - \frac{\partial(1+x/\rho)A_y}{\partial s} \right) \hat{x} \\
 &\quad + \frac{1}{1+x/\rho} \left(\frac{\partial(1+x/\rho)A_x}{\partial s} - \frac{\partial A_s}{\partial x} \right) \hat{y} \\
 &\quad + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{s} \\
 &= B_x(x, y)\hat{x} + B_y(x, y)\hat{y}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

と表される。ここで、 $B_x = \frac{1}{1+x/\rho} \frac{\partial A_s}{\partial y}$ 、 $B_y = -\frac{1}{1+x/\rho} \frac{\partial A_s}{\partial x}$ である。式 4.11 から、

$$\begin{aligned}
 x' &= \frac{\partial H_2}{\partial p_x}, & p'_x &= -\frac{\partial H_2}{\partial x} \\
 y' &= \frac{\partial H_2}{\partial p_y}, & p'_y &= -\frac{\partial H_2}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

が得られ、ここから、

$$\begin{aligned}
 x'' - \frac{\rho+x}{\rho^2} &= -\frac{B_y p_0}{B\rho p} \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2 \\
 y'' &= \frac{B_x p_0}{B\rho p} \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

の式が導かれる。式 4.14 が運動方程式の基本形となる。ここで、 p_0 は磁気剛性と呼ばれ、 $p_0 = eB\rho$ である。直交座標系では $\rho = \infty$ と見なすことができ、 $1/(1 + \frac{x}{\rho}) = 1$ となる。この場合、 A_s はべき級数展開され、磁場 B_x と B_y は多重極展開することができる。 A_s はべき級数展開及び磁場の多重極展開は付録 A に詳しく述べる。簡単なため偏極電場と四重極電場のみを考えると磁場は

$$B_x = \left. \frac{\partial B_y}{\partial x} \right|_{x=y=0} y, \quad B_y = B + \left. \frac{\partial B_y}{\partial x} \right|_{x=y=0} x \tag{4.15}$$

のように記述され、運動方程式の基本形は、

$$\begin{aligned}
 x'' + \left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x} \right) x &= 0 \\
 y'' - \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x} y &= 0
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

と変形される。ここで、 $K_x(s) = \left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x}\right)$ と $K_y(s) = -\frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x}$ とおくと、式 4.16 は、

$$\begin{aligned} x''(s) + K_x(s)x(s) &= 0 \\ y''(s) + K_y(s)y(s) &= 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

となる。式 4.17 が粒子の運動を記述する Hill's 方程式と呼ばれる式である。ここで、 $K_x(s)$ と $K_y(s)$ は偏極電場と四重極電場による収束力である。Hill's 方程式の一般解は、

$$x(s) = \sqrt{\beta(s)}\epsilon \cos[\phi(s) + \phi_0] \quad (4.18)$$

のように書ける。ここでは x に関する式だけの述べる。また、軌道角 $x'(s)$ は次のように書ける。

$$x'(s) = -\sqrt{\frac{1}{\beta(s)}} \sin(\phi(s) + \phi_0) + A \frac{\beta'(s)}{2} \sqrt{\frac{1}{\beta(s)}} \cos(\phi(s) + \phi_0) \quad (4.19)$$

式 4.18 と 4.19 は以下の楕円の方程式を満たす。

$$C(x, x') = \gamma(s)x(s)^2 + 2\alpha(s)x(s)x'(s) + \beta(s)x'(s)^2 \quad (4.20)$$

この位相空間上の楕円方程式 $C(x, x')$ は Courant-Snyder の不変量と呼ばれ、粒子の運動の軌跡はこの楕円上で記述される。ここで、 α 、 β 、 γ は $\alpha = -\beta'/2$ 、 $\gamma = (1 + \alpha^2)/\beta$ の関係を満たす Twiss パラメータと呼ばれる量である。また、Courant-Snyder の普遍量は $C(x, x') = \epsilon$ と表現され、位相空間上の楕円の面積は $\pi\epsilon$ と等しい。この量 $\pi\epsilon$ をエミッタンスと呼ばれ、単位は [π mm mrad] である。Courant-Snyder の公式を位相空間上に図示すると図 4.2 のようになる。

4.3 輸送行列

粒子が加速軌道上の任意の位置 1 から 2 に移動する場合、粒子の位置 x_i ($i = 1, 2$) と軌道角 x'_i ($i = 1, 2$) は 2×2 の行列 M_{21} を用い次のように表される。

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} = M_{21} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

この行列 M_{21} を輸送行列と呼び、行列の要素は加速器の磁石及びビームが外力を受けずに進行するドリフトスペース (Drift Space) により決まる。長さ L のドリフトスペースの場合、輸送行列 M は

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

と表される。ドリフトスペースは自由空間 (Free Space) とも呼ばれる。式 4.22 から分かるように、ド

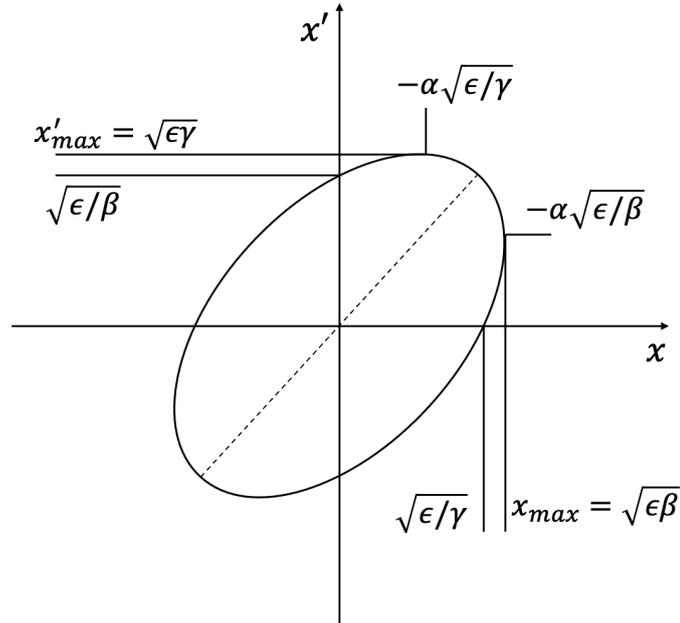


図 4.2 : Courant-Snyder の不変量の楕円。粒子は基本的に位相空間上に決まった楕円の中でのみ周回する

ドリフトスペースでは、粒子の位置しか変化しない (図 4.3 の (a))。また、曲率半径 ρ 、曲げ角 θ の偏向電磁石の磁場により粒子が x 方向に影響を受ける場合は以下ようになる。

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \rho \sin \theta \\ -\frac{1}{\rho} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ y'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \rho \theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y'_1 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

一般的に偏向電磁石はビームの軌道の角度を変える作用をする。よって、粒子の x 方向の進行角度が変わるが、 y 方向はドリフトスペースと同じ変換が行われる。図 4.3 の (b) のように、位相空間上では、円もしくは楕円を描く運動をする。偏向電磁石の設計によっては、収束・発散力が働くような作用する場合もあるが、ここではその説明は省略する。最後に、長さ L 、収束力 $K = (1/B\rho)(\partial B_y/\partial x)$ の四極電磁石の場合、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\sqrt{K}L) & \frac{1}{\sqrt{K}} \sin(\sqrt{K}L) \\ -\sqrt{K} \sin(\sqrt{K}L) & \cos(\sqrt{K}L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ y'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\sqrt{K}L) & \frac{1}{\sqrt{K}} \sinh(\sqrt{K}L) \\ \sqrt{K} \sinh(\sqrt{K}L) & \cosh(\sqrt{K}L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y'_1 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

ここで、式 4.25 は x 方向に対し収束 (Focus) する作用を、式 4.26 は y 方向に対し発散 (Defocus) する作用をするのを表現している。四極電磁石の場合、片方が収束すると片方は発散する。四極電磁石の

影響を受けた粒子は図 4.3 の (b) 又は (c) のように運動する。四極電磁石は薄いレンズとして近似されることがあり、このときの行列 M は、

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \pm \frac{k}{2} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

となる。ここで、 k は $k = KL = 1/f$ の関係を満たす収束力であり、 f は四極電磁石を薄いレンズとして考えた場合の焦点距離である。行列の $k/2$ 成分が (-) の場合収束作用を、(+) の場合発散作用をする。四極電磁石は横方向の観点からビームを集めたり散らしたりする。六極電磁石や八極電磁石など粒子の運動に非線形運動を引き起こすような加速器の要素もある。加速器の輸送行列はこれらの要素それぞれの行列の掛け算となる。例えば、ドリフトスペース D 、四極電磁石 QF (F は Focus を意味する)、ドリフトスペース D 、偏向電磁石 B 、ドリフトスペース D 、四極電磁石 QD (D は Defocus を意味する)、ドリフトスペース D が並んでいるビームラインの場合、その輸送行列 M は、

$$M_{21} = M_D M_{QF} M_D M_B M_D M_{QD} M_D \quad (4.28)$$

と書くことができる。加速器はこの例のような各要素の組み合わせがあるパターンとなっている。このパターンをラティス (Lattice) と呼ぶ。最後に、ある地点 1 から 2 までの輸送行列は Twiss パラメータを用いることで以下のように書ける。

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Delta\phi) + \alpha \sin(\Delta\phi) & \beta \sin(\Delta\phi) \\ -\gamma \sin(\Delta\phi) & \cos(\Delta\phi) - \alpha \sin(\Delta\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1' \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

ここで、位相差 $\Delta\phi$ は $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ を満たす。したがって、磁石等の配置により加速器内の各地点の Twiss パラメータが設計値として決まっていることが分かる。

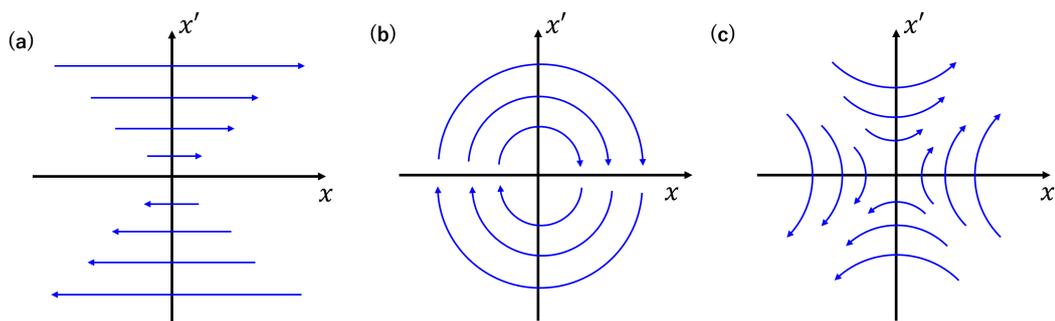


図 4.3: 加速空間による位相空間における粒子の振る舞いの概念図。(a) はドリフトスペースの場合、(b) は偏向電磁石又は収束力が働く四極電磁石の場合、(c) は発散力が働く四極電磁石の場合を表す

4.4 エミッタンス

エミッタンスは図 4.2 の位相空間上に図示された多粒子系が占める楕円の面積を π で割った量である。ビーム内の粒子の位置と軌道角の分布を $\rho(x, x')$ である場合、エミッタンス ϵ は粒子の分布の統計量を

用い以下のように表すことができる。まず、 x の平均 $\langle x \rangle$ 及び x' の平均 $\langle x' \rangle$ は

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int x \rho(x, x') dx dx' \\ \langle x' \rangle &= \int x' \rho(x, x') dx dx' \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\langle xx' \rangle = \int xx' \rho^2(x, x') dx dx' \quad (4.31)$$

となり、これらの値とエミッタンスとの関係は、

$$\epsilon = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle} \quad (4.32)$$

を満たす。また、エミッタンスは Twiss パラメータを用い、 $\langle x^2 \rangle = \epsilon\beta$ 、 $\langle xx' \rangle = -\epsilon\alpha$ 、 $\langle x'^2 \rangle = \epsilon\gamma$ と表される。エミッタンスは測定する地点の β 値とその地点におけるビームサイズ σ を用いることで、測定できる。

$$\epsilon = \frac{\sigma^2}{\beta} \quad (4.33)$$

前節でエミッタンスは不変量であると述べたが、エネルギー一定ではない場合は、相対論的な効果を考慮しないとイケない。この場合、ローレンツ因子 β と γ を用いてエミッタンスを正準化することができる。

$$\text{エミッタンス} = \int x' dx = \pi(\beta\gamma)\epsilon = \pi\epsilon^* \propto \frac{1}{p} \quad (4.34)$$

この現象をエミッタンスの断熱減衰 (Adiabatic damping) と呼ぶ。16 電極ビームモニターを使った断熱減衰現象を観測した結果を図 4.4 に示した。加速開始時点 (図の縦の破線 Start acceleration) からビームのエネルギーが増加することにつれ垂直方向 (赤線) 及び水平方向 (青線) のエミッタンスが減衰することが確認できる [52]。

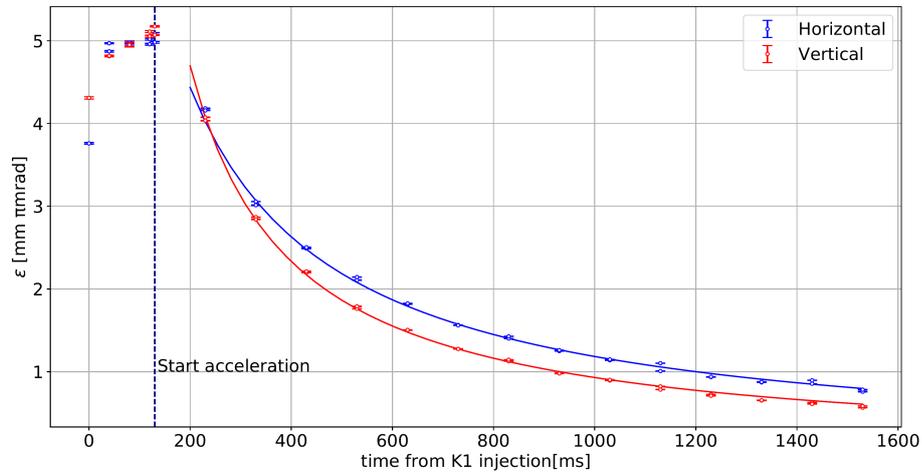


図 4.4 : J-PARC で実際測定されたエミッタンスの断熱減衰。加速によりビームのエネルギーは 3.825 GeV/c (図の Start acceleration) から 30.924 GeV/c まで変化する [52]

4.5 運動量分散

ビームの中の粒子は、ビームの中心運動量 p とは少しずつ異なる運動量 $\delta = \Delta p/p$ を持って加速器を周回する。このようなことを運動量分散と呼ぶ。一般的に、特殊な目的がない限り、運動量の分散はビームの横方向の鉛直方向 y には持たなく、水平方向 x だけ考慮する。

δ だけ離れた粒子の運動方程式は、

$$x'' + \left(\frac{1}{\rho^2} + K \right) x = \frac{\delta}{\rho} \quad (4.35)$$

と書ける。ここで、運動量分散 η を用い、 $x = \delta\eta$ と定義する。すると、

$$\eta'' + \left(\frac{1}{\rho^2} + K \right) \eta = \frac{1}{\rho} \quad (4.36)$$

となる。 η の解は次のようになる。

$$\eta(s) = \oint \frac{\sqrt{\beta(s)\beta(s_0)}}{2\sin(\pi\nu)} \cos(\pi\nu - |\Delta\phi|) \frac{1}{\rho(s)} ds \quad (4.37)$$

ここで、 ν はチューンと呼ばれる量であり、次節で説明する。この $\eta(s)$ を運動量分散関数 (Dispersion function) と呼ぶ。式 4.37 に $1/\rho(s)$ が現れているが、この項の被積分関数は偏向磁場成分のみを持つ。即ち、運動量分散は、偏向電磁石が存在するために発生する。したがって、水平方向への偏向電磁石だけを持つ加速器の場合、鉛直方向への運動量分散は現れないことである。運動量分散関数は、運動量変位によって生じる閉軌道変位を特徴づける。

4.6 ビームの不安定性

ビームを加速軌道の完全な中心に走らせ、振動をしないようにするのが理想的ではあるが、現実的にはビームの中には安定軌道からずれる粒子が存在し、これらの粒子が意図しなかった振動をする。ビームの不安定な振る舞いは縦方向と横方向に分けられるが、ここでは横方向の不安定性について詳しく述べる。

4.6.1 ベータトロン振動

Hill's 方程式の解である式 4.18 からビームは加速器の中で横方向に振動をすることが分かる。この正弦波の振動をベータトロン振動と呼ぶ。ベータトロン振動の位相の進み $\phi(s)$ は $\beta(s)$ を用い

$$\phi(s) = \int_0^s \frac{ds}{\beta(s)} \quad (4.38)$$

と表すことができる。式 4.38 を式 4.18 に代入し、書き直すと、

$$x(s) = \sqrt{\beta(s)}\epsilon \cos\left(\int_0^s \frac{ds}{\beta(s)} + \phi_0\right) \quad (4.39)$$

となる。 $\sqrt{\epsilon}$ と ϕ_0 をビームの初期条件により決まる量だとして、ベータトロン振動は、加速器の磁場の分布から決まるベータ関数 $\beta(s)$ により特徴づけられ、振幅関数 $\sqrt{\beta s}$ 及び位相関数 $\phi(s)$ により変調された正弦波と見なせるのである。また、加速器を一周する辺りのベータトロン振動の振動回数は、

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{1}{\beta(s)} ds \quad (4.40)$$

で与えられる。ここで、 ν をチューンと呼ぶ。

4.6.2 共鳴

もし、加速器磁場の二極磁場及び四極磁場に誤差が存在し設計値と異なった磁場が粒子にかけられると、共鳴現象が起これ、粒子の振る舞いが急激に不安定になる。

二極磁場に誤差がある場合、ベータトロン振動の中心軌道に歪みが生じる。このとき、粒子はこの歪んだ軌道に沿って運動することになり、Hill's 方程式は、

$$x''(s) + K(s)x = \frac{\Delta B}{B\rho} \quad (4.41)$$

のようになる。ここで、 ΔB は磁場の誤差を示す。この Hill's 方程式の解は以下のようになる。

$$x(s) = \frac{\sqrt{\beta(s)}}{2 \sin(\pi\nu)} \oint \sqrt{\beta(t)} \frac{\Delta B(t)}{B\rho} \times \cos(\pi\nu - |\phi(s) - \phi(t)|) dt \quad (4.42)$$

この解は二極磁場の誤差により歪んだ閉軌道の変形を表す。式 4.42 より、チューン ν が整数に近づくと、閉軌道の変形が発散することが導かれる。このように、チューンが整数となった場合に起こる不安定性のことを整数共鳴と呼ぶ。

四極磁場に誤差が生じた場合、チューンやベータ関数にその影響が現れる。四極磁場の誤差 $\kappa(s)$ が存在する場合の Hill's 方程式は、

$$x''(s) + (K(s) + \kappa(s))x = 0 \quad (4.43)$$

となる。磁場の誤差により表現される輸送行列は

$$m(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\kappa(s)ds & 1 \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

であり、よって誤差が存在する加速器のリング一周分の輸送行列 M は誤差が存在しない一周分の輸送行列 M_0 より、

$$M(s) = M_0(s)m(s) \quad (4.45)$$

と表される。 $\Delta\phi = 1/2(\text{Tr}M)$ の関係より、位相の進みの変化量は、

$$\Delta\phi = \frac{1}{2}\beta(s)\kappa(s)ds \tag{4.46}$$

となる。したがって、チューンの変化量、即ち、チューンのシフト量は、

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{1}{4\pi}\beta(s)\kappa ds \tag{4.47}$$

と与えられる。

最後に、ベータ関数の変調について述べる。四極磁場の誤差が存在する軌道上の任意の二つの地点 s_1 と s_2 を取り、 s_2 を始点とし一周する場合の輸送行列 $M(s_2)$ について考える。地点 s_1 の微小領域に四極磁場の誤差が存在すると、

$$M(s_2) = M(s_2|s_1)m(s_1)M(s_1|s_2) \tag{4.48}$$

と書ける。誤差が存在する場合の輸送行列 $M(s_2)$ と誤差が存在しない輸送行列 $M_0(s_2)$ の差 ΔM について考える。 ΔM の (1,2) 成分を取ると、

$$\Delta M_{12} = \Delta\beta \sin(2\pi\nu) + \beta \cos(2\pi\nu)(2\pi\Delta\nu) \tag{4.49}$$

であり、式 4.47 により、ベータ関数の変化量は以下のように表される。

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = -\frac{1}{2\sin(2\pi\nu)} \times \kappa ds \cos 2(\pi\nu - \Delta\phi) \tag{4.50}$$

このように、チューンが整数または半整数の場合、ベータ関数の変化が起こることが導かれる。整数共鳴と半整数共鳴の概念図を図 4.5 に示す。

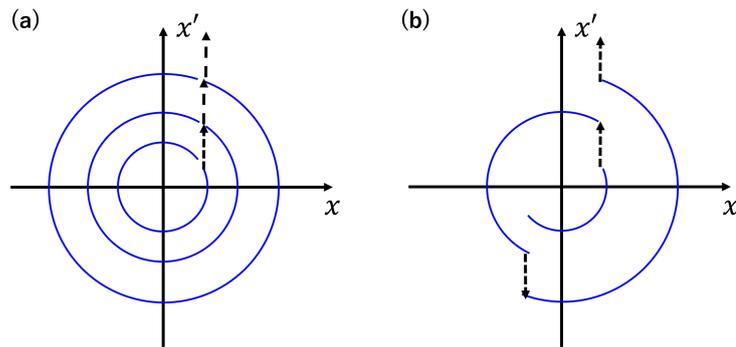


図 4.5 : (a) 整数共鳴と (b) 半整数共鳴の概念図。共鳴条件が満たされた場合、粒子はキック力を上げ、発散する

4.6.3 ベータトロン共鳴

ここまでは、磁場の成分を二極磁場及び四極磁場だけにしてきたが、実際の加速器では高次の磁場による影響も考慮しないとイケない。高次の磁場を作る要素の例として、六極電磁石による磁場や四極電磁石のねじれ成分 (Skew 成分) による磁場等が挙げられる。ビーム粒子は高次の磁場の影響を受けると非線形振動をする。代表的なベータトロン共鳴は以下のようなものがある。

$$\nu_x - \nu_y = l, \quad \nu_x + \nu_y = l \quad (\text{線形結合共鳴}) \quad (4.51)$$

$$3\nu = l, \quad \nu_x - 2\nu_y = l \quad (3 \text{ 次共鳴}) \quad (4.52)$$

ここで、 l は整数である。これらの共鳴条件はビーム粒子の運動のハミルトニアンの高次の項から導出することができる。ビームを加速する際には、整数・半整数共鳴や非線形共鳴の条件に満たさないようなチューンを設定する。現在の J-PARC の MR は $(\nu_x, \nu_y) = (21.35, 21.43)$ と設定されている。

4.6.4 空間電荷効果

ビームの強度が上がると、ビーム粒子間のクーロン力の影響を無視することができなくなる。特に、同じ符号の電荷を持つ粒子の集まりであるビームにとってこのクーロン力は発散力として働くため、大強度のビームの動きを理解するには、この粒子間の影響を考慮しないとイケない。このように、ビームの粒子間のクーロン力により、ビームの運動が変化することを空間電荷効果と呼ぶ。空間電荷効果は四極電磁石による電場の収束力を弱めるが、ビーム内の粒子がビームの重心位置から離れるほどその影響が強まる特徴が現れ、粒子それぞれのチューンが違う値でシフトされる。これをインコヒーレントなチューンシフトと表現する。ここでは、ガウシアン分布のバンチによるチューンシフトについて述べる [53]。

まず、ビームが2次元のガウシアン分布に従うと過程する。この場合、ビームの電荷密度分布 $f(x, y)$ は、

$$f(x, y) = \frac{\lambda e}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (4.53)$$

と書ける。ここで、 λ は線密度である。このビームによるローレンツ力を x と y 方向それぞれ展開すると、

$$F_x = \frac{\lambda e^2}{2\pi\epsilon_0\gamma^2} \left(\frac{1}{\sigma_x(\sigma_x + \sigma_y)} x - \frac{1}{3!} \frac{2\sigma_x + \sigma_y}{\sigma_x^3(\sigma_x + \sigma_y)^2} x^3 - \frac{1}{2!} \frac{1}{\sigma_x\sigma_y(\sigma_x + \sigma_y)^2} xy^2 + \dots \right) \quad (4.54)$$

$$F_y = \frac{\lambda e^2}{2\pi\epsilon_0\gamma^2} \left(\frac{1}{\sigma_y(\sigma_x + \sigma_y)} y - \frac{1}{3!} \frac{\sigma_x + 2\sigma_y}{\sigma_y^3(\sigma_x + \sigma_y)^2} y^3 - \frac{1}{2!} \frac{1}{\sigma_x\sigma_y(\sigma_x + \sigma_y)^2} x^2y + \dots \right) \quad (4.55)$$

となる。ここで、ローレンツ因子 $\gamma^2 = 1/(1 - \beta^2)$ があることの意味について考えると、粒子の速度が光速に近づくことにより β が 1 に近づくと、ローレンツ力 $F_{x,y}$ は 0 収束し、空間電荷効果が無視できる

ようになるのが分かる。また、ビーム強度の増強とにより線密度 λ が増大すると、空間電荷効果が強まる。よって、J-PARC MR では、ビームのアップグレードによりバンチ内の粒子数が増えた場合、粒子の運動が最も遅い段階であるビームの入射時に今までより空間電荷効果の影響が顕著に表れると考えられる。このローレンツ力を用いることで、ハミルトニアン H は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned}
H(x, x', y, y') &= \frac{1}{2}(x'^2 + K_x x^2) + \frac{1}{2}(y'^2 + K_y y^2) \\
&+ \frac{\lambda e^2}{4\pi\epsilon_0\beta^2\gamma^3 mc^2} \left(-\frac{1}{\sigma_x(\sigma_x + \sigma_y)}x - \frac{1}{\sigma_y(\sigma_x + \sigma_y)}y \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{3!} \frac{2\sigma_x + \sigma_y}{\sigma_x^3(\sigma_x + \sigma_y)^2} x^3 + \frac{1}{3!} \frac{\sigma_x + 2\sigma_y}{\sigma_y^3(\sigma_x + \sigma_y)^2} y^3 + \dots \right)
\end{aligned} \tag{4.56}$$

次に、母関数

$$F_1(x, y, \phi_x, \phi_y) = -\frac{x^2}{2\beta_x} \left(\tan\phi_x - \frac{\beta'_x}{2} \right) - \frac{y^2}{2\beta_y} \left(\tan\phi_y - \frac{\beta'_y}{2} \right) \tag{4.57}$$

を用いて、正準変換を行う。

$$\begin{aligned}
p_x &= \frac{\partial F_1}{\partial x}, & J_x &= -\frac{\partial F_1}{\partial \phi_x} \\
p_y &= \frac{\partial F_1}{\partial y}, & J_y &= -\frac{\partial F_1}{\partial \phi_y}
\end{aligned} \tag{4.58}$$

この変換を Action-Angle (作用・角変数) 変換と呼ぶ。Action 変数 J と Angle 変数 p 変数はビーム力学の観点からエミッタンスとエミッタンスの変動の位相を表す変数であり、非線形効果によりエミッタンスの変化を記述するために用いられる。変換後の新しいハミルトニアン H' は以下のように与えられる。

$$H'(\phi_x, J_x, \phi_y, J_y) = H + \frac{\partial F_1}{\partial s} = \frac{J_x}{\beta_x} + \frac{J_y}{\beta_y} + \Delta H \tag{4.59}$$

ここで、 ΔH は、

$$\Delta H = \frac{\lambda r_p}{\beta^2\gamma^3} \left(-\frac{2\beta_x J_x \cos^2 \phi_x}{\sigma_x(\sigma_x + \sigma_y)} - \frac{2\beta_y J_y \cos^2 \phi_y}{\sigma_y(\sigma_x + \sigma_y)} + \dots \right) \tag{4.60}$$

である。ここで、 r_p は陽子の古典半径であり、 $r_p = e^2/4\pi\epsilon_0 mc^2$ と書き換えた。ハミルトニアン H' から位相の変化は、

$$\phi'_x = \frac{\partial H'}{\partial J_x}, \quad \phi'_y = \frac{\partial H'}{\partial J_y} \tag{4.61}$$

となる。したがって、式 4.40 より空間電荷効果によるチューンシフトは、

$$\Delta\nu_{x,y} = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{\partial H'}{\partial J_{x,y}} ds \tag{4.62}$$

となる。例として、Action 変数の一次の項を展開すると、

$$\Delta\nu_{x,y} = -\frac{2\pi R r_p \beta_{x,y} \lambda}{2\pi\beta^2\gamma^3} \frac{1}{\sigma_{x,y}(\sigma_x + \sigma_y)} \tag{4.63}$$

が得られる。ここではビームが半径 R の円形の軌道を一周した場合を仮定した。平均線密度 $\lambda_{average}$ を用いると、粒子数 N は $N = 2\pi R\lambda_{average}$ となる。よって、式 4.63 は、

$$\Delta\nu_{x,y} = -\frac{Nr_p\beta_{x,y}}{2\pi\beta^2\gamma^3} \frac{I_{peak}}{I_{average}} \frac{1}{\sigma_{x,y}(\sigma_x + \sigma_y)} \quad (4.64)$$

と書き直すことができる。 $I_{peak} \propto \lambda$ と $I_{average} \propto \lambda_{average}$ はそれぞれビームのピーク電流と平均電流のことである。このように、チューンシフトはベータatron振幅の関数となる。非一様な分布を持つビームの場合、個々の粒子がそれぞれ異なるチューンを持つようになりこれをチューンダイアグラム (Tune Diagram) 上に図示すると、図 4.6 のようにチューンが広がりを持つように現れる。このことをチューンスプレッドと呼ぶ。

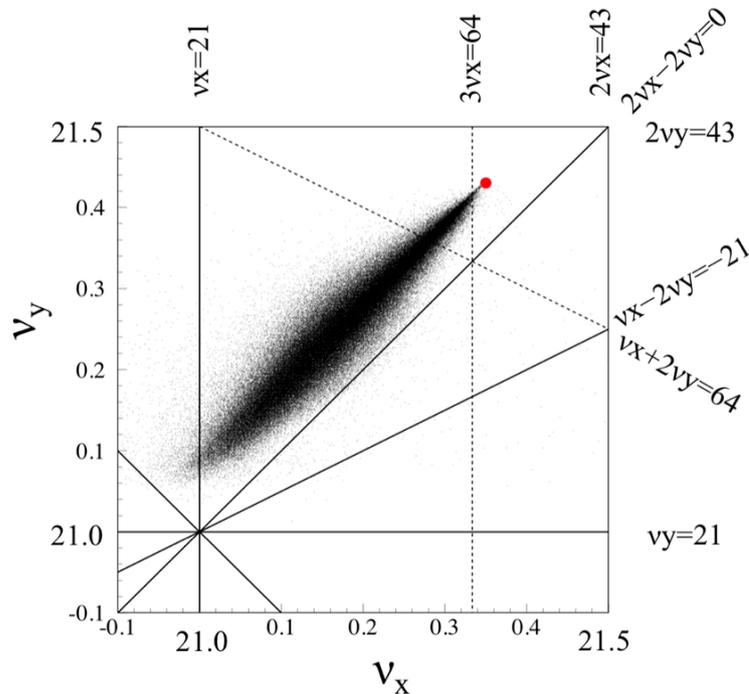


図 4.6 : チューンダイアグラムとチューンスプレッド。実線と破線で表示されたところにチューンが設定されるとビームの共鳴が引き起こされる。赤点がチューンの設計値であり、チューンスプレッドの影響で各粒子のチューンがシフトされている様子が示されている

第5章 16電極ビームモニター

5.1 モニターの概要

16電極ビームモニターは、大強度ビームプロファイルを測定するために設置された非破壊型のストリップラインモニターである。図5.1は16電極ビームモニターの概念図であり、加速器の中のビームは z 軸方向に進行し、ビームがモニターを通過するときに電極に励起される信号を用いてビームの横方向の多重極モーメントを算出することができる。16電極ビームモニターは2016年に1台目がMRの15番地に設置された^[54]。その後、2017年にDAQシステムが開発され^[55]、2019年には2台目がMRの13番地に設置されビームの横方向の多重極モーメント及び垂直・水平方向のRMSエミッタンス¹を測定した^[52]。16電極ビームモニターは3-50 BTライン（3-50 Beam Transport Line、輸送ライン）とMRとの入射ミスマッチによるビームサイズの振動を測定することを目的とし、常時観測したビームの信号を必要に応じてプロファイル解析を行う方向で活用する予定である²。表5.1に16電極ビームモニターの寸法（設計値）を示した。

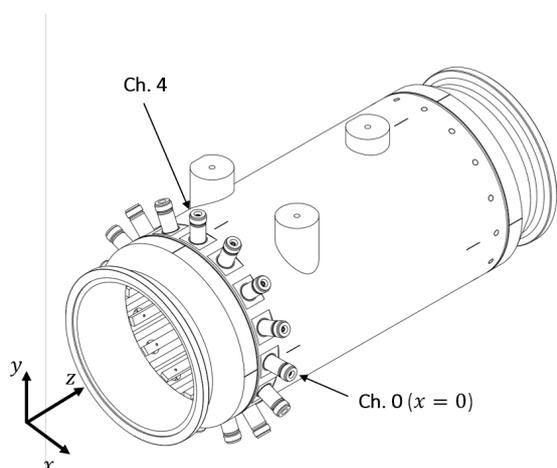


図 5.1 : 16 電極ビームモニターの概略図 (TOYAMA Co.,Ltd 提供)



図 5.2 : 16 電極ビームモニターの正面図。パイプ内部の短冊型の電極が確認できる。

¹前章で述べた通り、実際のビームは6次元位相空間上に記述される。このビームを16電極ビームモニターのような横方向のビームモニターで測定すると、2次元の位相平面に射影されたビームを測定することになる。この射影されたビームのエミッタンスをRMSエミッタンスと呼ぶ。

²このように、CPU等の解析処理の主体と周辺装置とを直接接続せず、一旦メモリー媒体にデータを溜め込み、後に処理を行う解析のことをオフライン解析と呼ぶ。逆に、解析処理の主体に直接データを入力し、リアルタイムで解析データを得ることをオンライン解析と呼ぶ。

表 5.1 : 16 電極モニターの寸法

項目	数値	項目	数値
全体の長さ	500 mm	電極の長さ	320 mm
外径	195 mm	電極の厚み	5.0 mm
内径	165 mm	電極の幅	9.85 mm

5.2 モニターの動作

5.2.1 ストリップライン型ビームモニター

ストリップライン型若しくは指向性結合器ピックアップ型 (stripline or directional coupler pickup) モニターは、図 5.2 のようにビームパイプに細長い板状の電極がついている形のビームモニターのことを示し、一般的には4つ電極を付けた BPM (Beam Position Monitor) がよくみられる種類である。ストリップライン型のビームモニターは電極の幅を大きくすることでバンチ長の短いビームに対しても比較的大きな信号が得られる特徴がある。

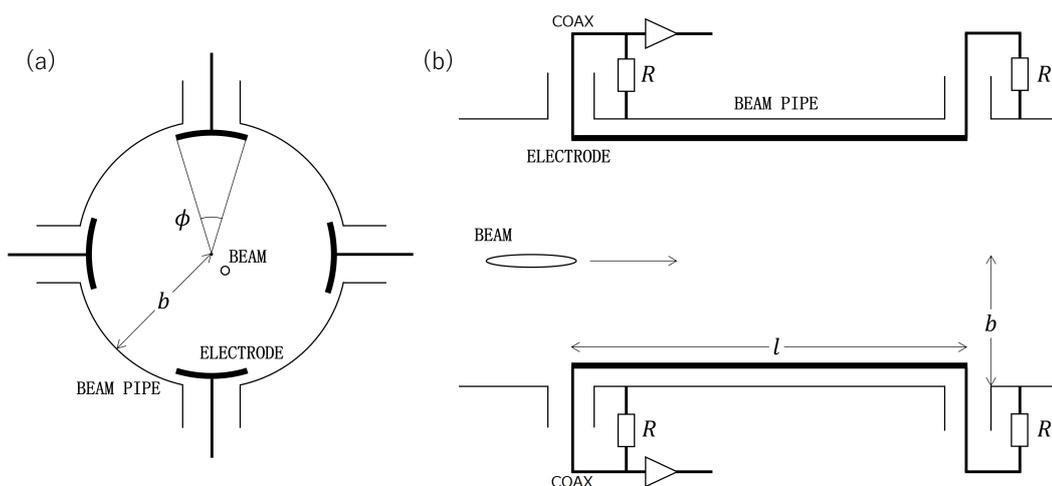


図 5.3 : (a) ストリップライン型ビームモニターの正面の概略図 (4 電極の場合) と (b) ストリップライン型モニターの側面の概略図。16 電極ビームモニターの場合、電極の下流側はビームパイプに溶接されている

図 5.3 はストリップライン型ビームモニターの概念図である。ここで、 b は円筒型のビームパイプの半径、 ϕ は電極の方位角、 l は電極の長さである。また、電極の特性インピーダンスを Z とすると、図 5.3 の (b) の抵抗 R は $Z = R$ となるように調整されているものとする (電極の特性インピーダンスをそれに繋がった同軸ケーブルの特性インピーダンスに合わせる等)。ビームの進行速度が光速に近い高エネルギーの加速器の場合、相対論的な効果によりビームが作る電場は進行方向成分は無視できるようになる。したがって、ビームによる電場の進行方向に対して垂直方向の成分しか残らないようになる。このとき、ビーム電荷により引き寄せられて壁を流れる電流が生じるが、これを壁電流 (wall current) と呼ぶ。電磁気的な効果を利用しているビームモニターはこの壁電流をピックアップし、電気信号として取

り出す。電流 $I_b(t)$ のビームがビームパイプの中心を通るとき、パイプには $I_w = -(\phi/2\pi) \cdot I_b(t)$ の壁電流が流れる。

電極上を伝搬する信号の様子は図 5.4 の通りである。まず、ビームが電極の上流側の端に到達すると符号が異なり大きさは同じ二つのパルスが誘起され、一つは同軸ケーブルに沿って外部に取り出され、もう一つは電極に沿ってビームと並走する (5.4 (a))。次にビームが電極の下流側の端に到達すると、同じく符号が反対で大きさの同じパルスが二つのパルスが誘起される (5.4 (c))。

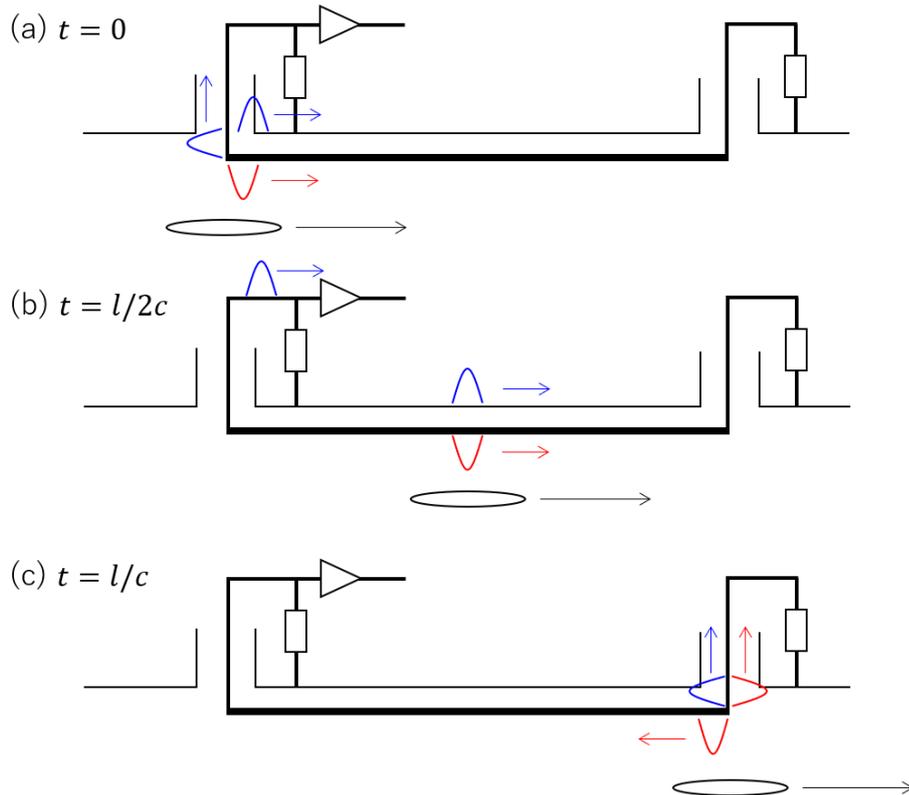


図 5.4: ストリップライン型ビームモニターの電極上を伝搬する振動の様子。青のパルスと赤のパルスは壁電流の符号が逆であることを表す

よって、電極の上流側からは時間間隔 $2l/c$ のバイポーラパルスが出力され、下流側からはパルスが打ち消し合うことにより何も出力されない。上流側の信号 V_U を式で表すと以下のようなになる。

$$V_U(t) = \frac{\phi Z}{4\pi} \left[I_b(t) - I_b\left(t - \frac{2l}{c}\right) \right] \quad (5.1)$$

簡単のためビームの進行速度と電極上の信号の伝搬速度はともに光速 c であると仮定した。ビームの時間分布がガウス分布 $I_b(t) = I_0 \cdot \exp(-t^2/2\sigma^2)$ で表されるとした場合、式 5.1 は、

$$V_U(t) = \frac{\phi Z I_0}{4\pi} \left[e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{(t-2l/c)^2}{2\sigma^2}} \right] \quad (5.2)$$

と表される。したがって、ストリップライン型ビームモニターからは図 5.5 のような形の信号が得ら

れる。

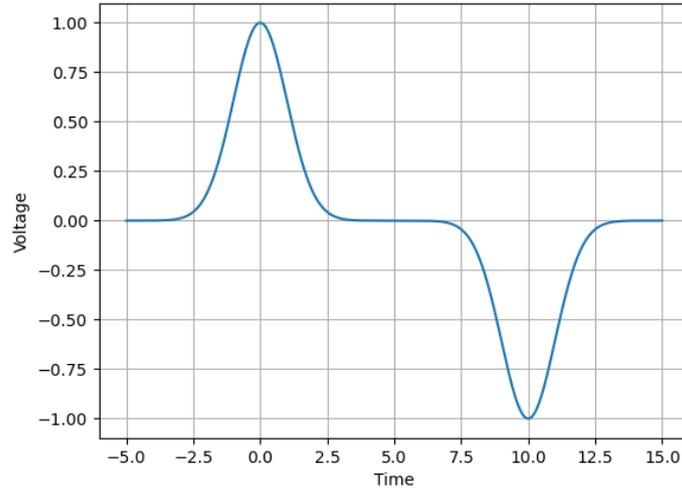


図 5.5 : ストリップライン型ビームモニターから得られる信号の波形。式 5.2 を定性的に図示した

5.2.2 横方向の多重極モーメントの算出方法

他のストリップライン型ビームモニターと同様に、16 電極ビームモニターは電極から得られる信号を使い、ビームモニターを通るビームの横方向の多重極モーメントを算出することができる。最初に、図 5.6 のような半径 R ビームモニターの任意の位置 $(x, y) = (l \cos \phi, l \sin \phi)$ を通る線電荷 λ を考える。電極で観測されるビームの多重極モーメントは線電荷 λ の鏡像電荷 $-(R/l)\lambda$ を用いることで表される。理論上、モニターの系はその中心に対し回転対称である。よって、式の誘導を簡単にするため線電荷及びその鏡像電荷は全て x 軸上にある場合を考える。すると、線電荷は $(l, 0)$ に、鏡像電荷は $(R^2/l, 0)$ に位置するようになる。このとき、電荷と鏡像電荷からの距離の比が $R - l : R^2/l - R$ の位置は同じ静電ポテンシャル ϕ になる³。極座標 (r, θ) を用いて、静電ポテンシャル $\phi(r, \theta)$ を表すと以下のようなになる。

$$\phi(r, \theta) = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \log(r^2 - 2rl \cos \theta + l^2) - \frac{R}{l} \log \left(\frac{l^2}{R^2} r^2 - 2rl \cos \theta + R^2 \right) \right\} \quad (5.3)$$

モニターの表面は $r = R$ なので、このとき電荷 $\sigma(R, \theta)$ は、

$$\sigma(R, \theta) = \epsilon_0 \frac{\partial \phi(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R} = -\frac{\lambda}{2\pi R} \frac{R^2 - l^2}{R^2 + l^2 - 2Rl \cos(\theta)} \quad (5.4)$$

³アポロニウスの定理

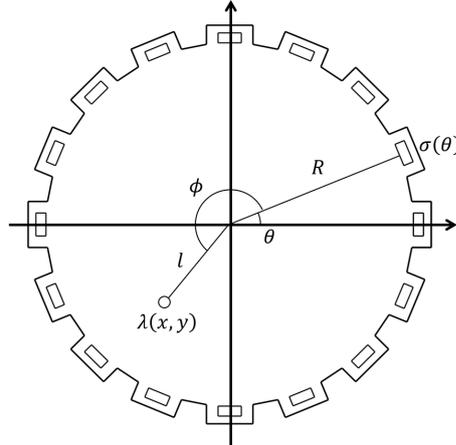


図 5.6 : 16 電極ビームモニターの断面図。モニターが完全な円筒であると仮定し、円筒内を通る線電荷と線電荷により誘導される誘導電荷の位置関係を図示した。

と表される⁴。図 5.6 のような任意の位置 (l, ϕ) を通る線電荷 λ を表すときは、式 5.4 の右辺の分母の θ を $\theta \rightarrow \phi - \theta$ とすれば良い。

$$\begin{aligned} \sigma(\theta, R, \phi, l) &= \epsilon_0 \frac{\partial \phi(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R} = -\frac{\lambda}{2\pi R} \frac{R^2 - l^2}{R^2 + l^2 - 2Rl \cos(\phi - \theta)} \\ &= \frac{\lambda}{2\pi R} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{l}{R} \right)^n \cos n(\phi - \theta) \right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

ここで、以下のような関係を使った。

$$\frac{1 - x^2}{1 - 2x \cos \theta + x^2} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} x^n \cos n\theta$$

最後に、式 5.5 は以下のように展開される。

$$\begin{aligned} \sigma(\theta, R, \phi, l) &= \frac{\lambda}{2\pi R} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{l}{R} \right)^n \cos n(\phi - \theta) \right) \\ &= \frac{\lambda}{2\pi R} \left[1 + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cos n\theta}{R^n} \operatorname{Re}(x + iy)^n + \frac{\sin n\theta}{R^n} \operatorname{Im}(x + iy)^n \right\} \right] \\ &= \frac{\lambda}{2\pi R} \left[1 + 2 \left(\frac{x}{R} \cos \theta + \frac{y}{R} \sin \theta \right) + 2 \left(\frac{x^2 - y^2}{R^2} \cos 2\theta + \frac{2xy}{R^2} \sin 2\theta \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(\frac{x^3 - 3xy^2}{R^3} \cos 3\theta + \frac{3x^2y - y^3}{R^3} \sin 3\theta \right) + \dots \right] \end{aligned} \quad (5.6)$$

電極は 16 本あるため、各電極の位置 $\theta_i (i = 0, 1, 2, \dots, 15)$ での誘導電荷の式が 16 個得られる。この

⁴このとき、モニター表面の静電ポテンシャルは 0。

誘導電荷が各電極からの信号であり、これは次のように行列表現することができる。

$$\begin{pmatrix} V_0 \\ V_1 \\ \vdots \\ V_{15} \end{pmatrix} = \frac{\lambda}{2\pi R} \begin{pmatrix} 1 & \frac{2\cos\theta_0}{R} & \frac{2\sin\theta_0}{R} & \frac{2\cos 2\theta_0}{R^2} & \frac{2\sin 2\theta_0}{R^2} & \dots \\ 1 & \frac{2\cos\theta_1}{R} & \frac{2\sin\theta_1}{R} & \frac{2\cos 2\theta_1}{R^2} & \frac{2\sin 2\theta_1}{R^2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{2\cos\theta_{15}}{R} & \frac{2\sin\theta_{15}}{R} & \frac{2\cos 2\theta_{15}}{R^2} & \frac{2\sin 2\theta_{15}}{R^2} & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \\ x^2 - y^2 \\ 2xy \\ x^3 - 3xy^2 \\ 3x^2y - y^3 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

実際のビームは複数の粒子がバンチとなっているため、信号はバンチ内の粒子全体の誘導電荷の平均の値として得られる。式 5.6 の線電荷 $\lambda(x, y)$ は電荷密度 $\rho(x, y)$ に変わる。したがって、複数の粒子が存在する場合は式 5.7 は以下のように書き直される。

$$\begin{pmatrix} V_0 \\ V_1 \\ \vdots \\ V_{15} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi R} \begin{pmatrix} 1 & \frac{2\cos\theta_0}{R} & \frac{2\sin\theta_0}{R} & \frac{2\cos 2\theta_0}{R^2} & \frac{2\sin 2\theta_0}{R^2} & \dots \\ 1 & \frac{2\cos\theta_1}{R} & \frac{2\sin\theta_1}{R} & \frac{2\cos 2\theta_1}{R^2} & \frac{2\sin 2\theta_1}{R^2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{2\cos\theta_{15}}{R} & \frac{2\sin\theta_{15}}{R} & \frac{2\cos 2\theta_{15}}{R^2} & \frac{2\sin 2\theta_{15}}{R^2} & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q \\ Q\langle x \rangle \\ Q\langle y \rangle \\ Q\langle x^2 - y^2 \rangle \\ Q\langle 2xy \rangle \\ Q\langle x^3 - 3xy^2 \rangle \\ Q\langle 3x^2y - y^3 \rangle \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

ここで、

$$Q = \int dx dy \rho(x, y) \quad (5.9)$$

$$\langle F(x, y) \rangle = \frac{\int dx dy \rho(x, y) F(x, y)}{Q} \quad (5.10)$$

の関係を用いた。 $\langle F(x, y) \rangle$ は任意の関数 $F(x, y)$ の期待値である。式 5.8 の最後のベクトルに現れる要素がビームバンチの多重極モーメントとなる。例えば、 $\langle x \rangle$ と $\langle y \rangle$ はビームの重心位置を表す双極モーメント、ビームの重心位置を表し、 $\langle x^2 - y^2 \rangle$ と $\langle 2xy \rangle$ は横方向のビームの鉛直・水平方向の分布と関係のある四重極モーメントである。表 5.2 にビームの双極モーメントから八重極モーメントまで示す。ビームのモーメントの項を表現するとき、式 5.6 の \cos 項のモーメントを normal モーメント、 \sin 項のモーメントを skew モーメントと呼ぶ⁵。実際に測定する際には、式 5.8 の右の項の最初の行列の逆行列を両辺に書けることで、電圧信号から多重極モーメントを算出する。この行列の要素は Wire Calibration に

⁵例外的に、双極モーメントはビームの重心位置を表しており、直交座標系から直観的に考えることができるため、normal と skew という表現はあまり使わない。

よって決まる。

表 5.2 : ビームの多重極モーメント

Moment	Normal 成分	Skew 成分
Dipole	$\langle x \rangle$	$\langle y \rangle$
Quadrupole	$\langle x^2 - y^2 \rangle$	$\langle 2xy \rangle$
Sextupole	$\langle x^3 - 3xy^2 \rangle$	$\langle 3x^2y - y^3 \rangle$
Octupole	$\langle x^4 - 6x^2y^2 + y^4 \rangle$	$\langle 4x^3y - 4xy^3 \rangle$
\vdots	\vdots	\vdots

5.2.3 横方向のビームサイズ測定の基本的な原理

式 5.8 から、ビーム分布の多重極モーメントの期待値が得られた。ここで、 $Q_{normal} = \langle x^2 - y^2 \rangle$ が 4 重極モーメントのノーマル成分 (Normal quadrupole moment) と呼ばれ、ビームの横方向の鉛直・水平方向のビームのサイズの情報が込められている。

$$Q_{normal} = \langle x^2 - y^2 \rangle = \sigma_x^2 - \sigma_y^2 + \langle x \rangle^2 - \langle y \rangle^2 \quad (5.11)$$

式 4.33 から、横方向のビームサイズは横方向のエミッタンス及びその地点の β 値で表すことができるので、式 5.11 は、

$$\begin{aligned} Q_{normal} &= \epsilon_x \beta_x - \epsilon_y \beta_y + \langle x \rangle^2 - \langle y \rangle^2 \\ Q'_{normal} &= Q_{normal} - (\langle x \rangle^2 - \langle y \rangle^2) = \epsilon_x \beta_x - \epsilon_y \beta_y \end{aligned} \quad (5.12)$$

に書き換えられる。ここで、 Q_{normal} 、 $\langle x \rangle$ 、 $\langle y \rangle$ が 16 電極ビームモニターの測定から得られる値である。鉛直・水平方向のビームサイズを算出するためには、鉛直・水平方向のエミッタンス及び β 値の情報が必要となる。ここで、2 台のモニターを用いて Q'^i_{normal} ($i = 1, 2$) を測定すると、以下のように連立方程式が立てられる。

$$\begin{pmatrix} Q'^{(1)}_{normal} \\ Q'^{(2)}_{normal} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_x^{(1)} & -\beta_y^{(1)} \\ \beta_x^{(2)} & -\beta_y^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

ここでは、エミッタンスは保存されることを用いた。式 5.13 で、 $\beta_x^{(1)}/\beta_x^{(2)} \neq \beta_y^{(1)}/\beta_y^{(2)}$ の場合、 β 値が含まれる行列の逆行列を両辺に書けることにより、鉛直・水平方向のエミッタンスを求めることができる。また、求めたエミッタンスの情報を用いることで、ビームのサイズの情報を算出するのである。これが、ストリップライン型ビームモニターを用いたビームのサイズ測定の基本的な原理である。

16 電極ビームモニターが 2 台設置された目的も、この方法からビームのエミッタンスを測定するためである。また、それぞれのモニターが設置された地点の β 値は $\beta_x^{(1)}/\beta_x^{(2)} \neq \beta_y^{(1)}/\beta_y^{(2)}$ の条件を満たすようになっている。このときの β 値は KEK で作った加速器設計のためのシミュレーションコードである SAD (Strategic Accelerator Design) Script^[56] における J-PARC MR の Twiss パラメータの設計値を

用いた。具体的な Twiss パラメータは以下の表 5.3 の通りである。ここで 13 番地と 15 番地⁶は MR の区画のことを言い、ビームの入射部のすぐ近い部分である。また、区画を表しているため、ビームの進行方向を基準にして、上流部と中流部、下流部のパラメータが区分されている。

表 5.3 : 16 電極ビームモニターが設置された地点の Twiss パラメータ

	13 番地上流	13 番地中流	13 番地下流	15 番地上流	15 番地中流	15 番地下流
s [m]	94.052	94.303	94.553	102.005	102.255	102.505
β_x [m]	39.743	39.801	39.863	14.203	14.156	14.118
β_y [m]	6.294	6.556	6.842	30.076	29.619	29.169
η_x [m]	0.0322	0.0325	0.0328	0.0254	0.0256	0.0258
η_y [m]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
ν_x	0.911	0.912	0.913	0.963	0.966	0.969
ν_y	1.214	1.220	1.226	1.306	1.308	1.309

先行研究までは、式 5.13 の方法を使って、ビームのエミッタンスを算出したり、エミッタンスとベータ関数を用いてビームサイズを逆算することで、ビームのプロファイルを測定した。これらの方法には、ビームの Twiss パラメータが加速器の設計による Twiss パラメータ (表 5.3) にマッチしていると仮定が入っており、単純な形の連立方程式を立てることで必要となるパラメータを算出することになる。しかし、16 電極ビームモニターの本来の目的は Twiss パラメータのミスマッチ状態のビームサイズを測定することである。この場合、ベータ関数 β は非線形項が足された $\beta + \delta\beta$ となり、ビームのプロファイルが上記のように簡単には求まらない。したがって、より一般的にビームプロファイルを測定するためには、新しい測定方法を考える必要がある。

5.3 DAQ システム

16 電極ビームモニターの読み出し回路は主に FPGA 及び ADC 基板で構成され、2017 年に開発された [55]。16 個の電極から信号が出力されると、その信号がアンチエリアス・フィルタとアテネータを通り、8ch の ADC 基板 2 枚入力される。その後 FPGA で信号処理が行われ、コンピュータに送られるようになっている。現在、設置されている 2 台のモニターの内、13 番地にあるモニターの読み出し回路は地上の J-PARC の D1 電源棟に置かれおり、15 番地のモニターの読み出し回路は地価のサブトンネルに置かれている。それぞれの読み出し回路の配置場所が異なる理由は信号の反射波の影響や電源棟からのノイズの影響を調べるためである [52]。

5.3.1 アンチエリアス・フィルタ

アンチエリアス・フィルタ⁷は ADC の前段に挿入されている。ビームが加速するとビームの高周波成分が増加するが、フィルタを用いることでこれを抑制することが可能になる。現在、5 次の楕円フィル

⁶#13、#15 と書くこともある

⁷アンチエリアス・フィルタとは、サンプリング時に発生する折り返し誤差を防止するためのローパスフィルタである。

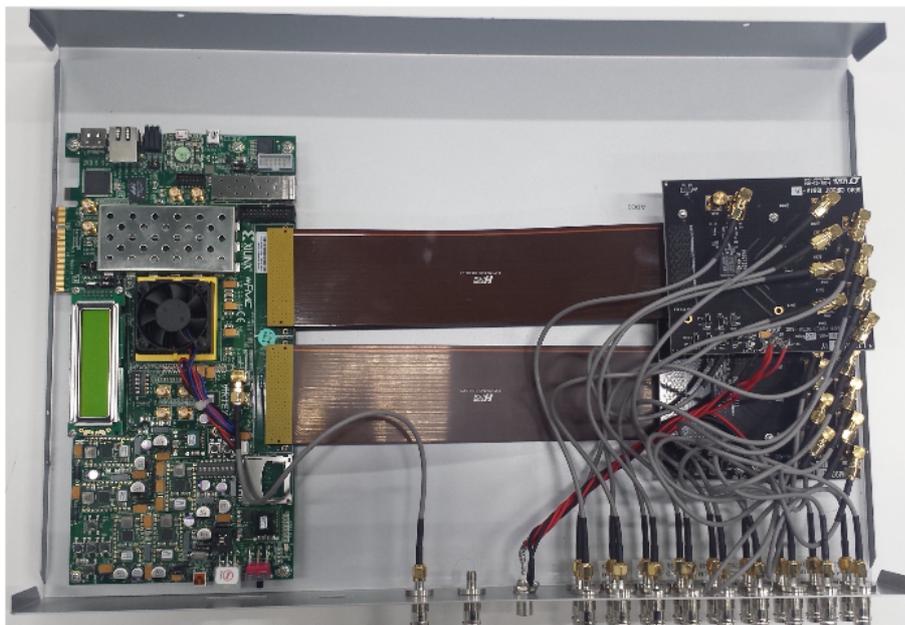


図 5.7 : 16 電極ビームモニターの読み出し回路に用いられている FPGA (左) と ADC (右)

タである Thorlabs 社製の BNC 型アンチエリマス・フィルタ EF501 が用いられている。

5.3.2 アテネータ

ADC には最大の入力レンジが決まっており、電極からの出力信号をその範囲内に収める必要がある。また、測定の誤差の原因となる出力信号の反射波を ADC に入力される前に十分に減衰させる必要がある。そのために、アンチエリマス・フィルタの前段にはアテネータが挿入されている。現在 16 電極ビームモニターに用いられているアテネータは切り替えが可能になっており、ビーム強度により信号の減衰量を変えることができる。これにより、幅広いビーム強度で信号が飽和することなく測定ができるようになり、高い SN 比が期待できる。

5.3.3 ADC

ADC 基板として、LTM9011-14 の評価基板 DC1884-A を使用している (図 5.7 の右側の基板)。1 枚の基板は 8 チャンネルを持ち、これを 2 枚使うことで、計 16 チャンネルをシステムが用意できる。基板の仕様は、最大入力レンジが 2.0 V、最大サンプリング周波数は 125 MHz、分解能は 14 bit、入力信号の範囲は 1 ~ 70 MHz となっている [57]。

また、ADC にサンプリングクロックはバンチ当たりのサンプル数を固定するため、サンプリングクロックと周回周波数の通倍信号を同期させている。本来、16 電極ビームモニターでは周回周波数の 9 通倍 (1.67 ~ 1.72 MHz) の信号である 64 通倍信号を用いることになっていたが、このまま測定を行うと、

ADC から出力されるデジタル信号がなまることで、ビット反転が起こる問題が判明している [55]。よって、現在は 64 通倍から 52 通倍 (86.84 ~ 89.44 MHz) 信号に変換し、ADC 基板に入力している。

5.3.4 FPGA

FPGA 基板は Virtex-7 の VC707 Evaluation Board が用いられている (図 5.7 の左側の基板)。FPGA に導入したファームウェアには 2 つのモードが存在し、一つは Process mode (以下、処理モード)、もう一つは Wave mode (以下、波形モード) といひ、ソケット通信を使いコンピュータから 2 つのモードが切り替えできるようになっている。ADC 基板 2 枚からのデータが入力されると、ADC のシリアルサンプルデータをパラレルデータに変換した後、処理モードからはファームウェアに実装された DSP (Digital Signal Processing、デジタル信号処理) 機能が動作し、信号処理されたデータが出力される。信号処理については次節で詳しく述べる。波形モードからは、信号処理が行われず生の ADC の信号がそのまま出力され、コンピュータ側で処理することができる。また、コンピュータとの通信は SiTCP 機能を使用している。

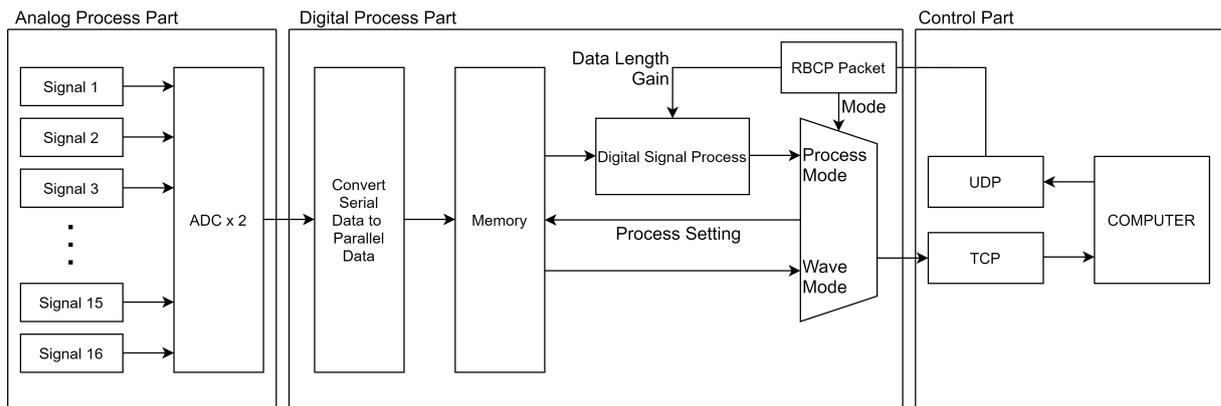


図 5.8 : 16 電極ビームモニターのデータ取得の流れ。ここではアナログデータ取得部、デジタルデータ取得部、コントロール部に分けて図示した。コンピュータと FPGA と UDP 通信を行って、RBCP (Remote Bus Control Protocol) という SiTCP 用のレジスタアクセスプロトコルを送る。この RBCP にはデータ取得モード (Process mode, Wave mode) の選択や電極のゲインの調整等の情報が込められ、FPGA の動作を操作する [58]。

5.4 16 電極ビームモニターから得られる実際のデータ

5.4.1 処理モード

前述の通り FPGA を処理モードに設定すると、信号処理がされたデータが出力される。電極から信号波形が ADC ポートに入ると、ADC 基板からは 14 ビットの 65528 サンプルのデジタル値 16 電極分が一旦 FPGA のメモリーに書き出される。その後、52 サンプルのバンチ波形に対し Goertzel アルゴリズム

を行い、RF 周波数の 2 倍の高調波の信号の振幅を出力する。Goertzel アルゴリズムは

$$\begin{aligned}
 s[n] &= x[n] + 2 \cos \omega_0 s[n - 1] - s[n - 2] \\
 y[N] &= s[N] - e^{-j\omega_0} s[N - 1]
 \end{aligned}
 \tag{5.14}$$

で表されるフィルタであり、Infinite Impulse Response (IIR) フィルタの 1 種である [59]。ここで、 $x[n]$ は n 番目のサンプリングデータ、 N はサンプリングデータ数、 $\omega_0 = 2\pi k/N$ は取り出す周波数、 $y[N]$ は出力の周波数成分である。Goertzel アルゴリズムは特定の周波数成分だけを取り出すため、処理量が少ない利点があり取り入れている。ここで出力された振幅が電圧信号に当たる。Goertzel アルゴリズムの周波数応答の誘導を付録 C に述べた。FPGA 内に Wire Calibration から得られた行列の情報を入れることで、直接ビームの多重極モーメント情報を得るのも可能であるが、現在は Goertzel アルゴリズムを行うまでの動作になっている。処理モードから得られたデータを使って多重極モーメントを算出した例を図 5.9 に示した。

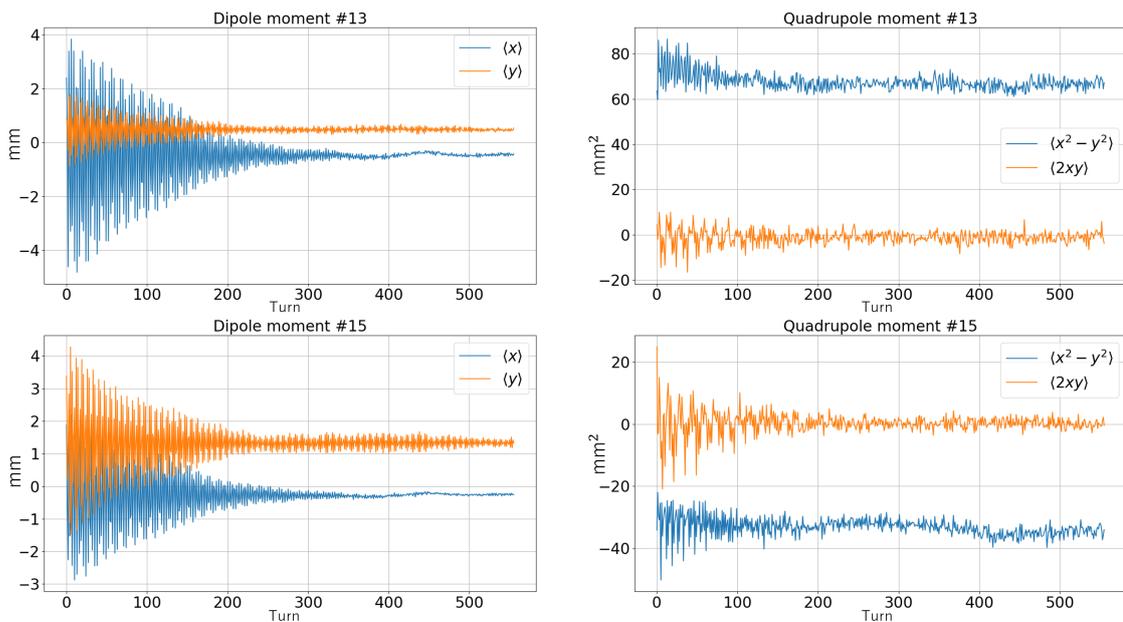


図 5.9 : 処理モードから得られたデータを使って、500 ターン分の Dipole モーメント及び Quadrupole モーメントを図示した例。図の上段が 13 番地の 16 電極ビームモニターで現れるモーメントで、下段が 15 番地の 16 電極ビームモニターで現れるモーメントである。また、左側は Dipole モーメントを、右側は Quadrupole モーメントである。Dipole モーメントの振る舞いから、ビームのベータatron 振動の振幅が徐々に収まっていることが確認できる

5.4.2 波形モード

波形モードからは信号処理が行われていない生の信号波形が出力される。処理モードは信号処理のアルゴリズムがファームウェアを作る段階で決まっており、後から修正することが難しいため、他の信号

処理アルゴリズムを適用する場合や波形そのものの確認するときには波形モードから得られるデータを使う。その反面、チャンネル当たり 65528 サンプルをコンピュータに転送しないといけないため、FPGA に負荷がかかり、処理モードに比べ、一気に得られるデータ量が少ない。処理モードからは約 500 ターン⁸分のデータが得られるが、波形モードからは約 140 ターン分のデータを取得できる。図 5.10 は波形モードから得られた 8 バンチの信号波形を示した図である。

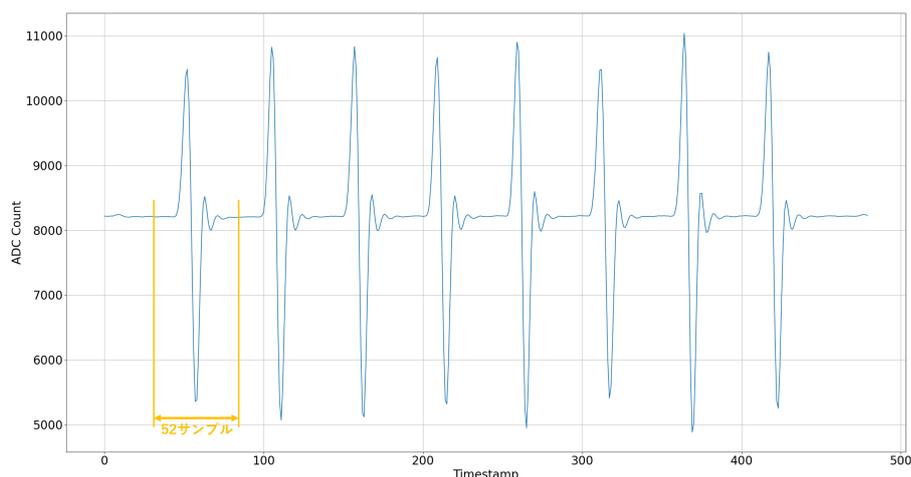


図 5.10 : 8 バンチのビームの測定時に 16 電極ビームモニターの 1 つの電極から出力される信号。各バンチは 52 サンプルになっている

5.5 研究の位置づけ

5.5.1 これまでの研究

16 電極ビームモニターは 2016 年から開発が始まり、同研究室の中西氏、宇野氏、田島氏によって実運用に向けて研究が進められた。ここでは、現在に至るまでの 16 電極ビームモニター開発状況を整理する。

中西

1 台目の 16 電極ビームモニターの設置のため、シミュレーションを用いた多電極ビームモニターの設計及び考察を行った。設計に基づき実際の 16 電極ビームモニターを製作及び設置し、テスト測定を行い、モニターから信号が出力されることを確認した^[54]。

宇野

16 電極ビームモニター用の読み出し回路及びそのデータ取得ソフトウェアの開発を行い、ソフトウェアを用いたビームの多重極モーメントデータを取得した。また、1 台目の 16 電極ビームモニターのキャ

⁸ ビームが加速器を 1 周したのを 1 ターンと呼ぶ。

リブレーション (Wire Calibration、Beam Based Alignment、詳しくは付録 B を参考) を行った [55]。

田島

ビームのエミッタンス測定のため 2 台目の 16 電極ビームモニターを設置し、キャリブレーションを行った。大強度のビームの測定のためのローパスフィルタとアテネータを挿入することや電極のゲイン校正のための新しいキャリブレーション (Beam Based Gain Calibration) を追加で行った。最後に、2 台の 16 電極ビームモニターを使ってビームのエミッタンスのテスト測定を行った [52]。

5.5.2 本研究の意義及びまとめ

前述の通り、これまでは式 5.13 を用いてビームのプロファイルを測定してきた。この方法は、非破壊型のビームモニターを使ったビームプロファイル測定に一般的に試用される方法である。しかし、このような解析にはビームが十分加速され加速器の Twiss パラメータの設計値とマッチしていることが前提となる。実際、これまでの解析でも SAD Script による MR のシミュレーション結果を使って解析を行ってきた。しかしながら、ビームが Twiss パラメータ mismatch 状態にある場合、ビームの Twiss パラメータには非線形項が追加され、ビームプロファイルを式 5.13 のような線形的な計算では求めることが出来なくなる。16 電極ビームモニターはこういう Twiss パラメータの mismatch 状態のビームプロファイルを測定するため開発された。したがって、本研究ではビームサイズ測定ができる一般化されたアルゴリズムを開発することとなった。

以上のことを踏まえ、16 電極ビームモニターを使ったビーム形状の再構成を行うためのアルゴリズム開発を行った。特に、非破壊型モニターの測定データからプロファイル測定を行う際に生じる不適切問題の解決のため、広く使われている遺伝的アルゴリズムを参考にした。アルゴリズムの性能評価のため、最適化アルゴリズムのベンチマークテストに使われる関数をいくつか用い、正確な答えを出せるかについて先に検証を行い、次の段階として、任意に作ったビームの形状の再構成テストを行った。最後に実際の 16 電極ビームモニターからのデータを使った再構成テストを行った。

第6章 解析アルゴリズムの開発

6.1 ビームプロファイル測定

この章では16電極ビームモニターを用いたビームプロファイル測定のための解析アルゴリズムの設計について述べる。前章で述べた通り、16電極ビームモニターは非破壊型ビームモニターであり、ビームの測定から最終的に得られるのはビームの多重極モーメントの平均値である。この多重極モーメントはビームの形状に関する情報が含まれており、上手く活用するとビームの2次元分布を推定することが可能である仮説でアルゴリズムの開発に着手した。これは、前章で述べた通り、原理的に一般的な状況におけるビームプロファイルを測定することができるため、より一般的なビームの解析ができると期待される。このように、測定により得られるデータを使って、測定対象の元の入力されたビームの形状、即ちビームのバンチの中の複数の陽子により作られる横方向の分布を推定するという事は、逆問題解析に分類される。逆問題解析とは出力のデータから逆算し入力ソースの情報を推定するというものであり、その対義語である順問題解析に比べ考慮すべき点が多く、解析しようとする問題の性質に合わせた様々な工夫が必要となる。

この章では、まず逆問題解析の概要について説明を行い、16電極ビームモニターの逆問題解析の性質について述べる。その後、逆問題解析のために広く用いられている遺伝的アルゴリズムについて説明し、遺伝的アルゴリズムを基盤とした16電極ビームモニター用の解析アルゴリズムの設計について述べる。

6.1.1 逆問題解析の概要

解析方法の分類として、順解析（順問題）と逆解析（逆問題）がある。順解析は検出器に入力されるソースの初期値や境界条件、ソースの種類、分布、電荷量等の情報が既知の上で、ソースの測定結果をもとに、例えばソースの状態の時間変化を予測したりソースの軌跡を予測したりする解析のことである。逆解析の場合、ソースに関する情報の一部若しくは全部が欠落した状態のソースが検出器に検出され、ある有意味な出力データが得られたとし、この出力のデータを用い、入力されたソースの情報を推定する解析のことである。図6.1に順問題と逆問題の概念を示した。

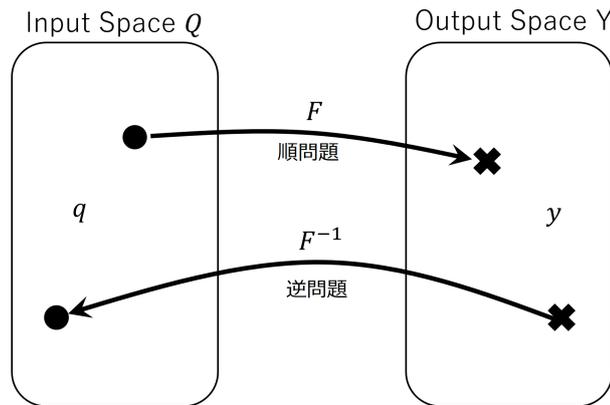


図 6.1 : 順問題と逆問題の概念図

入力のソースが存在する入力空間 Q と出力の結果が存在する出力空間 Y を定義する。また、それぞれの空間はある検出するシステム F によって繋がっているとす。この場合、順解析は以下のように表すことができる。

$$y = F(q), \quad q \in Q \tag{6.1}$$

ここで、 q は入力ソースのデータ、 y は出力されるデータである。また、逆解析はシステム F の逆関数 F^{-1} を用いることで

$$q = F^{-1}(y), \quad y \in Y \tag{6.2}$$

と表される解析のことである。一般的に逆解析を行うときには、観測データ y をもとに入力空間内で定義される推定ソース q' を求める。推定ソース q' に関する非線形最小二乗問題として定式化すると、

$$L(q') = \|F(q') - y\|_Y^2 \tag{6.3}$$

と表され、この $L(q')$ の値が最大若しくは最小となるような解 q' を求める最適化問題として扱っていく。

順問題の場合、ソースの情報と検出するシステムが与えられているため、原理的に適切な解が得られることが保証される。一方で、逆問題の場合、出力データから未知のソースの情報を推定するため、ほとんどの解析が不適切問題となる。不適切問題とは、解析によって得られる解が適切な答えであると判断することが難しい問題のことをいい、解に対する以下の条件のいずれか若しくは全部が欠如している問題である。

解の一意性及び存在性

解の一意性の問題とは、逆解析から得られた解が唯一な解であることが保証されないことをいう。例えば、未知のモデル $f(x)$ を探索する逆解析をする場合、測定データの $(x_1, y_1) = (-1, 1)$ と $(x_2, y_2) = (2, 4)$

と2点が得られたとする。この測定に対する逆解析の解としてあり得る $f(x)$ として

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 2 \\ f(x) &= x^2 \\ f(x) &= \frac{57}{36}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{49}{12}x - \frac{11}{6} \\ &\vdots \end{aligned}$$

等が考えられ、解が一意に決まらないことが分かる (図 6.2)。このような状況では、どの $f(x)$ が最も適したモデルであるか判断することは不可能である。

また、解そのものが存在することが保証されない問題もある。上記と同じく、測定のデータが $(x_1, y_1) = (-1, 1)$ と $(x_2, y_2) = (2, 4)$ と2点が得られたとする。今回はモデルが2次式である情報を加え、モデルの探索を行おうとするが、2次項の係数が正の実数とおき、式の最小値が5以上の範囲で解を探索すると、適した解が存在しないため、解の存在性が保証できない状況になる。

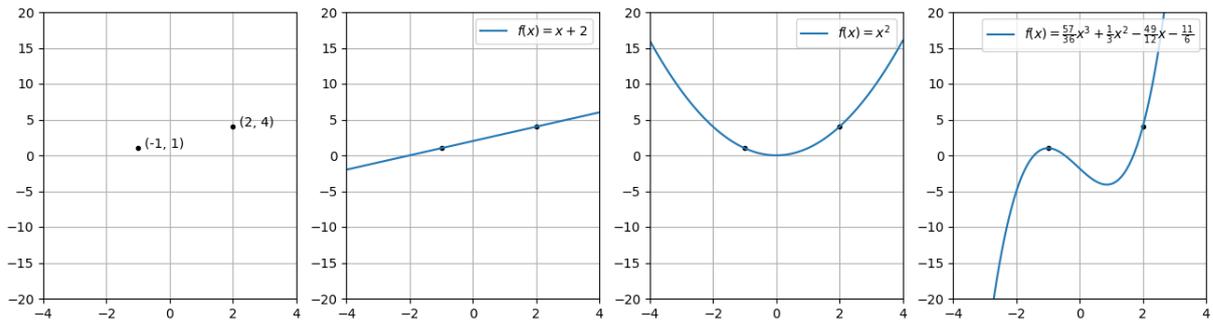


図 6.2：測定された2点に対し、1次式 (2番目の図)、2次式 (3番目の図)、3次式 (4番目の図) をフィットした結果。同一データに対し解が一意に決まらない状況を表す

解の連続性

式 6.3 の右辺にある摂動 δy が加わる $y \rightarrow y - \delta y$ の状況を考える。この場合、逆解析では推定により得られる解 q' も δy に対する微小な要素 $q'_{\delta y}$ が加わった $q' \rightarrow q' - q'_{\delta y}$ になることが保証されない。即ち、測定値の微小変化に対し解の変動が大きくなる可能性がある。このことを解が安定しないと表現し、微分方程式や積分方程式を扱う逆解析でよく見られる。測定における微小変化は、検出器の測定誤差を意味する。解が連続的ではないことは、測定誤差によって完全に別の解が出力される場合があることを意味する。

以上のことから、逆問題解析を行う際に最も考慮すべきところが、解析における不適切性であることが分かり、この不適切性に対する対処の仕方により逆解析から得られる解の信頼度が決まるのである。よって、逆解析から得られた解が適切であるためには、以下のような最低限の条件が満たされる必要がある。

- 解の一意性及び存在性のために探索する解の範囲を有限かつ適切に設定すること。
- 解の連続性のために適切な正則化 (Regularization) 手法を取り入れること。

ここで正則化というのは、解の安定性を確保するために解析に追加の情報を与えることにより、摂動 δy 対し解の変動が大きくならないように抑える手法のことをいう。正則化について詳しい説明は付録 A で述べる。これらの内容を踏まえ、アルゴリズムを設計する際にはこの二つの条件を先に考慮する必要がある。

6.1.2 16 電極ビームモニターと逆問題

前章で述べた通り、16 電極ビームモニターはビームサイズモニターとして開発された。ここでは、ビームサイズの測定の意義及び非破壊型ビームモニターを用いる意義について述べ、非破壊型ビームモニターを使ったビームサイズの測定が持つ逆問題解析としての性質について説明する。

ビームプロファイル測定の意義

まず、ビームサイズの測定は加速器のビームの力学を理解する上で重要である。特に、入射直後のビームのようにビームが不安定な振る舞いをする非平衡状態の場合、重心位置のオフセットによるベータatron 振動 (一次モーメントの振動) に伴い、加速器の Twiss パラメータとビームのパラメータが一致しない mismatch 状態から発生するビームサイズの振動 (二次モーメントの振動) 等が現れる (図 6.3)。ビームが安定的に加速されるためには、加速器の許容範囲のアクセプタンス¹に抑える必要があるが、そのためにはこれらの振動を抑える必要があり、ビーム位置モニターやビームプロファイルモニターの測定値を参考にビームの調整が行われる。J-PARC MR にはビームサイズを測定するモニター数が少ないため、新たなビームサイズモニターの導入は MR のビームの力学の理解に貢献できると期待される。

¹エミッタンスと対になる概念であり、加速器の中でビームが消滅せず加速するために許される口径であり、加速器の設計により決まる。エミッタンスと同じく、位相空間上の楕円で表される。加速器では、ビームが常にアクセプタンス内にあるように調整する必要がある。

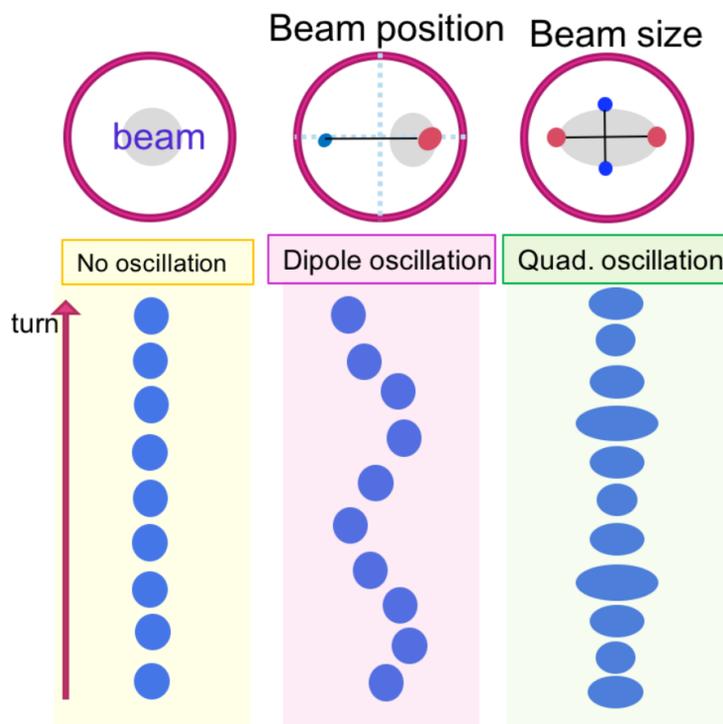


図 6.3: ビームの振動の模式図 [54]。上段にはビームパイプの断面及びビームの断面を、下段にはターン毎のビームの振る舞いを示した。左はビームが振動しない状態を、中央はビームの位置の振動、右はビームのサイズの振動を表す

また、従来の低強度の環境では、ビームプロファイルモニターを用いた測定のために金属製のプローブをビームパイプ内に挿入する方法やパイプ内のガスを用いる方法等を使ってきた。破壊型の測定は、パルス毎の測定値からプロファイル測定がすぐに分かるメリットがある反面、大強度の環境ではこれらのビームと直接相互作用をする測定は、測定のためのプローブが破壊され検出器の故障に繋がる問題や、測定によるビームロスやビームに与える影響が無視できなくなる問題が発生する。非破壊型では破壊型と異なり、パルス毎の解析がすぐにはわからないものの、長時間の時間平均をすれば、破壊型の測定と同様の結果を得ることができる [52]。16 電極ビームモニターの場合、測定地点のベータ関数が既知の情報であるため、ビームサイズの測定によりエミッタンスの情報が得られ、加速器の特定の位置で確保するアクセプタンスを見積もることが可能となる。よって、非破壊型ビームサイズモニターの開発は大強度の環境で加速器を調整することに貢献できる。

非破壊型測定とビームプロファイル

ビームプロファイル測定というのは、ビームを構成する粒子の分布を測定することを意味する。粒子の運動は一般化座標及び一般化運動量の概念を用いることで、縦方向の (s, s') と横方向の (x, x') 、 (y, y') で表現できる。ビームプロファイル測定はこれらの方向の分布情報を得ることである。ここで、ビームの横方向のプロファイルを測定することは、 (x, x') 、 (y, y') の分布を測定することであり、実空間上の

ビームサイズの測定は (x, y) の分布情報を解析することを意味する。

従来の金属製のワイヤーやスクリーンを用いることでビームプロファイルを測定する場合、検出器からは2次元のデータが得られる。この場合、測定対象の2次元の実空間のビームサイズと同次元となるため、一旦データが得られた後は適切問題として解析を進めることができる。しかし、ビームパイプの表面に誘導される電荷により発生する信号を測定する非破壊型ビームモニターの場合、得られるデータは電極の数分のモーメント情報が込められた1次元のデータになる。よって、非破壊型ビームモニターから得られるデータは限られた数の電極から測定された1次元のデータであり、このデータを使ったビームプロファイル測定は、低次元のデータから高次元のデータを推定する逆解析に当たる。16電極ビームモニターから得られるデータは、ビームの平均多重極モーメントであり、この平均値を用いて元のビームの分布を推定する段階で不適切問題が浮上する。

この不適切問題を回避し、逆解析を有効に行うために、2次元のビームの分布を構成する粒子がマクロ粒子であると仮定し、これらマクロ粒子の位置によるモーメントの平均値が16電極ビームモニターの測定から得られたデータと一致するような最適なマクロ粒子の分布を探索するという戦略を立てた。ここでマクロ粒子とは、1つの中に複数の粒子で構成された粒子のことである²。しかし、このような最適化は、マクロ粒子一つ一つの位置を同時に最適化することになり、最適化の対象となるパラメータが多くなる問題が発生する。逆解析に有効な最適化手法であり、多数のパラメータの最適化に広く使われる遺伝的アルゴリズムをベースとしたビームプロファイル測定アルゴリズムを開発することにした。実際、遺伝的アルゴリズムと最急降下法を結合し、非破壊型ビームモニターでのビームプロファイル測定の有効性をシミュレーションした研究が2020年に行われた^[60]。本研究では、遺伝的アルゴリズムを最大限に活用する方向で開発を行った。次節では、開発したアルゴリズムの開発の状況及びアルゴリズムのテスト結果について述べる。

6.2 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm) は、進化的アルゴリズム (Evolutionary Algorithm) と呼ばれる最適化手法の一つに分類され、生物が交叉・突然変異から与えられた環境に自然に適応していく進化のメカニズムを模したアルゴリズムである。遺伝的アルゴリズムは、逆問題解析において最適化するパラメータを探索する空間が広く、問題が非線形的な場合によく用いられる。アルゴリズムは次のような特徴を持つ。

人口ベースの最適化

一般に、遺伝的アルゴリズムは最初に探索するパラメータ空間内で最適解の候補となるデータをランダムに生成する。この生成されるデータを個体 (Individual) と呼び、個体の集団を人口 (Population)

²加速器中を周回するビーム内には多くの粒子が含まれている (J-PARC の場合、約 10^{14} 個)。これらの粒子一つ一つに対し計算を行う方法は、ターン毎のビームの状態を素早い解析が必要である加速器では現実的ではない。よって、加速器中のビームを用いる計算にはマクロ粒子を用いることが一般的である。

を呼ぶ。各個体は定義される問題によりバイナリ型や実数型の値を持つ。この値を染色体と呼ぶ。最も基本となる遺伝的アルゴリズムは最初に生成された個体と最適化する環境のみ与えられ、世代交代が進む中で自然に残る個体を最適解と見なす。一つの世代は主に選択、交叉、突然変異に構成されるサイクルにより進み、世代交代により個体が徐々に最適解に近づくことを進化と呼ぶ。選択、交叉、突然変異については後述する。このように、候補となるデータ群を扱うアルゴリズムのことを人口ベースアルゴリズム (Population Based Algorithm) と呼ぶ。

適合度関数

遺伝的アルゴリズムの二つ目の特徴は適応度関数 (Fitness Function、フィットネス関数とも呼ばれる) が定義されることである。この適応度関数により個体同士が競争し合い、最終的に最も適応度が良い個体が残るメカニズムである。適応度関数の最大の特徴の一つは、関数そのものに数学的・物理的意味が無くてもアルゴリズムの動作の観点からみれば問題は生じない点である。最適化問題の損失関数としてよく使われる RSE (Root Square Error) や MSE (Mean Square Error) を用いる場合もあれば、測定値と推定値との単純な足し算や引き算も適応度関数に採用できる。適応度関数の意義は、個体の実験者が考える環境にどれだけ最適であるかを判断することである。

メタヒューリスティック

最適化手法を分類する方法で、ヒューリスティックな手法とメタヒューリスティックな手法に分けることがある。

ヒューリスティックなアルゴリズムの場合、このアルゴリズムは数学的な計算をもとに大域的極値を探すのを目標とし、一般に数学的に定義される特定の問題に特化したアルゴリズムが多い。ヒューリスティックなアルゴリズムを用いるメリットは、その環境で最も適した解が得られることが保証され、アルゴリズムの性能が良い点である。しかし、解析する問題によっては、アルゴリズムの開発が難しい場合があり、一般的に他の問題に対する汎用性はないため、新しい環境化では新たなアルゴリズムを開発する必要がある。

遺伝的アルゴリズムのようなメタヒューリスティックなアルゴリズムの場合、長年にわたる経験に基づいた動作の概念のみ存在するため、この概念を上手く応用することで、ほとんどの問題に柔軟に適用することができる汎用的な特徴を持つ。メタヒューリスティックな最適化アルゴリズムはより現実的な環境における解析に適していると言われる。その反面、ヒューリスティックなアルゴリズムとは違い、決まった形の数学的表現がない場合が多いため、大域的極値が出力される保証はない。

遺伝的アルゴリズムのメタヒューリスティックな性格は 16 電極ビームモニターを用いたビームプロファイル測定アルゴリズムとして適している。J-PARC MR の場合、現在入射時のビームのエネルギーは 3 GeV、出射時のビームのエネルギーは 30 GeV となっている。ビームのエネルギーが増加するにつれ、ビームの測定において考慮すべき要素が変わる点から、解析の環境が随時変わると考えることができる。さらに、ビーム強度の増強により 16 電極ビームモニターが設置された時点とも解析の条件が異なる

るようになる。したがって、ビームのエネルギーと強度が変化する環境化でも汎用性高く解析ができるアルゴリズムを開発する必要があり、本研究ではこれらの条件に適した遺伝的アルゴリズムを選んだのである。最適化アルゴリズムの中の遺伝的アルゴリズムの位置を図 6.4 に示す。

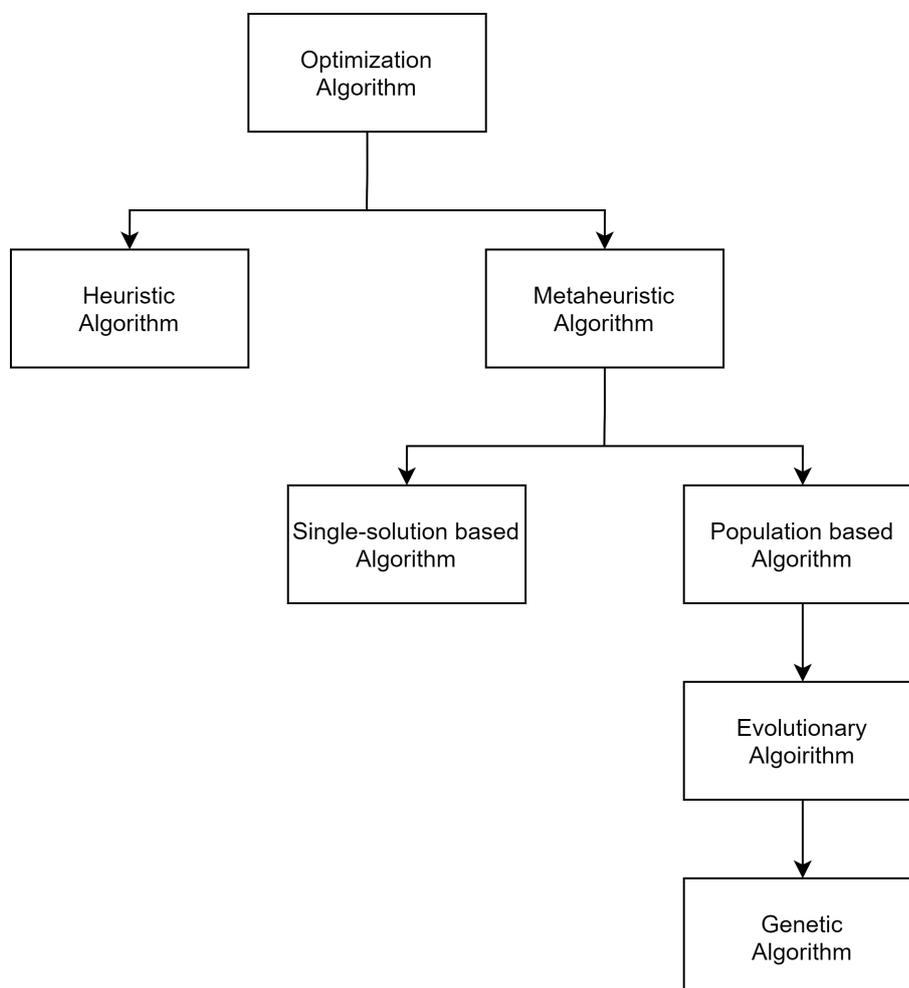


図 6.4 : 遺伝的アルゴリズムの分類

6.2.1 遺伝的アルゴリズムの流れ

遺伝的アルゴリズムが扱うデータの型がバイナリ型か実数型かにより世代交代の方法が異なるが、この章では遺伝的アルゴリズムの原型となる Simple Genetic Algorithm を基準に説明する [61]。一つの世代の流れは、(1) 適応度関数による個体の評価、(2) 個体の適応度に基づく選択、(3) 選択された個体の交叉、(4) 個体の突然変異に構成されている。アルゴリズムは特定の条件を満たすと終了するように設定される。ここで、特定の条件というのは、(1) 最大世代を設定する、(2) ある範囲内の適合度を持つ個体が見つかったら終了するように設定する、等がある。遺伝的アルゴリズムの流れを図 6.5 に図示した。さらに、遺伝的アルゴリズムの理論的な根拠について付録 D に述べる。

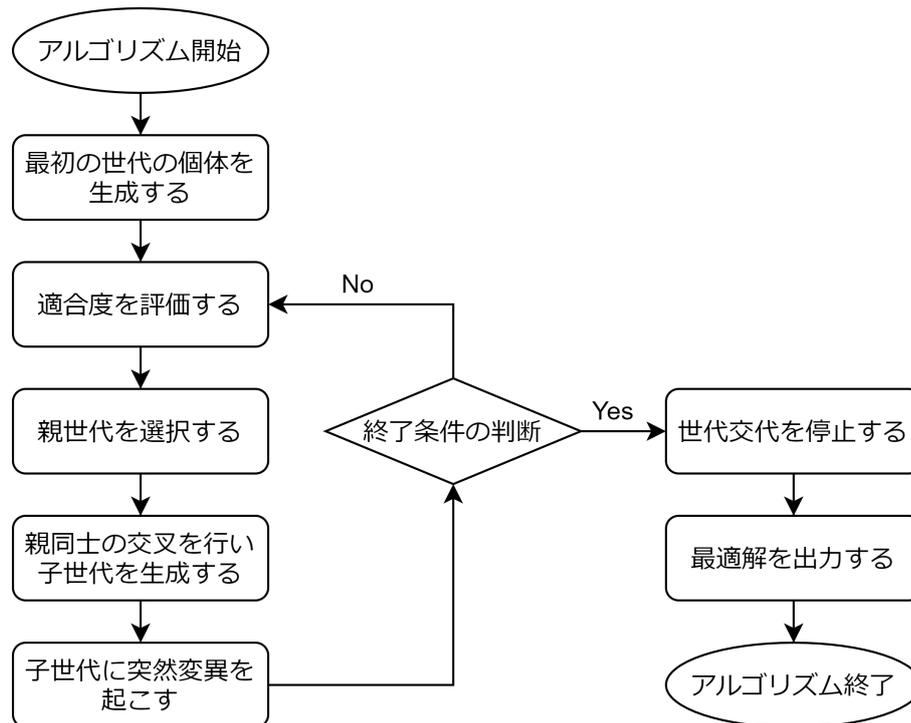


図 6.5 : 進化的アルゴリズムの基本的な流れ。

6.3 アルゴリズム設計

ここからは、実際の 16 電極ビームモニターに実装するため設計したアルゴリズムについて述べる。

6.3.1 個体の生成

従来の遺伝的アルゴリズムの個体がバイナリ型や実数型の単一データから成ることに対し、16 電極ビームモニターは測定されたビームの分布を再構成しないとイケないため、実数型のデータ群を個体とする。この個体が、実空間上のビームの分布に相当する。一つの個体は $N_{Particle}$ 個の粒子のデータを含んでおり、各粒子データは (x, y) 座標の値と電荷量 q を持つ。ここで、電荷量を設定した理由は次の通りである。まず、MR のビームの場合、ビーム内の粒子数が 10^{13} 個以上ある。アルゴリズムにより生成されるビーム内の粒子が実際のビームの粒子と一対一となるよう大量に設定するのは現実的に難しいため、生成する粒子は一つ一つの粒子が複数の粒子を含むマクロ粒子にする必要がある。この場合、一つのマクロ粒子の電荷量は、マクロ粒子に含まれる粒子の総電荷を考えないとイケないため、各粒子は異なる電荷量 q を持つようになる。現時点では、これら粒子の電荷を調整するための機能がまだ開発できていないため、電荷量はすべて $q = 1$ と設定してある。最初に生成されるビームは傾きのない 2 次元のガウシアン分布に従うようにする。図 6.6 は実際に生成される候補の例である。

生成される個体の個数が増えると、個体の多様性が確保でき、より最適な解を探索することができ、アルゴリズムの性能の向上が期待できる。しかし、個体数とアルゴリズムの性能は完全な比例関係にはなっていないため、個体が多くなりすぎると逆に計算の負荷がかかり、効率が低下する問題が発生する。

よって、個体数 $N_{Popular}$ は 100 ~ 300 の間で柔軟に選択した。また、粒子数 $N_{Particle}$ は再構成する分布が滑らかに見えるよう、適切な数字である 10000 に設定した。粒子数は今後増やす可能性がある。

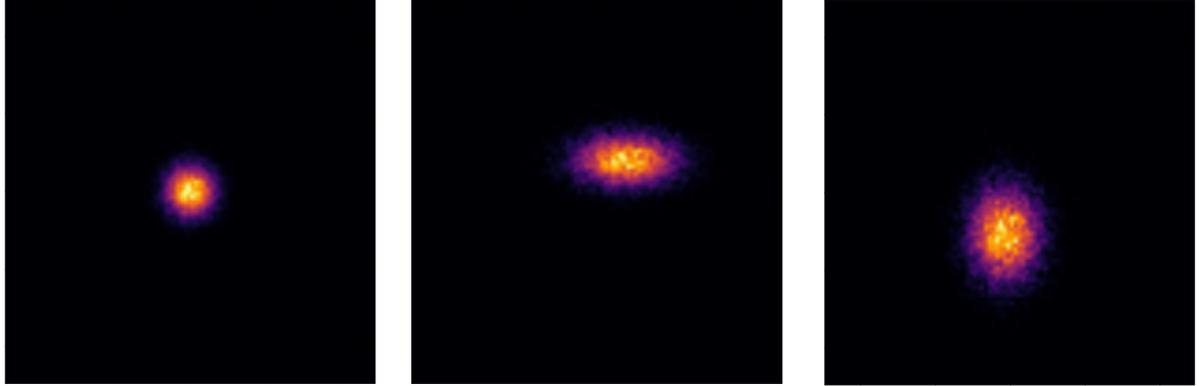


図 6.6 : アルゴリズムにより生成されるガウシアン分布のビームの例。10000 個のマクロ粒子を 2 次元ヒストグラムに図示した

6.3.2 適合度評価

前節で述べた通り、遺伝的アルゴリズムでは個体の評価に適合度関数を用いる。適合度関数は遺伝的アルゴリズムの設計で最も重要な部分である。適合度関数の形によって、探索する空間内に局所的最適解が無数に存在し最適解の探索が難しくなることもあれば、大域的最適解が複数存在し解の一意性の問題が起こることもある。よって、探索空間内に明確かつ唯一な大域的最適解が存在するように関数を作る必要がある。

現在考案した適合度関数は、観測によって求められるビームの多重極モーメントを最適化の基準とし、個体の中から同じ多重極モーメントを持つ 2 次元ビーム分布を探索するように個体を評価する。16 電極ビームモニターの多重極モーメントの算出原理の式 5.8 から、ビームの測定により最適化対象となるビームの真のモーメントのベクトル M_{True} が得られる。

$$M_{True} = [m_0(x, y), m_1(x, y), m_2(x, y), \dots, m_{15}(x, y)]^T = [1, \langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle x^2 - y^2 \rangle, \dots]^T \quad (6.4)$$

ここで、 $m_i(x, y)$ ($i = 0, 1, 2, \dots, 15$) は順番に平均 0 次モーメント、平均 1 次モーメントと平均高次のモーメントに当たる。 T は転置を意味する。また、アルゴリズムにより生成されるランダムなビームによるモーメントのベクトル M_{Try} は、

$$M_{Try} = [m'_0(x', y'), m'_1(x', y'), m'_2(x', y'), \dots, m'_{15}(x', y')]^T \quad (6.5)$$

と表すことができる。 M_{True} に対する M_{Try} の適合度の評価関数 $F(x', y')$ は以下のように定義した。

$$F(x', y') = \sum_{i=0}^{15} w_i (m_i(x, y) - m'_i(x', y'))^2 \quad (6.6)$$

ここで、 w_i は重みであり、以下のように表される。

$$\left[w_0 \ w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4 \ \vdots \ w_{15} \right] = \left[\frac{1}{R} \ \frac{1}{R^2} \ \frac{1}{R^2} \ \frac{1}{R^3} \ \frac{1}{R^3} \ \vdots \ \frac{1}{R^8} \right] \quad (6.7)$$

R は 16 電極ビームモニターの内径である。重みを入れた理由は次のようである。分母の $(m_i(x, y) - m'_i(x', y'))^2$ のみを比較すると、高次のモーメントと低次のモーメントの桁数が異なる変数同士の比較となるため、高次項が優勢な状態になる。また、高次項は 6 次式、7 次式と高次式を含んでおり、 (x, y) の微小な変動にも大きく変化してしまう傾向があり、低次のモーメントとの同等な比較のためには、この違いを抑える必要がある。よって、高次のモーメントの比較になるほど、重みをかけることで、全体のモーメントの最適化が円滑に行われるようにした。このように、多変量変数を最適化する解析を多目的最適化と呼び、多目的最適化で探索する解のことをパレート解という。多目的最適化における適合度関数は Evolutionary Multi-Criterion Optimization と呼ばれるパレート解を求めるために改良された遺伝的アルゴリズムを参考にした [62]。なお、現在の適合度関数は今後さらなる改良が必要である。詳しくは後述する。

また、候補となるビームの平均多重極モーメントの算出方法には以下の二つの方法が考えられる。

粒子の位置を直接利用する方法

粒子の位置を直接利用する方法は、候補のビームに含まれる粒子を $p_i(x_i, y_i)$ $i = 0, 1, 2, \dots, 9999$ とすると、それぞれの粒子が持つモーメント M_{p_i} は、

$$M_{p_i} = \left[m_0(x_i, y_i), m_1(x_i, y_i), m_2(x_i, y_i), \dots, m_{15}(x_i, y_i) \right]^T \quad (6.8)$$

と表され、これらの 10000 個のモーメントのベクトルの平均を取ることで、式 6.6 が得られる。この場合、プロットされるビームの形状は図 6.7 のようになる。

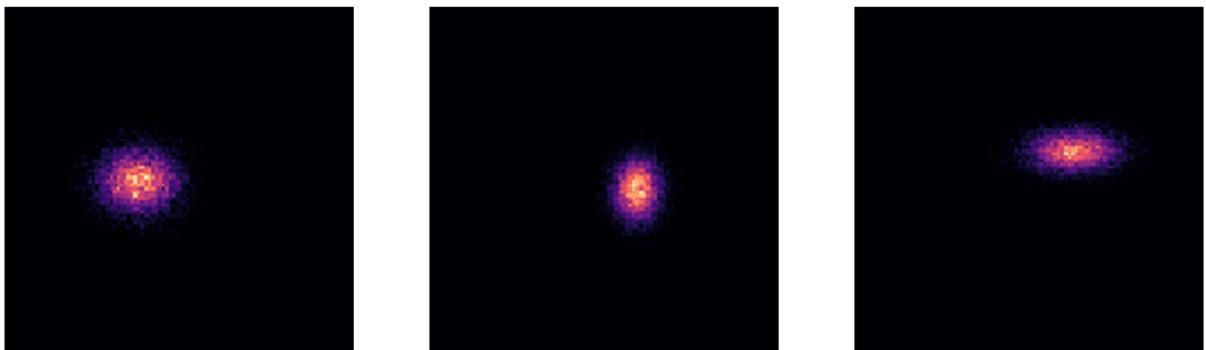


図 6.7：個別の粒子の位置を直接扱う方法から算出されるビーム分布

粒子による2次元の空間で作る電荷のヒストグラムを利用する方法

粒子による2次元の空間で作る電荷のヒストグラムを利用する方法は、ビームが存在する空間を2次元の格子で分割し、各格子点の電荷量がヒストグラムの値と比例すると仮定し、モーメントを算出する方法である。

式 5.8 から、ビームの横方向の分布 $\rho(x, y)$ によりモニターの表面に誘導される電荷 $\sigma(\theta)$ は、

$$\begin{aligned}
\sigma(\theta, R, \phi, l) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dxdy\rho(x, y)}{2\pi R} \frac{R^2 - l^2}{R^2 + l^2 - 2Rl \cos(\phi - \theta)} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dxdy\rho(x, y)}{2\pi R} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{l}{R} \right)^n \cos n(\phi - \theta) \right) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dxdy\rho(x, y)}{2\pi R} \left[1 + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cos n\theta}{R^n} \operatorname{Re}(x + iy)^n + \frac{\sin n\theta}{R^n} \operatorname{Im}(x + iy)^n \right\} \right] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dxdy\rho(x, y)}{2\pi R} \left[1 + 2 \left(\frac{x}{R} \cos \theta + \frac{y}{R} \sin \theta \right) + 2 \left(\frac{x^2 - y^2}{R^2} \cos 2\theta + \frac{2xy}{R^2} \sin 2\theta \right) \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(\frac{x^3 - 3xy^2}{R^3} \cos 3\theta + \frac{3x^2y - y^3}{R^3} \sin 3\theta \right) + \dots \right] \tag{6.9}
\end{aligned}$$

と表される。これまでの解析では、式 6.9 の積分された結果から、ビームの分布の多重極モーメントの期待値を算出する方法を使用した。しかし、この方法ではビームの分布そのものを再構成するには限界がある。ビームの分布を再構成するには $\rho(x, y)$ を直接探索する必要がある。

逆問題解析を考える際には、既知の情報と未知の情報を明確にしておく必要がある。式 6.9 の左辺の σ は、電極に生じる信号の強度に比例する誘導電荷であり、これは 16 電極ビームモニターから測定される値であり、実測定から、測定点が 16 箇所存在するため、16 個の要素を持つベクトル \vec{V} が得られる。

$$\vec{V} = \left[v_0 \quad v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_{14} \quad v_{15} \right]^T \tag{6.10}$$

ここで、 T は転置を意味する。よって、ベクトル \vec{V} は既知の情報である。次に式 6.9 の右辺の積分の中に多重極展開される以下の多項式がある。

$$1 + 2 \left(\frac{x}{R} \cos \theta + \frac{y}{R} \sin \theta \right) + 2 \left(\frac{x^2 - y^2}{R^2} \cos 2\theta + \frac{2xy}{R^2} \sin 2\theta \right) + \dots \tag{6.11}$$

ここで、 R はビームモニターの断面の半径であり、定数である。ここには 3 つの変数 x 、 y 、 θ が存在し、 x と y はビームモニターの中央を原点とする直交座標系における位置座標であり、 θ は同じ座標系の原点から考えた測定する表面の角度である。 θ はベクトル \vec{V} と同じく 16 個の値 θ_i ($i = 0, 1, \dots, 15$) を持つことができ、それぞれの三角関数の値は前章で述べた Wire Calibration より決まる。よって、多項式 6.11 は計 16 個が得られる。また、位置座標 (x, y) が分かれば残りの項の値も決まる。多項式 6.11 を A_{θ_i} とおくと、

$$A_{\theta_i}(x, y) = 1 + 2 \left(\frac{x}{R} \cos \theta_i + \frac{y}{R} \sin \theta_i \right) + 2 \left(\frac{x^2 - y^2}{R^2} \cos 2\theta_i + \frac{2xy}{R^2} \sin 2\theta_i \right) + \dots \tag{6.12}$$

と表すことができる。また、式 6.12 の各項を個別のモーメントの成分として扱う場合、

$$\vec{A}_{\theta_i}(x, y) = \left[1 \quad \frac{2x}{R} \cos \theta_i \quad \frac{2y}{R} \sin \theta_i \quad \frac{2(x^2 - y^2)}{R^2} \cos 2\theta_i \quad \frac{4xy}{R^2} \sin 2\theta_i \quad \dots \right]^T \quad (6.13)$$

のように、ベクトル \vec{A}_{θ_i} を定義する。よって、ベクトル \vec{A}_{θ_i} は既知の情報である。 x と y を連続変数として扱うのは現実的に難しいため、簡単のため離散的な値として扱う。ビームモニターの断面の鉛直・水平方向の空間をそれぞれ N 個に分割し、 $N \times N$ の格子空間を考える。 $N \times N$ の格子空間を $N \times N$ の行列と考え、行列の各要素に (x, y) 座標を割り当てる。その後、各要素に割り当てられた座標を \vec{A}_{θ_i} に代入し、座標の値が与えられた \vec{A}_{θ_i} を行列に入れると、

$$\begin{bmatrix} \vec{A}_{\theta_i}(x_0, y_0) & \vec{A}_{\theta_i}(x_1, y_0) & \vec{A}_{\theta_i}(x_2, y_0) & \dots & \vec{A}_{\theta_i}(x_{N-2}, y_0) & \vec{A}_{\theta_i}(x_{N-1}, y_0) \\ \vec{A}_{\theta_i}(x_0, y_1) & \vec{A}_{\theta_i}(x_1, y_1) & \vec{A}_{\theta_i}(x_2, y_1) & \dots & \vec{A}_{\theta_i}(x_{N-2}, y_1) & \vec{A}_{\theta_i}(x_{N-1}, y_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vec{A}_{\theta_i}(x_0, y_{N-1}) & \vec{A}_{\theta_i}(x_1, y_{N-1}) & \vec{A}_{\theta_i}(x_2, y_{N-1}) & \dots & \vec{A}_{\theta_i}(x_{N-2}, y_{N-1}) & \vec{A}_{\theta_i}(x_{N-1}, y_{N-1}) \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

のように表される。この行列は各要素のベクトルにより 3 つの軸を持つことになる。このように、3 つ以上の軸を持つ量をテンソル (tensor) と呼ぶ。このテンソルから、ある位置 (R, θ) の電極からみたビームモニターの 2 次元のモーメント空間が分かる。

よって、式 6.9 の右辺の積分の中に残ったビームの分布関数 $\rho(x, y)$ が逆解析により探索すべき未知の情報となる。この分布関数をテンソル 6.14 のような $N \times N$ の行列の要素として考えると、

$$\begin{bmatrix} \rho_{x_0, y_0} & \rho_{x_1, y_0} & \rho_{x_2, y_0} & \dots & \rho_{x_{N-2}, y_0} & \rho_{x_{N-1}, y_0} \\ \rho_{x_0, y_1} & \rho_{x_1, y_1} & \rho_{x_2, y_1} & \dots & \rho_{x_{N-2}, y_1} & \rho_{x_{N-1}, y_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{x_0, y_{N-1}} & \rho_{x_1, y_{N-1}} & \rho_{x_2, y_{N-1}} & \dots & \rho_{x_{N-2}, y_{N-1}} & \rho_{x_{N-1}, y_{N-1}} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

と表すことができる。ビームが位置する領域を C であるとする、この行列は $x_i, y_j \in C$ ($0 \leq i, j \leq N-1$) 以外の格子の ρ_{x_i, y_j} はゼロである。各格子点の電荷量は以下のように計算される。

行列 6.15 とテンソル 6.14 のアダマル積 (Hadamard product、行列又はテンソルの要素同士の積) を考える。次に、アダマル積から得られたテンソルの全要素の和を取り、その全要素の和から得られたベクトルの各要素を N^2 で割ると、従来の 16 電極ビームモニターから得られる多重極モーメントが得られる。この場合、ビームの形状は図 6.8 のようになる。

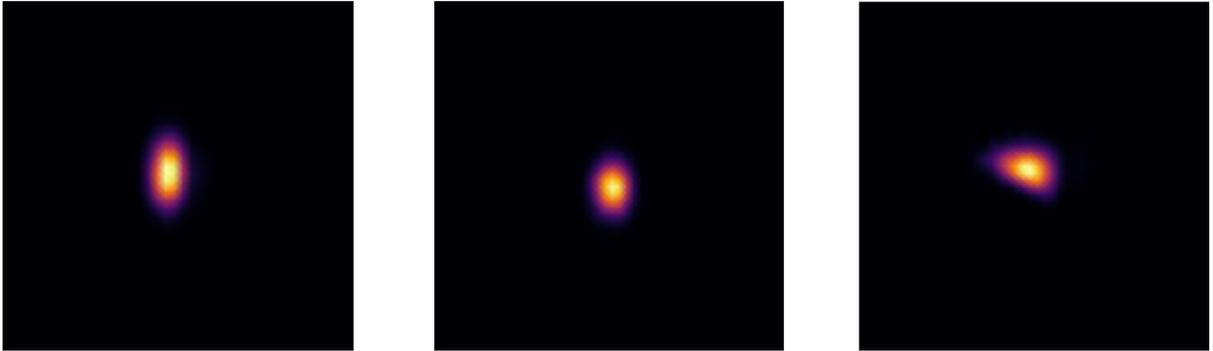


図 6.8 : 電荷のヒストグラムを計算する方法から算出されるビームの形状。図 6.7 と比べより滑らかな形状が得られる

候補ビームの多重極モーメントの算出方法を二つに分けて考えた理由は、再構成する詳細度を調整できるためである。粒子の位置を直接扱う場合、全体の平均のモーメントは粒子それぞれの位置に反応し変化する。常にビームの詳細を求める観点から考えるとメリットになるが、正解のビームが単純な形状をしているビームにも関わらず、内部の粒子の位置により平均のモーメントのずれが大きくなり、最適解への収束が難しくなる恐れがある。電荷のヒストグラムを利用する方法は、必要に応じビームの詳細の表現を調整できる。図 6.6 と図 6.8 を見ると、同じヒストグラムにより算出された結果にも関わらず、図 6.6 はビームの中心部の詳細が表現されている反面、図 6.8 は全体的に円満な形をしている。これは、図 6.6 は格子点の数 $N \times N$ を 90000 にした場合であり、図 6.8 は格子点の数 $N \times N$ を 10000 にした場合である。より細かく格子を分割するとより詳細な表現ができる。その反面、電荷のヒストグラムを計算するステップが加わるため、粒子の位置から直接モーメントを算出する方法と比べると処理時間が長くなる。現在は電荷のヒストグラムを用いる方法でモーメントを計算している。

6.3.3 選択

個体の選択は、任意の個体を $N_{Tournament}$ 個を選択し、選択された個体の中で最も適合度が良い個体を残りの $N_{Tournament} - 1$ 個の個体にコピーする方式で行う。 $N_{Tournament}$ をトーナメントのサイズと呼ぶ。この方式をトーナメント形式選択と呼ぶ。トーナメント形式により個体を選択される例を図 6.9 に示した。現在のトーナメントのサイズは $N_{Tournament} = 5$ に設定してある。

6.3.4 交叉

図 6.10 は、自然界で起こる交叉と遺伝的アルゴリズムで起こる交叉の概念を表している。親世代となる二つの個体をランダムに取り出し、交叉地点を設定する (図 6.10 の左の赤い矢印)。次に交叉地点で染色体が分割され、二つの染色体が分割された部分を交換する (図 6.10 の中央)。最後に、交換した部分をそれぞれ自分の染色体と繋ぐことで子世代が作られ、交叉が終了する³。交叉は、適合度に応じて選

³図 6.10 を一点交叉と呼ぶ。他に、異なる二点を選択し、二点の間の染色体を交換する二点交叉、複数の点の染色体を直接交換する多点交叉等がある。

Individual	Fitness
A	5
B	45
C	92
D	23
E	15
F	7
G	88

図 6.9：トーナメント形式による個体の選択。トーナメントのサイズによっては不戦勝により適合度が低い個体が次の世代へ伝搬する場合もある

択された個体同士の値を混ぜる動作をしており、個体の中に内在する最適解に近い部分が結合するように誘導する機能をする。これにより、個体の中の良い部分だけが、最後まで残り、最適解にたどり着けるようになる。

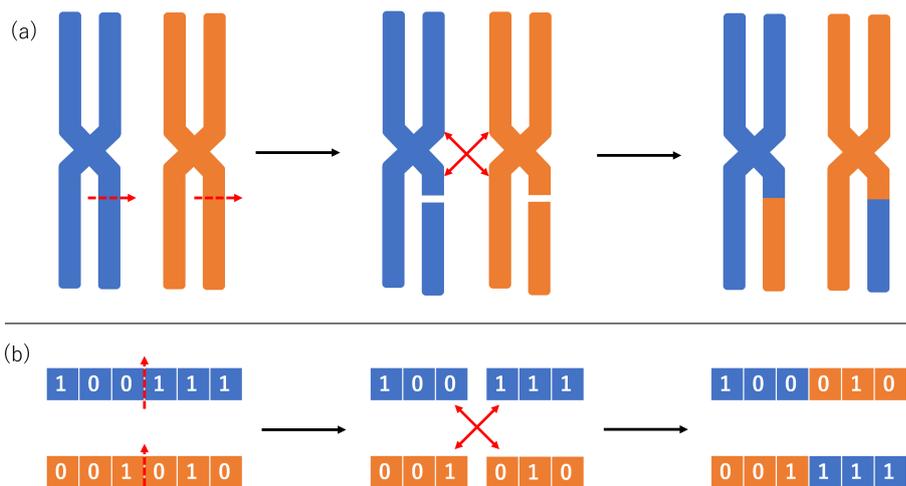


図 6.10：生物の染色体における交叉と遺伝的アルゴリズムにおける交叉の概念

選択されたビームは、ランダムに二つずつ取り出され、交叉が行われる。交叉は、二つのビーム内の粒子を交換する方法で行う。まず、ビームの交叉を行う親世代を選択する。その後、交換するマクロ粒子を各ビーム内から選び出す。このとき、各マクロ粒子が選び出される確率は 50% であり、その結果、約半分ぐらいのマクロ粒子が入れ替わるようになる。マクロ粒子が入れ替わったビームが子世代となり交叉が終了する。このような交叉により、候補として選ばれた個体のよい部分だけが次の世代へと渡されることが期待される。しかし、交叉により個体が必ずしも改善される保証はないため、交叉が起こる確率は 70% と設定する。

交叉の動作例を図 6.11 に示した。図 6.11 の例に挙げられた基準となるビーム形状 (True Beam Shape) が「く」の字のように屈曲した形である場合を考える。このビームに合わせて、最適解の候補となる親

世代が二つ選択された。このとき、Candidate 1 は図に水平な線を基準に 45° 傾いている形状をしていて、Candidate 2 は -45° 傾いている形状をしている。ここで、一番理想的な交叉が起こるとすると、Candidate 1 の上半分のマクロ粒子と Candidate 2 の下半分のマクロ粒子が適切に混ざり合って、右の子世代 (Next Generation) を作り出す。図から分かるように、作られた子世代の形状は基準ビーム形状とほぼ一致しており、この場合は最適解の探索ができたと言える。

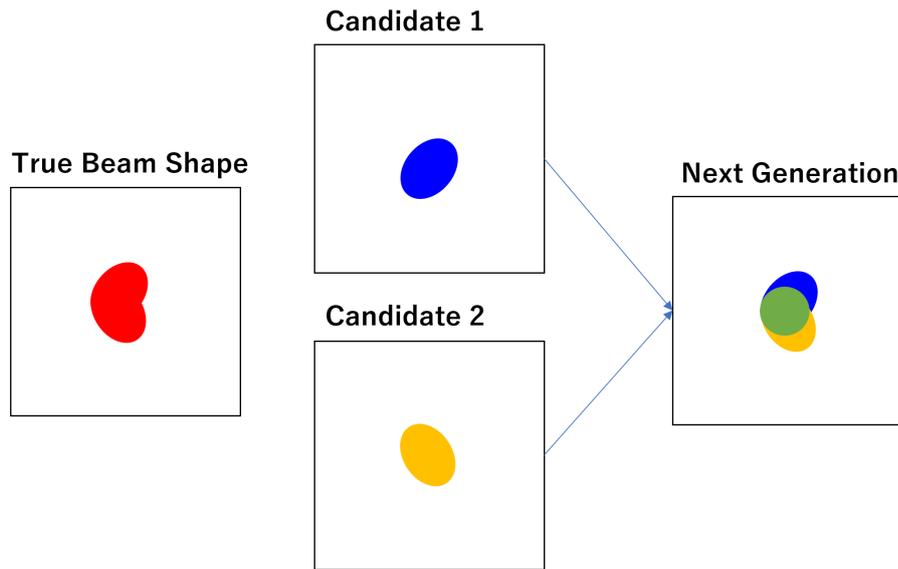


図 6.11 : 交叉により最適化が導かれる様子を図示した

6.3.5 突然変異

突然変異は、データに意図しなかったランダムな変形が行われる動作であり、図 6.12 のように個体の染色体の値が適応度に関係なく変わることである⁴。他の動作により任意の世代の最適な解が素直に伝搬される一方だと、個体の多様性が消失され、局所的極値を最適解として出力する可能性がある。よって、突然変異は、適合度によらない、ランダムなビーム形状を持つようにする。突然変異が起こる確率は、遺伝的アルゴリズムで一般的に設定される 5% にした。突然変異の確率が 100% 近づくと、乱数探索のアルゴリズムになる。



図 6.12 : 突然変異の概念

⁴図 6.12 はバイナリ型の染色体の場合のビット反転突然変異を表している。実数型では特定の分布に従いランダムに生成される値と入れ替わる方法等がある。

6.3.6 個体の形状の変化

上記までが一般的な遺伝的アルゴリズムのプロセスである。ここでは、より一般的なビーム形状を探索するため、個体の形状をランダムに変化させる動作を追加した。遺伝的アルゴリズムは個体の適合度をもとに親世代から子世代へと伝搬する中で個体が進化するメカニズムだと述べた。したがって、親世代の良い特徴が子世代に渡されるようになるが、最初に生成されるビームがガウシアン分布のビームしか存在しないため、結果として得られる最適解は必ずガウシアン分布になる。しかし、実際のビームは角度を持っていたり、ビームの山が平坦になったり、ビームが折れ曲がった形状をしたりする場合が存在し、ビームがランダムな形状を持つように調整しないと、これらの非ガウシアン分布のビームの形状は得られなくなる。したがって、初期世代としてガウシアンビームが生成された後、以下に述べるビーム形状の変化の演算を繰り返しながら任意のビーム形状を探索し始める。

ビームの変形はビーム内のすべての粒子に対し一律に行われる。変形前のビーム内の粒子の位置を (x_1, y_1) とし、形状後の粒子の位置を (x_2, y_2) としたとき、ビームの形状を変化させる演算子を以下のように定義した。

平行移動

まず、ビームの重心位置を変える演算は、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

と表すことができる。ここで、 δ_x と δ_y は微小の変化量であり、以降も同じ意味を持つ。 δ_x と δ_y は $-0.01 \leq \delta_x, \delta_y \leq 0.01$ の範囲で毎ステップに一様な分布に従うランダムな値に設定される。初期段階で生成されるランダムな個体の中に、正解のビームの重心位置に完全に当てはまる解がない可能性が高いため、重心位置を微調整してあげることにより最適解を探索する。

拡大・縮小

ビームの x と y 方向の広がりの変更は以下のように表現できる。

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_x & 0 \\ 0 & \delta_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

角度変更

ビームに角度を与える変換は二つ想定した。まず、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \delta_x \\ \delta_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

の変換は、せん断という変換であり、それぞれの方向にビームに斜めに滑らせるような変換である。これは、ビームの角度は変えるが、 x 方向にせん断されると y 方向へのビームの射影の広がり、 y 方向にせん断されると x の方向に対するビームの射影の広がりには変わらない特徴がある。

二つ目の変換は、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta\theta & -\sin \delta\theta \\ \sin \delta\theta & \cos \delta\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \tag{6.19}$$

と表される回転変換である。ここで、 $\delta\theta$ は微小角度を意味する。回転変換によりビームに角度ができるが、せん断とは違い x と y のそれぞれの方向に対するビームの射影の広がりも変わる特徴を持つ。各方向に対するビームの広がりには多重極モーメントの中で暗黙的に計算されるため、それぞれの場合を分けて変換を行うことにした。せん断と回転変換の違いを図 6.13 に示した。それぞれ同じく約 60° 傾いている。

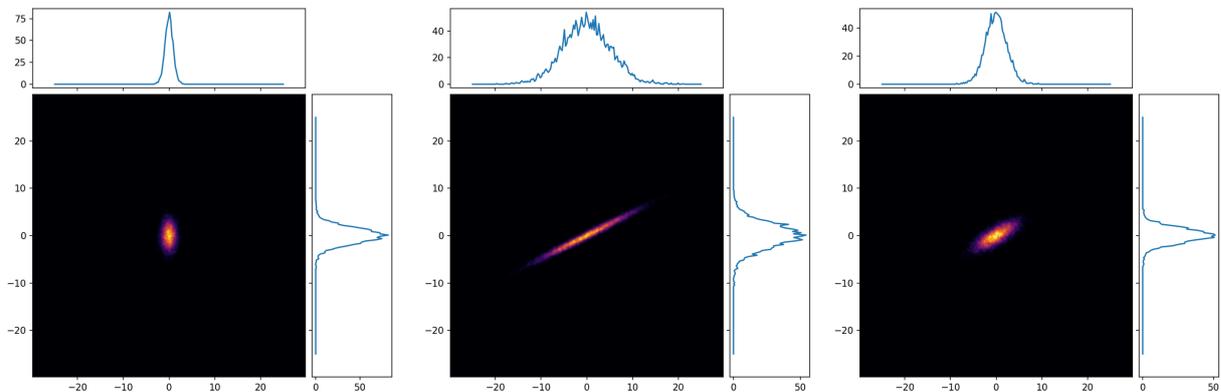


図 6.13：ビームに傾きを与えた様子。左は回転までの形状である。中は x 方向にせん断力が与えられ、 x 軸と約 60° の角度が生じた状況で、右は y 方向に長い楕円のビームに約 60° の回転を与えた状況である

屈曲

屈曲も二つの演算を導入した。まず、一つ目は、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \delta_x \\ \delta_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |x_1| \\ |y_1| \end{pmatrix} \tag{6.20}$$

と表現され、絶対値の計算の影響で、ビームは「く」の字のような尖った形で屈曲される。もう一つは、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \delta_x \\ \delta_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^2 \\ y_1^2 \end{pmatrix} \tag{6.21}$$

と表現され、2乗の計算の影響で、ビームは滑らかに屈曲される。それぞれの演算の違いを図 6.14 から確認できる。

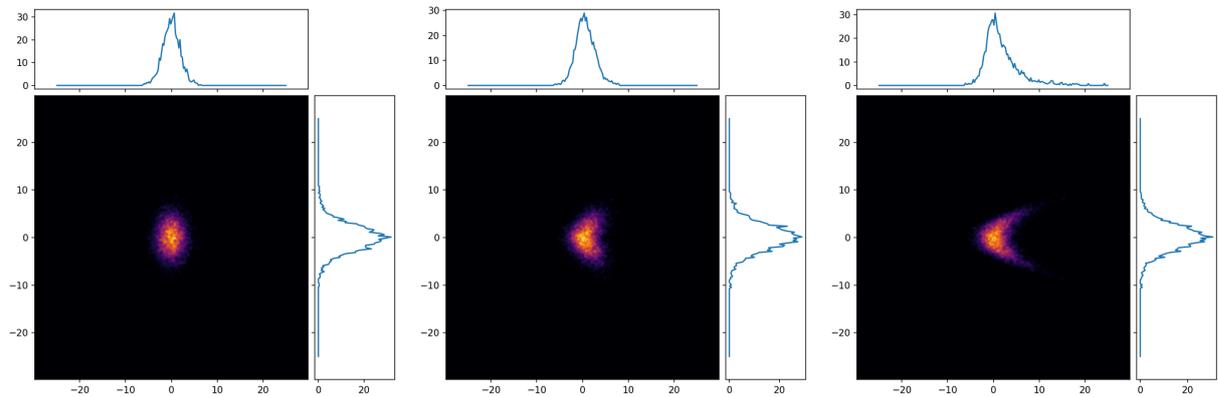


図 6.14 : ビームが屈曲された様子。左は回転までの形状である。中は絶対値の計算が入る変換により「く」の字に、右は 2 乗の計算により滑らかに折れ曲がる

また、これらの変形により、個体の適合度が悪くなる一方だと、最適解の探索に支障ができる。よって、個体の変換が行われた直後に適合度を評価し、もし適合度が以前より悪化した場合、この段階を繰り返すようにする。この場合、繰り返す度に変換方法や変換される微小変換量が変わる。

これらの変換により、すべてのビームの適合度が改善される方向へと進み、より効率的に大域的極値を探索できることが理想的であるが、すべての個体が改善される事象が発見されるまで処理を続けるのは非効率的であると判断し、各個体は最大 100 回ずつ探索が行われる。100 回後も適応度が改善されなかった場合、前世代の個体に戻り、次世代で自然に消滅する。

6.3.7 終了条件

アルゴリズムの修了条件は、最大世代数を設定する方法や一定の適合度に達したら終了する方法、又は一定世代以上適合度の改善がない場合に終了させる方法等がある。今回は適合度の基準が明確にされておらず議論が続いているため、最大世代数を 500 世代と余裕をもって与えることで解が収束することを確認した。今後、適合度関数の改善が行われ、適合度の基準が設けられたらより効率よく最適解の探索ができると期待される。

6.3.8 アルゴリズム構築

一つの個体は 8 ビットの double 型の座標値 x , y を持つ粒子 10000 個に構成される。また、総個体数は 300 個であり、各世代の演算を効率良く行うために、並列処理ができるようにアルゴリズムを構築することにした。プログラム言語は C++ を選び、機能は C++ の標準ライブラリの機能のみを使った。ビーム形状の変換や各個体の適合度の評価及び選択、交叉、突然変異はすべて C++11 の thread により並列処理が行われる。開発環境として、Windows 10 64bit を OS とし、AMD Ryzen 7 3700X 8-Core Processor の CPU を用いた。J-PARC で使用される OS が主に Linux であるため、今後他の OS に合わせプログラムを修正することも考慮しないとイケない。図 6.15 にアルゴリズム全体の流れを示した。また、アルゴリズム設定を以下の表 6.1 にまとめた。

表 6.1 : アルゴリズムの設定

内容	設定
個体数 $N_{Popular}$	300
粒子数 $N_{particle}$	10000
粒子の変数	$(x, y, q = 1)$
選択方式	トーナメント形式
トーナメントサイズ $N_{Tournament}$	3
交叉方式	粒子の交換
交叉確率	50 ~ 70%
突然変異	ランダムビーム形状
突然変異の確率	5%
その他	ビーム形状変更の特殊メソッド

6.4 ベンチマークテスト

開発したアルゴリズムのベンチマークテストを行い、最適化アルゴリズムとして有効に動作していることを確認する。このベンチマークテストは、開発したアルゴリズムの基本的な動作及び設定したパラメータの有効性の確認のため実施した。また、ベンチマークテストで扱うデータ型はバイナリ型や実数型の単一データを扱うため、6.3.6のビームの形状を変更する段階は除外し、その他のアルゴリズムのプロセス（選択、交叉、突然変異）の設定を用いてベンチマークテストを行った。

6.4.1 OneMax Problem

OneMax Problem は、遺伝的アルゴリズムのためのベンチマークテストの中で一番単純な形の構成を持つ最適化問題である。よって、遺伝的アルゴリズムの基本的な動作を確認するに適した最適化問題である。また、OneMax Problem から、表 6.1 の個体数 $N_{Popular}$ 及びトーナメントサイズ $N_{Tournament}$ を決めた経緯について述べる。

ベンチマークテストの設定

N 個のバイナリ型の染色体で構成された 1 次元の個体を想定した場合、この個体内のすべての染色体の和が最大となる組み合わせを探す問題である。本稿では長さ 100 のバイナリ型の個体を扱う (図 6.16)。

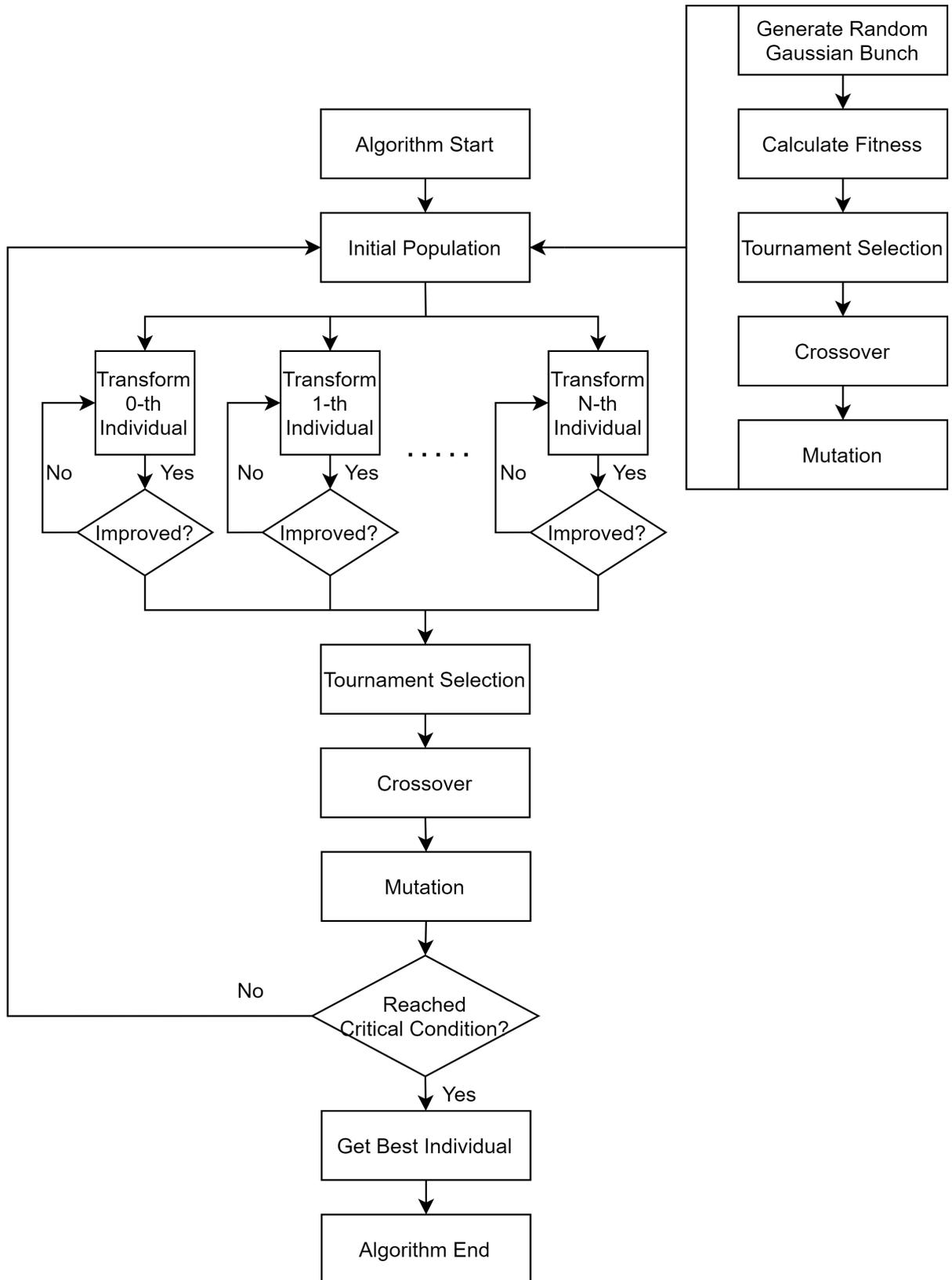


図 6.15 : アルゴリズム全体の流れ

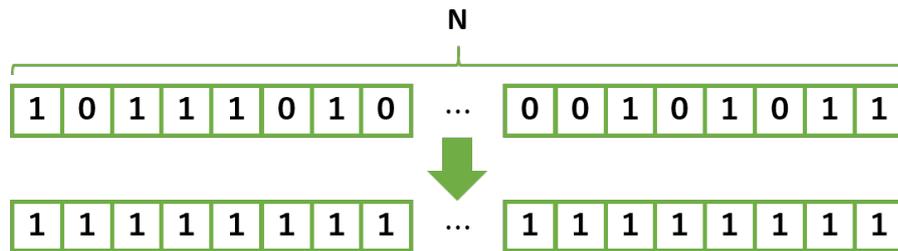


図 6.16 : OneMax Problem の概要図。 N 個のバイナリ型の要素を持つ遺伝子の中で、すべての要素の和が最大となる遺伝子を探す。

また、OneMax Problem の適合度関数は式 6.22 のように表現できる。

$$f[n] = \sum_{i=0}^N n_i, \quad n_i \in H \quad \text{and} \quad n_i = 0, 1 \quad (6.22)$$

ここで、 H は任意の個体を、 n_i は H の中の一つの染色体を表す。即ち、OneMax Problem はこの適合度関数 $f[n]$ が最大となる個体を最適解として探索する問題である。

このベンチマークテストは、1次元のデータの極大値を探す単純な問題ではあるが、個体の長さが増加すると探索すべき空間が指数関数的に増加する性格を持っており、遺伝的アルゴリズムが広大な空間の中から最適解を導き出す基本的な機能を確認する意義を持つ。

ベンチマークテストは、基本動作の検証のために、パラメータの初期値を個体数 100 個、トーナメントサイズを 2 に設定した上で 100 回行い、その後、個体数を 100 個ずつ増やしながら各 100 回ずつ行うことで個体数とアルゴリズムの性能の関係を調べ、最後にトーナメントサイズを 1 ずつ増やしながら各 100 回アルゴリズムを動かし、トーナメントサイズとアルゴリズムの性能の関係を調べた。

ベンチマークテストの結果

まず、初期設定での OneMax Problem を用いたベンチマークテストの結果を図 6.17 に示す。

アルゴリズムの終了条件を $f[n] = 100$ と設定したので、max value が 100 に到達した時点でアルゴリズムが終了し、全染色体が 1 となっている個体を最適解と判断したことが確認でき、アルゴリズムによる最適化が正常に動作していると判断した。

次に、個体数を決めるため、個体数と収束までの最大世代数及び個体数と処理時間の関係を調べた。トーナメントサイズは 2 に固定し、個体数を 100 個ずつ増やしながら各 100 回ずつ計算した。その結果を図 6.18 に示す。

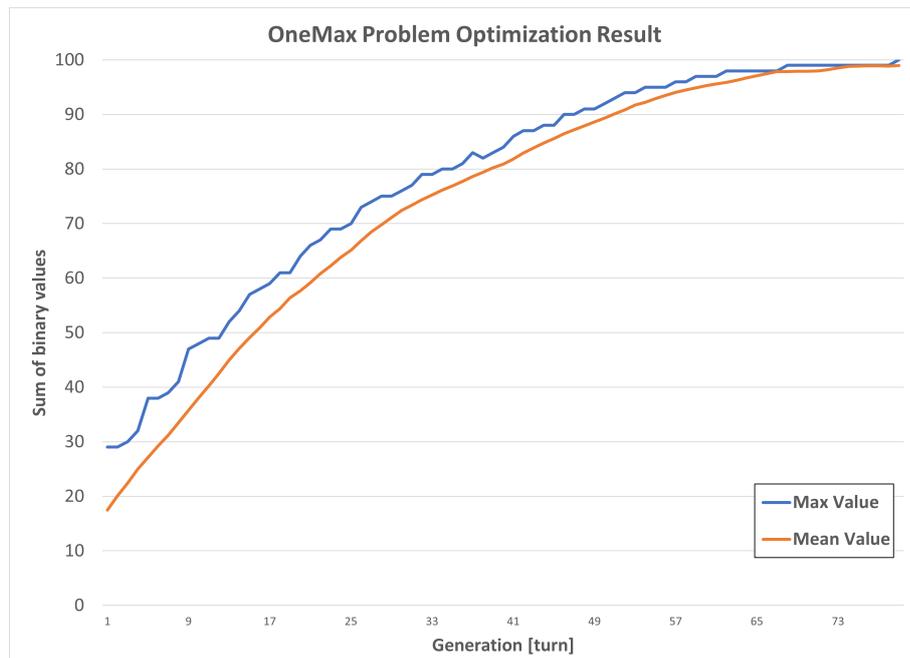


図 6.17 : OneMax Problem の最適化の結果。アルゴリズムの停止条件を適合度関数の値が N になった時に設定したので、Max Value(青線)が 100 に到達する世代でアルゴリズムが止まっている。

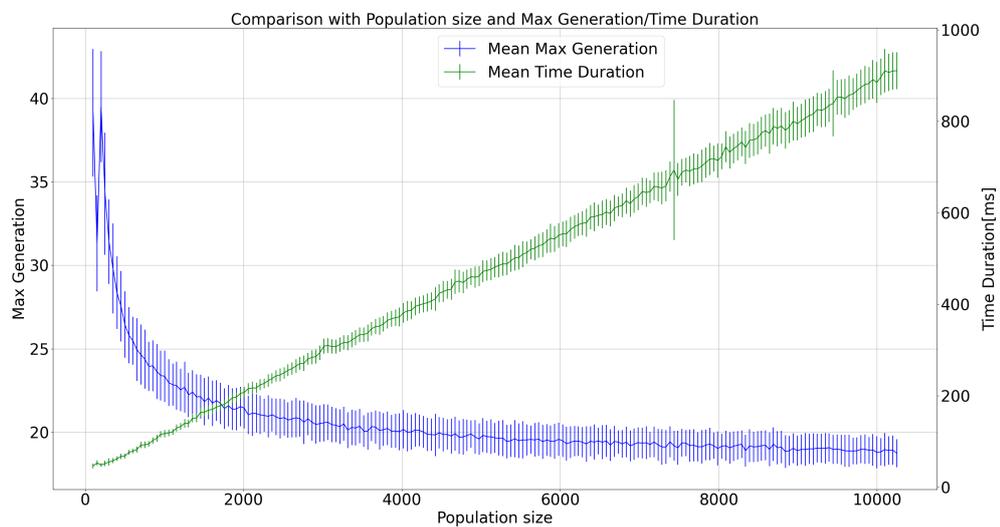


図 6.18 : 個体数と収束までの最大世代数の関係 (青) 及び個体数と処理時間の関係 (緑) を示した

まず、個体数を増やすことにより、解の収束までの最大世代数が徐々に減少することが確認できる。これは、個体数の増加による初期集団の多様性が増え、優れた個体が存在する確率が増えたからと推測できる。処理時間は個体数が増えることにより、処理量が多くなることで右上がり増加する。ここで、最大世代数は個体数が 500 個付近から減少する幅が小さくなり、処理時間は線形的に増加していることが

分かる。OneMax Problem では、扱うデータが単純であるため、処理時間がミリ秒単位であるが、ビームプロフィール解析のときはより複雑データを扱うため、個体数が大きすぎると計算機性能が持たなくなる可能性がある。よって、現在のアルゴリズムの個体数は500より若干小さい300に設定した。

次に、トーナメントサイズとアルゴリズムの性能との関係を調べた。個体数は100個に固定し、トーナメントサイズを2から1ずつ増やしながら各100回計算を行った。以下の図6.19にその結果を示す。

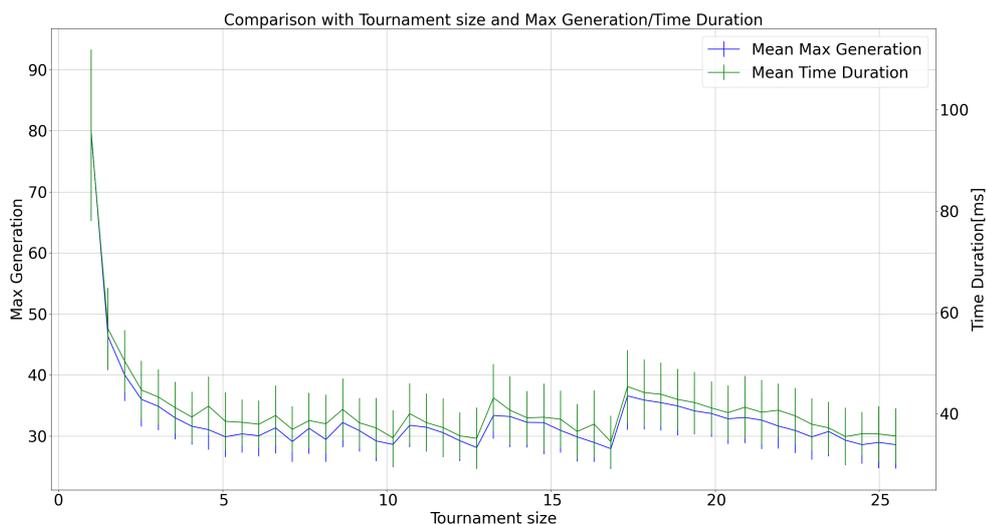


図 6.19：トーナメントサイズと収束までの最大世代数の関係（青）及びトーナメントサイズと処理時間の関係（緑）を示した

トーナメントサイズが4付近からアルゴリズムの性能が向上される速度が落ちることが見える。また、10以上のトーナメントサイズでは、特に性能が向上することは確認できなかった。よって、トーナメントサイズは4以上10以下の5に設定した。

以上のことから、アルゴリズムが基本的な最適化アルゴリズムとして機能していることを確かめた。また、個体数とトーナメントサイズとアルゴリズムの性能との関係を調べ、それぞれ合理的な値に設定した。次のベンチマークテストは解空間を2次元以上に拡張し、より複雑な関数を用いてアルゴリズムの性能を評価する。

6.4.2 EggHolder 関数

遺伝的アルゴリズムは、OneMax Problem のような最適化するパラメータが多い場合のみならず、非線形的な解空間の探索にも適している。また、ビームプロフィールの測定は、多数の粒子により生じる多重極モーメントの最適解を探ることになるため、解空間の複雑度が高くなる。この場合、多数の局所的極値が存在する可能性が高くなり、解が大域的極値にたどり着けない問題が起こる可能性がある。次のベンチマークテストに用いる EggHolder 関数は、このような状況を想定したテストのために考案された関数である。このベンチマークテストからは、開発したアルゴリズムが局所的極値に陥ることなく、

大域的極値の探索ができるかを確認する。

ベンチマークテストの設定

EggHolder 関数は式 6.23 のような関数であり、図 6.20 のような形で表される。

$$f(x, y) = -(y + 47) \sin(\sqrt{|(x/2) + (y + 47)|}) - x \sin(\sqrt{|x - (y + 47)|}) \quad (6.23)$$

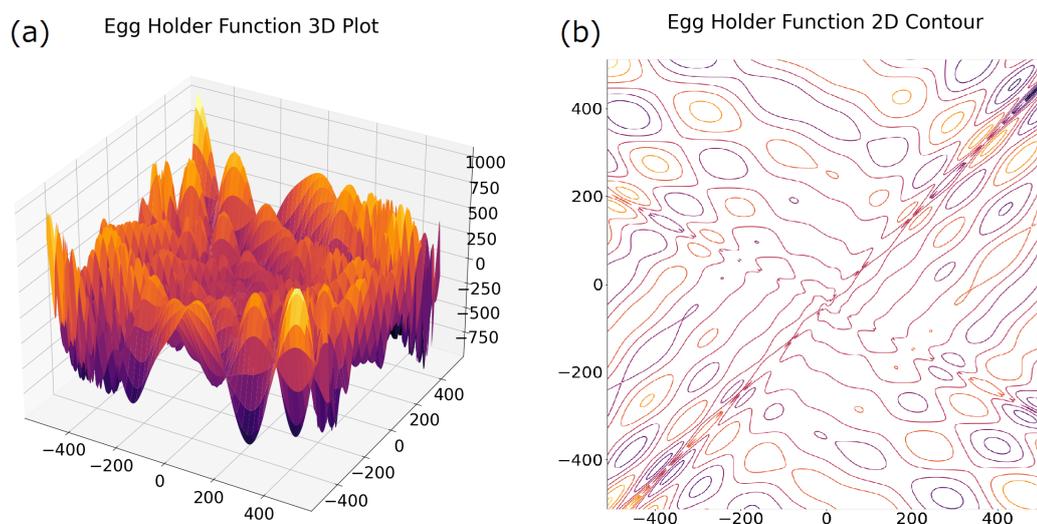


図 6.20 : EggHolder 関数の (a)3次元図と (b)log スケールの等高線図。解の探索の範囲は $-512 \leq x, y \leq 512$ に設定した。この範囲で EggHolder 関数は $f(512, 404.231) = -959.641$ の最小値を持つ。

EggHolder 関数はある範囲内で複数の局所的極小値と単一の大域的極小値を持つ。本稿では、その範囲を $-512 \leq x, y \leq 512$ と設定した。この場合、大域的極小値は $f(512, 404.231) = -959.641$ になる。アルゴリズムのパラメータは、OneMax Problem から得られた結果から設定した表 6.1 をそのまま用いた。

ベンチマークテストの結果

OneMax Problem とは違い、EggHolder 関数の最適解は適応度関数が最小となる値を求めないといけない。候補が最適解への収束する様子が図 6.20 に示す。

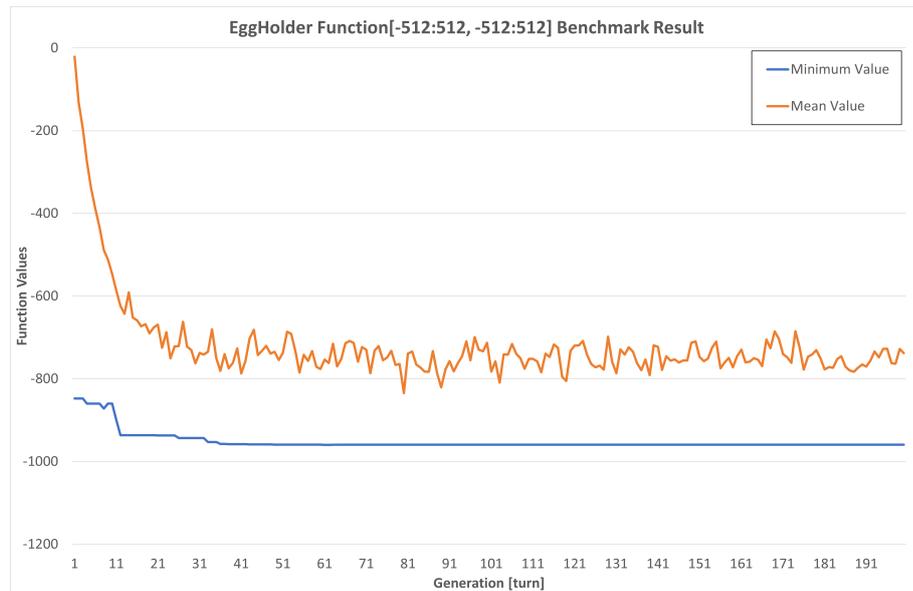


図 6.21 : EggHolder 関数を用いたベンチマークテストの結果

最適化の結果、 $(x, y) = (512, 404.231)$ の座標で、最適解 $f(512, 404.231) = -959.641$ を持つことが分かり、答えと合致することを確認した。図 6.21 をみれば、11 ~ 21 ターンの適応度が改善されない区間があることが分かる。この区間が局所的最小値に陥った状態であると判断できる。今回のベンチマークテストで用いた関数のように、関数の形が複雑な場合、このような数ターンもしくは数百ターンにわたり適応度が改善されない場合がある。テストのような答えが分かっただけで行う最適化では、解が答えに収束するのを直接確認できるため、収束までの十分なターンを容易に設定できるが、実際の問題では答えが分からないのが一般的なので、最適化する問題の複雑度、適応度の数値等に応じて柔軟に判断するしかない。前節で述べたように、この場合のアルゴリズムの終了条件はさらなる議論が必要である。

6.5 シミュレーション

実際のデータの使った解析を行う前に、ランダムなテストビームを生成し、テストビームのパラメータが既知の上でテストビームの形状を再構成するシミュレーションを行った。このシミュレーションの目的は、現在のアルゴリズムの設計で逆問題解析における不適切問題の影響がどの程度現れるかを確認することである。シミュレーションは、テストビームにより 16 電極ビームモニターから測定される信号を見積もって、その信号にビーム形状を最適化する方法で行った。ビームの重心位置は多重極モーメントの計算により簡単に算出でき、候補となるビームの重心位置も平行移動により簡単に調整できる。高次のモーメントの高次項により、ビームの重心位置の僅かなオフセットにも高次モーメントは大きな値を持ち、ビームにオフセットに存在するままでは、高次項の要素が重心位置のオフセットによる値なのか、ビームの形状によるものか判断するのは難しい。

例えば、以下の図 6.22 ように、任意の形状のビームに重心位置 (x, y) にオフセット Δx 及び Δy がかかっている状況を考える。この場合、重心位置のオフセットにより、ビームの形状のみによるモーメン

トの情報が隠れてしまい、ビームの形状の探索が正常に行われなくなる。したがって、アルゴリズムでみる軸を $(x, y) \rightarrow (x + \Delta x, y + \Delta y) = (x', y')$ と変化させ、探索する空間の重心位置を適切にずらして、解の探索を行う。この方法で、重心位置にオフセットがかかったビームに対しても、ビーム形状によるモーメントをみることができ、ビーム形状を再現できるようにする。

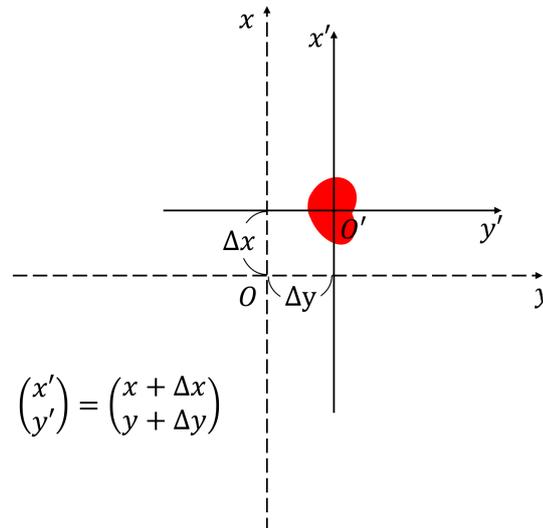


図 6.22 : 真のビームの重心位置のオフセット $(\Delta x, \Delta y)$ だけ座標軸を平行移動させる

重心位置のオフセットを補正した適応度関数 $F(x', y')$ は以下のように変形される。

$$F(x'', y'') = \sum_{i=0}^{15} w_i (m_i(x, y) - m'_i(x' + \Delta x, y' + \Delta y))^2 \quad (6.24)$$

このように適合度関数のパラメータを調整することは、解の一意性の問題を解消する観点で重要である。今回はビームの重心位置のオフセットにおけるモーメントのずれを調整することで、オフセットによるビーム形状の再構成の不定性を除外した。今後、適合度関数のさらなる改良を行うことで、一意な解が得られるようにする必要がある。

テストに用いたテストとビームは、図 6.23 のような (A) 傾いたビーム形状及びよりビーム形状が複雑な (B) 滑らかに折れ曲がったビーム形状を用いた。また、それぞれのテストビームを用いて 100 回ずつテストを行った。今回のテストでは最大世代数を 100 に設定した。

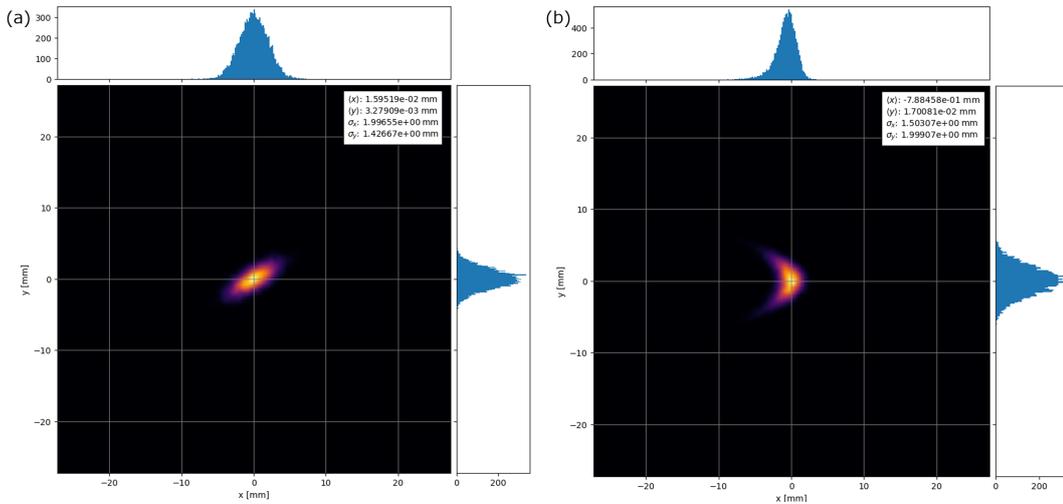


図 6.23 : テストビームの形状。(A) はビームに傾きができており、(B) はビームが屈折している。中央の 2 次元グラフの右上にビームの重心位置と鉛直・水平方向のサイズを示した

6.5.1 テストビーム (A) の最適化の結果

テストビーム (A) を基準に、開発したアルゴリズムを 100 回の最適化を行い、推定した 100 個のビーム形状の結果を用いてアルゴリズムの性能を評価した。遺伝的アルゴリズムは計算のプロセスの中にランダム要素が入るところが多い。例えば、個体の生成の場合、1 回の解析で重心位置及び水平・垂直方向のビームサイズが全てランダムに 300 個生成されるが、2 回目の解析では 300 個の個体のビーム形状が前回の形状と全て違う。同じく、ビームの形状を変化させながら最適解を探索する動作や交叉のときにどのマクロ粒子を入れ替えるか等のプロセスが、それぞれが起こる確率は同じく設定したものの、実際その動作が行われるのは毎回違う。また、各動作が行われたり行われなかったりすることで、最適解は現在の設定の 100 世代の内に見つかる場合もあれば、100 世代の内には十分収束できない場合もある。よって、100 回分の解析から求められる最適解と基準となるビーム形状との重心位置とビームサイズの誤差を集計して、その結果を確認するのである。

ここで、ビームの重心位置とビームサイズの誤差は以下の式 6.25 を意味する。

$$\begin{aligned}
 \Delta \langle x \rangle &= \langle x_{True} \rangle - \langle x_{Fit} \rangle \\
 \Delta \langle y \rangle &= \langle y_{True} \rangle - \langle y_{Fit} \rangle \\
 \Delta \sigma_x &= \sigma_{x,True} - \sigma_{x,Fit} \\
 \Delta \sigma_y &= \sigma_{y,True} - \sigma_{y,Fit}
 \end{aligned} \tag{6.25}$$

式 6.25 を用いて、100 回分の解析の結果を図 6.24 と表 6.2 に示す。

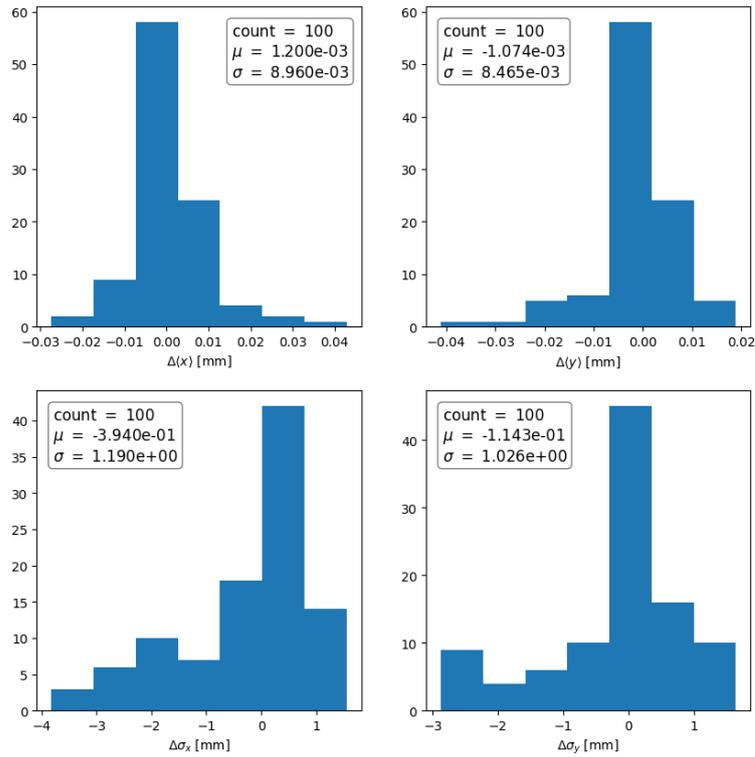


図 6.24 : テストビーム (A) に対する 100 回分の最適化の結果の誤差のヒストグラム

表 6.2 : テストビーム (A) に対する最適化の結果の重心位置
及びビームサイズの誤差の平均と偏差

パラメータ	結果
$\Delta\langle x \rangle$ [mm]	0.00120 ± 0.00896
$\Delta\langle y \rangle$ [mm]	-0.00107 ± 0.00847
$\Delta\sigma_x$ [mm]	-0.39 ± 1.19
$\Delta\sigma_y$ [mm]	-0.11 ± 1.03

J-PARC MR の場合、ビームパイプのダクト径 130 mm に対しビームの重心位置の要求精度は 0.1 mm 以下 (0.1%以下) である [63]。これを基準にテストビーム (A) の重心位置の解析の結果をみると、100 個の結果の誤差の平均が約 1 μm であり、偏差を含めても誤差が 10 μm 内に収まっており精度よく推定ができています。

ビームサイズの場合、要求される精度は測定対称に対し 5%程度である。シミュレーションの結果、 x 方向と y 方向のビームサイズの誤差の平均がそれぞれ 20%と 8%になっていた。また、解析のばらつきも大きくなっており、サイズの推定結果が十分安定していないことが分かった。また、ずれが 5%以内に収まっている結果が概ね半分ぐらいであり、アルゴリズムの信頼度が約 50%であることが分かった。このようなアルゴリズムの性能については次のテストビーム (B) を用いたベンチマークテストを再度確認する。

最適化が正常に行われた場合の結果を確認するために、100 回分のテストの中からビームの形状がテ

ストビーム (A) の形状と類似な結果をランダムに1つ選び出して図 6.25 に示した。テストビーム (A) の傾いた形状が再現出来ていることが分かる。

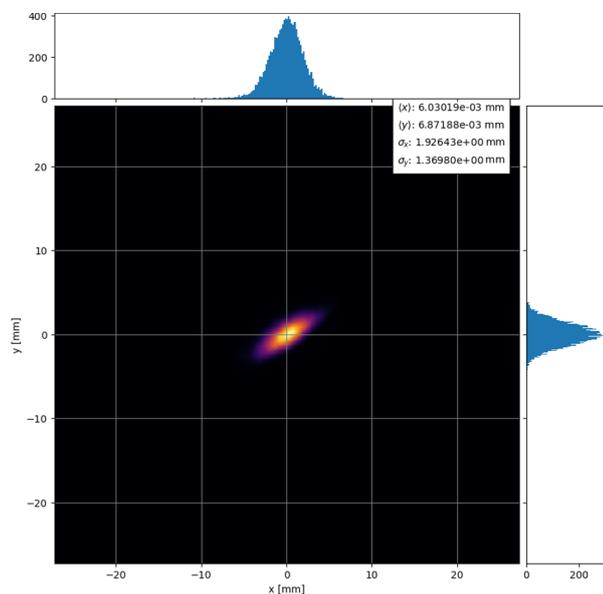


図 6.25 : テストビーム (A) に対する最適化の結果の例

また、図 6.25 の解析の 100 世代にわたる適合度の変化は図 6.26 の通りである。

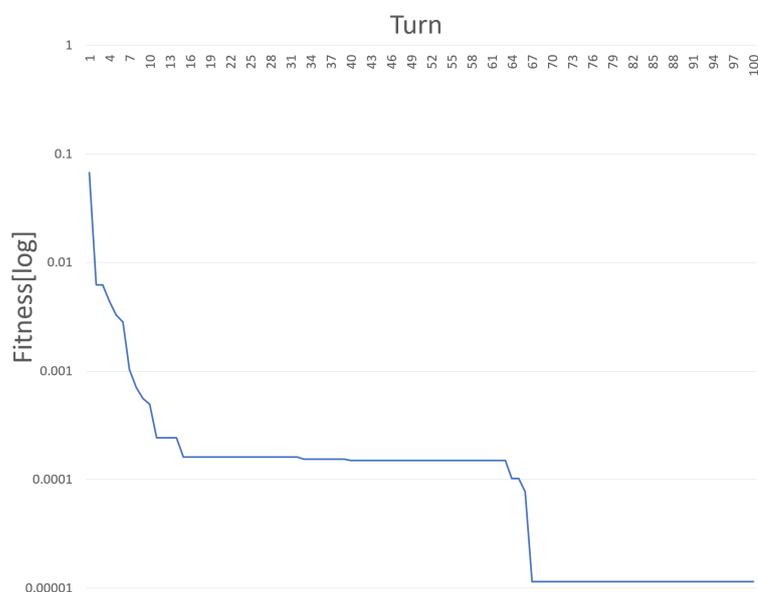


図 6.26 : 図 6.25 の各世代における最適解の適合度。横軸はターン数で、縦軸は適合度を対数目盛で表示した

適合度の値が小さいため、縦軸を対数目盛で表示した。大きな改善が起こる世代が 10 世代と 67 世代と 2 回存在し、2 回目の改善以来は改善されず、そのまま解が出力された。これは、10 世代に一回局所的極小点に陥った後、67 世代に他の局所的極小点に陥った状況であると判断される。

また、100 世代後に出力された解の多重極モーメントの状況を確認するため、テストビーム (A) の多

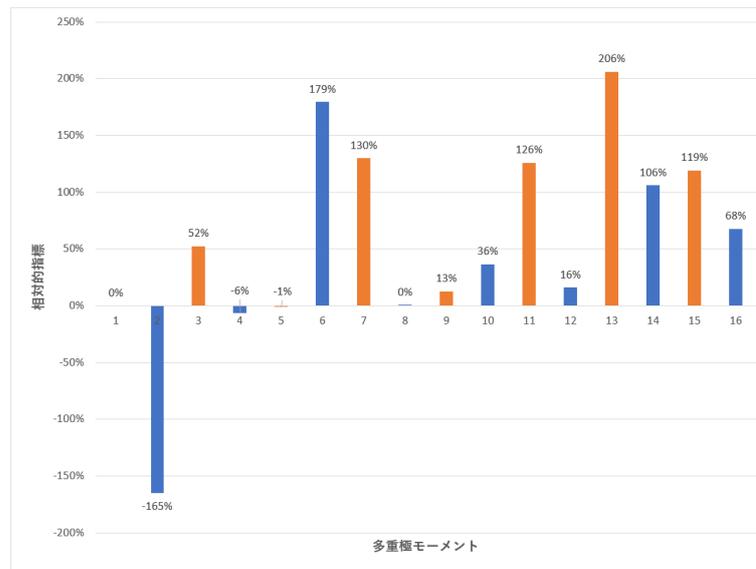


図 6.27 : 図 6.25 の各モーメントの差の相対的指標。青は Normal モーメント、橙は Skew モーメントである

重極モーメントと出力結果の多重極モーメントとの相対的な指標から、全体的にどの程度最適化が行われたのかを確認した。このとき、相対的指標は以下のような式で計算した。

$$s = 100 \times \left(1 - \frac{m_{Fit}}{m_{True}} \right) \tag{6.26}$$

出力結果とテストビームの比から 1 を引いて、その百分率を計算する。この指標が 0 に近いほど、出力結果のモーメントがテストビームのモーメントと同じ値をしていることを意味し、大まかな状況を把握することができる。最適化が理想的に行われた場合、全ての指標が 0 になる。今回のテストの結果を図 6.27 に示した。

Normal と skew の四重極モーメントと幾つかの高次のモーメント以外は、正解のモーメントとの違いが大きいことが分かる。現在のアルゴリズムの目標が正解のビームの多重極モーメントと全て一致するような最適解を探索することであるので、このような結果のまま出力されたことは、解が正常に大域的最適解に辿り着けず局所的最適解から脱出することが出来なかったことを意味する。これは、アルゴリズムを設計するところで述べた通り、モーメントがそれぞれ x と y に対し独立でないため、あるモーメントの最適化が行われると、他のモーメントの最適化率が悪くなるような挙動をするのが原因であると考えられる。その対処として、適合度関数に重みをかける工夫をしたが、テストの結果から、単純に重みをかけるだけでは不十分であることが分かった。

図 6.32 から図 6.35 まで、図 6.25 が得られる過程を示した。各図は 0 世代目、15 世代目、50 世代目、100 世代目の適応度の上位の 23 位までの結果と、テストビーム形状が表されている。24 個の図の中で最初の図がテストビームの形状、その次がその世代で最も適応度が良いビームの形状である。結果として、出力された解とテストビームとの誤差はやや大きかったが、以下の図の世代が過ぎることにより、解が改善されていく様子が確認できる。また、最も適応度の良い解が改善されることで、他の候補とな

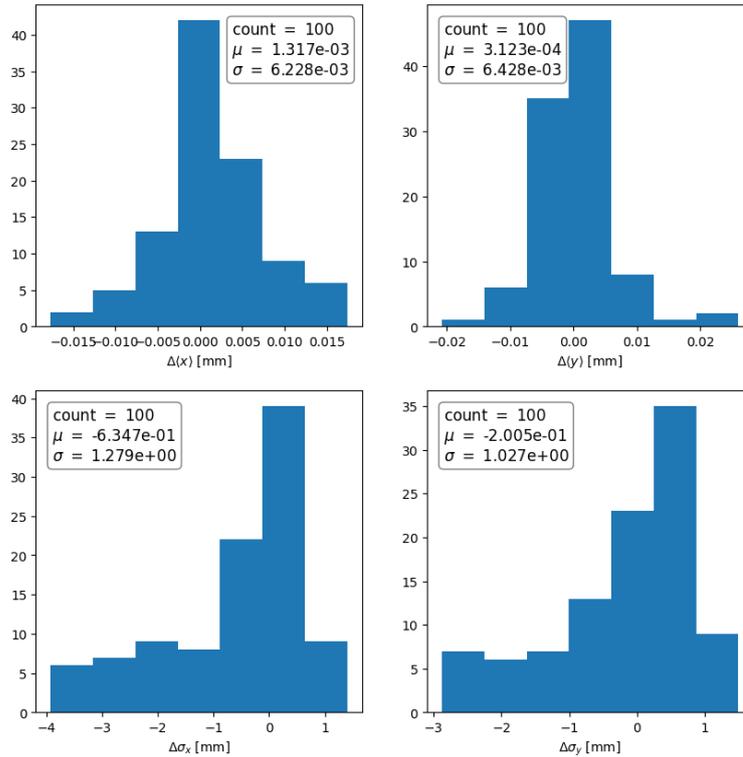


図 6.28 : テストビーム (B) に対する 100 回分の最適化の結果の誤差のヒストグラム

るビーム形状も世代が進むことにより、全体的に収まっていることが分かる。これで、ビーム形状の最適化においても、遺伝的アルゴリズムの機能自体は動作していることが分かった。

6.5.2 テストビーム (B) の最適化の結果

テストビーム (B) はテストビーム (A) と比べ、より複雑な形をしている。ビームの形が複雑であることは、ビームの多重極モーメントの高次の項の変動が複雑になることを意味し、最適解の探索の難易度が上がる。テストビーム (A) のときと同じく、式 6.25 を使って、100 回の解析の結果のビームの重心位置とビームサイズの誤差を集計した。集計の結果を図 6.28 と表 6.3 に示す。

表 6.3 : テストビーム (B) に対する最適化の結果の重心位置及びビームサイズの誤差の平均と偏差

パラメータ	結果
$\Delta\langle x \rangle$ [mm]	0.00132 ± 0.00623
$\Delta\langle y \rangle$ [mm]	-0.00031 ± 0.00643
$\Delta\sigma_x$ [mm]	-0.63 ± 1.28
$\Delta\sigma_y$ [mm]	-0.20 ± 1.03

同じく、ビームの重心位置は精度良く最適化ができています。ビームサイズは、各方向に対する誤差の平均が約 40% と約 10% となっており、テストビーム (A) を用いたシミュレーションの結果より正確さが悪化していた。これは、ビーム形状が複雑であるため、最適解の探索が難しくなったのが原因であると

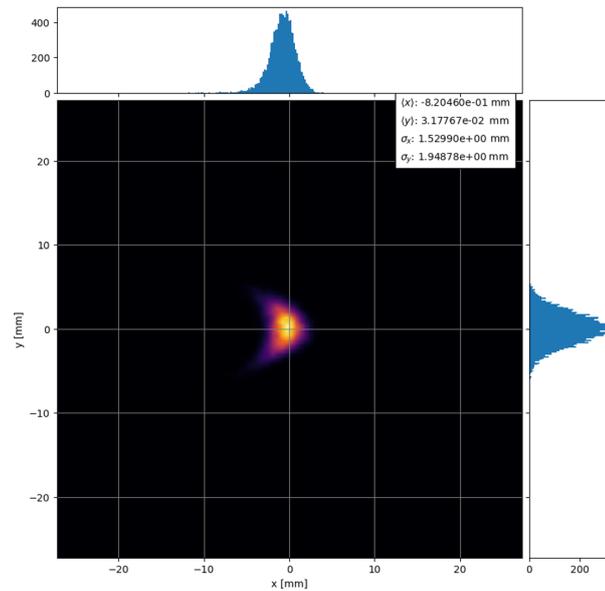


図 6.29 : テストビーム (B) に対する最適化の結果の例

思われる。この問題の解決する方法の一つとして、ビーム形状の複雑度を測定値から予め判断し、最大世代数を調整することで、最適解の探索に十分な時間を与えることが考えられる。アルゴリズムの信頼度に関しては、同じく約 50%であることが確認でき、この結論を参考にし、次章のビームの解析を行うことにする。

テストビーム (A) のときと同じく、適合度が良い結果の中からランダムに 1 つ選び、図 6.29 に示す。テストビーム (B) の形状の特徴が概ね再現出来ていることが分かる。

図 6.30 は図 6.29 の解析の各世代の適合度を変化を表している。テストビーム (A) と同じく、適合度の値が小さいため、縦軸を対数目盛で表示した。テストビーム (A) と大きく違う点は、適合度は大幅に改善される世代が存在しないところである。これは、ビームが複雑な形状をしているため、正解にたどり着けることができる個体が限られるからと推測できる。特に、今回用いたテストビーム (B) は、2 乗の計算が必要な変換によって作られている。これは、最適解を探索するためには同じく 2 乗の屈曲の変換が行われることにより解へ近づかないといけないという意味である。2 乗の屈曲の変換は、他の変換に比べ、微小変化に対しビーム形状の変動が大きい。そのため、解となるテストビーム形状に近い形状の探索が比較的難しくなり、適切な解の探索に時間がかかると思われる。

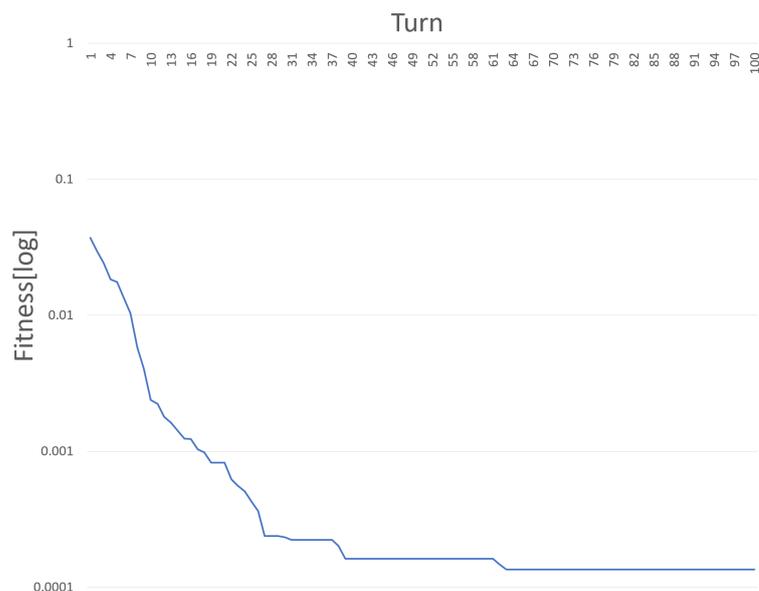


図 6.30：図 6.29 の各世代における最適解の適合度。横軸はターン数で、縦軸は適合度を対数目盛で表示した

また、式 6.26 を用い、出力された結果のモーメントの違いの相対的な指標を図 6.31 に示した。今度はテストビーム (A) と違う様子が確認できる。テストビーム (A) の場合 (図 6.26)、各モーメントの相対的なずれが比較的均等になっていた。それに比べ、図 6.30 は、低次のモーメントのずれは比較的良好であるが、高次のモーメントのずれが非常に大きくなっていることが分かる。

これらの結果は、ビームの 2 次元分布が一見基準のビーム形状と類似な形状をしていても、モーメントの最適化が完全に出来ていないことを意味する。また、最適化によって、モーメントが完全に一致するビーム形状を探索するのを目指しているため、アルゴリズムがその目標に完全に達していないのも分かる。

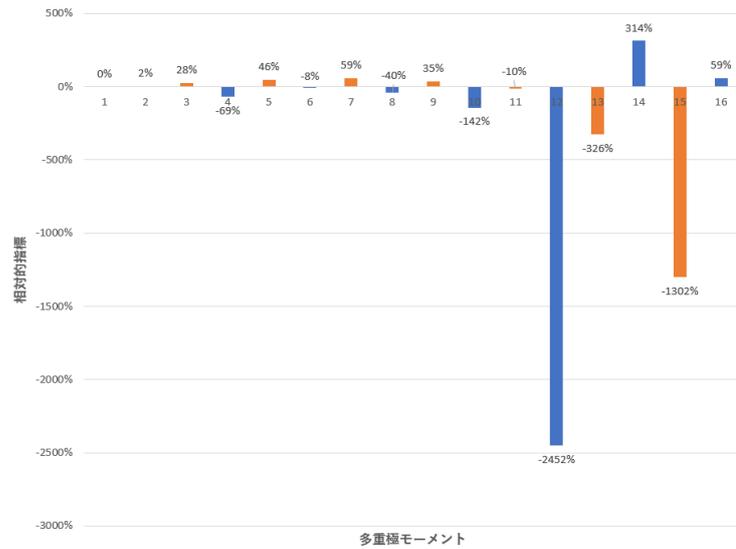


図 6.31 : 図 6.29 の最適化の結果の各モーメントの差の相対的指標。
青は Normal モーメント、橙は Skew モーメントである

テストビーム (A) と同様に、図 6.36 から図 6.39 まで、図 6.29 が得られる過程を示した。各図は 0 世代目、15 世代目、50 世代目、100 世代目の適応度の上位の 23 位までの結果と、テストビーム形状が表されている。24 個の図の中で最初の図がテストビームの形状、その次がその世代で最も適応度が良いビームの形状である。世代交代の様子から、今回もアルゴリズムの機能には問題がないことが分かる。

6.6 まとめ

この章では、逆問題解析の概要から 16 電極ビームモニターを用いたビームプロファイル測定が持つ逆解析の性質及び不適切性についての確認を行った。また、不適切性の解決策として、遺伝的アルゴリズムを導入したアルゴリズムの開発に至るまでの経緯を述べ、実際設計されたアルゴリズムを用いたベンチマークテスト及びテストビームの再構成テストを行った。テストの結果、ビーム形状を変化する量を適切に調整する必要があることと、アルゴリズムの終了条件により解が完全に収束できない状況があることが分り、アルゴリズムの挙動を改善する方向について考察を行った。次章では、16 電極ビームモニターから測定されたデータを用いた最適化の結果について述べる。

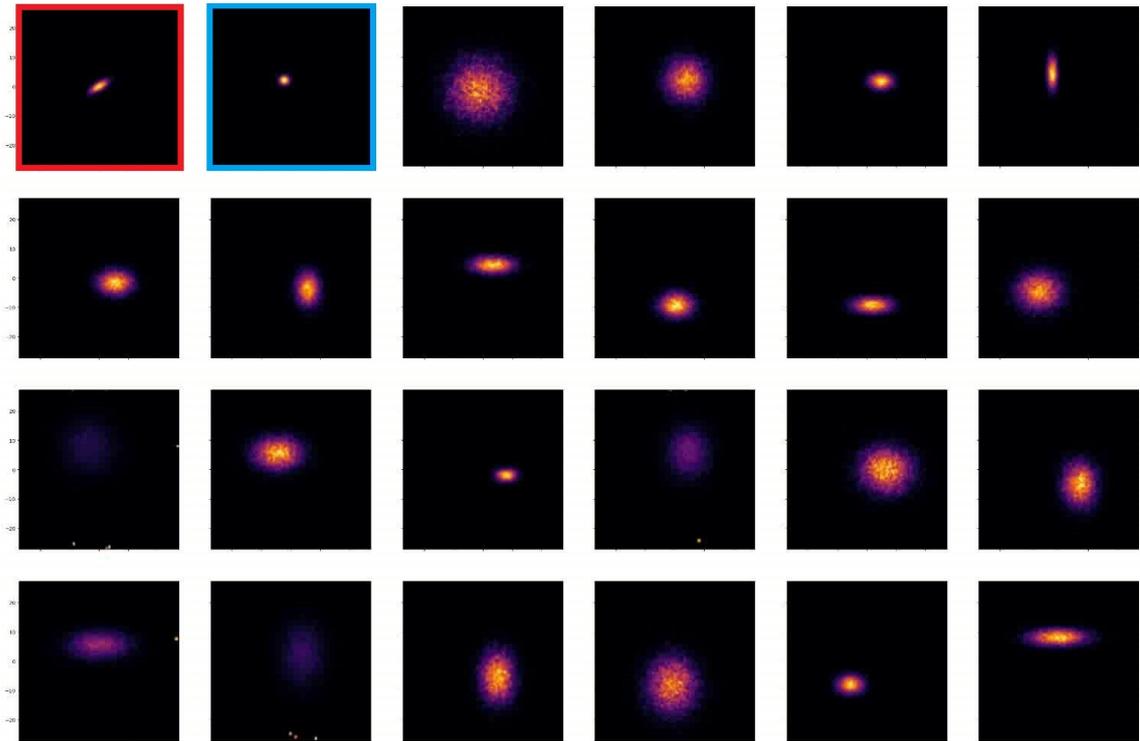


図 6.32 : テストビーム (A) の最適解が選ばれる過程の最初の世代。赤枠がテストビームの形状、青枠がその世代で最も良い個体である。このときの青枠の適合度は 6.7×10^{-2} である。

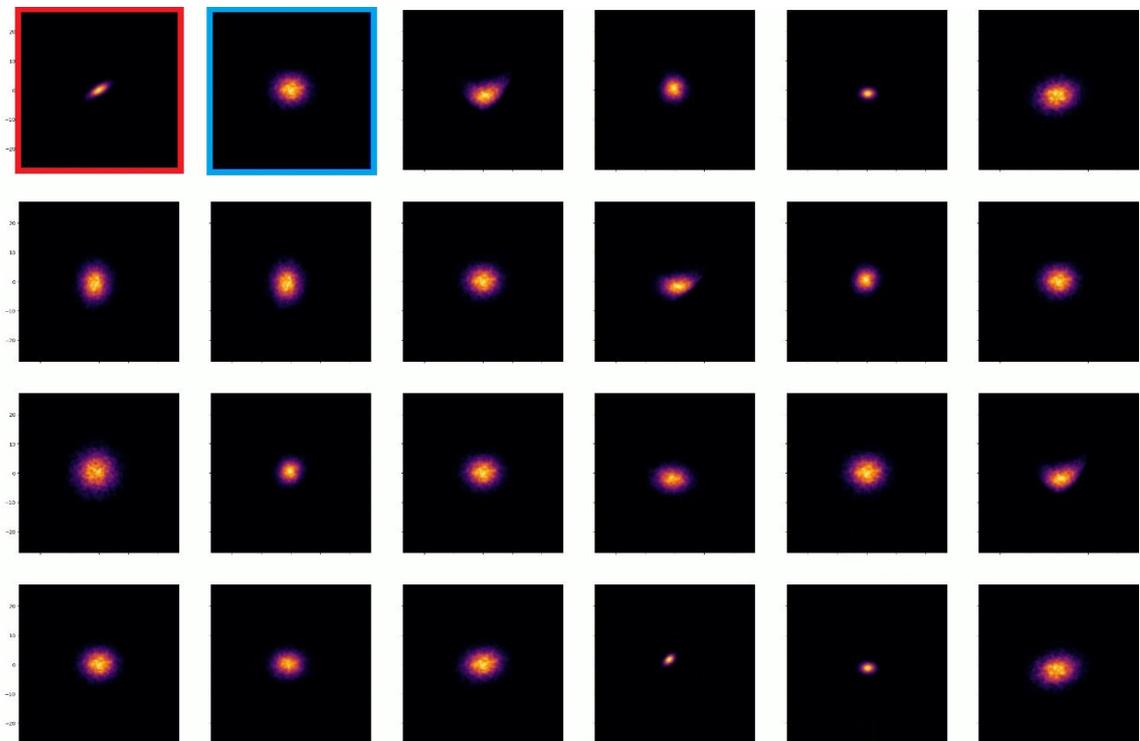


図 6.33 : テストビーム (A) の最適解が選ばれる過程の 15 世代。赤枠がテストビームの形状、青枠がその世代で最も良い個体である。このときの青枠の適合度は 2.42×10^{-4} である。

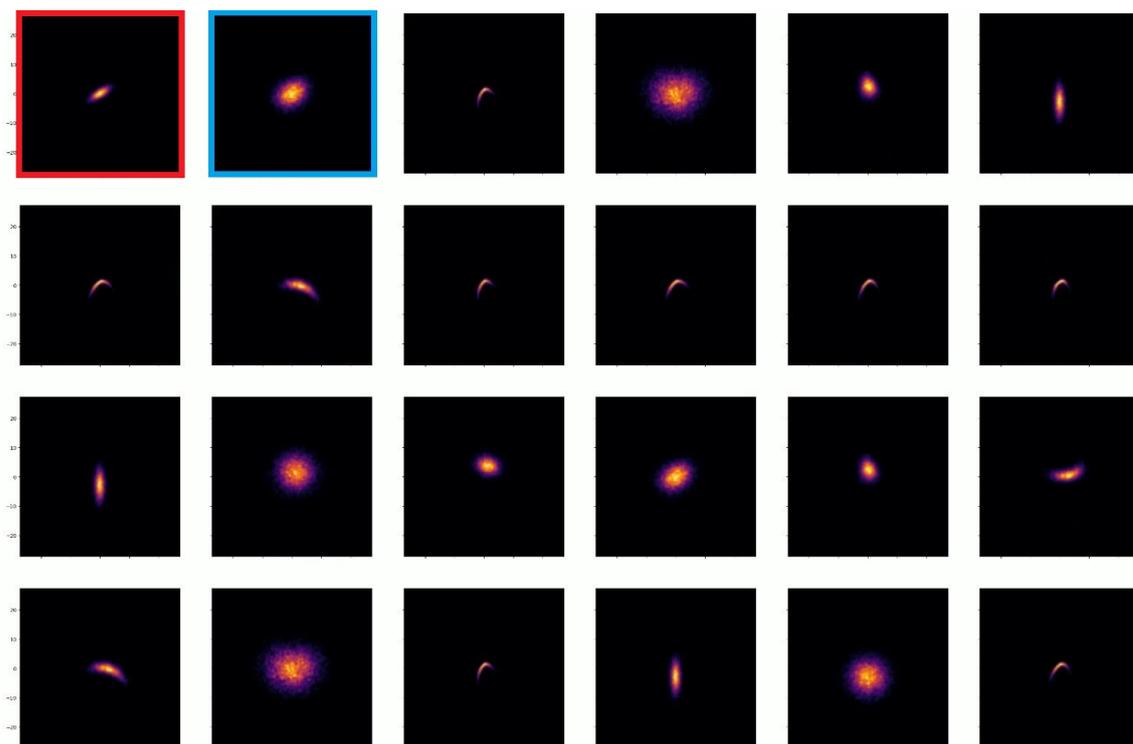


図 6.34 : テストビーム (A) の最適解が選ばれる過程の 50 世代。赤枠がテストビームの形状、青枠がその世代で最も良い個体である。このときの青枠の適合度は 1.02×10^{-4} である。

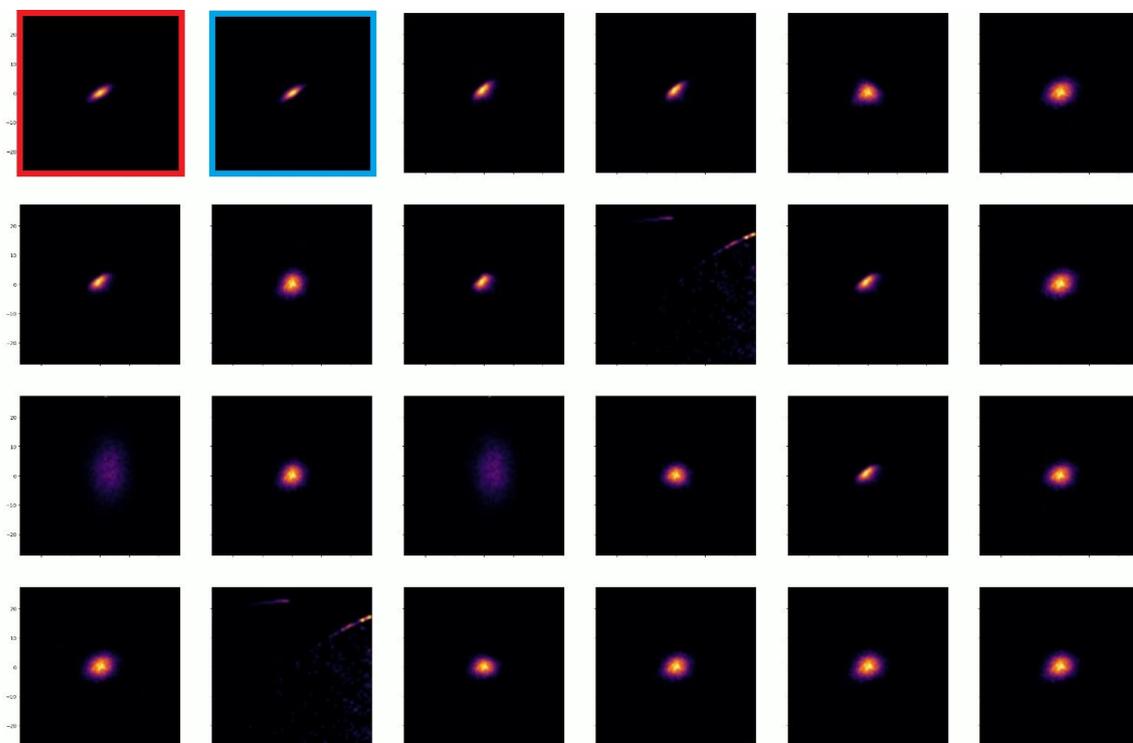


図 6.35 : テストビーム (A) の最適解が選ばれる過程の 100 世代。赤枠がテストビームの形状、青枠がその世代で最も良い個体である。このときの青枠の適合度は 1.15×10^{-5} である。

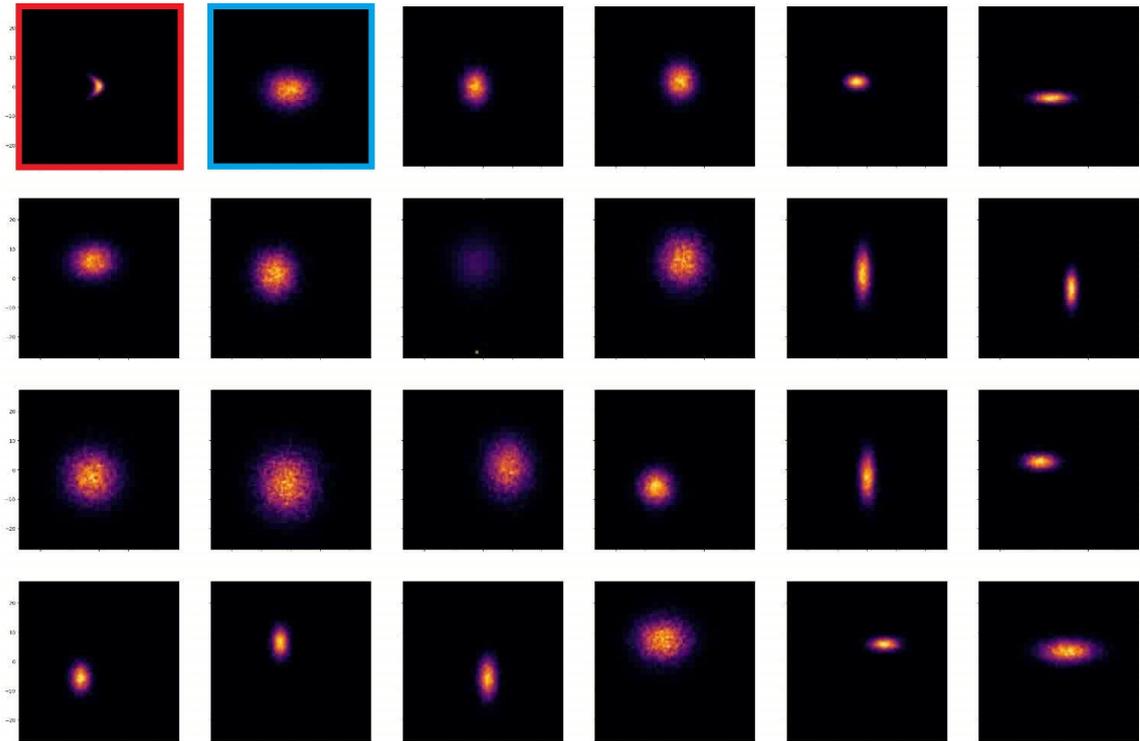


図 6.36 : テストビーム (B) の最適解が選ばれる過程の最初の世代。赤枠がテストビームの形状、青枠がその世代で最も良い個体である。このときの青枠の適合度は 4.85×10^{-3} である。

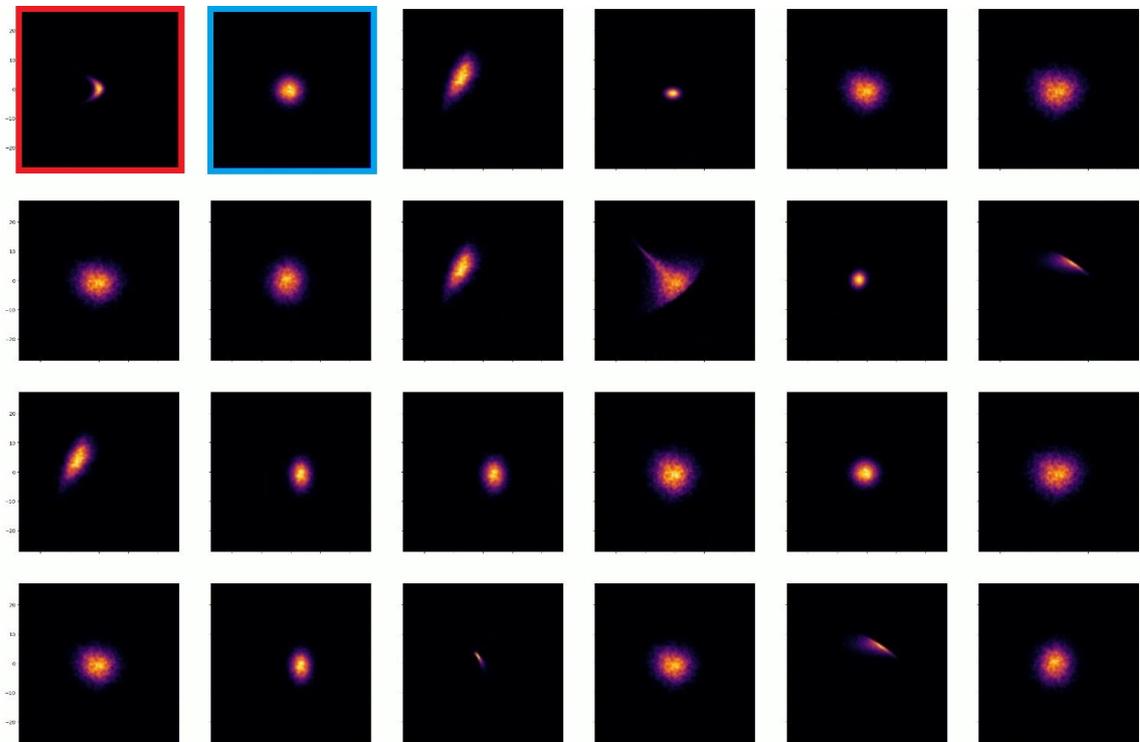


図 6.37 : テストビーム (B) の最適解が選ばれる過程の 15 世代。赤枠がテストビームの形状、青枠がその世代で最も良い個体である。このときの青枠の適合度は 1.21×10^{-3} である。

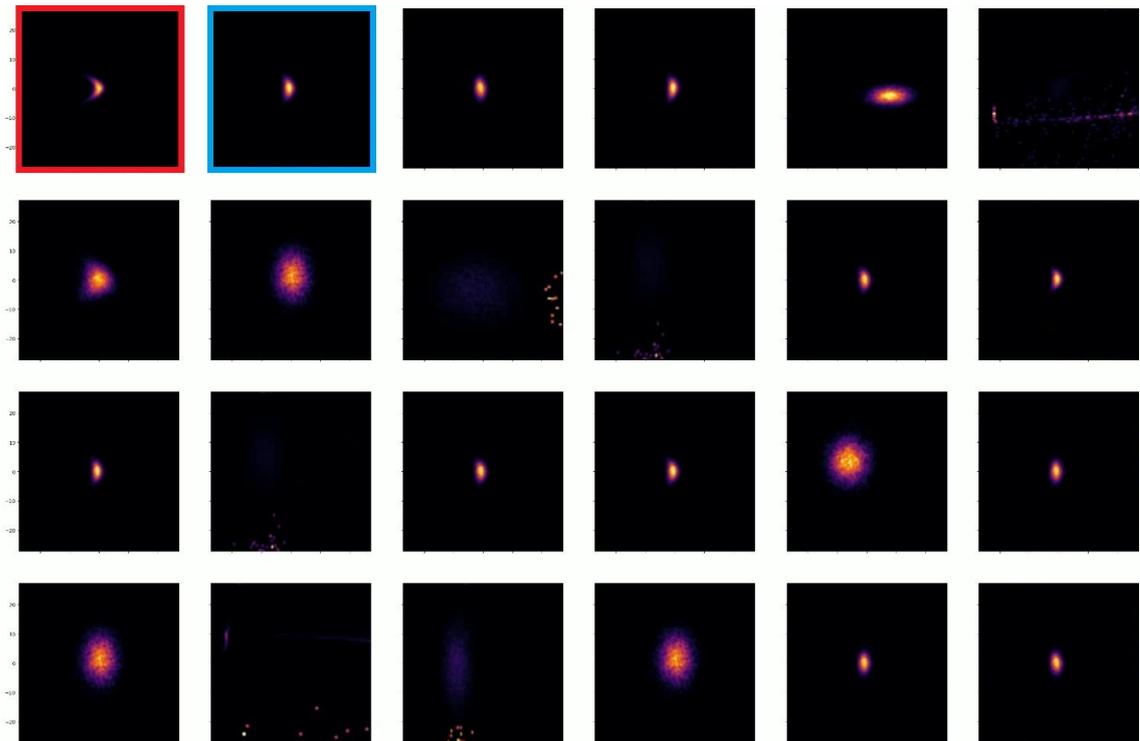


図 6.38 : テストビーム (B) の最適解が選ばれる過程の 50 世代。赤枠がテストビームの形状、青枠がその世代で最も良い個体である。このときの青枠の適合度は 5.44×10^{-4} である。

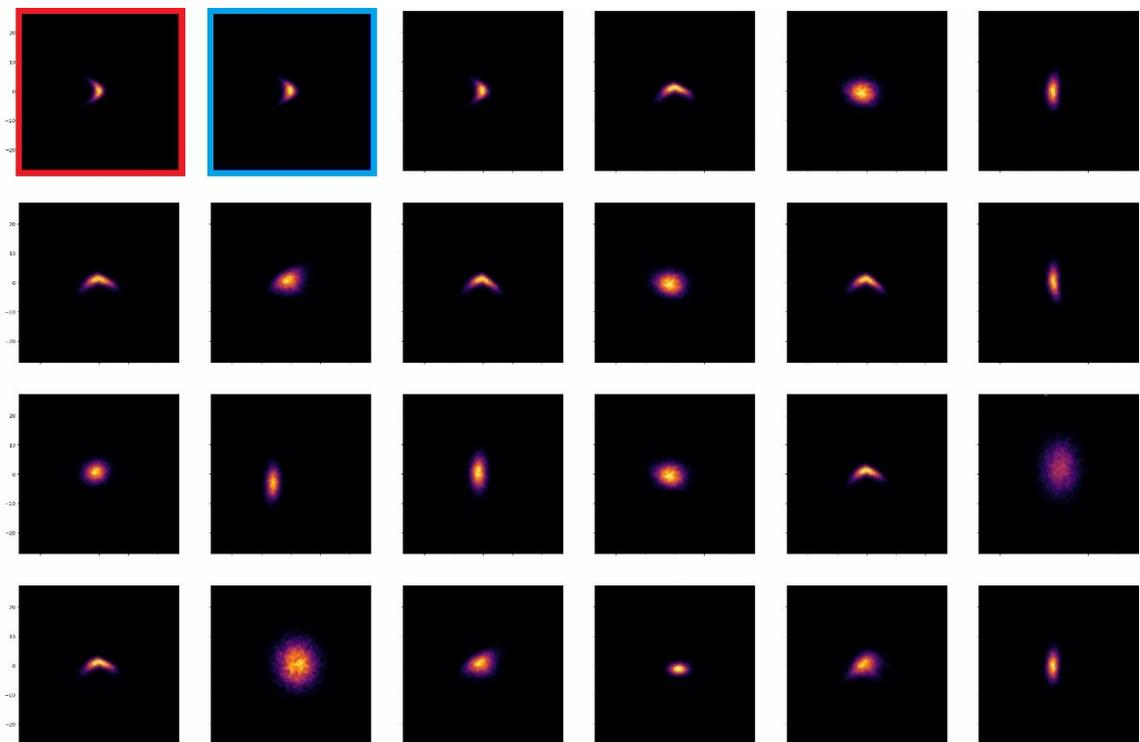


図 6.39 : テストビーム (B) の最適解が選ばれる過程の 100 世代。赤枠がテストビームの形状、青枠がその世代で最も良い個体である。このときの青枠の適合度は 4.22×10^{-4} である。

第7章 ビーム測定

この章では、前章で開発したビームサイズ測定アルゴリズムのプロトタイプとなるプログラムを使い、実際 16 電極ビームモニターから得られるデータからビームの位置及びサイズを出力する。また、2 台のモニターの設置場所のベータ関数を用いたビームのサイズを測定したこれまでの方法によるサイズの算出結果と 1 台のモニターのみを用いる新しいアルゴリズムによるサイズの算出結果を比較する。最後に、それぞれのエミッタンスの算出結果まで比較した。先行研究から、従来の方法による解析は、他のビームモニターとの相互検証により、やや誤差は存在するものの、算出されるビームの重心位置とサイズの傾向は合っていることが確認されており^[52]、新しいアルゴリズムは、少なくともこの結果程度の測定精度を持たないといけない。よって、ここでは従来の方法による解析で得られたデータを評価の基準にして検証を行った。

7.1 ビームの重心位置とサイズの算出

図 7.1 は、図 5.9 と同じ時点で測定されたデータから取り出したビームの重心位置とビームサイズの情報である。図で赤い領域で囲まれた部分は 150 ~ 250 ターンのデータを示す。同じ時点のデータを用い、遺伝的アルゴリズムからビームの重心位置とビームサイズを算出し、150 ~ 250 ターンの結果を比較した。

解析を 100 ターン分だけ行った理由について説明する。まず、アルゴリズムに用いられる乱数の生成には、アルゴリズムが実行される時刻をシードとして与えている。よって、乱数のシードによるノイズを排除するため、データの解析時点と同じ時刻に設定している。しかし、プロトタイプのテストには、ノートパソコンを用いており、処理時間が長くなると、コンピュータ内部の温度の上昇により動作が不安定になる。また、温度の上昇による機器の損傷を防ぐため機器の性能に制限がかかったり、コンピュータの電源を落とすスロットル機能が作動し、正常な解析が出来なくなる。現在、1 ターンのデータ解析には約 15 分ぐらいの時間を所要し、13 番地と 15 番地を同時に行うとなるとさらに時間を要する。実際 100 ターンのデータの処理には約 2 日がかかり、100 ターンを超える処理を行おうとすると、途中でコンピュータがシャットダウンされる問題が起こった。今後、アルゴリズムの処理量を効率的に分散し、機器の負荷を低減するよう改良する必要がある。

今回の比較で確認したいことは、13 番地と 15 番地ので (x, y) 方向のビームサイズの違いが再構成できるか、また、ビームの位置の振動が徐々に収まっていく様子が正常に算出できるか確認するため、解析を行う区間は 150 ~ 250 ターンに設定した。

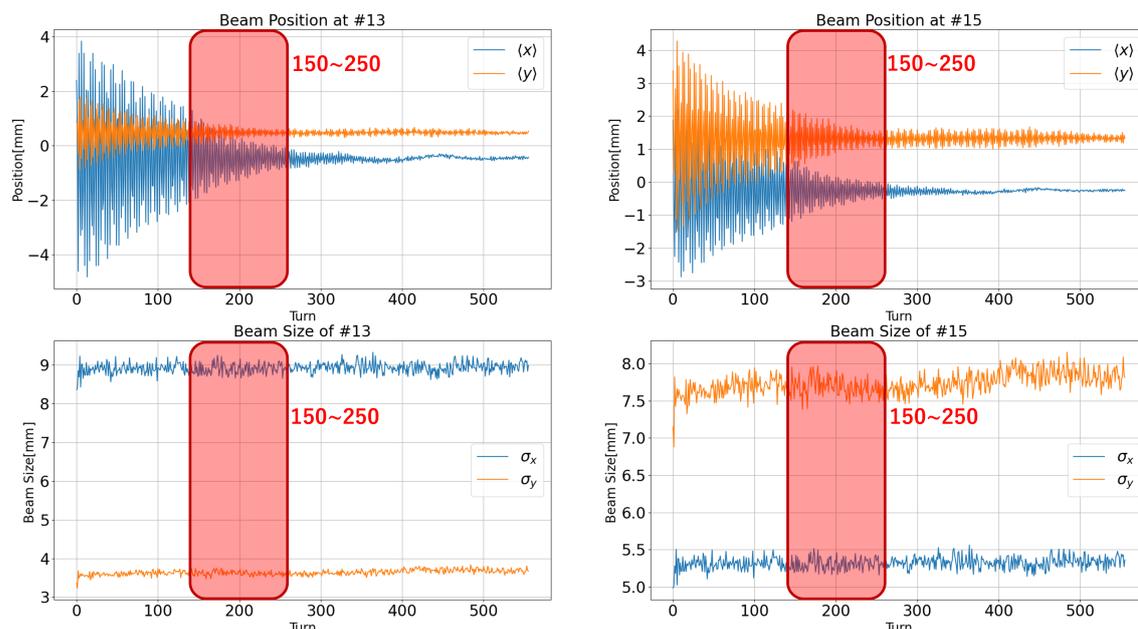


図 7.1: これまでの解析方法により算出した 13 番地と 15 番地でのビームの重心位置とビームサイズの振動様子。赤い領域の 150 ~ 250 ターンのデータが今回の比較対象である

7.1.1 ベータatron振動様子及びチューンの算出

まず、各方法によるビームの重心位置を算出した。ビームの重心位置の場合、モニターの測定から求められる多重極モーメントの1次モーメントを算出する段階で確実に決まるパラメータであるため、最適解の探索の段階で重心位置がずれることなく従来の解析結果と一致させることを目標とする。図 7.2 にその結果を示す。

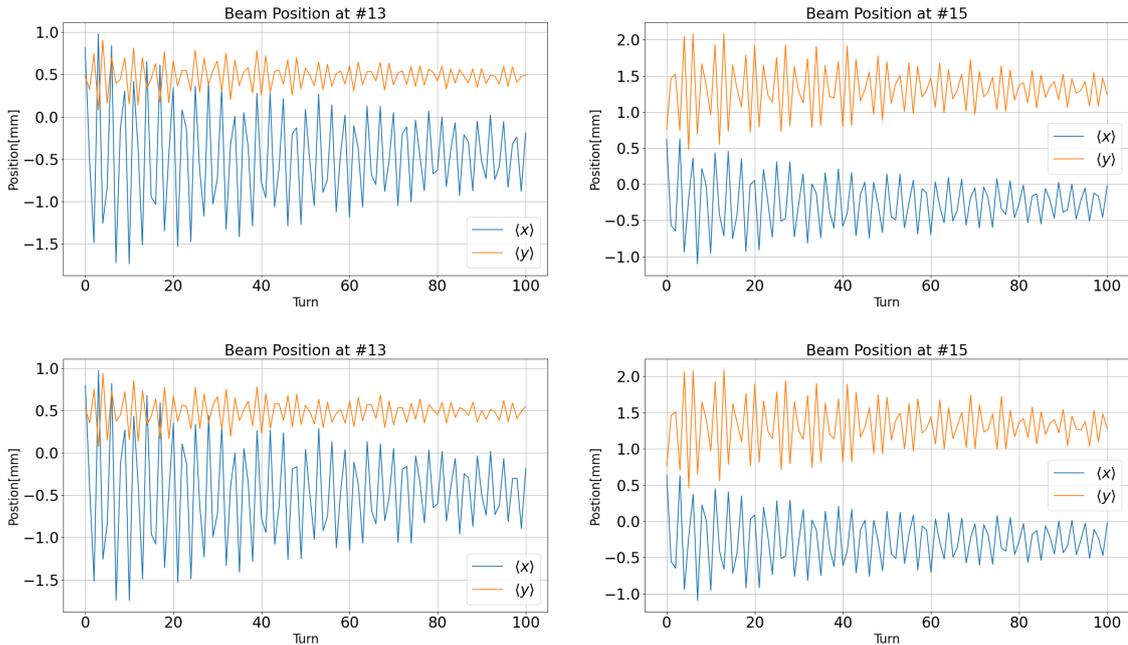


図 7.2：従来の方法による重心位置の算出結果（上段）と新しく開発したアルゴリズムによる重心位置の算出結果（下段）。重心位置の振動様子は両方ほぼ一致していることが確認できる

ビームの重心位置の振動様子は両方とも概ね一致することが分る。これは、適応度を求める際、1次モーメントにかけられた重みが高次のモーメントより比較的小さいため、最適化において高い優先順位を持つからであると考えられる。従来の方法による解析と新しいアルゴリズムによる解析で得られた100ターン分のビームの1次モーメントの差（式 7.1）の平均と標準偏差は以下のように集計された。式 7.1 の添え字の *prev* は従来の方法を *gen* は新しい方法を意味する。

$$\begin{aligned} \Delta \langle x \rangle &= \langle x \rangle_{prev} - \langle x \rangle_{gen} \\ \Delta \langle y \rangle &= \langle y \rangle_{prev} - \langle y \rangle_{gen} \end{aligned} \tag{7.1}$$

表 7.1：1次モーメントの誤差の平均と標準偏差

パラメータ	値
$\Delta \langle x_{13} \rangle$	0.001164 ± 0.02647 [mm]
$\Delta \langle y_{13} \rangle$	-0.0048 ± 0.02341 [mm]
$\Delta \langle x_{15} \rangle$	-0.0003184 ± 0.02096 [mm]
$\Delta \langle y_{15} \rangle$	0.0003675 ± 0.02678 [mm]

次に、チューンを算出した。チューンは、ビームの重心位置の離散フーリエ変換により求めることができる。図 7.3 に算出結果を表した。

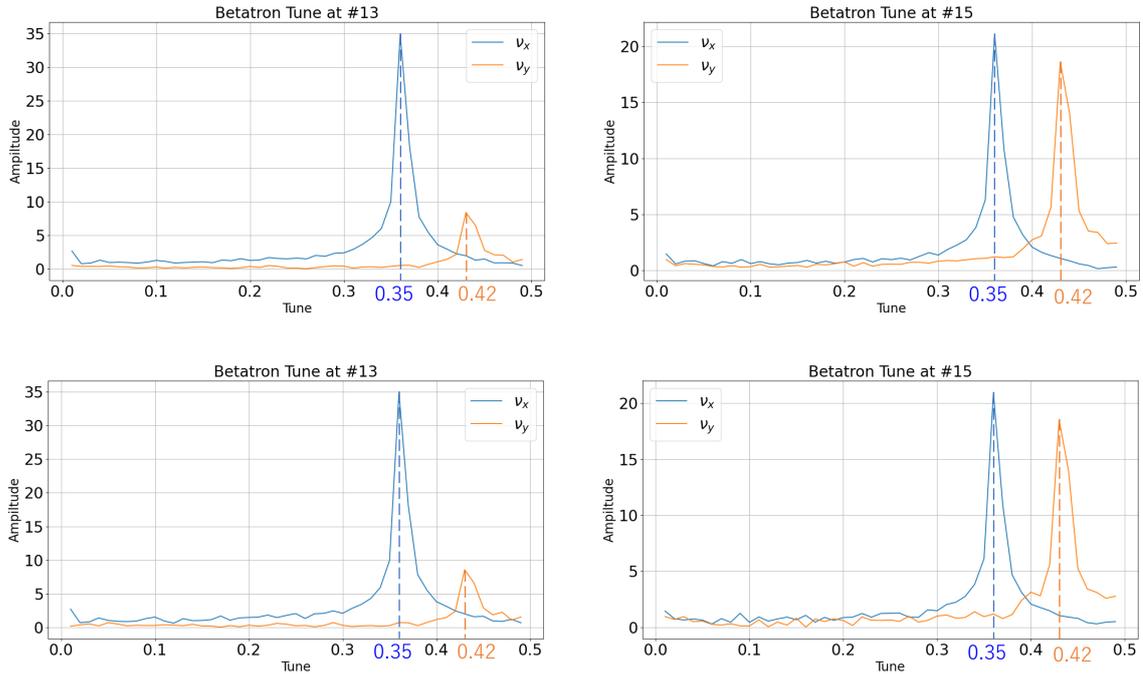


図 7.3：チューンの結果。図 7.2 のベータトロン振動から離散フーリエ変換により算出した。上段は従来の方法による算出、下段は新しい方法による算出である

チューンは図 7.3 のピーク地点の横軸の値である。グラフの細かいところの違いは見えるが、両方とも $(\nu_x, \nu_y) = (0.35, 0.42)$ にピークが現れていることが見える。

7.1.2 ビームサイズ及びエミッタンスの算出

この節では、ビームサイズの算出結果及びエミッタンスについて述べる。参考文献 [52] に、ビームのベータ関数には 5% のずれがあり、16 電極ビームモニターを用いたエミッタンスの解析結果には 3-50BT MRPM (Multi-Ribbon Beam Profile Monitor) の結果と最大 20% のずれがあることが報告されている¹。よって、従来の解析方法によるビームサイズの算出結果には約 10% のずれがあることが考えられる。ビームサイズの算出結果を図 7.4 に示す。

¹MRPM はビームプロファイル測定の絶対値の信頼性が高く、先行研究から 16 電極ビームモニターの測定結果の相互比較の基準としてきた。今回は以前の解析方法との比較のため、比較対象は従来の方法による解析結果としてある。

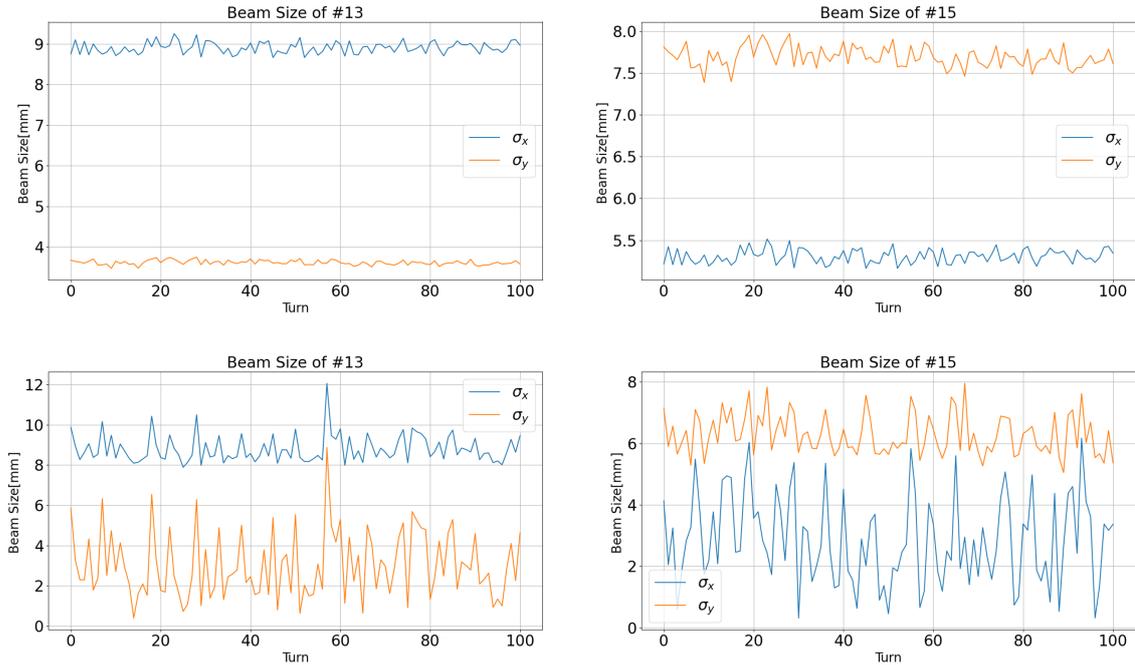


図 7.4：従来の方法によるビームサイズの算出結果（上段）と新しく開発したアルゴリズムによるビームサイズの算出結果（下段）。上段のビームサイズは振動の振幅が小さく収まっている反面、下段は振幅が大きいことが確認できる

上段のビームサイズの算出結果を基準に比較すると、このデータのビームのサイズは大きく振動することなく、安定していたと判断される。新しく開発したアルゴリズムによる解析結果は、ビームサイズのばらつきが従来の方法程度に収まるようにし、その平均値が以前とは異なる値になることを目標としていた。しかし、今回開発したアルゴリズムによる解析の結果をみると、ビームのサイズが大きく振動しており、ばらつきが大きくなっている。次に、それぞれの方法により算出されたビームサイズの平均を計算し、式 7.2 を用いて比較した（表 7.2、表 7.3）。

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_x &= \sigma_{x,prev} - \sigma_{x,gen} \\ \Delta\sigma_y &= \sigma_{y,prev} - \sigma_{y,gen} \end{aligned} \tag{7.2}$$

表 7.2：100 ターン分のビームサイズ平均値と標準偏差

従来の解析		新しい解析	
パラメータ	値	パラメータ	値
$\sigma_{x,13}$ [mm]	8.9206 ± 0.138	$\sigma_{x,13}$ [mm]	8.7984 ± 0.6745
$\sigma_{y,13}$ [mm]	3.6381 ± 0.0697	$\sigma_{y,13}$ [mm]	3.0209 ± 1.6344
$\sigma_{x,15}$ [mm]	5.3201 ± 0.0823	$\sigma_{x,15}$ [mm]	3.6008 ± 2.4095
$\sigma_{y,15}$ [mm]	7.7331 ± 0.1482	$\sigma_{y,15}$ [mm]	6.9016 ± 1.4467

表 7.3 : 従来の方法により得られたビームサイズと新しいアルゴリズムから得られたビームサイズの 100 ターン分の平均の誤差

パラメータ	値
$\Delta\sigma_{x,13}$ [mm]	0.1221 ± 0.6885
$\Delta\sigma_{y,13}$ [mm]	0.6172 ± 1.6359
$\Delta\sigma_{x,15}$ [mm]	1.7193 ± 2.4109
$\Delta\sigma_{y,15}$ [mm]	0.8315 ± 1.4543

ここで、 $\sigma_{i,j}$ は、 j 番地の i 方向のビームサイズを意味する。新しいアルゴリズムによるビームサイズの解析結果は x と y 方向のビームサイズの大小関係は一致しており、従来の方法による解析結果に約 10% のずれがある可能性があることを考えると、その範囲を囲む領域でビームサイズが算出されていることが確認できた。しかし、以前の方法と比べ、偏差が大きくなっていることから、各ターンの解析が十分収束できていないように見える。従来の方法では、ビームのエミッタンスを先に解析し、ビームサイズは求めたエミッタンスを逆算する方法であったが、今回のアルゴリズムは先にビームサイズを算出し、その結果を基準にエミッタンスの測定等を行うため、精密に測定すべき重要なパラメータの一つである。そのため、今回のような解の不安定性をなくすため、今後さらなる改良が必要となる。これに関する考察は後述する。

また、ビームサイズの最適化の結果が安定せず大きく振動する原因は、ベンチマークテストで確認したアルゴリズムの性能によることだと考えられる。ベンチマークテストで現在のアルゴリズムの信頼度が約 50% であることを確認した。従来の方法と今回の方法の比較には、上述したように、計算機の性能の限界で、各ターンのデータを 1 回のみ最適化結果を用いている。よって、全体のビームサイズの振動の推移を見ると、その平均は従来の方法による解析結果と比較的一致することは分かるが、精密な解析は出来なかったのである。

ベンチマークテストで確認したアルゴリズムの性能を再度確認するため、13 番地のモニターで測定した 1 ターン分のビームのデータから 100 回ビームのパラメータを算出し、式 6.25 を用いて、従来の方法との差を確認した。その結果を表 7.4 と図 7.5 に示した。

表 7.4 : 13 番地のモニターで測定した 1 ターン分のビームのデータの最適化の結果の重心位置及びビームサイズの誤差の平均と偏差

パラメータ	結果
$\Delta\langle x \rangle$ [mm]	-0.0002386 ± 0.024
$\Delta\langle y \rangle$ [mm]	-0.000939 ± 0.0203
$\Delta\sigma_x$ [mm]	-0.052 ± 0.63
$\Delta\sigma_y$ [mm]	0.17 ± 1.57

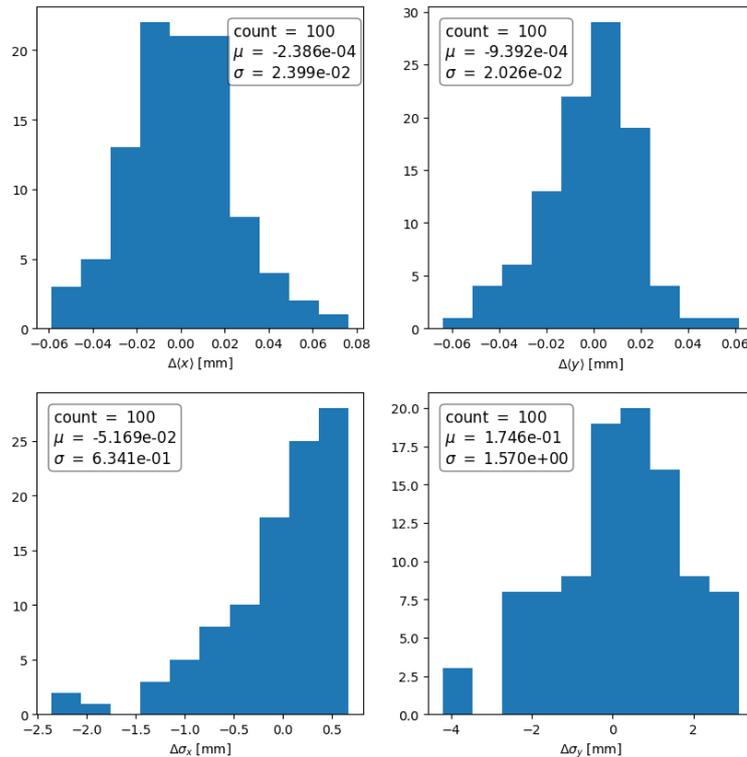


図 7.5 : 13 番地のモニターで測定した 1 ターン分のビームのデータの 100 回分の最適化の結果の誤差のヒストグラム

上記の結果から確認したようにビームの重心位置は精度よく推定できていることが分かる。13 番地のモニターから得られたビームサイズの解析の信頼度が前章のテスト結果と同じく 50%に収まっていることが分かる。このようなアルゴリズムの挙動により 100 ターン分のビームサイズの解析の結果が安定的に得られず、そのばらつきが大きくなっていると思われる。このアルゴリズムによる正当性を主張するため、少なくとも 95%の信頼度を確保することを目標としているため、今後大きな改良を行う必要がある。

7.2 エミッタンスの算出

次に、上記で得られた結果を用いて、100 ターンのエミッタンスの平均値を求めた。従来の方法では、エミッタンスの算出に、2 台の 16 電極ビームモニターの測定値及び 13 番地と 15 番地の加速器のベータ関数の設定値を用いる方法を使ってきた。ここには、ビームの Twiss パラメータがマッチしていることと、ビームのエミッタンスが保存するという条件が必要となる。一方で、今回のアルゴリズムは、それぞれのモニターの測定値から直接ビームサイズを算出するよう設計され、それぞれのモニターから独立にビームサイズを算出する。上記の結果から、ビームサイズが算出できたとは言い難いが、二つのモニターから得られるエミッタンスの様子を確認する意味で、エミッタンスの算出を行った。

新しい方法では、以下の方法でビームのエミッタンスを算出した。

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x^2}{\beta_x}$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y^2}{\beta_y}$$

また、ビームの Twiss パラメータはマッチしていると仮定し、表 5.3 の値を用いた。エミッタンスの算出結果を表 7.5 に示した。

表 7.5 : 100 ターン分のエミッタンスの平均値と標準偏差

従来の解析			
パラメータ	値	パラメータ	値
ϵ_x [π mm mrad]	1.9998 ± 0.0618	ϵ_y [π mm mrad]	2.0198 ± 0.0772
新しい解析			
パラメータ	値	パラメータ	値
$\epsilon_{x,13}$ [π mm mrad]	1.9564 ± 0.3169	$\epsilon_{y,13}$ [π mm mrad]	1.7996 ± 1.8830
$\epsilon_{x,15}$ [π mm mrad]	1.3260 ± 1.5975	$\epsilon_{y,15}$ [π mm mrad]	1.6788 ± 0.7642

エミッタンスの計算に用いるビームサイズのばらつきが大きかったため、エミッタンスも精密に値を算出することができなかった。また、2 地点でのビームのエミッタンスが保存されると仮定しているため、13 番地で測定されたエミッタンスと 15 番地で測定されたエミッタンスの違いがあることも、十分な最適化が行われなかったと判断した。しかし、従来の方法によるエミッタンスの算出結果に最大 20% のずれがあることを考えると、今後新しくアルゴリズムの改良が進められることでアルゴリズムの精度が改善されると、真の値に収束する可能性はある。

7.3 ビームの形状

新しいアルゴリズムから得られるビーム形状は図 7.6 の通りである。上段は 13 番地で現れるビーム形状で、下段は 15 番地で現れるビーム形状である。前章のビームテストとは違い、現時点では、これらのビーム形状が正解であるか相互検証をする手段が存在せず、これらのビーム形状がビームが測定された時点の実際のビーム形状である保証はない。しかし、これらの形状は 100 ターンの解析で繰り返し出力され、概ねこのようなビームが測定されていたと判断した。

図を基準に、横に長い形状は 13 番地で、縦に長い形状は 15 番地で確認された。特に、上下又は左右に少しずつ折れ曲がった形状が繰り返し表示され、ターン全体の形状のイメージを繋ぎ、その変化を連続で再生すると、ビームが上下又は左右に揺らぎながら進行する様子が確認された。

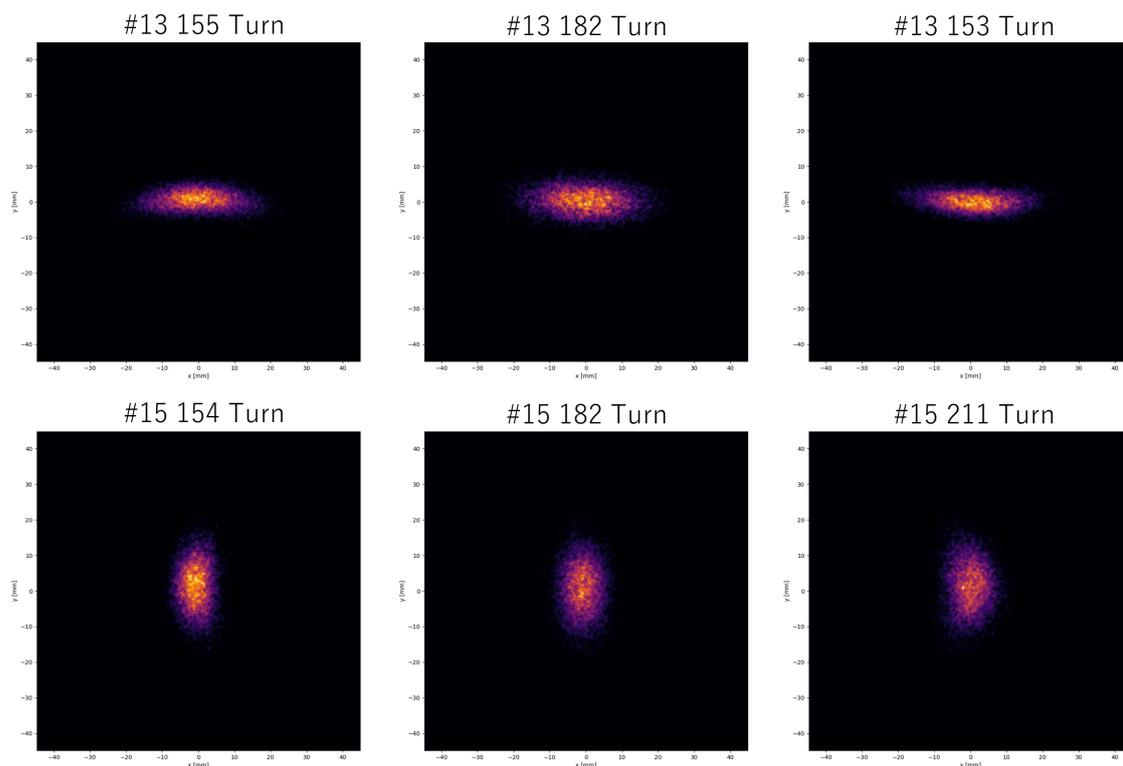


図 7.6 : 13 番地と 15 番地で現れるビーム形状の種類。上段は 13 番地のデータ、下段は 15 番地のデータである。それぞれの図のタイトルが、これらの形状が現れたターンを表す

7.4 より正確な解析のための考察

以上、新しく開発したアルゴリズムを用いたビームの重心位置及びサイズの再構成を行い、それぞれ従来の解析方法による結果との比較を行った。その結果、現時点でアルゴリズムは実測定に適用できるほどの性能には達成していないと判断し、今後アルゴリズムをどのように改善していくかについての考察を行った。

7.4.1 不適切問題の対策

前章で述べた通り、16 電極ビームモニターを使ったビームプロファイル測定は逆問題解析に分類され、不適切問題が起こる。本稿で現れるアルゴリズムの不安定な挙動はこの不適切性が原因で起こることが予想される。この不適切性は適合度関数の改良により改善することができる。特に、不適切性が大きいビームサイズの算出の場合、現在の適合度関数のままでは、アルゴリズムが局所的最適解と大域的最適解の区別が難しくなって解を安定的に算出することが出来ないことや大域的最適解が複数存在する形になっていて、解を一意に決められないようになっていること等が考えられる。

まず解の安定性に関しては、適合度関数に正則化項を追加することで確保できると思われる。これは、ターン毎のビームの解析を行う時に、ターン毎のビームの強度が微小に異なることに敏感に反応することを防ぐ方向で改良を行う予定である。また、解の一意性の場合、16 電極ビームモニターから得られる

データの他に、外部の測定によって得られるデータが必要になる可能性がある。従来の方法の場合、この外部の測定値として、それぞれのモニターの測定値及びベータ関数の設計値を用いた。しかし、前述したとおり、この方法は16電極ビームモニターの最終的な目標との矛盾があり、今後2台のモニターの利点を十分活かしながら、矛盾なく解の一意性を確保する方向で改良を行う予定である。現在有力に議論が進められているのは、モニターの間での輸送行列を求め、ビームの横方向の位相情報をアルゴリズムに導入する方法等がある。

7.4.2 ビーム形状の変更

現在のビームの形状を変化させる演算は、ビーム内の粒子を一律に変化させるように設計されている。この場合、初期段階で生成されるビーム内の粒子の分布が、最終的に最適化対象となるビームの分布になり得る形をしていないと、適応度の改善に限界が存在するようになる。ビームの変形による最適解の探索の概念を以下の図7.7に示す。

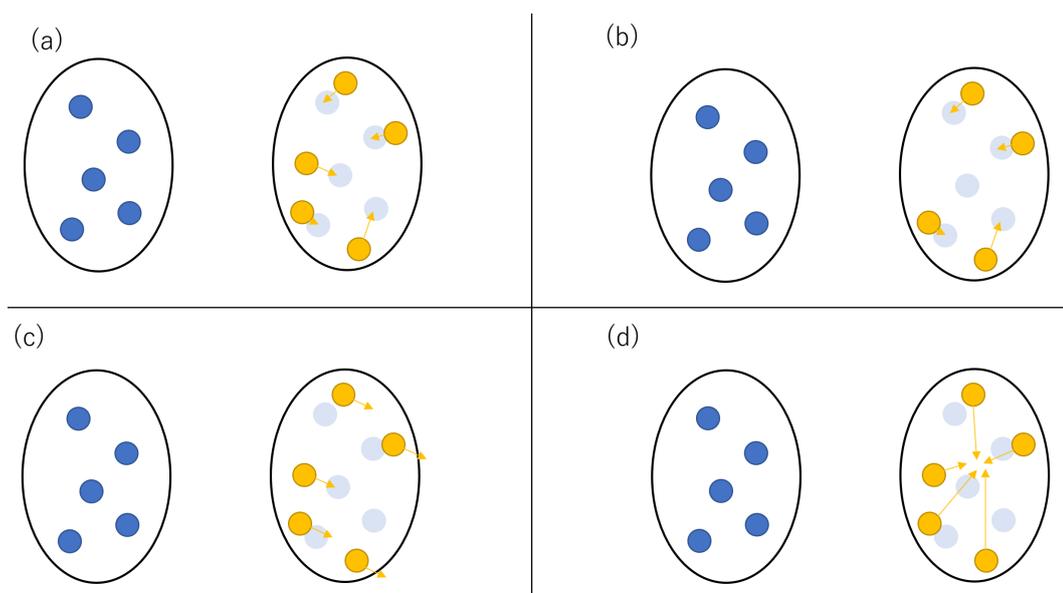


図 7.7 : 最適解の探索のため、ビームの形状が変形する様子

ここで、正解のビーム内の粒子は5つであると仮定する。まず、(a)の場合、テストビームと候補ビーム内の粒子数が同じで、それぞれの粒子が適切な位置へと移動し、最適解が得られる最も理想的な状況である。(b)の場合、候補となる粒子の数が足りない状況であり、4つの粒子が5つの粒子により生じる分布を作ろうとする様子である。(c)は、最初に生成される粒子の位置が最適解へと近づけない状況を示す。ビームの形状を一律に変形する方法では、このような状況の解決はできない。最後の(d)の場合、粒子が正解のビームによるモーメントの平均点への一気に収束する状況を表す。現在は、高次のモーメントが正規化項のように作用しているため、このようなことが起こる可能性が低いが無視はできない。

現在、これらの問題の解決は、すべて個体の多様性により自然に解決されるようアルゴリズムに委ねている。しかし、今回の実解析の結果から、これらの問題が解決できていないと判断され、今後、個々

の粒子に対する適切な変形方法を設計する必要がある。

7.4.3 モーメントとビーム形状との関係の理解

多重極モーメントには、それぞれビームの形状に関する情報が込められている。一次モーメントはビームの重心位置、2次モーメントはビームのサイズが込められ、さらに高次のモーメントにはビームの曲がりや内部分布の情報等が潜んでいる。したがって、現在のような高次のモーメントの最適化が足りない状況では、高次のモーメントによるより複雑な形状が消失しているともいえる。現在、ビームの重心位置のオフセットがない状態のビームの形を変形しながら、多重極モーメントの変化の度合いを確認し、ビームの形状とモーメントとの関係について議論が行われている。

第8章 今後の展望

8.1 ソフトウェア

8.1.1 アルゴリズムの改良

動作の安定化

今回開発したアルゴリズムは、互いにトレードオフ関係にある多重極モーメントの完全な収束ができておらず、ビームのパラメータの不一致が確認された。特に、大強度の加速器のパラメータの調整のためには、ビームのパラメータの微小な誤差からも深刻なビームロスに繋がる可能性があるため、これらの不安定な動作の改善が必須となる。

また、アルゴリズムは遺伝的アルゴリズムの原型を最大限に保持し、その機能を最大限に活用したメカニズムになっている。各個体が評価され、優れた解が次世代へと渡される観点からは、全体的に最適解へと収束しているように見えるが、次世代に渡される解を探索するまではほぼランダムに依存している傾向がある。そのため、全個体の平均適応度は世代が過ぎても収束することなく、処理が終わる。これは、遺伝的アルゴリズムの、最終的に全個体が最適解へと収束する振る舞いとは違う挙動であり、その中のビーム形状とは見られない解が残される可能性を排除できない。今後、個体が方向性を保ちながら最適解を探索するようアルゴリズムを改善する必要がある。

動作の高速化

現在のアルゴリズムは1ターン分の処理に最小10分、最大20分ぐらいの時間を所要する。特に、世代毎に各個体の適合度が改善されるように、繰り返し計算が行われる部分があるのが原因で、解が改善するまで各個体に対する最大100回の形状の変形・再評価の計算が問題であった。プログラムを構築する際には、処理時間の短縮のため、メモリー管理やポインタの効率的な運用、並列処理の効率の向上等には最大限に注意をしている。しかし、1ターンの処理に10分単位の時間が所要するままでは解析の効率が悪い。この課題の解決案として、以下の二つが考えられる。

まず、分布推定アルゴリズム (Estimation of Distribution Algorithm) という改良遺伝的アルゴリズムの方法を導入することが考えられる^[64]。従来の遺伝的アルゴリズムが単体のデータを扱うのに最適であるのに対し、分布を個体として扱えるように改良されたアルゴリズムである。ここでは、ある分布の最適解を推定するとき、適合度を評価するためには、分布の中のメンバーを選び出し、それらのメンバーを所属していた分布の代表として扱う。この方法を用いることで、候補のビーム内の粒子すべてに対する計算をしなくてよくなり、その分の計算量が節約できて、計算時間の短縮ができると思われる。

また、今回のノートパソコンからの解析結果から、計算機の性能自体の向上する必要があると考えられる。特に、個別の粒子の計算が単純な四則演算の繰り返しであることから、近年流行している Graphic Process Unit (GPU) の導入することを考えている。CPU と GPU を平行して利用することにより、CPU 単体に要求される性能の基準が下がり、計算時間の短縮の面からも、計算機にかかる費用の面からも効率が向上することが期待できる。現在 GPU コンピューティングについて調査中である。

8.1.2 16 電極ビームモニター用のソフトウェアの改良

ファームウェアの全面的なデバッグ

読み出し回路の FPGA にインストールされているファームウェアの中のパラメータに誤りが発見されることがあった。これにより、FPGA とコンピュータとの通信ができない問題が生じた。原因は FPGA にインストールしたファームウェアのバージョンの違い（2017 年から 2019 年までメインの使用者が変わっているため）で、当面は解決ができ、FPGA とコンピュータは繋がっている状態になっている。しかし、ファームウェアのコードの他の所に別のミスがある可能性があり、今後の安定的な測定のために、全面的にデバッグを行う必要がある。

データ通信機能の修理

特定の状況で FPGA から空のデータしか送られてこない問題が生じる。原因は未だ不明である。予想される原因は、上記で起こったファームウェア側の問題の続きで考えると、インストールし直したファームウェアのアドレス情報や FPGA の操作の設定値等が異なるようになり、現在開発されている通信用のスクリプトから FPGA の操作が円滑に行われていない等がある。FPGA では測定できてもコンピュータからデータの受信ができないと意味がないため、上記のことを含め、ソフトウェア全体の安定化を行う必要がある。

8.1.3 EPICS システムへの対応

J-PARC MR では EPICS (Experimental Physics and Industrial Control System) という大規模の実験用機器を運用するための分散システム実装用のソフトウェア環境が構築されている。加速器の各測定器は EPICS をインタフェースとして運用されており、取得データの確認や機器の制御がこのシステムから行われる。現在の 16 電極ビームモニターは個別のマイクロサーバー上の 16 電極ビームモニター専用の通信プログラムからデータ取得や FPGA の操作が行われるようになっている。そのため、現在 16 電極ビームモニターの操作ができるのは、そのプログラムの操作方法が分かる一部のエキスパートしかいない。16 電極ビームモニターも今後 MR の入射地点で実測定を行うようにし、モニターを EPICS へと対応させることで加速器に関わる誰もがモニターから測定されるデータを簡単に確認できるようにする必要がある。

8.2 ハードウェア

8.2.1 実測定のための調整

信号処理アルゴリズムの探索

5章で述べたように、これまで16電極ビームモニターでは、信号処理のためのアルゴリズムとしてGoertzel Algorithmを導入し、16電極ビームモニターの周波数特性を考慮し、入力信号のRF周波数の2倍の高調波成分をビームの主成分と判断し、信号成分を取り出したデータを解析に用いてきた。

しかし、MRではRF空洞でビームにRF周波数の2倍の周波数の電圧を追加で印加している。これは、ビームの縦方向の形状を変化させ、ビームのピーク電流値を減らすことにより空間電荷効果の影響を減らすためであるが、この影響で16電極ビームモニターで取り出している信号成分が徐々に弱まることが確認された。これは、ビームの多重極モーメントの過小評価に繋がる原因となる。

新しく開発したアルゴリズムでは、Goertzel Algorithmから処理されたデータを用い、平均の多重極モーメントを算出し、これを用いて個体の評価を行う。よって、信号処理により評価基準となるデータに誤差が生じてしまうと、算出される最適解にもその誤差がそのまま残る。現在、Goertzel Algorithmのこういう挙動に関する対策の議論が続いており、今の信号の主成分の変化がビームの縦方向の変化の影響によるものであるため、縦方向の変化を考慮した主成分の変化を取る対策などが候補として挙げられている。

段階的な減衰器の開発

2019年の研究で幅広いビーム強度で信号が飽和することなく測定できるよう減衰器が挿入された。しかし、現在は測定するビーム強度に応じ手作業で減衰器をつけ外す必要があり、効率が悪い。簡単のためにリモート制御式の切り替え器が計画にある。

8.3 T2K 実験における展望

T2K 実験のニュートリノ振動実験の統計量の増大のために、J-PARC MRのビーム強度のアップグレードが行われている。現在、ビーム強度の増強によるビームのロスが増大が解決すべき重要課題となっており、16電極ビームモニターは、ビームロスの原因として考えられる入射直後のビームのTwiss mismatchesの調整のために設置された。特に今回は、Twiss mismatchesと直接関係があるビームサイズの測定のためのアルゴリズムの開発が行われた。

新しいアルゴリズムは、パルス毎の測定を想定して開発された。本研究では、遺伝的アルゴリズムを用いて、高次のモーメントデータからパルス毎の2次元のビーム分布を再構成する機能を実装し、解析したビームの x 方向と y 方向のサイズの傾向や形状に微小な屈曲が現れる等の特徴が確認できた。しかし、まだアルゴリズムの性能は実測定が可能な水準には達成できておらず、今後さらなる改良が必要である。実際、ビームサイズの振動を測定することに成功したら、ビームの空間電荷効果によるチューン

スプレッドの理解が深めると期待できる。また、各パルスの情報からビームの分布の再構成ができることから、加速器の運転中に生じるビームの不安定を、すぐに確認することができる。これにより、大強度のビームの力学についてより深い議論ができると思われる。現在、アルゴリズムの適合度関数の改良や2台のモニターを使った相互比較等から、アルゴリズムの性能を挙げることを計画している。

第9章 結論

16 電極ビームモニターを用いたビームサイズ測定を行うアルゴリズムの開発を行った。アルゴリズムの開発の準備として、まず非破壊型ビームモニターを用いたビーム分布の再構成が持つ意味を逆問題解析の観点から分析し、逆問題解析を行う際に起こる不適切問題について調べ、これの解決方法について考えた。その結果、多数の最適化パラメータを持つ逆問題解析に広く使われている遺伝的アルゴリズムを参考にし、ビームサイズ測定アルゴリズムを開発することにした。新しいアルゴリズムは、基盤となる遺伝的アルゴリズムの利点を最大限に活用する方針で開発を進め、必要に応じ 16 電極ビームモニター向けに動作を改良した。したがって、最適解の候補として生成したランダムなビームが適応度が改善されるまで自分の形状を変形し続け、その中から最も優れた個体を取り出すことから、ビームの形状を最適化するアルゴリズムが完成した。さらに、アルゴリズムのベンチマークテストとして、多変数の問題の最適化及び複数の地域的局所解を持つ問題で最適解の探索ができることを確認し、シミュレーションによるテストビームを用いたビーム形状の再構成のテストを行い、現在の設定のアルゴリズムからビーム形状の特徴の算出ができることが分かった。最後に、実際 16 電極ビームモニターから測定されたデータを用い、既存のビームの重心位置及びビームサイズの算出結果と新しく開発したアルゴリズムによる算出結果の比較を行い、現在のアルゴリズムの性能の確認と今後の研究の方針を確認した。

現時点でアルゴリズムは実測定に適応できるほどの性能には達成していない。実際のビームの測定データを用いた解析で、ビームの重心位置の最適化は行われたが、ビームのサイズの最適化は十分ではなく、従来の方法と比べ、ビームサイズ及びビームのエミッタンスの値が大きくずれていることが確認された。しかし、最適化の結果として得られる解は、基準となる値から完全に離れてはいない。解の探索の過程を図示し確認すると、各世代の中の適切な解を選び出し、それが徐々に正解のビームの形状に近づくことが確認できた。したがって、アルゴリズムを改良することで、実測定に適応できる解析アルゴリズムを作ることが可能であると考えられる。また、これまでは 1 次元のデータから分布の平均のモーメントを算出する方法で解析を行ったが、本研究で開発したアルゴリズムは 1 次元のデータを用いて 2 次元のビームの分布を推定することに大きな意義がある。これは、ビームサイズの振動が激しいときの不安定なビームの挙動を直接観測することを可能にし、ビーム力学的により深い議論を進めることが可能になることを意味する。

J-PARC MR のビーム強度のアップグレードする際、ビームロスを低減し加速器の安定的な運転のためには、大強度のビームの運動のさらなる理解は必須である。また、強度に依存するビームの不安定性や大強度のビームの環境で起こる現象の理解には 16 電極ビームモニターによって測定されたビームサイズの情報が有用に活用され、今後の加速器の運転に大きく貢献できる。特に、MR の入射地点でのビームサイズの測定から、Twiss パラメータのミスマッチの調整に貢献し得ると思われ、本研究はその第一

歩を踏み出したといえる。今後は、アルゴリズムの改良とともに、実測定のためのハードウェアの調整を並列で行う等、J-PARC MR で最大限に活用されるようモニターを改善していく予定である。

第10章 謝辞

この2年間、多くの皆様のお陰で、充実な研究生活を送ることができました。特に、新型コロナウイルスにより、世の中が騒がしいなかでも、皆様の支えがあったからこそ、今まで来られたと思います。

研究室生活をサポートしてくださり、J-PARCでの研究や国内の学会発表などを支援してくださった中家先生に心から感謝を申し上げます。中家先生の指導のお陰で他国の生活に疲れ果てることなく、今まで進めました。木河先生にはいつも部屋で私に気をかけてくださり、日頃の研究に熱心な姿から、研究者としての姿勢を学びました。いつも温かく見守っていてくださって、本当にありがとうございます。

J-PARCの小関さんを始めとするMRの皆様にも感謝を申し上げます。加速器の基礎の知識の指導から、研究に役に立つ様々な資料を教えてください、私の研究と勉学を支えてくださった外山さん、鋭い指摘でいつも刺激を与えてくださり、新しい発想ができるよういつも導いてくださる中村さんには、感謝の念にたえません。皆さん、いつも本当にありがとうございます。

また、京都大学にいらっしゃったときから、いつも私に明るく接してくださった市川さん、ありがとうございます。今年の初めての加速器のシフトの時、緊張していた私に話をかけてくださって、気持ちよくお仕事ことができました。今度機会があればもっとすごいことをお見せします。

東海村では、安留さん、平本さん、栗林さんには一緒に食事をしたり、雑談話で楽しい時間を過ごしたりして、東海村での生活が楽しくなるよう支えていただきました。特に安留さんからは、ニュートリノ実験施設に関し、色々教えていただいたり、世間話で盛り上がりやすることが多く、いつもお世話になっています。皆さん、どうもありがとうございます。

最後に、研究室の皆様、学校で会ったときにいつも楽しく接してくださり、ありがとうございます。皆さんのお陰で、研究室の生活が充実になり、また、日本の生活が楽しくなりました。これからどうぞよろしく願い申し上げます。

멀리 떨어진 한국에서 늘 지켜봐주시고, 항상 따뜻하게 응원해주는 아버지, 어머니께 감사드립니다. 우여곡절이 많은 길이었지만 지금까지 포기하지않고 항상 손 잡아주셔서 여기까지 올 수 있었습니다. 앞으로도 멋진 모습 많이 보여드리도록 열심히 학업에 정진하겠습니다. 함께 공부중인 동생도 둘도 없는 가족이자 둘도 없는 든든한 내 편이 되어주어 지치지않고 걸을 수 있었습니다. 더없이 소중한 가족이 있기에 박사과정에 올라가서도 한걸음 한걸음 나아갈 힘이 생깁니다. 앞으로도 지켜봐주세요.

付録A 本文の理解のための追加情報

A.1 加速器の磁場の表現

加速器の座標系 (s, x, y) で、ベクトルポテンシャル \vec{A} の微分演算は次のように表される。

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial \vec{A}_2}{\partial s} + \frac{\partial (h_s \vec{A}_1)}{\partial x} + \frac{\partial (h_s A_3)}{\partial y} \right] \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times \vec{A} = \left[\frac{\partial A_1}{\partial y} - \frac{\partial A_3}{\partial x} \right] \hat{s} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial A_3}{\partial s} - \frac{\partial (h_s \vec{A}_2)}{\partial y} \right] \hat{x} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial (h_s \vec{A}_2)}{\partial x} - \frac{\partial A_1}{\partial s} \right] \hat{y} \quad (\text{A.2})$$

ここで、 $h_s = 1/(x + \rho)$ であり、 $A_1 = \vec{A} \cdot \hat{x}$ 、 $A_2 = \vec{A} \cdot \hat{s}$ 、 $A_3 = \vec{A} \cdot \hat{y}$ である。加速器の横方向の磁場のみを考えると、 $A_x = A_y = 0$ となる。このとき、磁場 \vec{B} は、

$$\begin{aligned} \vec{B} &= B_x(x, y) \hat{x} + B_y(x, y) \hat{y} \\ B_x &= -\frac{1}{h_s} \frac{\partial (h_s A_2)}{\partial y} = -\frac{1}{h_s} \frac{\partial A_s}{\partial y}, \quad B_y = \frac{1}{h_s} \frac{\partial (h_s A_2)}{\partial x} = -\frac{1}{h_s} \frac{\partial A_s}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

と表される。マクスウェル方程式 $\nabla \times \vec{B} = 0$ から、

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{h_s} \frac{\partial A_s}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{h_s} \frac{\partial A_s}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.4})$$

が導かれる。直交座標系において、 $\rho = \infty$ とみなされ、この場合の A_s の多重極展開は以下のようになる。

$$A_s = B_0 \text{Re} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n + ja_n}{n+1} (x + jy)^{n+1} \right] \quad (\text{A.5})$$

ここで、 B_0 は偏極磁場により決まる定数である。よって、磁場は、

$$B_y + jB_x = B_0 \sum_{n=0}^{\infty} (b_n + ja_n) (x + jy)^n \quad (\text{A.6})$$

$$b_n = \frac{1}{B_0 n!} \frac{\partial^n B_y}{\partial x} \Big|_{x=z=0}, \quad a_n = \frac{1}{B_0 n!} \frac{\partial^n B_x}{\partial y} \Big|_{x=z=0} \quad (\text{A.7})$$

ここで b_n 、 a_n は $2(n+1)$ 次の多重極定数と呼ばれる定数である。したがって、4次までのベクトルポテンシャルは以下の表の通りに表される。

表 A.1: 直交座標系におけるベクトルポテンシャルの多重極展開

項目	次数	Normal 成分	Skew 成分
Dipole	1	x	y
Quadrupole	2	$x^2 - y^2$	$2xy$
Sextupole	3	$x^3 - 3xy^2$	$3x^2y - y^3$
Octupole	4	$x^4 - 6x^2y^2 + y^4$	$4x^3y - 4xy^3$

A.2 生成関数

正準座標 (q, p) から別の座標 (Q, P) へと変換に用いられる生成関数 F_i ($i = 1, 2, 3, 4$) は以下のようになる。

$$G = F_1(q, Q, t) : \quad p = \frac{\partial F_1}{\partial q}, \quad P = -\frac{\partial F_1}{\partial Q} \quad (\text{A.8})$$

$$G = F_2(q, P, t) : \quad p = \frac{\partial F_2}{\partial q}, \quad P = \frac{\partial F_2}{\partial P} \quad (\text{A.9})$$

$$G = F_3(p, Q, t) : \quad q = -\frac{\partial F_3}{\partial p}, \quad P = -\frac{\partial F_3}{\partial Q} \quad (\text{A.10})$$

$$G = F_4(p, P, t) : \quad q = -\frac{\partial F_4}{\partial p}, \quad P = \frac{\partial F_4}{\partial P} \quad (\text{A.11})$$

A.3 正則化

正則化は、最適化問題において、最適化するパラメータの値の変動を抑えるために適応度関数や評価関数、損失関数に新しい項を追加する手法である。正則化により、パラメータの最適化過程での非線形的な挙動を抑える効果が期待できる。正則化は一般的な最適化問題以外にも機械学習 (Machine Learning)・深層学習 (Deep Learning) の過学習を防止するためにも用いられる。逆問題解析で一般的に使われる正則化手法には Tikhonov 正則化があり、その他、機械学習に用いられる L1 正則化、L2 正則化等がある¹。

簡単な正則化手法は以下のように表される。

$$F'(\theta) = F(\theta) + \alpha \sum_{n=1}^i \theta_n^2 \quad (\text{A.12})$$

ここで、 $F'(\theta)$ は正則化が行われた評価関数、 $F(\theta)$ は正則化されていないもとの評価関数で、 θ は最適化するパラメータである。また、 α を正則化定数と呼び、問題によって使用者が任意に決まらないといけないパラメータである²。この場合、右辺の最後の項の影響で、評価関数の値の変動が大きくなること

¹ここで、Tikhonov 正則化は L2 正則化の一般化されたものである。

²このようなパラメータをハイパーパラメータ (Hyper Parameter) と呼ぶ。遺伝的アルゴリズムのトーナメントサイズや個体数等がハイパーパラメータにあたる。

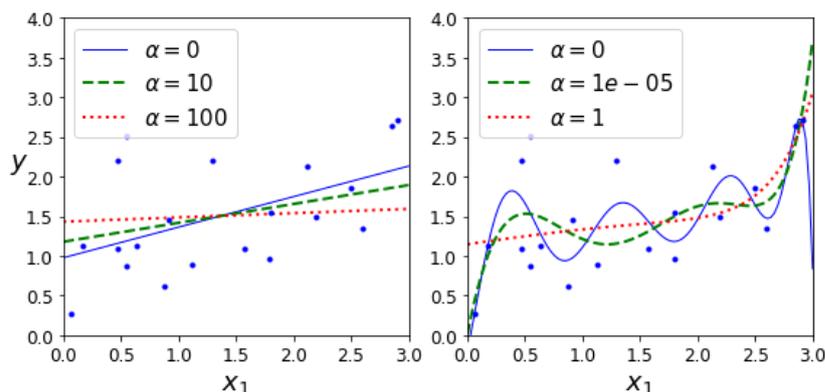


図 A.1：正則化定数による最適化の結果の違い。左は線形モデルを探索する場合、右は非線形モデルを探索する場合である。

が防止され、探索する解に安定化が行われる。観測されたパラメータに対するモデルを探索する最適化問題で、正則化がどのように作用するかを表したのが下記の図 A.1 である。図 A.1 の左のグラフは線形モデルを探索する場合を表す。正則化定数の値を大きくすることで、1 次関数の傾斜が平坦になっていくことが確認できる。また、右は非線形モデルを探索する場面であるが、正則化定数の増加に連れ、モデルの複雑度が緩和されていることが確認できる。測定データに対し、探索されるモデルが必要以上に複雑になることを Over Fitting と呼ぶが、正則化はこの Over Fitting を防ぐ効果がある。また、Over Fitting は、逆問題解析でいう、解が安定しない状態である。

ここで注意しないといけないことは、正則化定数をどうとるかによって、得られる結果が完全に異なるようになることである。正則化は、あくまで解の変動が大きくなるのを防ぐ役割を持ち、その結果が正しいかどうかは解析する使用者が判断するものである。よって、このようなハイパーパラメータを決める際には、様々な要因を考慮した上で慎重に決めないといけない。

付録B キャリブレーション

16 電極ビームモニターは本文中の式 5.8 より解析が行われる。よって、これらのベクトル及び行列に対するキャリブレーションを行う必要があり、キャリブレーション項目とその方法を以下にまとめた。

B.1 Wire Calibration

式 5.8 の 16×16 の行列の各要素は、電極の位置により決まる。電極が理想的に配置されている場合は、式の中の θ_i は 22.5° 間隔を角度を持つが、実際の電極の場合は設計上の誤差等が存在するため、キャリブレーションを行うことで行列の要素を予め求めないといけない。この行列の要素を求めるために、ビームとみなすワイヤーが用いられるため、Wire Calibration と呼ばれる。

B.1.1 キャリブレーション原理

キャリブレーションは電流が流れているワイヤーの位置 (x, y) を変えながら、モニターの各電極に誘起される電圧 V_i ($i = 0, 1, 2, \dots, 15$) を測定し、電圧とワイヤーの位置に対する多重極モーメントを以下の式にフィットすることで行われる。

$$\begin{pmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_{15} \end{pmatrix} = QA \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \\ x^2 - y^2 \\ \vdots \\ \operatorname{Re}(x + yi)^8 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

ここで、キャリブレーション対象となる行列を A とした。この場合、 Q は電流の大きさを表す定数である。16 電極ビームモニターの場合、高次のモーメントによるノイズの影響を考慮し、行列 A は 16×16 にしたのである。ワイヤーを図 B.1 のように 97 点に置き測定が行われる。15 番地の 16 電極ビームモニターは 2016 年及び 2017 年に行われ^{[54][55]}、13 番地の 16 電極ビームモニターは 2019 年に行われた^[52]。2021 年現時点では新たなキャリブレーションは行っておらず、過去のキャリブレーションデータをそのまま受け継いで使っている。

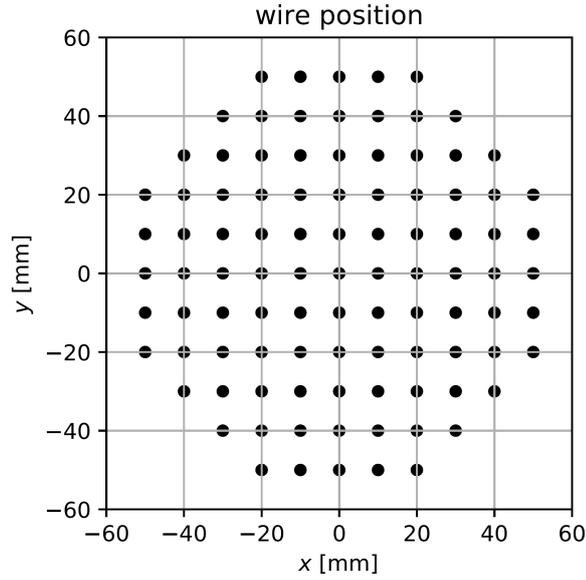


図 B.1 : ワイヤーの設定位置

B.2 Beam Based Gain Calibration

Beam Based Gain Calibration (BBGC) は、ビームの用いたゲインを構成するキャリブレーション方法であり、式 5.8 の左辺のベクトルを補正するために行われる。ゲインエラーは 16 電極ビームモニターに用いられているケーブルやコネクタのインピーダンス、ADC 基板のチャンネル毎のゲインが異なることにより生じる。16 電極ビームモニターのエミッタンスの目標測定精度は 0.1 mm π mrad (加速前のビームのエミッタンス 5 mm π mrad の約 2%) であり、この精度に達成するためには、ゲインエラーを 0.3% 以下に補正する必要がある。

B.2.1 キャリブレーション原理

BBGC は各電極から得られる電圧 V_i ($i = 0, 1, 2, \dots, 15$) にゲイン g_i ($i = 0, 1, 2, \dots, 15$) を測定する。この場合、

$$\begin{pmatrix} g_0 V_0 \\ g_1 V_1 \\ g_2 V_2 \\ g_3 V_3 \\ \vdots \\ g_{15} V_{15} \end{pmatrix} = QA \begin{pmatrix} 1 \\ \langle x \rangle \\ \langle y \rangle \\ \langle x^2 - y^2 \rangle \\ \vdots \\ \langle \text{Re}(x + yi)^8 \rangle \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

の関係が成り立つ。BBGC はステアリング磁石のキックによりビームの位置を局所的にずらしたときにモニターに測定される信号を比較することで行われる。比較は、同じモニターの電極同士で行われ、16 電極ビームモニターの場合、電極を 8 電極ずつ 2 組に分割し、それぞれの組が測定したビームが同じに

なるように調整することで、ゲインエラーを補正する。このとき、ビームはガウシアン分布をしていると仮定する。BBGCは、2019年に行われた^[52]。

B.3 Beam Based Alignment

最後の Beam Based Alignment (BBA)^[65]は式 5.8 の右辺の多重極モーメントベクトルの変数である (x, y) を補正するために行われる。モニターを設置するときには、モニターの中心位置とビームパイプの中心位置が完璧に一致させるのが理想的ではあるが、実際はある程度誤差を持つ。実際、モニターの設置後、レーザートラッカーによる測定で約 1mm のずれがあることが確認されている。

B.3.1 キャリブレーション原理

四極電磁石の磁場では電磁石の中心から離れるほど磁場の影響が強まる。また、四極電磁石の場合、補正電流 I を流すことができ、この補正電流を流すことで磁場変化させることができる。この時、磁場の変化によりビームの軌道も変化するが、ビーム軌道の変化量は補正電流による磁場の変化量に比例する。さらに、その比例係数 $\partial x / \partial I$ は軌道の中心からの距離に比例する。よって、BBGCと同様にステアリング磁石を用いてビームの軌道を変化させながら、比例係数 $\partial x / \partial I$ を測定することで、 $\partial x / \partial I = 0$ となる四極電磁石の中心の位置を求めることができる。こと時のモニターからの出力と比較し、モニターのアライメントエラーを補正する。

付録C 測定項目で分類するビームモニター

ビームモニターの測定項目は、ビームが荷電粒子の塊（バンチ）となっていることから、下記のように考えられる。

表 C.1 : ビームモニターの測定項目

項目	文字表現
重心位置	$\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle$
空間的広がり	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$
重心運動量	p_x, p_y, p_z
運動量広がり	$\sigma_{p_x}, \sigma_{p_y}, \sigma_{p_z}$
位相空間占有面積	$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$
粒子数	N

ここで、ビームの進行方向（縦方向）を z 、進行方向に対する垂直な方向（横方向）を x と y に表した。位相空間の占有面積はビームのエミッタンスのことである。また、ビームの縦方向の空間的広がりをバンチ長、横方向の空間的広がりをビームサイズと呼ぶ。ビームを測定する方法は、加速器の設計やビームの種類等によって様々な種類が存在するため、世の中の全てのビームモニターを述べるのが難しい。したがって、ここでは普遍的なビームモニターとして、ビームの粒子数 N や縦方向の運動 ($z, \sigma_z, \varepsilon_z$) を観測するビーム電流モニター、ビームの横方向の位置 ($\langle x \rangle, \langle y \rangle$) を観測するビーム位置モニター、ビームの横方向のエミッタンス $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 、サイズ σ_x, σ_y を観測するビームプロファイルモニター、最後に加速器の安定的な運転をする上で欠かせないビームロスモニターの順に説明する。また、ここでは各モニターの詳しい測定原理については省略し、簡単な概念のみ述べる。それぞれのビームモニターの詳しい原理は参考文献 [63] と [66] に紹介されている。

C.1 ビーム強度モニター

ビーム強度を測定するには、図 C.1 の電流トランスフォーマー（Current Transformer, CT）が良く用いられる。CT はフェライトやアモルファス合金等の強磁性体のトロイダルコアの中心にビームを通し、ビームを 1 次コイル、コアに巻いたコイルを 2 次コイルと見なしたトランスである。2 次コイルに誘起される電圧はビームの電流と比例するため、ビーム強度を測定することができる。また、ビーム強度モニターには CT 以外に壁電流モニターがある。

CT は回路の構成によって様々な種類があり、J-PARC MR には FCT（Fast Current Transformer）と DCCT（Direct-Current Current Transformer）が設置されている。FCT は CT の中でも応答が速い特

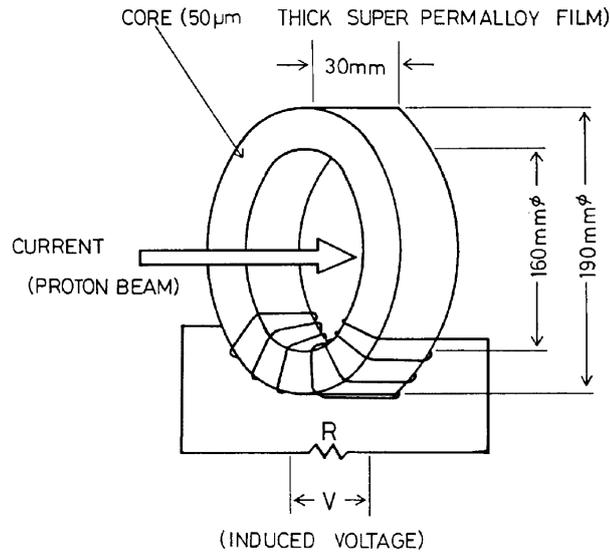


図 C.1 : CT の原理

徴を持ち¹、DCCTはCERNのK.Unserによって考案されたモニターで、ビームの直流成分を検出する磁気変調型CTである。

C.2 ビーム位置モニター

ビーム位置モニター (Beam Position Monitor, BPM) は、一般的に加速器に設置されたモニターの中で最も数が多い。また、ビーム制御に重要な役割を果たすため、高性能かつ高信頼性、低コストが要求される。BPMは大きく二つに分類され、一つは静電誘導型ビーム位置モニター、もう一つは電磁誘導型ビーム位置モニターである。

静電誘導型ビーム位置モニターの中で代表的なのは、電極の形から、ボタン型電極 BPM、ストリップライン型電極 BPM、対角線カット型電極 BPMがある。それぞれのモニターの概略図は下記の通りである。

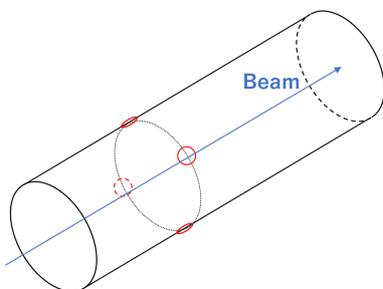


図 C.2 : ボタン型電極 BPM

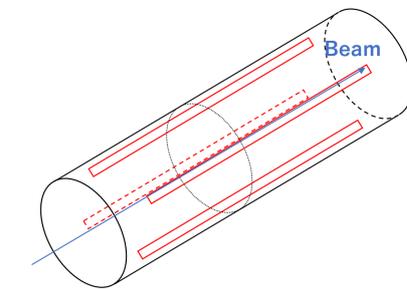


図 C.3 : ストリップライン型電極 BPM

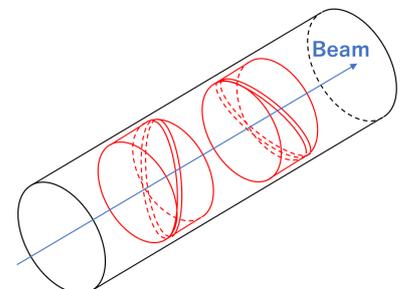


図 C.4 : 対角線カット型電極 BPM

¹反対に、SCT (Slow Current Transformer) もある。SCTはLINACとRCSに設置されている。

C.3 ビームプロファイルモニター

ビームプロファイルには、3次元の分布を持つビームを考え、縦方向プロファイル (longitudinal profile)、横方向の垂直プロファイル (vertical profile) と水平プロファイル (horizontal profile) がある。また、横方向のプロファイルを見るときは、3次元のビーム分布を2次元の平面に射影した分布を測定する方法 (図 C.5) と、3次元のビームを一定間隔でスライスして、それぞれのスライスの断面を測定する方法 (図 C.6) がある。

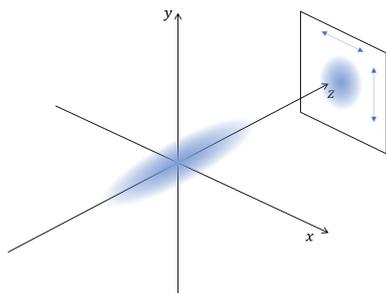


図 C.5 : 3次元のビーム分布を2次元平面に射影したプロファイル

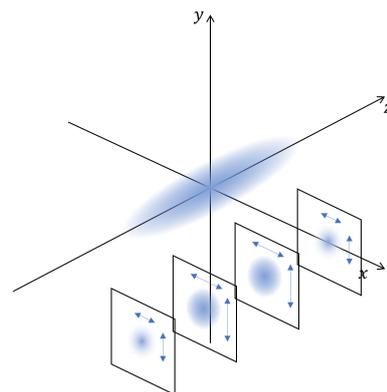


図 C.6 : 3次元のビーム分布の断面毎のプロファイル

ビームのプロファイルを測定する方法として、金属製もしくはカーボン製のプローブをビームパイプに挿入する方法やビームパイプ内の残留ガスを利用する方法が存在する。

C.4 ビームロスモニター

加速器を安定的に運転するためには、ビームに異常があるか常時監視しなければならない。ビームはビームの不安定性や機器の故障等により重心位置やサイズが振動することがあるが、この振動が加速器の設計時に想定したビームの運動と異なる場合、ビームに異常があると判断する。また、ビームの異常はビームロスを増大させることになり、ビームロスが加速器の許容範囲を超えると加速機器の大きな損傷を起こす²。したがって、加速器ではビームロスを常に監視しないといけないため、加速器全域に多くのビームロスモニター (Beam Loss Monitor, BLM) が設置してある。ビームロスはビームが加速器の構造体に当たると発生する放射線を検出することで測定することができる。

現在 J-PARC には Ar と CO₂ ガスが利用するガス封入同軸タイプ比例計数管 (Proportional-type gas chamber Beam Loss Monitor, P-BLM) が 238 台、空気を用いた同軸ケーブルタイプのイオンチェンバー (Air-filled ionization chamber, AIC) が 36 台、プラスチックシンチレータを利用したビームロスモニターが 2 台設置されていて、安定的な加速器の運用のため常時監視を行っている。

²加速器では、MPS (Machine Protection System) という警報を発砲し、ビームの運転を一次停止することで機器の損傷が大きくなることを防止している。

付録D Goertzel アルゴリズム

時間変化のデータから周波数成分と位相成分を取り出す方法の中で広く使われている離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform、DFT) 高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform、FFT) と同じく、Goertzel アルゴリズムもデータから周波数成分及び位相成分を取り出すアルゴリズムである。Goertzel アルゴリズムは、基本的に入力データから単一の周波数成分を取り出すたえ、既存のフーリエ変換アルゴリズムより処理量が少ない利点があり、処理時間の短縮が要する状況や機器の性能が限られる状況等に用いられてきた。Goertzel アルゴリズムの周波数応答は以下の計算から求めることができる。入力データを配列を $x[n]$ 、出力データの配列を $y[n]$ とすると、それぞれの配列に対し、 z 変換を行うと、

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]z^{-n} Y(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[n]z^{-n}$$

が得られる。Goertzel アルゴリズムの変換 L により $x[n]$ が $y[n]$ へと変換される場合、変換 L の伝達関数 $H(z; L)$ は $X(z)$ と $Y(z)$ を用いて

$$H(z; L) = \left| \frac{Y(z)}{X(z)} \right| \quad (\text{D.1})$$

と表される。まず、 $x[n]$ は、

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} s[n]z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} + 2 \cos \omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} s[n-1]z^{-n} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} s[n-2]z^{-n} \quad (\text{D.2})$$

となり、 $s[n]$ の z 変換を $S(z)$ とすると、式 D.2 は、

$$S(z) = X(z) + 2 \cos \omega_0 \frac{S(z)}{z} - \frac{S(z)}{z^2} \quad (\text{D.3})$$

と変換することができ、ここから、

$$\frac{S(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - 2z^{-1} \cos \omega_0 + z^{-2}} \quad (\text{D.4})$$

が得られる。次に、 $y[n]$ は、

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n]z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s[n]z^{-n} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} s[n-1]z^{-n} \quad (\text{D.5})$$

となり、ここから、

$$Y(z) = S(z) - e^{j\omega_0} \frac{S(z)}{z} \quad (\text{D.6})$$

$$\frac{Y(z)}{S(z)} = 1 - e^{-j\omega_0} z^{-1} \quad (\text{D.7})$$

が得られる。したがって、Goertzel アルゴリズムの伝達関数 $H(z; L)$ は、

$$H(z) = \left| \frac{Y(z)}{X(z)} \right| = \left| \frac{Y(z) S(z)}{S(z) X(z)} \right| = \frac{1}{|1 - e^{j\omega_0} z^{-1}|} \quad (\text{D.8})$$

となる。よって、Goertzel アルゴリズムの周波数応答は、

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{|1 - e^{-j(\omega - \omega_0)}|} \quad (\text{D.9})$$

と表される。

付録E 遺伝的アルゴリズムの理論的根拠

E.1 スキーマ

データを N 個のバイナリ型の染色体を持つ個体にエンコーディングする標準的な遺伝的アルゴリズムを使う状況を想定する。ここで生成される個体は 2^N 個の部分要素の集合体として考えることができ、この部分要素のことをスキーマ (Schema) と呼ぶ。このスキーマの概念が遺伝的アルゴリズムの動作原理を説明する上で重要である。

バイナリ型の染色体の場合、スキーマを表現するとき、 $\{0, 1, *\}$ の3つの記号を用いる。ここで、「0」と「1」はバイナリを表し、「*」はワイルドカード記号 (wild card symbol) といい、0か1いずれにも一致することを意味する。これらの記号を使って、長さ4の個体に含まれるスキーマをいくつか考えると、その一部の例を表 E.1 のように整理できる。

表 E.1 : 4つのバイナリスキーマにあり得る形

スキーマ	次数 $o(H)$	長さ l	可能な染色体の組み合わせ
1100	4	3	1100
1*00	3	3	1100、1000
010*	3	2	0101、0100
1*0*	2	2	1101、1100、1001、1000
11**	2	1	1111、1110、1101、1100
*0**	1	0	1011、1010、1001、1000、0011、0010、...
****	0	0	0000、0001、0010、0011、0100、0101、...

ここで、次数 $o(H)$ はワイルドカード記号でない記号の数であり、スキーマの長さ l は一番左にあるバイナリと一番右にあるバイナリ間の距離である。スキーマの概念を用い、最適解が探索される仕組みを上記の4つの染色体の例から以下のように説明する。最適解の条件は染色体の総和が4になる場合であり、よって、得るべき解は1111である。

- 最初に、10個の候補が生成される。この場合、10個の個体のスキーマは、すべて****で表現される。
- 次に、それぞれの個体が評価され、次の世代に子世代が渡される。渡された子世代に含まれた品質の良いスキーマは、1**、*1*1、**1*であるとする。
- 次の世代には、これらの良いスキーマが渡される可能性が高い。また、それぞれの良いスキーマは交叉によって、自分の良い部分だけを次の世代に渡す。

4. それで、次の世代には $11*1$ と $1*1*$ が渡されたとする。ここまで来たら、次の世代には、最適解が現れることになる。
5. したがって、最後の世代で、最も品質の良いスキーマである 1111 が残り、アルゴリズムが終了する。

E.2 スキーマ定理

Holland は遺伝的アルゴリズムの一点交叉を使って最適解を求める状況を仮定し、世代交代において任意のスキーマの生存にはスキーマの長さや品質に大きく影響されることを議論した。これが Holland のスキーマ定理 (Schema theorem) である。スキーマ定理では、遺伝的アルゴリズムが広大な解空間の解の染色体を同時に探索する原理について説明する。

交叉と突然変異が含まれるアルゴリズムで次の世代の染色体に含まれるスキーマの数は次の式 E.1 によって決まる。

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) \cdot \frac{f(H, t)}{\zeta(t)} \left[1 - P_c \frac{\delta(H)}{l-1} - o(H)P_m \right] \quad (\text{E.1})$$

ここで、 $m(H, t)$ は世代 t でスキーマ H を含む染色体の数、 $f(H, t)$ は世代 t でスキーマ H を含む染色体集合の平均適合度、 $\zeta(t)$ は世代 t で解集合内の染色体集合の平均適合度、 P_c は交叉の確率、 P_m は突然変異の確率、 $\delta(H)$ はスキーマ H の長さ、 $o(H)$ はスキーマ H の次数、 l はスキーマ H の長さを表す。

すなわち、各染色体の適合度を評価し、この適合度から与えられた確率によって選択・交叉・突然変異が行われる内部では、染色体に含まれる複数のスキーマの適合度を暗黙的に同時に評価され、各評価によって決まる品質に沿ってスキーマに変形が起こると見なせる。このような現象を暗黙的な並列処理 (implicit parallelism) といい、遺伝的アルゴリズムが広大な解空間の探索が可能な理論的根拠の一つである。

付録F 高次のモーメントの表現

ビームの高次のモーメントはすべてビームの重心位置 $\langle x \rangle$ 、 $\langle y \rangle$ 及びサイズ σ_x 、 σ_y で表すことができる。簡単なため、ここではガウシアン分布に従うビームを仮定する。このとき、ビームの高次のモーメントは以下のように表される。 R はビームモニターの半径である。

1次モーメント、Dipole Moment

ノーマル成分

$$\frac{2\langle x \rangle}{R} \quad (\text{F.1})$$

スキュー成分

$$\frac{2\langle y \rangle}{R} \quad (\text{F.2})$$

2次モーメント、Quadrupole Moment

ノーマル成分

$$\frac{2(-\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \langle x \rangle^2 + \langle y \rangle^2)}{R^2} \quad (\text{F.3})$$

スキュー成分

$$\frac{4\langle x \rangle \langle y \rangle}{R^2} \quad (\text{F.4})$$

3次モーメント、Sextupole Moment

ノーマル成分

$$\frac{2(3(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)\langle x \rangle + \langle x \rangle^3 - 3\langle x \rangle \langle y \rangle^2)}{R^3} \quad (\text{F.5})$$

スキュー成分

$$\frac{2(-3(\sigma_x^2 - \sigma_y^2 + \langle x \rangle)\langle y \rangle + \langle y \rangle^3)}{R^3} \quad (\text{F.6})$$

4次モーメント、Octupole Moment

ノーマル成分

$$\frac{2(3\sigma_x^4 + 3\sigma_y^4 + \langle x \rangle^4 - 6\langle x \rangle^2 \langle y \rangle^2 + \langle y \rangle^4 + 6\sigma_y^2(-\langle x \rangle^2 + \langle y \rangle^2) - 6\sigma_x^2(\sigma_y^2 - \langle x \rangle^2 + \langle y \rangle^2))}{R^4} \quad (\text{F.7})$$

スキュー成分

$$\frac{8(\langle x \rangle (3\sigma_x^2 - 3\sigma_y^2 + \langle x \rangle^2) \langle y \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle^3)}{R^4} \quad (\text{F.8})$$

5次モーメント、5-th Moment

ノーマル成分

$$\frac{2(15(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 \langle x \rangle^2 + 10(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) \langle x \rangle^3 + \langle x \rangle^5 - 10\langle x \rangle (3\sigma_x^2 - 3\sigma_y^2 + \langle x \rangle^2) \langle y \rangle^2 + 5\langle x \rangle \langle y \rangle^4)}{R^5} \quad (\text{F.9})$$

スキュー成分

$$\frac{2(5(3(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 6(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) \langle x \rangle^2 + \langle x \rangle^4) \langle y \rangle - 10(\sigma_x^2 - \sigma_y^2 + \langle x \rangle^2) \langle y \rangle^3 + \langle y \rangle^5)}{R^5} \quad (\text{F.10})$$

さらに高次のモーメントは割愛する。非ガウシアン分布を従うビームの場合も、追加の変数が必要ではあるが、基本的には高次のモーメントにビームの重心位置とサイズの情報が含まれる。したがって、高次のモーメントの最適化もビームの分布（特に、ビームサイズ）を再構成するのに重要な項であり、全体の最適化が行われるようなアルゴリズムにする必要がある。

参考文献

- [1] W. Pauli. Pauli letter collection: letter to Lise Meitner. Typed copy, 1930.
- [2] F. Reines, C. L. Cowan, F. B. Harrison, A. D. McGuire, and H. W. Kruse. Detection of the free antineutrino. *Phys. Rev.*, Vol. 117, pp. 159–173, Jan 1960.
- [3] G. Danby, J. M. Gaillard, Konstantin A. Goulianos, L. M. Lederman, Nari B. Mistry, M. Schwartz, and J. Steinberger. Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 9, pp. 36–44, 1962.
- [4] K. Kodama, et al. Observation of tau neutrino interactions. *Phys. Lett. B*, Vol. 504, pp. 218–224, 2001.
- [5] L3 OPAL ALEPH, DELPHI, SLD Collaborations, LEP Electroweak Working Group, SLD Electroweak Group, and SLD Heavy Flavour Group. Precision electroweak measurements on the z resonance. *Physics Reports*, Vol. 427, No. 5-6, p. 257–454, 2006.
- [6] Fukuda, Y. and others. Measurement of the flux and zenith angle distribution of upward through going muons by Super-Kamiokande. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, pp. 2644–2648, 1999.
- [7] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the Unified Model of Elementary Particles. *Progress of Theoretical Physics*, Vol. 28, No. 5, pp. 870–880, 11 1962.
- [8] Ivan Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, Michele Maltoni, Thomas Schwetz, and Albert Zhou. The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations. *JHEP*, Vol. 09, p. 178, 2020.
- [9] K. Abe, Y. Hayato, T. Iida, M. Ikeda, C. Ishihara, K. Iyogi, J. Kameda, K. Kobayashi, Y. Koshio, Y. Kozuma, and et al. Solar neutrino results in super-kamiokande-iii. *Physical Review D*, Vol. 83, No. 5, 2011.
- [10] B. Aharmim, S.N. Ahmed, J.F. Amsbaugh, J.M. Anaya, A.E. Anthony, J. Banar, N. Barros, E.W. Beier, A. Bellerive, B. Beltran, and et al. Measurement of theveand total8b solar neutrino fluxes with the sudbury neutrino observatory phase-iii data set. *Physical Review C*, Vol. 87, No. 1, 2013.

- [11] S. Abe, T. Ebihara, S. Enomoto, K. Furuno, Y. Gando, K. Ichimura, H. Ikeda, K. Inoue, Y. Kibe, Y. Kishimoto, and et al. Precision measurement of neutrino oscillation parameters with kamland. *Physical Review Letters*, Vol. 100, No. 22, 2008.
- [12] M. G. et al. Aartsen. Measurement of atmospheric neutrino oscillations at 6-56 gev with icecube deepcore. *Physical Review Letters*, Vol. 120, No. 7, Feb 2018.
- [13] M. H. Ahn, E. Aliu, S. Andringa, S. Aoki, Y. Aoyama, J. Argyriades, K. Asakura, R. Ashie, F. Berghaus, H. G. Berns, and et al. Measurement of neutrino oscillation by the k2k experiment. *Physical Review D*, Vol. 74, No. 7, 2006.
- [14] K. Abe et al. Precise measurement of the neutrino mixing parameter θ_{23} from muon neutrino disappearance in an off-axis beam. 2014.
- [15] M.A. Acero, P. Adamson, L. Aliaga, T. Alion, V. Allakhverdian, S. Altakarli, N. Anfimov, A. Antoshkin, A. Aurisano, A. Back, and et al. First measurement of neutrino oscillation parameters using neutrinos and antineutrinos by nova. *Physical Review Letters*, Vol. 123, No. 15, Oct 2019.
- [16] P. Adamson, C. Andreopoulos, R. Armstrong, D. J. Auty, D. S. Ayres, C. Backhouse, G. Barr, M. Bishai, A. Blake, G. J. Bock, and et al. Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by minos. *Physical Review Letters*, Vol. 106, No. 18, 2011.
- [17] F. P. An, J. Z. Bai, A. B. Balantekin, H. R. Band, D. Beavis, W. Beriguete, M. Bishai, S. Blyth, K. Boddy, R. L. Brown, and et al. Observation of electron-antineutrino disappearance at daya bay. *Physical Review Letters*, Vol. 108, No. 17, 2012.
- [18] C. D. Shin et al. (The RENO collaboration). Observation of reactor antineutrino disappearance using delayed neutron capture on hydrogen at reno. *Journal of High Energy Physics*, Vol. 2020, No. 4, p. 29, 2020.
- [19] Y. Abe, J. C. dos Anjos, J. C. Barriere, E. Baussan, I. Bekman, M. Bergevin, T. J. C. Bezerra, L. Bezrukov, E. Blucher, and et al. Improved measurements of the neutrino mixing angle θ_{13} with the double chooz detector. *Journal of High Energy Physics*, Vol. 2014, No. 10, Oct 2014.
- [20] K. Abe et al. Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations. *Nature*, Vol. 580, No. 7803, pp. 339–344, Apr 2020.
- [21] X. Qian and P. Vogel. Neutrino mass hierarchy. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, Vol. 83, p. 1–30, Jul 2015.
- [22] A. D. Sakharov. Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe. *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, Vol. 5, pp. 32–35, 1967.

- [23] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, and R. Turlay. Evidence for the 2π decay of the k_2^0 meson. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 13, pp. 138–140, Jul 1964.
- [24] A. J. Bevan, B. Golob, Th. Mannel, S. Prell, B. D. Yabsley, H. Aihara, F. Anulli, N. Arnaud, T. Aushev, M. Beneke, and et al. The physics of the b factories. *The European Physical Journal C*, Vol. 74, No. 11, Nov 2014.
- [25] The T2K Homepage. About t2k. <https://t2k-experiment.org/ja/about-t2k/>.
- [26] Claudio Giganti. Latest results from t2k and t2k phase ii, 2018.
- [27] A. K. Ichikawa. Design concept of the magnetic horn system for the T2K neutrino beam. *Nucl. Instrum. Meth. A*, Vol. 690, pp. 27–33, 2012.
- [28] 施設紹介：世界最高強度のニュートリノビームを生成する J-PARC ニュートリノ実験施設. <https://j-parc.jp/neutrino/ja/nu-facility.html>.
- [29] K. Matsuoka, A.K. Ichikawa, H. Kubo, K. Maeda, T. Maruyama, C. Matsumura, A. Murakami, T. Nakaya, K. Nishikawa, T. Ozaki, and et al. Design and performance of the muon monitor for the t2k neutrino oscillation experiment. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 624, No. 3, p. 591–600, Dec 2010.
- [30] K. Abe, N. Abgrall, Y. Ajima, H. Aihara, J.B. Albert, C. Andreopoulos, B. Andrieu, M.D. Anerella, S. Aoki, O. Araoka, and et al. Measurements of the t2k neutrino beam properties using the ingrid on-axis near detector. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 694, p. 211–223, Dec 2012.
- [31] S. Assylbekov, G. Barr, B.E. Berger, H. Berns, D. Beznosko, A. Bodek, R. Bradford, N. Buchanan, H. Budd, Y. Caffari, and et al. The t2k nd280 off-axis pi-zero detector. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 686, p. 48–63, Sep 2012.
- [32] P.-A. Amaudruz, M. Barbi, D. Bishop, N. Braam, D.G. Brook-Roberge, S. Giffin, S. Gomi, P. Gumplinger, K. Hamano, N.C. Hastings, and et al. The t2k fine-grained detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 696, p. 1–31, Dec 2012.
- [33] N. Abgrall et al. Time projection chambers for the t2k near detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 637, No. 1, pp. 25–46, 2011.

- [34] D Allan, C Andreopoulos, C Angelsen, G J Barker, G Barr, S Bentham, I Bertram, S Boyd, K Briggs, R G Calland, and et al. The electromagnetic calorimeter for the t2k near detector nd280. *Journal of Instrumentation*, Vol. 8, No. 10, p. P10019–P10019, Oct 2013.
- [35] S. et al. Aoki. The t2k side muon range detector (smrd). *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 698, p. 135–146, Jan 2013.
- [36] CERN. Cern ua1. <https://home.cern/science/experiments/ua1>.
- [37] M. Antonova et al. Baby mind: A magnetised spectrometer for the wagasci experiment, 2017.
- [38] Y. Fukuda et al. The super-kamiokande detector. *Nucl. Instrum. Meth. A 501*, Vol. 418, , 2003.
- [39] The Super Kamiokande Homepage. Sk イベントディスプレイ. <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/detector/eventdisplay.html>.
- [40] Lukas Berns. Recent results from t2k, 2021.
- [41] Alex Himmel. New oscillation results from the nova experiment. July 2020.
- [42] Yasuhiro Nakajima. Recent results and future prospects from super-kamiokande. June 2020.
- [43] K. Abe et al. T2k nd280 upgrade - technical design report, 2020.
- [44] The Hyper Kamiokande Homepage. Hk ホームページ. <http://www.hyper-k.org/index.html>.
- [45] J-PARC—大強度陽子加速器施設. <https://j-parc.jp/c/index.html>.
- [46] T. Morishita, H. Ao, H. Asano, T. Ito, A. Ueno, T. Ohkawa, K. Hasegawa, Fujio Naito, Hirohisa Tanaka, and K. Yoshino. Alignment of cavities and magnets at j-parc linac. 06 2021.
- [47] 内藤富士雄. J-parc 加速器の概要. *OHO2018*, 2018.
- [48] J-PARC—メインリングシンクロトロン (MR). <https://j-parc.jp/c/facilities/accelerators/mr.html>.
- [49] 原田寛之, 明午伸一郎, 白形政司, 佐藤洋一, 田村文彦, 手島昌己, 橋本義徳, 五十嵐進, 小関忠. J-parc 3-50bt ラインにおける光学系の調整. 第 10 回日本加速器学会年会, 2014.
- [50] Susumu Igarashi et al. Beam profile measurement using flying wire at the j-parc mr. *Proceedings of the 7th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan*, 2010.
- [51] Yoici Sato. Upgrading j-parc accelerator for hyper kamiokande project. *IPAC2021*, No. WEXB02, 2021.

- [52] 田島正規. T2k 実験のための j-parc mr における 16 電極モニターの開発及び非破壊エミッタンス測定. *Kyoto Univ., Master thesis*, 2019.
- [53] 發知英明. 大強度陽子リングのビーム力学: 単粒子力学・空間電荷効果 入門編. *OHO2010*, 2010.
- [54] 中西芳枝. T2k 実験のための j-parc mr における多電極ビームモニターの開発. *Kyoto Univ., Master thesis*, 2016.
- [55] 宇野亘. J-parc mr 加速器における 16 電極モニターの処理回路・データ取得システムの開発. *Kyoto Univ., Master thesis*, 2017.
- [56] KEK. Sad homepage. <https://acc-physics.kek.jp/sad/>.
- [57] LINEAR Technology. Tm9011-14/lm9010-14/lm9009-14 14 ビット 125msps/105msps/80msps 低消費電力オクタル adc.
- [58] bee beans Technologies. Sitcp ソフトウェアプログラマーズガイド, <https://www.bbtech.co.jp/download-files/sitcp/sitcp-softwareguide.1.1.pdf>.
- [59] G. Goertzel. An algorithm for the evaluation of finite trigonometric series. *American Mathematical Monthly*, Vol. 65, p. 34, 1958.
- [60] Selcuk Haciomeroglu and Zhanibek Omarov. Machine learning assisted non-destructive transverse beam profile imaging. 2020.
- [61] John H. Holland. Genetic algorithms and adaptation. pp. 317–333, 1984.
- [62] Eckart Zitzler et al. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Springer, 01 1993.
- [63] 佐藤健一郎. 大強度陽子加速器用ビームモニタ (oho2020 講義) . *OHO2020*, 2020.
- [64] Martin Pelikan. *Probabilistic Model-Building Genetic Algorithms*, pp. 13–30. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [65] 外山毅 et al. J-parc mr における bpm のビームベースドアラインメント. *Particle Accelerator Society of Japan*, No. SAP088, 2014.
- [66] 久保木浩功. 陽子ビームモニター. *OHO2018*, 2018.