修士学位論文

CMB望遠鏡のデータ読み出しシステムの 時刻同期と較正に関する開発研究

池満 拓司

京都大学 理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻 物理学第二教室 高エネルギー物理学研究室



2020年2月14日

概 要

インフレーション仮説は、従来のビッグバン理論では説明困難な課題、例えば地平線問題 や平坦性問題などを解決する宇宙理論である。インフレーションの一般的な予言として原始 重力波の生成があり、これは宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の偏光パターンに空間非対称の 成分を作る。特に、そのスケールは数度角以上であるため、大角度スケールの CMB の偏光観 測はインフレーション理論に強い制限を与える。GroundBIRD は大角度スケールの観測に特 化した望遠鏡で、全天の 40% の領域をスキャンする。2019 年夏にスペイン領テネリフェ島で テスト観測を開始し、2020 年から物理観測を予定している。この望遠鏡は、大角度スケール の観測で課題となる大気変動の影響を抑制するために、20 RPM(1 分間に 20 回転)で高速 回転するスキャン変調を実装した観測を行う。高速回転スキャンを実現するために応答性の 早い超伝導検出器 MKID とそのデータ取得システムを開発してきた。そして、GroundBIRD で MKID の早い応答性を活かすためには、望遠鏡の視線方向のエンコーダーデータと検出器 データの間で時刻を 80 ns 以下の精度で同期することが求められる。本研究では、時刻同期 を GroundBIRD 望遠鏡の回転台の「回転継手」を介した同期信号の分配によって実現した。 そして、その評価実験で同期精度が 60 ns 以下であることを確認した。さらに 2019 年 9 月か ら行われた GroundBIRD の試験観測において、時刻同期システムが正常に動作しているこ とを確認した。時刻同期と合わせて、方位角エンコーダーデータの補間を行うことで方位角 精度を高めることができる。データ解析時に、エンコーダーデータを時間平均による平滑化 を行った上で線形補間する。実データに潜む系統誤差を反映したシミュレーションに基づい て、この手法の最適化を行った。その上で、実データを用いてこの手法を評価し、エンコー ダーが有する角度分解能と比べて標準偏差で1/50の分解能が得られることを確認した。こ れは望遠鏡の較正精度の向上に直結し、潜在的な系統誤差を抑制する。さらに本研究では、 読み出しシステムの環境依存性を評価し、温湿度の変化に応じた読み出し系の較正が必要で あることを明らかにした。また、開発した時刻同期機能を応用することで MKID の較正を高 速化できることも考案した。その結果、従来手法と比較して、較正にかかる時間を一桁短縮 することに成功した。以上のデータ読み出し系の開発研究によって、GroundBIRD 実験の観 測ストラテジーを実現する技術を確立した。

目 次

第1章	序論	1
1.1	物理背景	1
	1.1.1 ΛCDM モデルとインフレーション	1
	1.1.2 インフレーションと CMB の異方性	6
	1.1.3 CMB の偏光	7
1.2	CMB 偏光の観測実験	12
	1.2.1 CMB 観測実験での観測量	12
	1.2.2 CMB 観測の歴史	12
	1.2.3 現状と課題	13
	1.2.4 GroundBIRD 実験	14
第2章	CMB 望遠鏡のデータ取得システム 1	17
2.1	超伝導光検出器 MKID	17
	2.1.1 検出原理	17
	2.1.2 読み出し方法	23
2.2	MKID の読み出し回路	24
	2.2.1 アナログ高周波回路	25
	2.2.2 デジタル回路とその信号処理	27
	2.2.3 測定機能	29
2.3	望遠鏡の情報(仰角・方位角)	30
	2.3.1 角度データの取得 : : : : : : : : : : : : : : : : :	30
笛3音	時刻同期システムの開発と評価	32
31	要求される時刻同期の精度	32
3.2	時刻同期システムの実装	33
3.3	同期性能の評価 2	40
0.0	331 精度の評価 2	40
	3.3.2 観測サイトでの運用	42
第4章	半滑化フィルターを用いた角度データの補間 4	15
4.1	平	45
4.2	呈速鏡用度のシミュレーションによる σ_{encoder} の推定	48
4.3	回転の非等速成分に与える影響の推定ニー・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	54
4.4	SF の幅 L の最適化	55

4.5	点源を用いた較正における角度分解能向上の効果	56
第 5 章 5.1 5.2	読み出しシステムの較正に関する研究開発 同期機能を応用した"周波数スイープ"較正の高速化 5.1.1 開発の目的 5.1.2 実装方法 5.1.3 測定手法の評価 読み出し系に起因するクロストークの較正 5.2.1 IQ imbalance 5.2.2 温湿度依存性の測定	58 58 59 61 66 66 70
第6章	5.2.3 軟正を必要とりる条件に関りる考察	70 80
付録A	平坦性問題	81
付録Β	回転台の加速度データの PSD	83
付録C	チャタリング防止回路	85
付録D	温湿度の測定手法	87
	参考文献	89

図目次

1.1	インフレーションを引き起こすインフラトン場のポテンシャルの例	5
1.2	電子に散乱された光は直線偏光する....................	8
1.3	電子から見て四重極の密度揺らぎが作る直線偏光	8
1.4	<i>E</i> モード偏光と <i>B</i> モード偏光のパターン	9
1.5	天球面上の座標	10
1.6	天球面上の球面調和関数の例	11
1.7	原始重力波と重力レンズ効果によって生じる B モードのパワースペクトル .	11
1.8	観測データからパワースペクトルへの流れ	12
1.9	BICEP/Keck 実験によって r と n _s 平面につけられた制限	13
1.10	BICEP/Keck 実験と WMAP, Planck 実験の各観測帯域での感度と前景放射	
	の強度の関係	14
1.11	GroundBIRD 望遠鏡	15
1.12	GroundBIRD 実験のスキャンストラテジー	15
1.13	GroundBIRD 実験で到達する B モードのパワースペクトル	16
0.1		1 🗖
2.1	MKID の奉平	17
2.2	 二による 準 松丁 生 成 1.1.1 波 日 世 振 回 收 	18
2.3	1/4	18
2.4	MKID の S_{21} が描く共振门	21
2.0	側と凹路の影響を考慮しにマイクロ彼の透過特性 MUUDの国連数コイープのデークトフィットは用	23
2.0	MKIDの周波数ス1ーノの1ーダとノイット指来	24 25
2.1	Rr 回路の城船	20 26
2.8	GroundBIRD C使用している IQ ミギリーとての原理	20
2.9	検出器のケータ読み出しに使用するFPGAホートとAD変換ホート	28
2.10	MKID の1 ータ読み出しのための信号モジュレージョン・1 モジュレージョ	n 0
0.11	ンを11 JFFGA 内のロシックの城哈	28
2.11	(単月万回の月度読み出し	3U 91
2.12	力位用力间の用度読み出し	31
3.1	GroundBIRD 望遠鏡の検出器データと望遠鏡視線方向データの取得系の概要	32
3.2	回転台上下間の同期信号の流れ	34
3.3	データパケットの送信時刻と同期タイミング情報	36
3.4	同期信号の出力・到達時刻の前後のパケットの流れ	36
3.5	データパケットと同期パケットの構成.....................	37

3.6	同期信号の送信・タイミング記録機能を追加した FPGA 内ロジックの概略	38
3.7	同期信号の受信・タイミング記録機能を追加した FPGA 内ロジックの概略 .	39
3.8	同期精度の計測用回路	41
3.9	パルス信号と同期信号	41
3.10	時刻同期の精度の計測結果.........................	42
3.11	観測で得られる検出器の時系列データと方位角の時系列データ	43
3.12	時刻同期によって得られた望遠鏡の方位角に対する検出器の応答.....	43
3.13	時刻同期されたデータを用いて得られた月のマップ	44
4.1	平滑化(SF)と線形補間による角度補間の流れ	45
4.2	望遠鏡の角度とエンコーダーの値の比較	46
4.3	SF 適用後のエンコーダーのデータと角度の差	46
4.4	エンコーダーの値と真の角度の差の PSD	47
4.5	SF 適用後のエンコーダーの値と真の角度の差の PSD	47
4.6	エンコーダーデータの PSD を求める計算の流れ	48
4.7	方位角データの PSD	49
4.8	方位角エンコーダーの読み出し原理.....................	50
4.9	インクリメント型エンコーダーの信号	50
4.10	エンコーダーの検出器位置パラメータを変えたときの PSD の変化	51
4.11	フィット値に基づくシミュレーションの PSD と実データの PSD の比較	52
4.12	回転速度 20 RPM のときの実データとシミュレーションデータの PSD の比較	53
4.13	SF を適用させる前(青)と後(オレンジ)の角度分解能を評価・比較した結果	53
4.14	回転台に設置した加速度計で取得された加速度データの PSD	54
4.15	望遠鏡の等速回転からのズレに SF が及ぼす影響の大きさ.......	55
4.16	SF の幅を変えたときの角度分解能の変化.............	56
4.17	SF 補間が望遠鏡のビーム較正に与える影響のシミュレーション	57
۳.1	日田操作の内田	F 0
5.1	回期機能の応用	58
5.2	ンクノル・シェネレーダーと KUU105 ホートを回知させることで周波数スイー プ測定を行う	50
52	ア例定で11 ク	59 60
5.4	$r_{SL-0010}$	61
5.5	シグナル・ジェネレーターと FDCA の同期	61
5.6	SC マイープで取得されるデータ	61
5.7	SC スイープの出力信号の周波数測定のセットアップ	62
5.8	スペクトラム・アナライザの画面	62 63
5.0	SC スイープの出力信号の周波数の測定結果	64
5.10	MKID の土振周波数付近の T_{a} のフィッティング	65
5.10	$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}$	66
5.12	MUO-0218LのIO imbalanceの周波数依存性	67
5.12	IO imbalance 補正前後の IO ミキサーの RF 出力信号のスペクトル	60
0.10	и протопостина (материа (материа) и и стали и стал	00

5.14	補正後のサイドバンドのパワーの推移	70
5.15	IQ imbalance を測定するセットアップ	71
5.16	IQ imbalance の温湿度依存性の測定セットアップの概要	71
5.17	IQ imbalance の温湿度依存性の測定系の様子	72
5.18	温度・湿度を一定にしたときの IQ imbalance の測定結果	73
5.19	IQ imbalance の温度依存性の測定結果	75
5.20	IQ imbalance の湿度依存性の測定結果	75
5.21	IQ imbalance とサイドバンドのパワーの関係	77
5.22	テイデ観測所での温度と湿度..............................	78
5.23	アタカマ高地の温度と湿度..............................	79
B.1	回転台の加速度データの PSD(低周波領域)	83
B.2	SF の周波数応答	84
C.1	チャタリング防止回路の仕組み	86
D.1	温湿度データ取得に使用したセンサーモジュールとラズベリーパイのピン配置	87

表目次

2.1	IQ ミキサーの構成要素	25
2.2	RF 回路のパーツ	27
3.1	同期信号の仕様	35
4.1	方位角データの PSD(図 4.7)に現れるピークの周波数	49
4.2	エンコーダーの位置パラメータのシミュレーション結果.........	52
5.1	SG スイープの出力周波数の測定での設定パラメータ	33
5.2	SG スイープの出力周波数の測定値のフィッティング結果 (34
5.3	測定時間を比較するときのセットアップ	34
5.4	測定時間の比較	34
5.5	共振周波数付近の T ₂₁ のフィッティング結果の比較	36
5.6	温度・湿度一定環境での IQ imbalance の平均値と標準偏差	74
5.7	IQ imbalance の温度変化の係数	76
5.8	IQ imbalance の湿度変化の係数	76
5.9	湿度 (%) と水蒸気量 (g/m^3) の換算	76
D.1	温湿度センサーモジュールの性能 8	37

第1章 序論

1.1 物理背景

我々の観測する宇宙マイクロ波背景放射(Cosmic Microwave Background; CMB)の温度 は、どの方向を見ても、平均値から 10⁻⁵ 程度のずれしか持たない。一方、ビッグバンモデ ル(現在の宇宙標準モデル)によると、初期宇宙から CMB の最終散乱面までに相関を持つ 領域は、現在の視野角でわずか 2°程度である。相関を持たないはずの領域の温度が一致し ていることは極めて不自然である。これを地平線問題と呼ぶ。この他、従来のビッグバンモ デルでは解決不可能な課題を自然に解決する方法としてインフレーション理論が提唱されて いる。

1.1.1 ACDM モデルとインフレーション

ビッグバンモデル [1] は、高温高密度の初期状態から宇宙が膨張して、軽元素が合成された ことを予言した。CMB の輝度スペクトルが黒体放射のスペクトルと一致するという観測事 実 [2] はビッグバンモデルの証拠である。高温高密度の初期状態からの宇宙の成長は、ACDM モデルという標準模型で記述される。A はダークエネルギーに相当するアインシュタインの 宇宙項、CDM は"Cold Dark Matter"を表す。ACDM モデルから放射優勢期と物質優勢 期の宇宙膨張の様子を確認したあとに、インフレーションを引き起こすインフラトン場を導 入する。

膨張する平坦な一様等方宇宙の線素 *ds* は、Friedmann-Robertson-Walker (FRW) 計量を 用いて、

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \tag{1.1}$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & a^2(t) & 0 & 0\\ 0 & 0 & a^2(t) & 0\\ 0 & 0 & 0 & a^2(t) \end{pmatrix}$$
(1.2)

と書ける。同じギリシャ文字が2回入っている項はその文字について0~4で和をとる Einstein の縮約記法を用いた。 $x^{\mu} = (t, \mathbf{x})$ は宇宙膨張によらない座標系で、共同座標と呼ぶ。a(t)は 等方的な宇宙膨張を表すスケール因子で、現在時刻 t_0 で $a(t_0) = 1$ とする¹。共同座標系での 距離 l_c と物理的な距離 l_p はスケール因子を用いて $l_p = a(t)l_c$ と書ける。

¹以下、添字の"0"は現在の値を意味する。

宇宙の時間発展を記述するために、計量と物質の関係を表す Einstein 方程式を用いる。

$$G^{\mu}{}_{\nu} = 8\pi G T^{\mu}{}_{\nu} \tag{1.3}$$

 G^{μ}_{ν} は計量によって決まるアインシュタインテンソル、 T^{μ}_{ν} は物質場のエネルギー・運動量 テンソルである。Gはニュートンの重力定数である。

エネルギー密度ρ、運動量 p を持つ完全流体の発展は、エネルギー・運動量テンソル

$$T^{\mu}_{\ \nu} = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0\\ 0 & p & 0 & 0\\ 0 & 0 & p & 0\\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}$$
(1.4)

と FRW 計量を式 (1.3) に代入することで得られる。時間成分と空間成分から、Friedmann 方程式

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho\tag{1.5}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \tag{1.6}$$

が導かれる。数式中のドットは時間微分 $\left(\frac{\partial}{\partial x^0}\right)$ を表す。この式と状態方程式

$$\rho = wp \tag{1.7}$$

から宇宙の時間発展が導かれる。また、一様等方な宇宙では完全流体の*T⁴_ν*の共変微分はゼロになる。これを計算すると、

$$a^{-3}\frac{\partial(\rho a^3)}{\partial t} + 3\frac{\dot{a}}{a}p = 0 \tag{1.8}$$

となり、エネルギー・運動量保存則が導かれる。

減速膨張する宇宙では、ある時刻に因果律を持ちうる距離をハッブル長で近似することができる。ハッブル長とは、宇宙の膨張率を表すハッブルパラメータ $H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$ の逆数で書ける。つまり、ハッブル長*L*は

$$L \equiv \frac{1}{H} \tag{1.9}$$

である。物理現象と宇宙膨張のスケールを比較するためにはハッブル長とスケール因子を比 較すれば良い。以下では

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{L}{a}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\dot{a}}\right) \tag{1.10}$$

を計算する。

まず、放射優勢期では、相対論的な粒子のエネルギー密度は $\rho = \frac{1}{3}p$ なので、エネルギー・ 運動量保存の式 (1.8) より、

$$\frac{\partial \rho_{\rm r}}{\partial t} + 4\frac{\dot{a}}{a}\rho_{\rm r} = \frac{1}{a^4}\frac{\partial(\rho_{\rm r}a^4)}{\partial t} = 0 \tag{1.11}$$

第1章 序論

なので、

$$\rho_{\rm r} \propto \frac{1}{a^4} \tag{1.12}$$

となる。これを式 (1.5) に代入して計算すると、

$$a(t) \propto t^{\frac{1}{2}},\tag{1.13}$$

$$\dot{a}(t) \propto t^{-\frac{1}{2}} \tag{1.14}$$

となる。a > 0より \dot{a} の係数も正であることに注意して、

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\dot{a}}\right) \propto t^{-\frac{1}{2}} > 0 \tag{1.15}$$

となる。

次に、物質優勢期では、非相対論的粒子の圧力 p はゼロとみなせるので、式 (1.8) より、

$$\frac{\partial(\rho_{\rm m}a^3)}{\partial t} = 0 \tag{1.16}$$

なので、

$$\rho_{\rm m} \propto \frac{1}{a^3} \tag{1.17}$$

となる。放射の場合と同様に、

 $a(t) \propto t^{\frac{2}{3}},\tag{1.18}$

$$\dot{a}(t) \propto t^{-\frac{1}{3}}$$
 (1.19)

で、a > 0より \dot{a} の係数も正なので、

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\dot{a}}\right) \propto t^{-\frac{2}{3}} > 0 \tag{1.20}$$

となる。

したがって、放射優勢期・物質優勢期では、時間が経つにつれてハッブル長は宇宙膨張よ りも速く広がる。つまり、観測者は共同座標でより広い領域を見るようになる。これは、現 在我々が最終散乱面のハッブル長(視野角にして約 2°)よりも大きいスケールまで観測し ているということを意味する。

地平線問題を解決するためには、少なくとも現在我々が観測している領域の宇宙が、過去 に因果律を持っていたというシナリオが必要である。初期の放射優勢期よりも前に宇宙の加 速膨張があれば、自然と共同座標でのハッブル長が小さくなる。この加速膨張のことをイン フレーションと呼ぶ。まず、加速膨張の条件は、

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{L}{a}\right) = \frac{1}{a}\left\{\frac{\dot{H}}{H^2} + 1\right\} < 0 \tag{1.21}$$

である。これは $\epsilon \equiv -\dot{H}/H^2 < 1$ と書き直すことができる。Friedmann 方程式 (1.5), (1.6) より

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}$$
$$= \frac{3}{2} \left(1 + \frac{p}{\rho} \right)$$
(1.22)

なので、状態方程式 $w = p/\rho < -1/3$ を満たすものは加速膨張を引き起こす。 $\epsilon \ll 1$ である とすると、 $H = \frac{\dot{a}}{a} \simeq const.$ かつ $a(t) \propto e^{Ht}$ で、ハッブル長に対してスケール因子が指数関数的に膨張するインフレーションが起こる。

インフレーションを引き起こすスカラー場 ϕ をインフラトンと呼ぶ。インフラトンのポテ ンシャルを $V(\phi)$ とすると、エネルギー・運動量テンソルは、

$$T^{\alpha}_{\ \beta} = g^{\mu\nu} \frac{\partial\phi}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial\phi}{\partial x^{\beta}} - g^{\alpha}_{\ \beta} \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \frac{\partial\phi}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial\phi}{\partial x^{\nu}} + V(\phi) \right]$$
(1.23)

で与えられる。インフラトンが等方的な場合 ($\phi = \phi(t)$)、

$$T^{\alpha}_{\ \beta} = g^{\alpha}_{\ 0} g^{0}_{\ \beta} \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 + g^{\alpha}_{\ \beta} \left\{\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 - V(\phi)\right\}$$
(1.24)

となる。 $T^0_{\ 0} = -\rho$ 、 $T^i_{\ i} = p$ より、インフラトンのエネルギー密度と運動量は、

$$\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 + V(\phi) \tag{1.25}$$

$$p = \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 - V(\phi) \tag{1.26}$$

となる。これらを式 (1.22) に代入して $\epsilon \ll 1$ とすると、指数関数的な膨張を引き起こす条件

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 \ll V(\phi) \tag{1.27}$$

が導かれる。

最後に、インフレーション期の膨張のスケールを見る。インフラトンの時間発展は、Einstein 方程式より、

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + 3H\frac{d\phi}{dt} + V' = 0 \tag{1.28}$$

と書ける。V' は V の ϕ 微分を表す。これは摩擦を伴う質点の運動方程式と同じ形であり、 ハッブルパラメータ H は摩擦としてはたらいている。ポテンシャルの勾配(V')が十分に 小さく摩擦項が十分に大きければインフレーションを引き起こせる(図 1.1)。この条件をス ローロール条件という。



図 1.1: インフレーションを引き起こすインフラトン場 ϕ のポテンシャルの例 [3]。左は 2 次 関数型で、右はヒルトップ型と呼ばれる。

Friedmann 方程式 (1.5) にインフラトンのエネルギー密度の式 (1.25) を代入すると

$$H^{2} = \frac{8\pi G}{3} \left[V(\phi) + \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^{2} \right], \qquad (1.29)$$

両辺を時間微分することで、

$$2H\dot{H} = \frac{8\pi G}{3}\dot{\phi}\left[V'(\phi) + \ddot{\phi}\right] \tag{1.30}$$

となる。式 (1.28) を代入して整理すると

$$\dot{H} = -4\pi G \dot{\phi}^2 \tag{1.31}$$

となり、 ϵ は

$$\epsilon = 3 \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2}{V(\phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2} \tag{1.32}$$

と書ける。スローロール条件下で、
ϵは

$$\epsilon \simeq \frac{1}{16\pi G} \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \ll 1 \tag{1.33}$$

となる。スローロール条件を表すもう一つのパラメータηは次のように書ける。

$$\eta \equiv -2\frac{\dot{H}}{H^2} - \frac{\dot{\epsilon}}{2H\epsilon} \simeq \frac{1}{8\pi G} \frac{V''}{V} \ll 1$$
(1.34)

 $\epsilon \ge \eta$ の値が分かればスカラー場 ϕ のポテンシャルの形に関する情報になる。

地平線問題を解決するインフレーションによる膨張率を考える。現在の宇宙 $(a(t_0) = 1)$ の温度を T_0 、インフレーション直後の宇宙のエネルギースケールを 10^{16} GeV、その後宇宙は現在まで放射優勢 $(T \propto 1/a)$ だと仮定すると、インフレーション直後のスケール因子 a_e は

$$a_e \sim \frac{T_0}{10^{16} \text{GeV}} \sim 10^{-29} \simeq e^{-65}$$
 (1.35)

と見積もることができる。すなわち、インフレーションでスケール因子は現在の e⁻⁶⁵ に引き

延ばされる。共同座標で、インフレーションの前のハッブル長が現在のハッブル長よりも大 きいことを考えると、インフレーションによって宇宙は e⁶⁰ 以上の大きさに膨張したと考え られる。

このスケールの膨張を仮定すると、現在の宇宙の曲率が極めて小さい($\Omega_K = 0.0007 \pm 0.0019$ [4])という平坦性問題も同時に解決される。

1.1.2 インフレーションと CMB の異方性

放射優勢期には光は荷電粒子と熱平衡状態にあり散乱され続けている。光と電子の散乱確 率が宇宙の膨張率よりも小さくなると、光は散乱されずに飛び続ける。宇宙の温度が 3000 K 以下になると電子と陽子が結合して宇宙は中性になり、散乱確率が急激に小さくなる。この 頃を「宇宙の晴れ上がり」と呼び、これ以降現在まで散乱されずに届いた光が CMB である。 CMB が最後に散乱された宇宙のことを「最終散乱面」と呼ぶ。

光は重力ポテンシャルの低いところから高いところに上がるときエネルギーを失う(赤方 偏移)。逆の場合、光はエネルギーを獲得する(青方偏移)。したがって、物質の密度分布に ムラがあると重力ポテンシャルにムラができ、CMBに異方性が生じる。現在我々が観測す る CMB の異方性は

1. 最終散乱面での揺らぎ

2. 最終散乱面と現在までの重力ポテンシャルによる揺らぎ

の和である。1. の揺らぎは、宇宙初期の計量やインフラトンの量子揺らぎが加速膨張で引き 延ばされて残存したものである。2. の揺らぎは、1. の揺らぎとその後の宇宙の発展から生 成される。

インフレーション中の揺らぎとして

- スカラー場 φ の揺らぎ δφ
- 計量のテンソル型の揺らぎ h₊, h_×

の2つを考える²。

まず、スカラー型の揺らぎのパワースペクトルは

$$P_{\rm s}(k) \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} \langle |\delta\phi|^2 \rangle = \frac{G}{\pi} \frac{H^2}{\epsilon} \bigg|_{k=aH} \simeq \frac{8G^2}{3} \frac{V}{\epsilon}$$
(1.36)

となる。k は揺らぎの波数、H は波数 k の揺らぎがハッブル長を超えたときのハッブルパラ メータを表す。H は厳密にはa に依存するが、スローロール近似の下では $H \simeq const.$ より、 スカラー型の揺らぎのスペクトルはスケール(k) にほとんど依存しないことがわかる。ス カラー揺らぎのスペクトルの特徴量 n_s は次のように書ける。

$$n_{\rm s} - 1 \equiv \frac{d\ln P_{\rm s}(k)}{d\ln k} = 2\eta - 6\epsilon \tag{1.37}$$

²計量のスカラー型の揺らぎはインフレーションの膨張で非常に小さなものになるため考えなくても良い。

Planck の結果 [5] から $n_s = 0.9649 \pm 0.0044$ (68% C.L.) という制限がついている。 n_s が1 からずれていることはインフレーションを支持していると考えられる³。

次に、テンソル型の揺らぎのパワースペクトルは

$$P_{\rm t}(k) \equiv 2\frac{k^3}{2\pi^2} \langle |\delta h|^2 \rangle = \frac{16G}{\pi} H^2 \Big|_{k=aH}$$
(1.38)

となる。定義に係数2がついているのは、プラスモードとクロスモードとの和を意味する。 スカラー揺らぎと同様に、スローロール近似の下でテンソル揺らぎのスペクトルもスケール 不変である。テンソル揺らぎのスペクトルの特徴量 n_t は

$$n_{\rm t} \equiv \frac{d\ln P_{\rm t}(k)}{d\ln k} = -2\epsilon \tag{1.39}$$

となる。

テンソル揺らぎの強度を表す指標として、テンソル·スカラー比rを次で定義する。

$$r \equiv \frac{P_{\rm t}(k)}{P_{\rm s}(k)} = 16\epsilon \tag{1.40}$$

 $G \equiv 1/(8\pi M_{Pl}^2), M_{Pl} = 2.435 \times 10^{18} \text{GeV} (M_{Pl}: 修正プランク質量)、温度揺らぎの観測からわかっている <math>P_{\rm s} \simeq 2.4 \times 10^{-9}$ 、スローロール近似を使うと、

$$r \simeq 0.01 \left[\frac{V}{(1.06 \times 10^{16} \text{GeV})^4} \right]$$
 (1.41)

であり、rはスケール不変である。現在のrに対する制限はr < 0.07(95% C.L.)[6]である。 r > 0はインフレーションの決定的な証拠になる。

シンプルなインフレーションのモデルによると、rは CMB 観測で探索可能な領域に下限 を持つ [8] が、 $r \sim 10^{-52}$ という極めて小さいr となるインフレーションモデルの構築も可能 である。

1.1.3 CMBの偏光

最後に、CMBの偏光の揺らぎの生成過程を説明する。まず、電子に散乱された光は直線 偏光する(図1.2)。電子に入射する光の強度がどの方向でも同じであれば散乱光は無偏光で ある。CMBの最終散乱面に重力場の摂動や物質の分布の揺らぎがあると、重力ポテンシャ ルの差から赤・青方偏移が生じる。赤・青方偏移した光が最終散乱面で電子とトムソン散乱 し、CMB 偏光の揺らぎが生成される。例えば、電子の静止系を中心に密度の四重極ゆらぎ があると、密度の大きい領域に沿うような偏光になる(図1.3)。

³完全にスケールフリー(つまり $n_{\rm s}=1$)だと、 η 、 ϵ がゼロとなりインフレーションが起きないから。

第1章 序論



図 1.2: 電子に散乱された光は直線偏光する。x(y)軸方向に入射した電場が z 軸方向(観測 者のいる方向)に散乱されるとy(x)軸方向に直線偏光する。



図 1.3: 電子から見て四重極の密度揺らぎが作る直線偏光。電子の静止系から見て x 軸方向 から赤方偏移した光、y 軸方向から青方偏移した光が入射すると z 軸方向(観測者のいる方 向) への散乱光は x 軸方向に直線偏光する。

偏光パターンの表現には縦と横の2成分があるが、CMBの偏光パターンを考える場合は EモードとBモードという基底で表現する。図1.4aに示すように、Eモードは揺らぎの進 行方向に対して垂直・平行な偏光パターンである。Bモードは揺らぎの進行方向に対して垂 直・平行から45°傾いた偏光パターンである。一様等方な宇宙では観測者はあらゆる進行方 向の揺らぎの重ね合わせを観測するので、図1.4bのように空間対称なパターンと非対称なパ ターンが観測される。



(b) 上の絵を4つ重ね合わせると、空間対称なパターンと非対称なパターンになる。

図 1.4: Eモード偏光とBモード偏光のパターン。図中の矢印は揺らぎの進行方向を表す。

我々の観測する CMB に B モードの偏光を作るソースは 2 つある。

1. インフレーション期のテンソル型の原始重力波

2. 宇宙の大規模構造による重力レンズ効果

ーつ目が発見されるとインフレーションの証拠になる。テンソル型の原始重力波は進行方向 から 45°傾いた密度揺らぎを生み、これによって B モード偏光が生じる。重力レンズ効果 は、最終散乱面で E モードだった成分の偏光角を曲げて B モードを作る。 これらを分けるためにはスペクトルをかけば良い。我々が観測する CMB の異方性は、天球面上 (θ , ϕ) (図 1.5) で定義される球面調和関数 $Y_l^m(\theta, \phi)$ で展開される。図 1.6 は l = 1, 2, 3, 4, m = 0の球面調和関数の実部をモルワイデ図法でプロットしたものである。l は揺らぎのスケール、mは揺らぎの方向を決める。天球面上での揺らぎのスケールlと視野角 θ_{obs} の関係は

$$\theta_{\rm obs} \sim \frac{180^{\circ}}{l}$$
(1.42)

と書ける。CMBの異方性の大きさはパワースペクトルCl で記述される

$$C_l \equiv \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{l} a_{lm} a_{lm}^*.$$
 (1.43)

alm は CMB の異方性を球面調和関数で展開したときの係数である

$$\Delta T(\hat{n}) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} a_{lm} Y_l^m(\hat{n}).$$
(1.44)

重力レンズ効果による *B* モードは *l* ≥ 100 の小角度スケールで大きいのに対し、原始重力波 由来の *B* モードは *l* ≤ 100 の大角度スケールで見えるようになる(図 1.7)。したがって、大 角度スケールの *B* モード探索は原始重力波とインフレーションの検証に大きな情報を与える。



図 1.5: 天球面上の座標。



図 1.6: 天球面上の球面調和関数の例。スケールlの揺らぎは視野角 θ_{obs} で表すと $l \sim 180°/\theta_{obs}$ となる。



図 1.7: 原始重力波と重力レンズ効果によって生じる Bモードのパワースペクトル [3]。シア ンの線は $r = \{0.1, 0.01, 0.001\}$ の原始重力波由来で、幅は宇宙の再電離による optical depth τ の不定性を表す。マゼンタの線は重力レンズ効果由来で、波線は温度と偏光の相関から重 力レンズポテンシャルを推定し、de-lensing[9] によって 90% を落とした場合のスペクトル。

第1章 序論

1.2 CMB 偏光の観測実験

CMB は宇宙初期の物理現象をひもとくための有力なプローブであり、その発見 [10, 11] 以降、多くの観測実験が行われている。現在では、インフレーション理論の検証等のために CMB の「偏光」を精密に観測する実験が進められている。この節では、CMB 偏光を観測す る実験の現状と課題についてまとめる。

1.2.1 CMB 観測実験での観測量

前節で述べたインフレーションの証拠を見つけるために、CMB 観測実験では式 (1.43) で 与えられる異方性のパワースペクトル *C*_l を作成する。図 1.8 に観測データからスペクトル作 成までの大まかな流れを示す。*C*_l を求めるために、天球面上(もしくはその一部)に CMB の異方性を描いた"マップ"(強度分布図)を作成し、それを球面調和関数展開(もしくは 2次元フーリエ展開)する。

マップは光検出器の信号の時系列データと望遠鏡の視線方向のデータを組み合わせること で完成する。小さい*l*の領域でのパワースペクトルを作るには広いマップを作る必要があり、 大きい*l*に行くには細かい角度分解能が必要になる。また、極めて小さい原始重力波由来の *B*モード偏光のパワースペクトルを得るには、検出器の感度が良いことに加え、ノイズや前 景放射などの CMB 以外の信号を徹底的に取り除く必要がある。



図 1.8: 観測データからパワースペクトルへの流れ。光検出器の時系列データと望遠鏡の視線 方向のデータからマップを作り、パワースペクトルに直す。図中のマップは Planck2018HFI の 100GHz のデータ [12]、スペクトラムは Planck2018 の温度パワースペクトル [4]。

1.2.2 CMB 観測の歴史

大気の揺らぎの影響(無偏光)があるので、地上で CMB の温度揺らぎ(無偏光成分の揺ら ぎ)を精密に測定するのは難しく、気球や衛星を用いた観測が大きな成果をあげた。WMAP 衛星、Planck 衛星による CMB の全天サーベイの温度揺らぎから、宇宙論パラメータが制限 され ACDM モデルを支持する結果が得られた [13, 4]。Planck のデータを用いてインフレー ションへの制限もつけられた [5]。 一方、大気の影響は無偏光成分として取り除くことができるので、CMBの偏光の精密観測 は地上でも可能であり、多くの地上実験が進展している。2020年現在、rに最もきつい制限 をかけているのは南極で観測を行っている BICEP/Keck 実験である。赤経 0°,赤緯 –57.5° を中心に全天の約 1% を 95 GHz, 150 GHz, 220 GHz の 3 帯域でスキャンし、Planck 等の 前景放射に関するデータと合わせて最終結果を出している [6]。図 1.9 はその中のrに対する 制限を表す。



図 1.9: BICEP/Keck 実験によって $r \ge n_s$ 平面につけられた制限 [6, 7]。点線は N を固定したときの $V \propto (\phi/m_{pl})^p$ (power-law)の単一のスカラー場で記述されるシンプルなインフレーションモデルの軌跡を表す。N はインフレーションによるスケール因子の膨張率 $(N \equiv \ln \frac{a(t_{end})}{a(t_i)})$ である。N = 50,60の場合がかかれている。実線はインフラトンのポテンシャルが線形の場合と 2 次関数型の場合の $r \ge n_s$ の関係を表す。

1.2.3 現状と課題

図 1.10 は BICEP/Keck 実験と WMAP, Planck 実験の各観測帯域での感度と前景放射の関 係を示す [6]。この図から地上 CMB 偏光観測では検出器の感度は十分に良いことがわかる。 CMB 光子の統計揺らぎを抑えるために、BICEP3 望遠鏡では 1902 個⁴ の検出器で高統計の 観測が行われている [14]。

一方、CMB の偏光観測からインフレーションに制限をつけるボトルネックになっている

⁴[14] によると、望遠鏡の焦点面に搭載された検出器は全部で 2560 個で、光に感度を持つのは 2400 個、その うち 79%が正常に動作している。

のが、前景放射の除去である。銀河系からのシンクロトロン放射とダスト放射が CMB の前 景放射として存在する。前景放射の強度には周波数依存性があることがわかっている。した がって、より多くの帯域での観測を行い、前景放射の影響を取り除くことが求められている。

また、多くの地上実験では狭い領域(*l* ≥ 50)を深く観測するという戦略で進められてい るので、現在 *l* ≤ 50 の領域での CMB 偏光の情報は少ない。大角度スケールでの観測がイン フレーション理論を検証する大きな手掛かりになる。



図 1.10: BICEP/Keck 実験の TES 検出器の感度と前景放射の強度の関係 [6]。BICEP 実験 の観測領域における、Bモードの *l* ~ 80 でのパワースペクトルの予想感度がかかれている。 青の点は BICEP/Keck 実験の1つ周波数帯域のマップを使用した場合の予想感度、青の "×" は2つの周波数帯域のマップの相関を取ることで得られるスペクトルの予想感度である。黒 の点は WMAP, Planck 実験の各周波数帯域のマップを使用して到達される *B*モードスペク トルの感度。

1.2.4 GroundBIRD 実験

CMB 偏光観測実験 GroundBIRD は、広い領域を複数帯域で観測することでインフレー ション理論の検証を行うことを目的としている。図 1.11 に GroundBIRD 望遠鏡の構造を示 す。望遠鏡内部は低温を保つために真空になっており、40 K、4 K の 2 つのシールドで輻射 による熱流入を防ぐ。超伝導検出器 MKID はヘリウムソープション冷凍機で 250 mK に冷却 される。CMB は真空を維持するための窓 [15] から望遠鏡内部に入射し、主鏡と副鏡で反射 されて検出器に到達する。これらは全て回転台上部に設置されており、回転台下部との電気 的な接続や電力供給、冷凍機運転に必要なヘリウムガスの循環は回転継手を介して行う。こ れによって高速回転スキャンを実現する。

望遠鏡を1分間に20回転(20 RPM)の速さで回転させるという独自のスキャンストラテ ジーで大気の揺らぎの影響を抑え、全天の40%もの領域で観測を行う(図1.12)。図1.13 第1章 序論

は GroundBIRD 実験で計画されている観測で得られる *B* モードに対する予想感度である。 従来の地上実験では到達できない大角度スケールの情報を追加する特徴を有する。





(a) GroundBIRD 望遠鏡の内部構造。光は真空窓から望遠 鏡内に入射し(①)、主鏡と副鏡で反射して検出器に入射 する(②、③)。

(b) GroundBIRD 望遠鏡の外観。





図 1.12: GroundBIRD 実験のスキャンストラテジー。1 日の観測で全天の 40 % をスキャン する。



図 1.13: GroundBIRD 実験で到達する B モードのパワースペクトル [18]。

2019年夏、望遠鏡がスペイン領カナリア諸島テネリフェ島のテイデ観測所に設置され、そのコミッショミングが開始された。2019年の11月には実際に望遠鏡を動かして計画されていた領域の観測を行えることを確認した。

独自のスキャンストラテジーを実現させるためには、

- 毎秒 1000 サンプル(1 kSPS)の高速のデータ取得
- 時間応答の早い高感度な超伝導検出器 MKID
- 検出器と望遠鏡のデータ取得系の正確な時刻同期
- 広帯域同時観測

が必要になる。これらは従来の CMB 偏光観測とは異なる技術や精度を要求することが多い ので、GroundBIRD 実験で独自に開発を進めている [18, 16, 17, 15]。本研究では

- 時刻同期の開発と評価(3章)
- 方位角エンコーダーデータの平滑化補間による角度分解能の向上と評価(4章)
- MKIDのデータ取得系の較正に関する開発研究(5章)

を行った。本研究によって GroundBIRD 実験のスキャンストラテジーを成功させ、MKID の較正時間を短縮して観測のロスタイムを減らし、読み出し系に起因するクロストークや系 統誤差を削減する。

第2章 CMB望遠鏡のデータ取得システム

本章では、超伝導検出器 MKID を用いた CMB 望遠鏡のデータ取得システムについてまとめる。

2.1 超伝導光検出器 MKID

Microwave Kinetic Inductance Detector (MKID) [19] は超伝導共振回路を応用した光検 出器である。入射光子のエネルギーに応じて変化するインダクタンスを、数 GHz 帯域のマ イクロ波回路で読み出す。

2.1.1 検出原理

図 2.1a は MKID 1 素子のイメージ図である。読み出しに使用するマイクロ波を通すフィー ドライン、超伝導体からなる共振器回路、アンテナからなる。1 本のフィードラインに複数 の共振器が容量性カップリング(Capacitive coupling; C カップリング)しており、*O*(1000) 個の検出器を同時に読み出すことができる。図 2.1b は MKID の等価回路である。共振器の 可変インダクタンス成分とキャパシタンス成分、フィードラインと結合するキャパシタンス からなる。



(a) MKID のイメージ。読み出しに使用するマ イクロ波を通すフィードライン、超伝導共振器、 アンテナからなる。[20]

(b) MKID の等価回路。可変インダクタンスと抵抗成分を持つ、LC 共振回路になっている。[19]

図 2.1: MKID のイメージ図と等価回路

検出器の温度上昇やエネルギー hv > 2Δ (Δ は超伝導ギャップエネルギー)の光子との反応によって、超伝導状態の共振器内のクーパー対が壊される。対を形成していた電子はフェルミ面付近のエネルギーギャップの上の順位に押し上げられる (図 2.2)。こうして生成される電子を準粒子と呼ぶ。準粒子によって共振器内の超伝導状態が変化し、共振器の可変インダクタンス L が変化する。

図 2.2: 光による準粒子生成。縦軸は電子のエネルギー、横軸は状態数。*hν* > 2∆ のエネル ギーを持つ光が超伝導体に入射するとクーパー対を壊して準粒子を生成する。

図 2.3: 1/4 波長共振回路 [21]。一端でフィードラインと C カップリングし他端はショートしている。

まず、GroundBIRD で使用する 1/4 波長共振器(図 2.3)のインピーダンスを導出する。 1/4 波長共振器の入力インピーダンス *Zl* は

$$Z_l = Z_0 \tanh(\alpha l + i\beta l) \tag{2.1}$$

と表される [22]。 Z_0 はフィードラインのインピーダンス、l は共振器の長さ、 α 、 β は減衰と 位相変化を表す定数である。ここで、共振器内部の Q 値 ($Q_i \equiv \frac{\beta}{2\alpha}$)を導入する。Q 値とは 横軸に周波数、縦軸に共振器のインピーダンスをとったときの共振ピークの鋭さの指標であ る。これを用いて式を変形すると、

$$Z_{l} = Z_{0} \frac{1 - i \tanh(\frac{\beta l}{2Q_{i}}) \cot(\beta l)}{\tanh(\frac{\beta l}{2Q_{i}}) - i \cot(\beta l)}$$
(2.2)

となる。

フィードラインに流すマイクロ波の角周波数をωとし、共振回路の長さをマイクロ波の 1/4 波長付近としたとき、 $\beta l = \frac{\pi}{2}(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega_{1/4}})$ と書ける。ここで $\omega_{1/4}$ は $\lambda/4 = l$ を満たすマイクロ波の角周波数、 $\Delta \omega = \omega - \omega_{1/4}$ である。さらに、近似公式 ($x \ll 1$ で $\cot(\frac{\pi}{2} + x) \approx -x$ 、 $\tanh x \approx x$)を用いると、 $\Delta \omega \ll \omega_{1/4}, 1 \ll Q_i$ より式 (2.2) は、

$$Z_l \approx Z_0 \frac{1 + i \frac{\beta l}{2Q_i} \frac{\pi \Delta \omega}{2\omega_{1/4}}}{\frac{\beta l}{2Q_i} + i \frac{\pi \Delta \omega}{2\omega_{1/4}}}$$
(2.3)

$$= Z_0 \frac{1 + i\frac{\pi^2}{8} \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}\right) \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}Q_i}}{\frac{\pi}{4} \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}\right) \frac{1}{Q_i} + i\frac{\pi\Delta\omega}{2\omega_{1/4}}}$$
(2.4)

$$=\frac{4Z_0Q_i}{\pi}\frac{1+i\frac{\pi^2}{8}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}\right)\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}Q_i}}{1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}+2iQ_i\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}}$$
(2.5)

$$\approx \frac{4Z_0 Q_i / \pi}{1 + 2i Q_i \frac{\Delta \omega}{\omega_{1/4}}} \tag{2.6}$$

となる。

フィードラインとの C カップリングの項を合わせると、共振器全体の入力インピーダンス $Z \equiv Z_C + Z_l$ は、

$$Z = -i\frac{1}{\omega C} + \frac{4Z_0 Q_i/\pi}{1 + 2iQ_i \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}}$$
(2.7)

となる。ここで共振器とフィードラインのカップリングによる Q 値 Q_c を導入する。[21] に よると、

$$Q_c = \frac{\pi}{2\omega^2 C^2 Z_0^2} \tag{2.8}$$

となる。 $\frac{1}{\omega CZ_0} = \sqrt{\frac{2Q_c}{\pi}}$ を用いて式 (2.7)を書き直すと、

$$\frac{Z}{Z_0} = -i\sqrt{\frac{2Q_c}{\pi}} + \frac{\frac{4Q_i}{\pi} - i\frac{8Q_i^2}{\pi}\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}}{1 + 4Q_i^2 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}\right)^2}$$
(2.9)

$$=\frac{\frac{4Q_{i}}{\pi}-i\frac{8Q_{i}^{2}}{\pi}\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}-i\sqrt{\frac{2Q_{c}}{\pi}}\left[1+4Q_{i}^{2}\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}\right)^{2}\right]}{1+4Q_{i}^{2}\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}\right)^{2}}$$
(2.10)

となる。この回路で共振を起こすマイクロ波の角周波数 ω_0 は、複素数の偏角 $\arg(Z) = (2n+1)\pi$, (n = 0, 1, 2, ...) という条件を満たす。つまり虚数成分 $\operatorname{Im}(Z) = 0$ という条件になる。 式 (2.10) で $\omega = \omega_0$ として $\operatorname{Im}(Z) = 0$ を解くと、

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}} = \frac{\omega_0 - \omega_{1/4}}{\omega_{1/4}} = -\sqrt{\frac{2Q_c}{\pi}}, \ 0 \tag{2.11}$$

となる。ここで、 $1/Q_i^2 \simeq 0$ とした。一つ目の解のときに $\operatorname{Re}(Z)$ は小さくなる。したがって、角周波数 $\omega_0 \leq \omega_{1/4}$ で共振が起きる。

共振器の共振周波数 $\omega_0 \ge \delta \omega \equiv \omega - \omega_0$ を用いて式 (2.9)を書き直す。まず、

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}} = \frac{\omega - \omega_0 + \omega_0 - \omega_{1/4}}{\omega_{1/4}} \simeq \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} + \frac{\omega_0 - \omega_{1/4}}{\omega_{1/4}} = \frac{\delta\omega}{\omega_0} - \sqrt{\frac{2Q_c}{\pi}}$$
(2.12)

である。式 (2.9) 第2項の分母は、 $\frac{\delta \omega}{\omega_0} \ll 1, 1 \ll Q_i \sim Q_c$ より、

$$1 + 4Q_i^2 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/4}}\right)^2 = 1 + 4Q_i^2 \left(\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right)^2 - 8Q_i^2 \frac{\delta\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{2}{\pi Q_c}} + \frac{8Q_i^2}{\pi Q_c}$$
(2.13)

$$\approx \frac{8Q_i^2}{\pi Q_c} \left(1 - \sqrt{2\pi Q_c} \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right) \tag{2.14}$$

となる。これらを式 (2.9) に代入すると、

$$\frac{Z}{Z_0} = -i\sqrt{\frac{2Q_c}{\pi}} + \frac{\frac{4Q_i}{\pi} - i\frac{8Q_i^2}{\pi} \left(\frac{\delta\omega}{\omega_0} - \sqrt{\frac{2}{\pi Q_c}}\right)}{\frac{8Q_i^2}{\pi Q_c} \left(1 - \sqrt{2\pi Q_c}\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right)}$$
(2.15)

$$\approx -i\sqrt{\frac{2Q_c}{\pi}} + \left\{\frac{Q_c}{2Q_i} - iQ_c\left(\frac{\delta\omega}{\omega_0} - \sqrt{\frac{2}{\pi Q_c}}\right)\right\} \left(1 + \sqrt{2\pi Q_c}\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right)$$
(2.16)

$$\approx \frac{Q_c}{2Q_i} - iQ_c \frac{\delta\omega}{\omega_0} + i\sqrt{\frac{2Q_c}{\pi}}\sqrt{2\pi Q_c} \frac{\delta\omega}{\omega_0}$$
(2.17)

$$=\frac{Q_c}{2Q_i}\left(1+2iQ_i\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right) \tag{2.18}$$

となる。

一般に、高周波回路の特性は散乱行列 S を用いて、

$$\begin{pmatrix} V_{1}^{\text{out}} \\ V_{2}^{\text{out}} \\ \vdots \\ V_{N}^{\text{out}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{1}^{\text{in}} \\ V_{2}^{\text{in}} \\ \vdots \\ V_{N}^{\text{in}} \end{pmatrix}$$
(2.19)

と表される。ここで V_n^{in} はポートnへの入射波、 V_n^{out} はポートnからの電圧信号を表す。

MKID の読み出しでは図 2.3 の回路の S_{21} を測定する。[22] の 2 ポートネットワークの S パラメータを参考にすると、この共振回路の S_{21} は、

$$S_{21} = \frac{2}{2 + \frac{Z_0}{Z}} \tag{2.20}$$

となる。式 (2.18)、(2.8) と、共振器全体の Q 値

$$\frac{1}{Q_r} \equiv \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_c} \tag{2.21}$$

を用いて式を整理すると、

$$S_{21} = 1 - \frac{Q_r/Q_c}{1 + 2iQ_r \frac{\delta f}{f_r}} = 1 - \frac{1 - Q_r/Q_i}{1 + 2iQ_r \frac{\delta f}{f_r}}$$
(2.22)

となる。ここで、 $\delta\omega/\omega_0 = \delta f/f_r = (f - f_r)/f_r$ (f_r は共振周波数)とした。共振周波数付 近で S_{21} の軌跡は複素平面上に円を描く (図 2.4)。 $|S_{21}|$ は $f = f_r$ で最小値 $S_{21}^{\min} = Q_r/Q_i$ を とり、 $f \to \infty$ で最大 $|S_{21}| \to 1$ になるので、共振円の中心は $x_c = \frac{1}{2}(1 + S_{21}^{\min})$ である。

図 2.4: MKID の S_{21} が描く共振円。黒点は共振円の中心、赤点は共振周波数での $S_{21} = S_{21}^{\min}$ を表す。共振状態のパラメータは $Q_i = 2.5 \times 10^4$, $Q_c = 8.5 \times 10^4$, $f_r = 5$ GHz とした。

次に、入射エネルギーによる S_{21} の変化を導出する。共振周波数付近 $f \sim f_r$ 、つまり $(\delta f/f_r)^2 \sim 0$ では、式 (2.22) の実部と虚部は

$$\operatorname{Re}(S_{21}) = \frac{S_{21}^{\min} + 4Q_r^2 \left(\frac{\delta f}{f_r}\right)^2}{1 + 4Q_r^2 \left(\frac{\delta f}{f_r}\right)^2} \sim \frac{Q_r}{Q_i}$$
(2.23)

$$\operatorname{Im}(S_{21}) = \frac{2Q_r \frac{\delta f}{f_r} (1 - S_{21}^{\min})}{1 + 4Q_r^2 \left(\frac{\delta f}{f_r}\right)^2} \sim 2Q_r \frac{\delta f}{f_r} (1 - S_{21}^{\min})$$
(2.24)

となる。共振円の振幅 A と位相 θ は、

$$A = \frac{|S_{21} - x_c|}{1 - x_c} \tag{2.25}$$

第2章 CMB 望遠鏡のデータ取得システム

$$\tan \theta = \frac{\text{Im}(S_{21})}{x_c - \text{Re}(S_{21})}$$
(2.26)

である。 S_{21}^{\min} 付近では、 $A \sim rac{\operatorname{Re}(S_{21}) - x_c}{1 - x_c}$ なので、 $A \ge heta$ の微小変化は、

$$\delta A = \frac{-\delta \operatorname{Re}(S_{21})}{1 - x_c} = \frac{2Q_r}{Q_i} \frac{\delta Q_i}{Q_i}$$
(2.27)

$$\delta\theta \sim \tan\theta = -4Q_r \frac{\delta f}{f_r} \tag{2.28}$$

となる。両辺を検出器内の準粒子数の変化分 δN_{ap} で割ると、

$$\frac{\delta A}{\delta N_{qp}} = 2Q_r \frac{\delta(1/Q_i)}{\delta N_{qp}} \tag{2.29}$$

$$\frac{\delta\theta}{\delta N_{qp}} = -4 \frac{Q_r}{f_r} \frac{\delta f_r}{\delta N_{qp}}$$
(2.30)

となる。超伝導転移温度よりも十分低温で、準粒子数密度は

$$n_{qp} \approx 2N_0 \sqrt{2\pi k_B T \Delta} \exp(-\Delta/k_B T)$$
(2.31)

と書ける [24]。ここで N_0 、 k_B 、 Δ は、フェルミ面での電子の状態密度、ボルツマン定数、超 伝導体のギャップエネルギーである。さらに、MKID に入射する光のパワー P と準粒子数と の間には

$$\eta P = \frac{N_{qp}\Delta}{\tau} \tag{2.32}$$

の関係がある。ここで ŋ、 r は反応効率、準粒子寿命¹ である。以上より、望遠鏡に入射する

1準粒子寿命とはクーパー対として再結合するまでの時間のこと。

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{k_B T_c}{2\Delta}\right)^{5/2} \sqrt{\frac{T_c}{T}} \exp(\Delta/k_B T)$$

と書ける [26]。 T_c は超伝導転移温度である。アルミニウムの場合、 $T_c = 1.2$ K、 $\Delta = 0.17$ meV、 $\tau_0 \sim 450$ ns である。これを用いると、300 mK では $\tau \sim 20$ us である。また、アルミニウムの反応効率は $\eta \simeq 0.57$ [27] であ る。さらに、式 (2.31) を用いて書き直すと

$$\tau = \frac{\tau_0 N_0}{n_{qp}} \frac{(k_B T_c)^3}{2\Delta^2}$$

となり、これと式 (2.32) より、MKID への入射光のパワーが P のときの準粒子数 N_{qp} は

$$N_{qp} = \left[\frac{\eta V \tau_0 N_0 (k_B T_c)^3}{2\Delta^3} P\right]^{1/2}$$
(2.33)

と書ける。

光のパワー $P_{\text{opt}} \equiv \frac{P}{\eta_{\text{opt}}}^2$ に対する振幅と位相の応答性は、

$$\frac{\delta A}{\delta P} = 2Q_r \frac{\eta_{\text{opt}} \eta \tau}{\Delta} \frac{\delta(1/Q_i)}{\delta N_{qp}}$$
(2.34)

$$\frac{\delta\theta}{\delta P} = -4\frac{\eta_{\text{opt}}\eta\tau}{\Delta}\frac{Q_r}{f_r}\frac{\delta f_r}{\delta N_{ap}}$$
(2.35)

となる。つまり、応答性の評価は、入射光のパワーを変えるだけでなく、共振器の温度を変化させながら Q_i 、 f_r を測定することでも行える [23]。

2.1.2 読み出し方法

次節で説明する回路で測定されるのは、式 (2.22) に読み出し回路による減衰と位相差を加 えた量である。測定量を T₂₁ とすると、

$$T_{21} = a_{\rm c} \exp(-2\pi i f \tau_c) \left(1 - \frac{Q_r / Q_c e^{i\phi_0}}{1 + 2iQ_r \frac{\delta f}{f_r}} \right)$$
(2.36)

と書ける [25]。 a_c 、 τ_c 、 ϕ_0 は回路での減衰、信号が回路を通過する時間、共振円の位相のズレを表す。図 2.5 に、適当なパラメータを仮定した際の T_{21} のシミュレーションを示す。

図 2.5: 測定回路の影響を考慮したマイクロ波の透過特性。共振状態のパラメータ Q_i , Q_c , f_r は図 2.4 と同じで、回路のパラメータは $a_c = 0.1$, $\tau_c = 10$ ns, $\phi_0 = 1$ rad. とした。

 $[\]frac{P}{P_{\text{opt}}} = \frac{P}{P_{\text{opt}}}$ は、光のパワーが望遠鏡の真空窓・ミラー・バンドパスフィルターなどで失われる寄与を表す。

MKID の時系列データを得るためには、

1. 周波数スイープ

2. フィッティング

という手順で各 MKID の較正を事前に行う必要がある。

周波数スイープとは、読み出し用マイクロ波の周波数を変えながら T_{21} の測定を行うこと である。望遠鏡を温度一定とみなせる方向に向けた状態で(つまり入射光のパワーを一定に 保った状態で)スイープのデータを取得する。このデータで式 (2.36) のフィッティングを行 い、 a_c 、 τ_c 、 ϕ_0 、 f_r 、 Q_r 、 Q_c を決定する。

図 2.6 は、実際の MKID の共振周波数周辺の周波数スイープのデータとフィット結果である。 T_{21} の振幅(上)と位相(下)に分けて表した。振幅(図 2.6 上)の共振のピーク位置から共振周波数 f_r がわかる。また、 a_c が共振以外の部分の高さを表す。位相(図 2.6 下)の直線部分の傾きから τ_c がわかる。 Q_r , Q_c は共振の鋭さを表す。

較正によって得られた f_r にマイクロ波の周波数を固定し、 T_{21} の時系列データ(TOD)を 取得する。較正したパラメータを適用して、式 (2.34)、(2.35) で光の強度に変換し、望遠鏡 の視線方向のデータと角度分解能情報を合わせることで、空の相対的な温度差"マップ"を 得る。

図 2.6: MKID の周波数スイープのデータとフィット結果。

2.2 MKID の読み出し回路

前節で導入した *T*₂₁ を測定するための読み出し回路と、望遠鏡の視線方向データの読み出し回路について、GroundBIRD 実験の手法をまとめる。

MKID の共振周波数は数 GHz 帯域に設計される。一般に ADC や DAC で直接 GHz 帯域 の高周波(RF)を扱うのは難しいので、ミキサーで周波数のアップコンバート/ダウンコン バートを行う。

図 2.7 に回路の概略を示す。DAC で中間周波数(~1 GHz 以下、IF)信号を生成し、そ れを IQ ミキサーでアップコンバートする。IQ ミキサーの出力を検出器の入力(ポート1) に接続し、検出器の出力(ポート2)を低ノイズアンプで増倍し、IQ ミキサーでダウンコン バートする。得られた IF 信号を ADC に入力し、FPGA(Field Programmable Gate Array) で処理する。

図 2.7: RF 回路の概略。図中の乗算器は IQ ミキサーを表している。

2.2.1 アナログ高周波回路

IQ ミキサーは90°ハイブリッドカプラー、2つのミキサー(乗算器)、ディバイダーからなる(図 2.8b)。各コンポーネントの役割を表 2.1 に示す。

表	2.1:	IQ	3	キサー	-の構成要素。
---	------	----	---	-----	---------

	機能
90°ハイブリッドカプラー	入力信号を位相の 90 ° ずれた 2 つの信号に分配する。
ミキサー(乗算器)	2 つの入力信号の乗算の結果を出力する。
ディバイガー	in-phase/quadrature-phase 信号を足す。
) 1 //1 × -	RF 信号を2つに分配する。

図 2.8a のように IQ ミキサーには、I (in-phase) と Q (quadrature-phase) の 2 つの IF 信 号の入出力ポート、Local Oscillator (LO) の信号の入力ポート、RF 信号の入出力ポートが ある。LO の信号はカプラーに入り、in-phase 信号と 90 ° 位相のずれた quadrature-phase 信 号に分けられる。まずアップコンバートの場合を考える。カプラーの in-phase、quadraturephase 信号と IF の I、Q の乗算の結果がスプリッターに入り、2 つの和が RF 信号として出力 される。ダウンコンバートの場合は、この逆の操作が行われる。RF 信号がスプリッターで 分配され、カプラーの in-phase、quadrature-phase 信号との乗算の結果が 2 つの IF 信号と して出力される。Ground BIRD で使用する IQ ミキサーの乗算器は double balanced mixer で、RF/IF/LO の信号のアイソレーションが良く、高調波を抑えるという特徴がある [22]。

(a) Marki microwave, MLIQ-0218L $_{\circ}$

(b) IQ ミキサーの原理 [44]。

図 2.8: GroundBIRD で使用している IQ ミキサーとその原理

N チャンネルの同時読み出しを行う場合の流れを説明する。位相空間(虚数成分)を表現 するために DAC から I と Q の 2 つの信号を出力する。

$$I_{DAC}(t) = \sum_{k=1}^{N} \cos \omega_k t$$
(2.37)

$$Q_{DAC}(t) = \sum_{k=1}^{N} \sin \omega_k t$$
(2.38)

LO の信号を $\cos \Omega t$ とすると、アップコンバート後の RF 信号は、

$$RF_{IN}(t) = I_{DAC} \cos \Omega t + I_{DAC} \cos (\Omega t + 90^{\circ})$$
(2.39)

$$=\sum_{k=1}^{N}\cos((\Omega+\omega_k)t)$$
(2.40)

となる。これが図 2.3 中のポート 1 への入力マイクロ波信号に相当する。そして、MKID の 共振器によって強度と位相がずれた信号がポート 2 から出力される。

$$RF_{OUT}(t) = \sum_{k=1}^{N} A_k \cos((\Omega + \omega_t)t + \theta_k)$$
(2.41)

ここで A_k 、 θ_k は k 番目の共振器の S_{21} の振幅と位相である。ダウンコンバートによって 2 つの IF 信号を得る。

$$I_{\rm IF}(t) = \operatorname{RF}_{\rm OUT} \cos(\Omega t)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{2} \{ \cos(\omega_k t + \theta_k) + \cos((2\Omega + \omega_k)t + \theta_k) \}$$
(2.42)

$$Q_{\rm IF}(t) = \operatorname{RF}_{\rm OUT} \cos(\Omega t + 90^{\circ})$$

$$= \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{2} \{ \sin(\omega_k t + \theta_k) - \sin((2\Omega + \omega_k)t + \theta_k) \}$$
(2.43)

これらに LPF(Low Pass Filter)をかけて高周波成分($2\Omega + \omega_k$)を落としてから ADC に 入力する。

$$I_{ADC}(t) = \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{2} \cos(\omega_k t + \theta_k)$$
(2.44)

$$Q_{ADC}(t) = \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{2} \sin(\omega_k t + \theta_k)$$
(2.45)

GroundBIRD 実験で使用する高周波回路のパーツを表 2.2 にまとめた。また、DAC と ADC は GroundBIRD 実験用に開発した A/D 変換ボード RHEA (図 2.9b) に搭載されている [16]。

表 2.2: 読み出しに使用する RF 回路のパーツ

	製作社	型番	主な性能
IO miyor	Marki microwayo	MI IO 0218I	IF 帯域:DC - 2 GHz
i g illixei	Marki microwave	MLIQ-0218L	LO/RF 帯域:2 - 18 GHz
Local Oscillator	National Instruments	FSL-0010	出力帯域:0.65 - 10 GHz
Power Splitter	Mini-Circuits	ZFSC-2-9G+	使用帯域: 3.5 - 9 GHz
LPF	Mini-Circuits	SLP-100+	通過帯域:DC - 98 MHz (< 1dB)

2.2.2 デジタル回路とその信号処理

FPGA ボードは Xilinx 社の Kintex UltraScale 評価ボードの KCU105 を使用する(図 2.9a)。市販のボードの使用には、配線や周辺 IC との接続などの開発コストを抑えられるこ とと、より高度な FPGA ボードの導入により機能を拡張しやすいというメリットがある。

(a) FPGA ボード KCU105[28]。

(b) RHEA ボード [16]。FPGA との 通信には SPI 通信 [29, 30] を用いる。

図 2.9: 検出器のデータ読み出しに使用する FPGA ボードと AD 変換ボード。2 枚のボード は FMC (FPGA Mezzanine Card) [31] のコネクターを介して接続する。

図 2.10: MKID のデータ読み出しのための信号モジュレーション・デモジュレーションを行 う FPGA 内のロジックの概略。

FPGA で行っている DAC/ADC の信号処理を説明する。図 2.10 に概略を示す。

SiTCP[32, 33] 経由で指定した周波数(ω_k)をFPGA内で時系列の波形にモジュレーションし、DACに送信する。モジュレーションにはDDS(Direct Digital Synthesizer)[34]と加算器を用いる。DDSとは、基準となるサイン波の波形のLUT(Look Up Table)を参照し、希望の周波数の波形データを再現するものである。指定した周波数の余弦波(I_k)と正弦波(Q_k)を生成し、I、Qそれぞれで足し合わせ、それぞれDACを介して I_{DAC} 、 Q_{DAC} というアナログ高周波として出力する(式 (2.37), (2.38))。

一方、ADC への入力波形データ I_{ADC}、Q_{ADC} はデジタル化され、FPGA でデモジュレー
ションし、データ保存を行うための PC に送信する。デモジュレーションは乗算器と加算器 を用いた DDC(Digital Down Conversion)方式で行う。まず、j = 1, ..., N に対して、

$$I_{DDC}{}^{j}(t) = I_{ADC} \cos \omega_{j} t + Q_{ADC} \sin \omega_{j} t$$
(2.46)

$$= \frac{A_j}{2}\cos\theta_j + \sum_{k\neq j}\frac{A_k}{2}\cos((\omega_k - \omega_j)t + \theta_k)$$
(2.47)

$$Q_{DDC}{}^{j}(t) = Q_{ADC} \cos \omega_{j} t - I_{ADC} \sin \omega_{j} t$$
(2.48)

$$= \frac{A_j}{2}\sin\theta_j + \sum_{k\neq j}\frac{A_j}{2}\sin((\omega_k + \omega_j)t + \theta_k)$$
(2.49)

を計算し、時間平均³をとる。時間平均がローパスフィルターとして機能するので、式 (2.47)、 (2.49)の右辺第2項が消える。これによって

$$\mathbf{I}^{j} = A_{j} \cos \theta_{j} \tag{2.50}$$

$$Q^j = A_j \sin \theta_j \tag{2.51}$$

を得る。 (I^{j}, Q^{j}) は *j* 番目の MKID の T_{21} の実部と虚部に対応する。これをパケット化し、 SiTCP を介して MKID データ保存用の PC に送信する。

2.2.3 測定機能

MKID の測定に必要な機能は次の2つである。

- 1. フィードラインに入力する周波数を固定して T₂₁の時系列データ(TOD)をとる
- 2. フィードラインに入力する周波数を変えながら、各周波数毎に T₂₁ を測定する(周波数スイープ)

前節の回路を使ってこれらの測定を行う方法を説明する。

TOD を取得するには、SiTCP を介して FPGA に周波数を指定する。同様に、式 (2.50)、 (2.51) で平均を取る時間を指定することができ、サンプリング速度を変えられる。現在の回 路では同時に 128 個の周波数で同時に測定を行うことができる。また、CMB 観測中のサン プリング速度は 1 kSPS である。

周波数スイープは、周波数を少しずつ変えながら短い TOD を繰り返し取得する方法で実 装している。このとき、周波数を変える度に PC と FPGA 間で通信を行う必要があり、1 回 のそのやりとりに 10 ms 程度費やす。したがって、スイープを行う周波数帯域が広い場合や ステップ幅が細かい場合、通信回数が増えて測定時間が長くなるという課題がある。本論文 3 章で開発した機能を応用して、この課題を解決する(5 章を参照。) 第2章 CMB 望遠鏡のデータ取得システム

2.3 望遠鏡の情報(仰角・方位角)

CMB 観測では検出器の信号を TOD として取得する。マップを作成するためには、検出 器の TOD と同期して望遠鏡の視線情報(角度データ)を取得する必要がある。本節では GroundBIRD 望遠鏡の角度データ取得についてまとめる。

GroundBIRD 望遠鏡は、仰角を 60 °~ 70 °に固定した状態で、1 分間に 20 回転(20RPM) という高速回転をしながら観測を行う⁴。角度分解能は 145 GHz で 0.5 °、焦点面の視野は 20 °(±10 °)である。GroundBIRD 実験では、前節で述べた検出器のデータ取得系は全て 回転台の上部に設置され、観測中は望遠鏡と共に高速回転する。

2.3.1 角度データの取得

仰角方向の角度情報は、回転台上部の仰角の回転軸に取り付けられたロータリーエンコー ダを用いて Digilent 社製のの FPGA ボード Zybo[35] で読み出す(図 2.11)。使用するエン コーダーは Canon の R-1SL[36] である。4 秒角(1.1×10⁻³°)という高い角度分解能で角度 を測定することができる。FPGA のデータ取得レートは1 kSPS で、Zybo 上のクロックを 使用する。また、この Zybo は次章で述べる同期信号を fanout する機能も実装している。



(a) ロータリーエンコーダー。Canon, R-1SL[**36**]

(b) エンコーダーの読み出しは FPGA ボード Zybo[<mark>35</mark>] で行う。

図 2.11: 仰角方向の角度読み出し

方位角方向については、回転台下部の回転軸に取り付けられたロータリーエンコーダと Xilinxの FPGA Spartan3E スターターボード [37] で読み出す(図 2.12)。使用するエンコー ダーは HEIDENHAIN の ERM220(ドラム内径 220 mm)[38] である。エンコーダーの角度 分解能は 2.6 分角(4.4×10^{-2} °)、取り付け前の精度は 13 秒角(3.6×10^{-3} °)である。FPGA のデータ取得レートは 1 kSPS で、Spartan3E ボード上のクロックを使用する。

⁴仰角を固定することで大気の厚みによる信号強度の変化の影響を受けない。

GroundBIRDでは台の回転速度が一定であることから、取得したデータから角度を補間することでさらに良い分解能で角度を決定することができる。4章でこの開発研究についても述べる。



(a) ロータリーエンコーダー。HEIDEN-HAIN, ERM220[38]



(b) エンコーダーの読み出しは Spartan3E スターターボード [37] で行う。

図 2.12: 方位角方向の角度読み出し

第3章 時刻同期システムの開発と評価

複数のデータ取得系の時刻同期は CMB 観測だけでなく多くの実験で不可欠な機能の一 つである。応用される状況によって同期精度への要求や実装方法は異なるが、本研究では GroundBIRD 実験の観測ストラテジーに基づいて要求値と同期手法を設定し、システムの開 発と評価を行った。



図 3.1: GroundBIRD 望遠鏡の検出器データと望遠鏡視線方向データの取得系の概要。"回転継手"を用いて、連続回転する回転台の上下の時刻同期を行う。

3.1 要求される時刻同期の精度

検出器のデータと方位角方向の角度データの時刻同期精度は、CMB のマップ作成の精度 に直結する。時刻同期の精度を Δt とすると、GroundBIRD 望遠鏡の方位角方向の回転速度 は 120 °/s なので、マップ上での同期精度に由来する角度分解能 $\Delta \phi$ は

$$\Delta \phi = 120 \ ^{\circ}/\mathrm{s} \times \Delta t \tag{3.1}$$

である。タイミング同期による角度の決定精度に対して、エンコーダーの角度分解能よりも 十分小さいことを要求する。4章で述べるように、エンコーダーのデータを平滑化するデー タ補間によって角度分解能は1×10⁻³。にまで向上する。タイミング同期由来の角度決定精 度をこれの1%未満とすると、Δtの要求値は

$$\Delta t < \frac{1 \times 10^{-3} \circ \times 0.01}{120 \circ / \mathrm{s}} = 83 \text{ ns}$$
(3.2)

となる。

3.2 時刻同期システムの実装

前章で述べたように、検出器データの取得系は回転台上部に、方位角エンコーダーデー タの取得系は回転台下部に設置されている(図 3.1)。検出器データは回転台上部の FPGA ボード(KCU105)で信号処理をし、回転台上部の PC に保存される。一方、望遠鏡の方位 角情報のデータ取得用 FPGA(Spartan)とデータ保存用 PC は回転台下部に設置される。 GroundBIRD は連続回転するので、回転台上下の電気的な接続のために通常の同軸ケーブル のような信号線を用いることはできない。水銀を用いた回転継手を使用して電気信号を共有 する [18]。回転継手を介して 200 MHz という速いクロック信号とトリガー信号を共有するの は現実的ではない。GroundBIRD 望遠鏡では、回転台の上下のデータ取得系でレートの遅い "同期信号"を回転継手を介して共有することで時刻同期を行う。

同期信号を用いたデータ同期を以下の手順で行う。

- 1. 回転台下部の FPGA ボードから 1 秒に一度基準となる同期信号を出力する。
- 2. 回転継手を介して回転台上部に到達した同期信号を FPGA ボードに入力する。
- 3. 回転台下部では同期信号を出力した時刻(タイミング)情報を方位角のエンコーダー データと共に保存する。
- 4. 回転台上部では同期信号の到達時刻(タイミング)情報を検出器の TOD と共に保存 する。
- 5. 2 種類の TOD のタイミング情報を用いて各時刻での検出器信号と望遠鏡視線の同期を 行う。

同期信号の流れを図 3.2 に示す。



図 3.2: 回転台上下間の同期信号の流れ。回転台下部の Spartan ボードから上部の KCU105 ボードに同期信号を送信する。本観測では最大 8 系統の KCU105 ボードで同時にデータ取 得を行う。それぞれに同期信号を配るために、仰角エンコーダーの読み出しに使用している Zybo で同期信号を fanout する。

上で述べた時刻同期機能は、最も単純な場合、パルス波の同期信号でも実装できる。ここでは、取得した検出器データとエンコーダーデータを合わせる段階での利便性のために、各同期信号に番号("同期番号"/"N_SYNC")を振り、その番号を同期信号として送受信する。信号線が1本であることと、送信者(Spartan)と受信者(KCU105)が動作クロックを共有していないことから、通信方式にはUART¹を使用した。同期信号の仕様を表 3.1 にまとめた。

¹UART では、送信者と受信者であらかじめ通信速度を決めておき、1 byte (8 bits) ずつ情報をやりとりす る。情報のやりとりがないとき、信号は High 状態にある。1 byte の情報の開始点は"start bit"で判断され る。start bit では信号は Low 状態である。受信者は信号が High から Low に変わるのを検出し、決められた通 信速度にしたがって信号を読み始める。start bit の後に 8 bits の情報が続き、その後に"parity bit"、"stop bit"を持つ。parity bit は、そのバイトのパリティ(1 の個数が偶数なら even、奇数なら odd)を表し、情報 の誤検知検出に用いられる。stop bit は 1 byte の情報の終了点を表す。これを繰り返して複数 bytes の情報を 送受信する。

表 3.1: 同期信号の仕様。 5 bytes の同期番号を Spartan から KCU105 に送信する。ノイズ の影響などで同期信号を誤って検知した場合(1 byte 目のパターンが固定パターンと異なる 場合)、FPGA はその後に続く信号を 50 ms 無視する。また、同期信号開始から 1 ms の間に 5 bytes の情報が到達しなければ、読み取りをリセットする。1 回の同期信号の長さは約 600 μs である。

通信专动	UART
通信力式	Universal Asynchronous Receiver Transmitter
データ長	1+5 bytes
	1 byte 目は誤検知防止用の固定パターン
データ配列	リトルエンディアン
信号レベル	3.3V LVCMOS
通信速度	115200 bps
1 byte のまとまり	$\operatorname{start}(1) / \operatorname{data}(8) / \operatorname{parity}(1) / \operatorname{stop}(1)$ (11 bits)

データ取得用の FPGA はエンコーダーデータや検出器データをパケット化してから PC に 送る。パケットとはデータのかたまりのことである。情報の受信者(ここでは PC)がデー タの意味を理解できるようにするために、ある規則にしたがってデータをまとめる。ここで、 各パケットは

1. ヘッダー

2. タイムスタンプ(測定開始時からの経過時間)

3. データ(エンコーダーデータ、検出器データ、同期情報など)

4. フッター

で構成されている。

図 3.3 に、FPGA ボードのデータパケットの送信時刻と同期信号の関係を示す。KCU105 では、2 章の式 (2.50)、(2.51) のダウンサンプルした (I^j, Q^j) をパケット化して PC に送信 する。Spartan では、1 kHz でエンコーダーの値をパケット化して PC に送信する。Spartan ボード、KCU105 のそれぞれで、同期信号の出力・到達タイミングとして、「一つ前のデータ パケットの送信時刻からのクロック数」を記録する。FPGA は、時刻同期に必要な情報を「同 期パケット」にして SiTCP を介して PC に送信する。同期信号を Spartan が生成・KCU105 が取得する前後で、各 FPGA からデータ保存用の PC に送られるパケットの流れを図 3.4 に 示す。同期パケットは

- 同期番号
- 同期信号の開始時刻と一つ前のデータパケットの送信時刻との差(オフセット)

の情報を含む。検出器データパケット(もしくはエンコーダーデータパケット)と同期パケットは、ヘッダーを変えることで区別する(図 3.5)。



図 3.3: データパケットの送信時刻と同期タイミング情報。パルスは FPGA から PC にパ ケットを送信する時刻を表す。方位角データ取得用の Spartan ボード、MKID データ取得用 の KCU105 ボードそれぞれで同期信号の出力・到達タイミング情報("offset_azimuth", " offset_detector")を記録する。それらの差を取ることで2つのデータのサンプリング時刻の ズレ("difference")を補正する。



図 3.4: 同期信号の出力・到達時刻の前後のパケットの流れ。データパケットは1 kHz で FPGA から PC に送信される。同期信号の出力・到達時刻に、同期パケットをそれぞれの FPGA から別々の PC に送信する。



図 3.5: データパケットと同期パケットの構成。

"N_SYNC"は同期番号、"offset_detector"/"offset_azimuth"は同期タイミング情報を 表すオフセット値(図 3.3)である。



図 3.6: 同期信号の送信・タイミング記録機能を追加した方位角エンコーダデータ取得用 FPGA 内ロジックの概略。角度読み取りモジュールでエンコーダー信号からエンコーダー値を計算 する。ダウンサンプルモジュール内のカウンターでデータサンプルタイミングを決め、その ときのエンコーダー値を出力する。サンプルレートは1kHzである。同期カウンターは1Hz で同期番号をカウントする。同期番号をシリアル信号に直し、1Hzで同期信号として出力 する。出力時にダウンサンプルモジュール内のカウンターのカウント数(オフセット)を取 得し、同期番号とともにデータ整列モジュールに送る。データ整列モジュールは2種類のパ ケットの衝突を防止する。

図 3.6 に、同期信号を出力する方位角のエンコーダーデータ取得の FPGA(Spartan)の ロジックの概略を示す。処理の流れを以下に示す。

- 1. モジュール①が、1 Hz のカウンターで同期番号をインクリメントし、同期番号をシリ アル化して同期信号として出力する。
- モジュール①が同期信号を出力するのと同時に、モジュール③のダウンサンプルモジュー ル内のカウンターのカウント数(図 3.3 中の"offset_azimuth"、オフセット)を取得 する。
- 3. ②が同期番号とオフセットの情報をデータ整列モジュールに送る。
- 4. 同期パケットを PC に送信する。



図 3.7: 同期信号の受信・タイミング記録機能を追加した MKID データ取得用 FPGA 内ロ ジックの概略。FPGA に入力した同期信号は一度チャタリング防止回路を通る。同期信号の 開始時刻に時間平均モジュール内のカウンターのカウント数(オフセット)を取得する。そ の後、同期番号とオフセットの値をデータ整列モジュールに送る。これと並列で、同期信号 に含まれる同期番号を読み取り FPGA 内のメモリに保持する。

図 3.7 に時刻同期機能を追加した検出器データ取得用の FPGA (KCU105) のロジックの 概略を示す。同期信号が到達してからの処理を以下に示す。

- 1. FPGA に入力した同期信号をチャタリング防止回路(モジュール①)に入れる。
- 同期信号の開始時刻(UART の 1 byte 目の start bit の立ち下がりタイミング)に、時間平均モジュール(③)内のカウンターのカウント数(図 3.3 中の "offset_detector"、 オフセット)を取得する。
- 3. モジュール②が同期信号を読み取り、同期番号を FPGA 内のメモリに保持する。
- 4. モジュール②が、同期信号の開始時刻での同期番号と2. で取得したオフセットの情報 をデータ整列モジュールに送る。
- 5. 同期パケットを PC に送信する。

パケットを SiTCP に送信する段階で、パケットの衝突が起こる可能性がある。具体的には、

• 検出器データパケットの送信中に同期信号が到達する

• 同期パケットの送信中に検出器データパケットの送信タイミングが重なる

場合である。これを防ぐためにパケットの順序を整える機能が実装されている。2つのパケットの送信タイミングが重なる場合、片方のデータを FPGA 内のメモリに保持し、先のパケットを送信し終えてからメモリ内の情報を送信する。1パケットのデータ長² はサンプリング 速度の1 kHz に比べて十分短く、パケットの衝突が2回続けて起こることはない。したがって、1パケット分を保持するメモリを実装している。

PCに保存されたデータを見ると、検出器データパケット(もしくはエンコーダーデータパ ケット)の列に時刻同期パケットが入り込んだ形になる。ファイルを読む段階で、各パケッ トのデータに時刻同期に関する情報(同期番号とオフセット)を付与する。検出器データと エンコーダーデータで、同期番号とオフセットを比較することでデータを同期させる。

本節で述べた方法はクロックを共有していない複数の系でのデータ同期に使用でき、様々 な場面で応用することも可能である。検出器のデータと角度データの同期以外の応用例とし て、シグナル・ジェネレーターとの同期による MKID の周波数スイープの高速化を5章で紹 介する。

3.3 同期性能の評価

開発したシステムを用いて時刻同期精度の評価と観測サイトでの同期システムの動作確認 を行った。

3.3.1 精度の評価

まず、回転継手を通過する前後で信号の波形に大きな違いがないことをオシロスコープを 用いて確認した。

次に、同期時刻の精度を決めるために、図 3.8 に示す回路を作成して同期タイミングの時 間幅を測定した。Spartan ボードからは、同期信号と同時にトリガー信号としてパルス信号 を出力する(図 3.9)。測定用の Spartan のロジックではパルス信号と同期信号の立ち下がり の遅延は 120 ns である。パルス信号は KCU105の PMOD 端子³ に入力される。同期信号は 回転継手を通過した後、Zyboの PMOD 端子に入力され、fanout された信号が KCU105の PMOD 端子に入力される。KCU105 上はパルス信号をトリガーとして、同期信号の立ち下 がりまでの時間をカウントし、SiTCP を通して PC にカウント数を送信する。

²KCU105(クロック周波数:200 MHz)で 120 ch の同時測定をする場合、1パケットの送信にかかる時間 は ≤ 2000 クロック ($\leq 10 \mu$ s) 程度。Spartan では ≤ 250 ns 程度。

³PMOD (Peripheral modules)とは、Digilent 社が作成する FPGA と周辺機器を接続するための端子や、その端子をインターフェースに持つ周辺機器のことである。



図 3.8: 同期精度の計測用回路。Spartan ボードからパルス波と同期信号を出力する。KCU105 ボードで2つの信号の時刻の差を計測する。



図 3.9: Spartan から出力されたパルス信号(緑)と KCU105 に入力される同期信号(マゼンタ)。パルス信号の立ち上がりと同期信号の立ち下がりの時間差を FPGA で計測した。

図 3.10 に計測した時間差を示す。遅延時間が幅を持つのは KCU105 の FPGA 内のチャタ リング防止回路や基板上のレベル変換 IC の影響である。2 Hz で生成したパルス信号と同期 信号で5分間測定した結果、遅延時間のバラつき幅は 55 ns となった。チャタリング防止機 能が持つ時間幅が 50 ns であることから、妥当な結果であると考えられる。この測定から、 開発した Spartan ボードと KCU105 ボードの同期精度が 55 ns であり、3.1 節で設定した要 求(< 80 ns)を満たすことがわかる。



(a) 計測された時間差の時系列データ。200 MHz クロックで計測しているので得られる 時間差は 5 ns の倍数になっている。



(b) 計測された時間差のヒストグラム。中央 値は天体を用いた角度較正によって補正され る。

図 3.10: 時刻同期の精度の計測結果。

3.3.2 観測サイトでの運用

GroundBIRD 実験では、2019 年 9 月に望遠鏡を観測サイトに移設し、月をターゲットにし たテスト観測を行った。実際に望遠鏡を回転させた状態で、Spartan ボードがロータリーエン コーダーの信号読み出しと同期情報の取得を同時に行えることを確認した。また、KCU105 ボードでも、検出器のデータ処理と同期信号の読み出し・同期情報の取得が正常に機能して いることを確認した。2019 年 10 月の月の観測中にそれぞれのデータ取得系で得られた時系 列データを図 3.11 に示す。図 3.11a は月を横切った時の検出器の応答を表す。図 3.11a は同 期パケットの情報を用いて MKID データのサンプリングタイミングに同期させた望遠鏡の方 位角データである。2 つの時系列データを用いて図 3.11a の横軸(時間)を方位角に直すこ とができることを確認した(図 3.12)。

さらに、月の観測で得られた検出器のデータと方位角のデータを同期させると、期待され るマップと同等のものが得られた。この観測で得られた月のマップを図 3.13 に示す。以上よ り、同期システムが正常に動作していることを確認した。

CMB 観測実験に不可欠な時刻同期機能を GroundBIRD 実験のデータ取得系に実装した。 これによって、望遠鏡を高速回転させるスキャンストラテジーでの観測を可能にした。



図 3.11: 観測で得られる検出器の時系列データと方位角の時系列データ。



図 3.12: 時刻同期によって得られた望遠鏡の方位角に対する検出器の応答。



図 3.13: 時刻同期されたデータを用いて得られた月のマップ(左)。右はシミュレーション。 2019 年 9 月の観測データを月の静止系でのマップにした。解析は東北大学沓間氏が行った。

第4章 平滑化フィルターを用いた角度データ の補間

図 3.3 からわかるように、MKID データとエンコーダーデータのサンプリング時刻の間に はオフセットが存在する。MKID データの取得時刻における方位角をより正確に決定するた めに、サンプリングされていない時刻の方位角データを補問する。

単純な2点線形補間ではなく、線形補間の前処理としてエンコーダーデータに平滑化フィ ルター(Smoothing Filter; SF)

$$\bar{y}(L)_j = \frac{1}{L} \sum_{k=j-(L-1)/2}^{j+(L-1)/2} y_k \quad , \ (L: \stackrel{\circ}{\to} \mathfrak{Y})$$

$$(4.1)$$

を適用することで、角度分解能を向上させることができる。つまり、方位角エンコーダーの 時系列データの移動平均をとる。本章では、角度分解能を向上させるために行った、式(4.1) の SF の幅 L の最適化ついて述べる。最後に、方位角の角度分解能の向上が望遠鏡のビーム 較正の精度向上に繋がることを示す。平滑化(Smoothing Filter)を前処理として用いたエ ンコーダーデータの補間を"SF 補間"と表記する。



図 4.1: 平滑化(SF)と線形補間による角度補間の流れ。

4.1 平滑化フィルターによる繰り返し成分の除去

エンコーダーを用いて取得されるのは、分解能以下の情報を切り捨てた角度のデータであ る。つまり、エンコーダーのデータと実際の望遠鏡の角度には、最大で、エンコーダーの分 解能(360°/2¹³ = 0.044°)と同じ大きさの差が生じる。この角度差は、望遠鏡の回転速度 が一定のとき周期的になる。図 4.2 は、2RPM の回転速度(通常観測の 1/10 の速度)を仮 定した場合のエンコーダーデータと望遠鏡の真の視線角度の比較シミュレーションである。 エンコーダーと真値の角度差は、周期T:

$$T = 60/2$$
RPM $/2^{13} \simeq 3.7$ ms (4.2)

振幅1の折り返し直線を、1 kHz でサンプリングしたものと等価である(図 4.2)。

図 4.3 は、エンコーダーデータに式 (4.1) の SF を適用することで角度差が小さくなること を示したものである。平滑化を行う前は 0.5±0.5 のばらつきを持つ(図 4.2 下)が、平滑化 によってそのばらつきが小さくなる(図 4.3 下)。SF 適用後のエンコーダーデータは 0.5 の オフセットを持つが、これは天体等を用いた望遠鏡の視線角度の較正で差し引かれる。





図 4.2: 一定速度(2 RPM)を仮定した 場合の望遠鏡の角度とエンコーダーの値 (上)と、それらの差(下)のシミュレー ション。横軸はサンプリング時刻、縦軸は エンコーダーの単位で表した角度。

図 4.3: SF 適用後のエンコーダーのデー タと角度の差。図 4.2 の下のプロットと比 較して、振動の振幅が小さくなっている。

角度差が周期性を持つことは、周波数空間で見るとより明らかである。図 4.4 にエンコー ダーデータと望遠鏡角度の差の PSD(Power Spectrum Density)を示す。この PSD に現 れるピークに相当する周波数は、式 (4.2)の周期 *T* に対応している。最大ピークの周波数は f = 1/T で、その高調波のエイリアシング¹ が高次のピークとして見えている。そして、SF を適用させると、特に高周波数側のパワーが小さくなる(図 4.5)。

この理由をもう少し考察してみる。エンコーダーデータ $d_{encoder}$ は実際の望遠鏡の角度 $\phi_{azimuth}$ と周期 T (式 (4.2))の周期性を持つ成分 $N_{encoder}$ の和で書ける。

$$\boldsymbol{d}_{\text{encoder}} = \boldsymbol{\phi}_{\text{azimuth}} + \boldsymbol{N}_{\text{encoder}}$$
(4.3)

これに SF を適用すると、

$$SF(\boldsymbol{d}_{encoder}) = SF(\boldsymbol{\phi}_{azimuth}) + SF(\boldsymbol{N}_{encoder})$$
 (4.4)

と書ける。第1項について、望遠鏡はほぼ一定の速度で回転するので $\phi_{azimuth}$ は直線になる。

¹周波数 f の正弦波信号を周波数 f_s でサンプリングしたデータは、周波数 f_i = $|f - Nf_s|$ の正弦波信号をサ ンプリングしたものと全く同じになる。ナイキスト周波数 f_N = f_s/2 より高い周波数の信号をサンプリングする と、データにはエイリアシングの周波数の成分が現れる。2RPM の場合、最大のピークの周波数は 1/T = 273 Hz である。2 次高調波の周波数は 273 × 2 = 546 Hz だが、これはナイキスト周波数 f_s = 1000 Hz/2 = 500 Hz より大きいので、エイリアシングの周波数 f_i = $|546 - 1 \times 1000|$ = 454 Hz がデータに現れる。



図 4.4: エンコーダーの値と真の角度の差 (図 4.2 下)の PSD。横軸は周波数 (Hz)、 縦軸は 1 Hz あたりのエンコーダーのパ ワー。周期 T に対応した周波数にピーク を持つ。



図 4.5: SF 適用後のエンコーダーの値と 角度の差(図 4.3 下)の PSD。図 4.4 と比 較して、周期 *T* に対応した周波数のピー クが抑制されている。

完全に直線の場合、SF は $\phi_{azimuth}$ の値を変えないので、

$$SF(\boldsymbol{d}_{encoder}) \simeq \boldsymbol{\phi}_{azimuth} + SF(\boldsymbol{N}_{encoder})$$
 (4.5)

と書ける。一方、第2項 $N_{encoder}$ は高周波成分を含むので、SF によって $N_{encoder}$ を抑制で きる。したがって、 $d_{encoder}$ に SF を適用すると $N_{encoder}$ のみを除くことができ、角度分解 能を向上させることができる。

仮に望遠鏡の回転速度が完全に等速とすると(つまり、望遠鏡の角度が時間に対して完全 に直線になるとすると)、SF の幅 Lが大きいほど SF 補間後の角度分解能は小さくなる。し かし、実際は、望遠鏡と回転台にかかる重力や回転機構の振動の効果で角度と時間の関係は 完全直線からズレる。つまり、直線関係 ϕ_{LC} からのズレの効果を ϕ_{NLC} と書くと、式 (4.3) の第 1 項は、線形項に振動の項が加わった形:

$$\phi_{\text{azimuth}} = \phi_{\text{LC}} + \phi_{\text{NLC}} \tag{4.6}$$

で表される。エンコーダーデータに SF を適用すると、 ϕ_{NLC} の一部がデータから取り除かれ てしまう。SF の幅 *L* を大きくするほど、この寄与は大きくなる。 ϕ_{NLC} は実際の望遠鏡の角 度に含まれる成分なので、SF によってフィルターされてしまう効果は最小化したい。

エンコーダーの分解能の影響($N_{encoder}$)を SF で完全に補間しきれない効果を $\Delta \phi_{encoder}$ 、 望遠鏡の等速回転からのズレに SF が及ぼす影響を $\Delta \phi_{NLC}$ とすると、SF 適用後のエンコー ダーデータは、

$$SF(\boldsymbol{d}_{encoder}) = SF(\boldsymbol{\phi}_{azimuth}) + SF(\boldsymbol{N}_{encoder})$$

= SF($\boldsymbol{\phi}_{LC}$) + SF($\boldsymbol{\phi}_{NLC}$) + SF($\boldsymbol{N}_{encoder}$)
= $\boldsymbol{\phi}_{LC} + \boldsymbol{\phi}_{NLC} - (\boldsymbol{\phi}_{NLC} - SF(\boldsymbol{\phi}_{NLC})) + SF(\boldsymbol{N}_{encoder})$
= $\boldsymbol{\phi}_{azimuth} + \Delta \boldsymbol{\phi}_{NLC} + \Delta \boldsymbol{\phi}_{encoder}$ (4.7)

$$\Delta \phi_{\text{encoder}} \equiv \text{SF}(N_{\text{encoder}}) , \quad \Delta \phi_{\text{NLC}} \equiv -\left[\phi_{\text{NLC}} - \text{SF}(\phi_{\text{NLC}})\right]$$
(4.8)

と書ける。 $\Delta \phi_{\text{encoder}}$ 、 $\Delta \phi_{\text{NLC}}$ の分布は広がりを持つ。この広がりを σ_{encoder} 、 σ_{NLC} とする。 SF の幅 L (式 (4.1))を大きくすると、 σ_{encoder} は小さくなるが、 σ_{NLC} は大きくなる。した がって、角度分解能を向上させるために最適な Lを選ぶ必要がある。 σ_{encoder} と σ_{NLC} の二 乗和が最小になる Lを求めることを以下の節で行う。 σ_{encoder} は、エンコーダーデータと望 遠鏡の角度をシミュレーションすることで評価する(4.2 節)。 σ_{NLC} については、エンコー ダーの実データに SF を適用して、振動由来の成分の減少分を調べる(4.3 節)。2 つの成分 の評価をふまえた Lの最適値を 4.4 節で求める。

4.2 望遠鏡角度のシミュレーションによる σ_{encoder} の推定

SF 適用後のエンコーダーデータと実際の望遠鏡の角度の差が分かれば、σ_{encoder}の大きさ を見積もることができる。しかし、実データから真の望遠鏡の角度を求めることはできない ので、エンコーダーのデータと望遠鏡の角度をシミュレーションで再現して比較する必要が ある。

本節で述べるシミュレーションの目的は N_{encoder} に現れる周期性を正確に再現することで ある。周期性の強弱を比較するために、シミュレーションデータの PSD と実データの PSD を比較する。まず、図 4.7 にエンコーダーの実データの PSD を示す。4 つのプロットは異な る回転速度に対応する。PSD は以下の手順で計算した(図 4.6)。

1. 0°から 360°の繰り返しのデータから 360°×n (n = 0,1,...) を引いて直線に直す。

2. 1次関数でフィットして線形成分を引く。

3. PSD を計算する²。



図 4.6: エンコーダーデータの PSD を求める計算の流れ。

これらの PSD のピークの周波数を表 4.1 にまとめた。2RPM に注目すると、回転速度一 定のシミュレーションの PSD (図 4.4) のピーク周波数とほぼ一致している。2RPM のデー タとシミュレーションで最大ピークの周波数に 7 Hz のズレがあるのは、実際の回転速度が 2RPM からズレている(約 2.05RPM)からである。表 4.1 の 2 番目以降のピークは 1 番目の 高調波のエイリアシングが見えていることを表す。したがって、PSD に現れているこれらの ピークは、*N*_{encoder} によるものであると考えられる。

²PSD の計算には Welch 法 [39] を用いた。



図 4.7: 方位角データの PSD。

表 4.1: 方位角データの PSD に現れるピークの周波数 (Hz)。 1 行目は望遠鏡の回転速度が 一定(2RPM)のシミュレーション(図 4.4)。

回転速度 (RPM)	1st	2nd	3rd	$4 \mathrm{th}$
2 (シミュレーション)	273	454	181	92
2	280	441	162	117
10	371	256	115	480
15	45	90	135	190
20	262 ± 3	$470{\pm}10$	$200{\pm}10$	$53{\pm}10$

エンコーダーデータのシミュレーションは次の2種類のパラメータを用いて行う。

- 望遠鏡の回転速度
- エンコーダーの特性(理想的なふるまいからのズレの効果)

回転速度はエンコーダーの実データから計算される。エンコーダーの特性を表すパラメータ は、シミュレーションデータの PSD と実データの PSD を比較することで決定した。以下、 そのパラメータの決定方法についてまとめる。 図 4.8 に、方位角の読み出しに使用しているロータリーエンコーダーの原理を示す。図 4.9 はエンコーダーが出力する信号を表す。 1 周期中、0,*t*₁,*t*₂,*t*₃ のタイミングに 4 回値をイン クリメントまたはデクリメントする (図 4.9 右下)。(*t*₁,*t*₂,*t*₃) がシミュレーションで使用し たエンコーダーの特性 (エンコーダー内の検出器の位置)を表すパラメータである。



図 4.8: 方位角エンコーダーの読み出し原理 [38]。回転台に取り付けられたドラムに等間隔に 磁石が配置されている。回転によって磁場が変わることを用いて信号を生成する。



図 4.9: インクリメント型エンコーダーの信号 [40]。90°の位相差を持つ2つの信号の立ち上がりと立ち下がりのタイミングで角度をインクリメントする。A 相と B 相の位相差、各相の 信号のパルス幅はエンコーダーの信号を生成する回路(図 4.8 下部)の配置で決まる。

たとえ、ドラムに配置された磁石は等間隔であったとしても、エンコーダー内で磁場の変 化を読み取る検出器の相対位置が理想的な場合からズレることが考えられる(または磁石が 等間隔でないことも考えられる)。メーカーが保障するこのズレの大きさは、(*t*₁,*t*₂,*t*₃) それ ぞれ、1周期の5%未満である[38]。図 4.10は、(*t*₁,*t*₂,*t*₃)が理想的な場合と5%以下のズ レを持つ場合でPSDに違いが現れることを示す。(*t*₁,*t*₂,*t*₃)が理想値からズレると、PSDに 新たなピークが現れる。つまり、この効果をシミュレーションに取り入れることで、精度良 く実データを再現できるようになる。



図 4.10: エンコーダーの検出器位置パラメータを変えたときの PSD の変化。青が理想的な場 合、オレンジはそこからのズレを仮定した場合の PSD。ズレを仮定して計算される PSD に は理想的な場合にはないピークが出現し、実データをより良く再現する。回転速度は 2RPM である。

シミュレーションデータの PSD を実データの PSD にフィットすることで、エンコーダーの 検出器位置のパラメータ (*t*₁,*t*₂,*t*₃)を決定した。フィッティングの手順は以下の通りである。

- 1. 2RPM の速度で回転している間のエンコーダー実データの PSD(PSD_{real})を求める (図 4.7a)。
- 2. 実データからこのときの回転速度を計算する。
- 3. 回転速度と位置パラメータ (*t*₁, *t*₂, *t*₃) から、シミュレーションデータ(TOD_{sim})を作 成する。
- 4. 実データと同じ方法でシミュレーションデータの PSD を求める (PSD_{sim})。
- 5. PSD_{real} と PSD_{sim} の残差から χ^2 を求める。
- 6. χ^2 を最小にする位置パラメータ (t_1, t_2, t_3)を決める³。

ここで回転速度として 2RPM を選んだ理由は、今回使用したデータ(2, 5, 10, 20RPM)の 中で回転の非等速成分(振動に起因する加速度成分)が最も小さいことと、PSD 内のピーク が鋭く位置パラメータが最も精度良く決定できるからである。回転速度は、1/64 回転毎に計

³最小化には Powell 法 [41] を用いた。

算した。これより速い振動の成分はこのシミュレーションで再現されないが、次節でその寄 与 σ_{NLC} を見積もる。

フィッティングの結果を表 4.2 にまとめた。PSD の各点の誤差としてノイズフロア(10⁻⁵) を仮定した場合のフィッティングの決定精度を誤差としている。このときの PSD は図 4.11 の ようになった。実データ(オレンジ)にあるピークがよく再現されている。シミュレーショ ン結果は細いピークを多く持つが、これはシミュレーション・パラメータの回転速度にわず かな非等速成分(1/64 回転よりも細かい速度変化)を加えると不鮮明になると考えられる。

表 4.2: エンコーダーの位置パラメータのシミュレーション結果。1周期の長さを1として いる。

	理想值	フィット値	1周期に対するズレの大きさ
t_1	0.25	$0.25 - (6.4^{+0.1}_{-2.3}) \times 10^{-3}$	0.6%
t_2	0.50	$0.50 + (3.1^{+0.1}_{-0.1}) \times 10^{-3}$	0.3%
t_3	0.75	$0.75 + (2.4^{+0.1}_{-1.2}) \times 10^{-3}$	0.2%



図 4.11: フィット値に基づくシミュレーションの PSD と実データの PSD の比較(回転速度 2 RPM)。

このパラメータを用いることで、観測時の回転速度(20RPM)でのエンコーダーデータと 実際の望遠鏡角度を精度良く再現することができる。シミュレーションの PSD と実データの PSD の比較を図 4.12 に示す。実データ(オレンジ)の PSD の概形がシミュレーション(青) で良く再現されている。2 RPM の PSD と同様に、シミュレーションの PSD の細いピーク は回転速度に非等速成分を加えると不鮮明になると考えられる。



図 4.12: 回転速度 20 RPM のときの実データ(オレンジ)とシミュレーションデータ(青) の PSD の比較。シミュレーションデータは表 4.2 のパラメータと実データから計算される回 転速度を用いて再現した。

再現されたエンコーダーデータに SF を適用し、それを望遠鏡角度と比較することで、SF 適用後の角度分解能 σ_{encoder} を見積もる。 σ_{encoder} の推定の手順を以下に示す。

- 1. 20 RPM で回転している間のエンコーダーの実データから回転速度を求める。
- 2. 回転速度と表 4.2 のパラメータを用いてエンコーダーのデータ(TOD-enc_{sim})とエン コードされる前のデータ(TOD-ideal_{sim})を再現する。
- 3. TOD-enc_{sim} に SF を行い、TOD-ideal_{sim} との差を求める。
- 4. 得られた差の標準偏差を分解能 σ_{encoder} とする。

ここで回転速度は1/4回転毎に計算した。

L = 41とした場合の SF 適用後の TOD-enc_{sim} と TOD-ideal_{sim} との差のヒストグラムを図 4.13 に示す。青色のヒストグラムは SF を行う前の差を表し、幅は 1 である。オレンジが SF 適 用後を表し、分解能が一桁以上向上していることがわかる ($\sigma_{\text{encoder}}(L = 41) = 1.89 \times 10^{-2}$)。 4.4 節で L の最適化について述べる。



図 4.13: SF を適用させる前(青)と後(オレンジ)の角度分解能を評価・比較した結果。横軸はエンコーダーの単位。

第4章 平滑化フィルターを用いた角度データの補間

4.3 回転の非等速成分に与える影響の推定

σ_{NLC} は実データを用いて見積もることができる。エンコーダーの実データから望遠鏡や 回転等に伴う加速度振動の成分を取り出し、それに対して SF を適用してその影響を推定す ればよい。

この成分の特徴を知るために、加速度計の情報を使用した。回転台に設置した加速度計で 取得した加速度データの PSD を図 4.14 に示す。使用した加速度計は LP RESEARCH 社の LPMS-URS2 で、サンプリング速度は 100 Hz である。軸の取り方は、X:回転の動径方向、 Y:回転速度ベクトルの向き、Z:角速度ベクトルの向きとしている。

20RPM の PSD に注目すると、図 4.14c の 15 Hz 付近のピークは振動由来である。方位 角エンコーダーのデータの PSD (図 4.7d) にもこれと同じ周波数帯にピークが存在する。図 4.12 において、20 RPM でのシミュレーションの PSD (青) にこのピークが存在せず、一方 の実データ PSD (オレンジ) にはこのピークが存在することからも、これは望遠鏡の振動に よるものだとわかる。



図 4.14: 回転台に設置した加速度計で取得された加速度データの PSD。

エンコーダーデータに含まれる振動の成分(つまり非等速成分) $\phi_{\rm NLC}$ がSFの適用でどれ だけ減少するかを求める。加速度計のデータ(図 4.14c)から、20 RPM で回転していると きの望遠鏡の振動成分は、高周波(> 1 Hz)では、 15 Hz のモードのみを考えれば十分だ とわかる。また、SF がエンコーダーデータの低周波側のピーク(例えば回転の周期に対応 する 0.33 Hz のモード)に与える影響はこの周波数のピークへの影響に比べて小さい。した がって、σ_{NLC} として、エンコーダーデータの 15 Hz 付近のピークに対する SF の影響を評 価すれば良い。以下の手順で、σ_{NLC} を評価した。

1. エンコーダーの実データから線形成分を引いてから FFT する。

2. そのうち、3 Hz から 20 Hz の成分を逆 FFT して時系列データに直す (TOD_{real})。

3. エンコーダーの実データに SF を適用し、線形成分を引いてから FFT する。

4. そのうち、3 Hz から 20 Hz の成分を逆 FFT して時系列データに直す (TOD-SF_{real})。

5. TOD_{real} と TOD-SF_{real} の差の標準偏差を分解能 σ_{NLC} とする。

L = 41とした場合の、TOD_{real}とTOD-SF_{real}の差ヒストグラムを図 4.15 に示す。これは SF による振動の成分の減少分($\phi_{\text{NLC}} - \text{SF}(\phi_{\text{NLC}})$)の分布を表している($\sigma_{\text{NLC}}(L = 41) = 1.04 \times 10^{-2}$)。



図 4.15: TOD_{real} と TOD-SF_{real} の差の分布。望遠鏡の等速回転からのズレに SF が及ぼす影響の大きさを示す。横軸はエンコーダーの単位。

4.4 SF の幅 L の最適化

4.2 節と 4.3 節で述べた手順で、 σ_{encoder} と σ_{NLC} を見積もることができる。これらの二乗 和を最終的な角度分解能とし、Lを変えて角度分解能を比較した。図 4.16 に、Lを変えたと きの最終的な角度分解能 σ_{SF}

$$\sigma_{\rm SF}(L) \equiv \sqrt{\sigma_{\rm encoder}(L)^2 + \sigma_{\rm NLC}(L)^2} \tag{4.9}$$

の変化を示す。縦軸の誤差は、標準偏差が分散と等しいと仮定し、 $\sigma_{\text{encoder}} \geq \sigma_{\text{NLC}}$ の統計誤 差 ($\Delta(\sigma^2) = \sigma^2$ より、 $\Delta \sigma = \sigma^2/4$)を式 (4.9)で伝搬させた。図から、L = 41 で最小値は (2.152±0.08)×10⁻² である。つまり、20RPM で回転する場合、41 点 (41 ms)で移動平均

を取ったときに角度分解能は最小になる。エンコーダーカウントから角度(°)に変換した値 $\sigma_{\rm SF}$ は、

$$\min(\sigma_{\rm SF}) = 360/2^{13} \times (2.152 \pm 0.08) \times 10^{-2} = (9.46 \pm 0.04) \times 10^{-4} \circ 10^{-3} \circ 10^{$$

となることがわかった。これは元々のエンコーダーの分解能 0.044°の約 1/50 である。

以上より、エンコーダーのデータに SF を適用した後、時刻同期の角度補間を行うことで 最終的な方位角方向の角度分解能は、標準偏差で、

$$σ = (SF 補間精度) ⊕ (時刻同期精度)$$

= $√(1 × 10^{-3})^2 + (120 × 55 × 10^{-9})^2$

= 1 × 10⁻³ °

となる。これは望遠鏡の角度分解能 0.5°(145 GHz 帯)より十分小さい。



図 4.16: SF の幅を変えたときの角度分解能の変化。

4.5 点源を用いた較正における角度分解能向上の効果

SF 補間によって向上した角度分解能は、天体を用いた較正(望遠鏡の視線方向やビーム、 検出器の応答など)の精度の向上に繋がる。 ここでは望遠鏡のビームの較正について考える。光の回折の影響で焦点面の検出器には有 限の領域の信号の積分値が入射する。この広がりのことをビームと呼び、天体などを用いて 較正する。較正されたビームはマップからパワースペクトルを作るときに必要となる。

方位角の角度分解能が仰角の分解能と異なると、望遠鏡のビームが歪められる。低速のス キャンデータを用いることでビームの較正を正確に行うことはできるが、回転速度を変える とビームが歪むことも懸念される。したがって、実際の観測時のスキャンスピード(20RPM) でビームを較正することは重要である。

SF 補間を行わない場合、データと実際の望遠鏡の角度の間には 0 から 0.044 ° のズレが一様な確率で生じる。SF 補間を行うと、このズレの分布は 1 × 10⁻³ °~ 0.044°/50 の標準偏差 を持つ広がりになる。図 4.13 のオレンジと図 4.15 のヒストグラムの形を見ると、これをガ ウス分布だと仮定しても問題はないと言える。これらの角度のズレを仮定して、SF 補間を する場合としない場合で、ガウス型のビームを持つ望遠鏡が点源を横切ったときの検出器の 応答をシミュレーションした。ビームの広がりとして FWHM=0.5 ° を仮定した。それをガ ウシアンでフィットし、ビーム幅(ガウシアンのσ)を比較した。図 4.17 にその結果を示す。 横軸は仮定したビーム幅でノーマライズしたガウシアンでのフィット結果(σft/σinput)であ る。SF 補間をしなければに標準偏差で 2 % のズレが生じうる。SF 補間によって、これが 0.1 % に抑制される。これは CMB 観測に対する系統誤差の削減に繋がる [42]。



図 4.17: SF 補間が望遠鏡のビーム較正に与える影響のシミュレーション。横軸はフィットに よって得られるビーム幅である。仮定したビーム幅(σ_{input})で規格化している。青は SF 補 間をしない場合。オレンジは SF 補間をした場合。理想的なビーム較正精度が一桁以上も向 上する。

第5章 読み出しシステムの較正に関する研究 開発

前章までで検出器と望遠鏡視線方向のデータ同期ができ、マップ作成ができる機能が揃った。実際のデータを使って高精度のマップを作成するためには、各 MKID の共振周波数と読み出し系の較正パラメータの安定度とその理解が重要である。

5.1 同期機能を応用した"周波数スイープ"較正の高速化

開発した同期機能を応用して MKID を用いた測定に不可欠な周波数スイープの高速化を 実現した。





(a) MKID の TOD とエンコーダーデー タを同期させることで、視線方向の信号 強度がわかる。

(b) MKID の TOD とシグナル・ジェネレーターの 出力信号の周波数を同期させることで、周波数に 対するの T₂₁ がわかる。

図 5.1: 同期機能の応用。

5.1.1 開発の目的

MKID を用いた観測では、感度を保証するために観測中定期的に周波数スイープを行い、 共振状態を把握する必要がある。共振状態は観測環境によって変化するため、共振周波数を 監視することが重要である。ただし、2.2.3 節で述べたように、従来の周波数スイープには以 下の課題がある。

- 精密な測定に時間がかかる。
- 一度に測定できる周波数帯域が ADC/DAC の帯域に限られる。

GroundBIRD 実験の読み出し回路で LO に使用しているシグナル・ジェネレーター [43] を 用いて周波数スイープをすることでこの課題を解決することができる。従来手法では、PC から FPGA に周波数パラメータを設定して TOD を取得するという操作を繰り返している。 周波数パラメータの設定にかかる時間が高速化を制限している。それと比較して、シグナル・ ジェネレーターの周波数スイープ機能を用いると高速で周波数が切り替わる(5.1.3節で詳 しく述べる)。また、帯域幅は RHEA ボードの 200 MHz に対して、シグナル・ジェネレー ターでは >9000 MHz である。つまり、40 倍以上の広い周波数領域のスイープ測定を高速に 行うことができる。

シグナル・ジェネレーターを用いた MKID の周波数スイープ測定にはシグナル・ジェネ レーターとデータ取得系の時刻同期が必要だが、本研究(3章)で開発した同期システムを 応用することで簡単に導入することができる。シグナル・ジェネレーターを用いた周波数ス イープを以下"SG スイープ"と表記する。SG スイープを用いることで観測中の検出器の 較正にかかる時間を短縮することと、検出器開発の場面での利便性の向上を目的とする。



図 5.2: シグナル・ジェネレーターと KCU105 ボードを同期させることで周波数スイープ測 定を行う。従来手法では IF の周波数 f_{IF} を動かして測定していたのに対し、SG スイープで は LO の周波数 f_{IF} を動かす。シグナル・ジェネレーターが周波数切り替え時に出力する信号 を同期信号として、3章で述べた同期機能を応用する。

5.1.2 実装方法

GroundBIRDでLOとして使用するシグナル・ジェネレーター(表 2.2、図 5.3)はシリア ル通信でPCとコミュニケーションをとることができる。指定のコマンドを送ることで出力 周波数の変更や機器の状態のモニター、周波数スイープの実施が可能である。



図 5.3: FSL-0010[43]。PC との通信用の USB インターフェースと電源供給・SPI 通信用の 30 ピンインターフェースを持つ。locked 信号は 30 本のうちの一つに割り当てられている。

シグナル・ジェネレーターの周波数スイープでは以下の値をパラメータとして設定することができ、これは MKID の測定を行うのに十分な機能である。

- スイープの始点と終点の周波数(Hz)
- ステップの周波数幅(Hz)
- 1 ステップの測定時間 "dwell time"(μs)

ステップ間で周波数の変更に要する時間はロスタイムとなる。これは約 100μs で、1 ステップあたりの測定時間を 1 ms とした場合、1/10 なので十分短いと言える。

周波数を変えている間、シグナル・ジェネレーターから出力される locked 信号が High から Low に変わる (図 5.4)。この locked 信号を同期信号として使用することで、本研究で開発した同期機能を応用してシグナル・ジェネレーターと検出器データの取得システムを同期 させる。図 5.5 に示すように、シグナル・ジェネレーターの locked 信号を FPGA に入力する。FPGA では通常の TOD 測定と同じようにデータ取得を行うが、locked 信号の立ち下がりのタイミングを検知し、その直後のデータパケットのヘッダーを変える¹。PC に保存されるデータは通常の TOD とほぼ変わらないが、周波数切り替えのヘッダーを持つパケットが入る (図 5.6)。ファイルを読む段階で、測定時に設定したスイープ開始周波数とステップ周波数の情報と合わせて、切り替えタイミングのヘッダー毎に周波数をインクリメントしてスイープ周波数を得る。

¹ここでは、エンコーダーデータとの同期で取得していた詳細なタイミング情報(オフセット)は取得する必要がない。FPGA から同期パケットは送信せず、ヘッダーを見て「周波数の切り替わり」のタイミングを判断する。



(a) 周波数切り替え中は Low になる。幅は約100 μs。



(b) 周波数スイープ中の locked 信号。dwell time を 1 ms にした。1ms 経つと High から Low に切り替わる。

図 5.4: シグナル・ジェネレーターの locked 信号。



図 5.5: シグナル・ジェネレーターと FPGA の同期。シグナル・ジェネレーターの locked 信号を同期信号として用いる。FPGA で は locked 信号の立ち下がりを検出すると 直後のパケットのヘッダーを変える。



図 5.6: SG スイープで取得されるデータ。 周波数切り替えのタイミングを表すヘッ ダーを持つパケットが入る。ファイルを読 む段階で、そのパケットの前後で周波数を インクリメントする。

5.1.3 測定手法の評価

開発した SG スイープの性能を

- スイープ中にシグナル・ジェネレーターから期待通りの周波数の信号が出力されるか
- 測定にかかる時間の従来手法との比較
- SG スイープで得たデータを用いて MKID の共振パラメータを得られるか

の3点で評価した。

まず、シグナル・ジェネレーターの周波数スイープ機能のテストを行った。設定したパラ メータから期待される周波数の信号が出ていることを確認するために、スペクトラム・アナ ライザを用いてスイープ中のシグナル・ジェネレーターの出力信号の周波数を測定した(こ の測定では同期信号は用いていない)。測定のセットアップを図 5.7 に示す。 スペクトラム・アナライザは RF 信号のスペクトルを測定する装置である。入力 RF 信号 のスペクトルのうち、設定した周波数領域の値を測定する(図 5.8)。使用したのは Keysight 社製の N9010A で、LAN を使って PC で制御・スペクトルデータなどの取得を行うができ る。スペクトルのピークの周波数をスペクトラム・アナライザのピークサーチ機能を用いて 取得した。この周波数をシグナル・ジェネレーターの出力信号の周波数とした。シグナル・ ジェネレーターがスイープをしている間、スペクトルのピーク周波数のデータを繰り返し取 得することで、SG スイープ中の出力信号の周波数を測定した。測定時の設定パラメータを 表 5.1 にまとめた。



図 5.7: SG スイープの出力信号の周波数測定のセットアップ。シグナル・ジェネレーターの 出力を Divider で 2 つにわけ、片方をスペクトラムアナライザに入力し、もう片方は 50Ω で 終端した。



図 5.8: スペクトラム・アナライザの画面。この画像では測定周波数領域は 4GHz から 4.01GHz である。入力 RF 信号は 4.005GHz にピークを持つことが分かる。シグナル・ジェネレーターの周波数スイープ中はピークの位置が左から右に移動する。

始点周波数	3.999 GHz
終点周波数	$4.000~\mathrm{GHz}$
ステップの周波数幅	$10 \mathrm{~kHz}$
dwell time	$5 \ \mathrm{s}$
スペクトラム・アナライザの周波数分解能	$1.1 \mathrm{~kHz}$

表 5.1: SG スイープの出力周波数の測定での設定パラメータ。

得られたピーク周波数のデータと線形フィットの結果を図 5.9 に示す。フィット結果は表 5.2 のようになった。4 GHz で 3.7 kHz のオフセットがあることがわかったが、ステップの 周波数幅は設定したパラメータと一致した。図 5.9 の下のプロットは、SG スイープの周波数 がオフセット分を除いてスペクトラム・アナライザの周波数分解能の範囲内で一致すること を示している。



図 5.9: SG スイープの出力信号の周波数の測定結果。スペクトラム・アナライザで得た値と フィットした直線(上)と、それらの差(下)。横軸は周波数スイープのステップ数。

表 5.2: SG スイープの出力周波数の測定値のフィッティング結果。

切片(始点周波数)	$3.999 \text{ GHz} + (3.7 \pm 0.1) \text{ kHz}$
傾き(ステップの周波数幅)	$10.001 \pm 0.002 \text{ kHz}$

次に、従来手法と測定時間の比較を行った。パラメータを表 5.3 の通りに設定して、測定 を 100 回繰り返し、各回にかかった時間の平均と標準偏差を求めた。測定結果を表 5.4 にま とめた。周波数スイープにかかる時間を 1/15 に短くすることができた。

表 5.3: 測定時間を比較するときのセットアップ。

スイープする周波数幅	$6 \mathrm{~MHz}$
ステップ周波数	$5 \mathrm{~kHz}$
dwell time	$1 \mathrm{ms}$

表 5.4: 測定時間の比較

従来手法	$57\pm2~{\rm s}$
SG スイープ	$3.9\pm0.1~{\rm s}$

実際に、テイデ観測所での GroundBIRD 望遠鏡のコミッショニング中に SG スイープを用 いて MKID の周波数スイープを行い、従来の測定手法と比較した。測定したのは Si 基板上 に Al と Nb を乗せたハイブリッド MKID で、理化学研究所で開発されたものである。望遠
鏡がドームの内側(~300 K)を見ている状態でデータを取得した。SG スイープと従来手法 での測定結果を図 5.10 に示す。グラフ中の赤線は式 (2.36) でデータをフィットした結果であ る。下の 2 つのグラフ(T₂₁ の位相成分)で、共振を含まない領域の傾きが異なるのは、周 波数スイープで周波数が変わる領域の経路長が異なるからである。SG スイープで得られた データを用いて MKID の共振をフィットし、較正パラメータを得られることを確認した。

SG スイープで取得したデータは、従来手法とやや異なるベースラインの揺らぎを示す。こ れはシグナル・ジェネレーターの出力周波数を変えることで、シグナル・ジェネレーター、 Divider、IQ ミキサーの周波数依存性が見えるようになったからだと考えられる。MKID の 共振はこの揺らぎに対して十分鋭いので、フィット範囲を適切に選べば較正精度には影響し ない²。

表 5.5 に、従来手法と SG スイープで測定したデータのフィッティング結果まとめた。表に 示したパラメータの誤差は、全てのデータ点に等しい誤差を仮定した場合のフィッティング のエラーである。共振パラメータ(共振周波数 f_r や Q 値)は不定性を持つ³。300 K の光が 望遠鏡に入射しているときのふらつきは、 f_r では ~1 kHz、 Q_i では ~0.5%程度であること が経験的にわかっている。2つの測定手法で、その範囲内で一致する共振パラメータが得ら れることがわかった。以上より、従来手法と比較して、本研究で開発した測定手法で

- 1 桁以上短い時間で周波数スイープ測定ができる
- 同じモデルを用いたフィットで、経験的に十分だと言える精度で共振パラメータを得られる

ことを確認した。



図 5.10: MKID の共振周波数付近の T_{21} のフィッティング。位相成分の傾き(式 (2.36) の τ_c) が異なるのは、2 つの手法で、スイープ中に読み出し RF 信号の周波数が変わる領域の経路 長が異なるからである。SG スイープでは GHz 帯の部分で周波数が変わるのに対して従来手 法では IF 領域でも周波数が変わるので傾きが大きくなる。

²共振周波数を中心に ±3 MHz 程度であれば大きな影響はない。

³光によって MKID 内に生成される準粒子の数に不定性があると、これらのパラメータがふらつくと考えられる。

	f_r (+4.778366 GHz)	$Q_i \; (+4.2 \times 10^4)$
従来手法	$0.62\pm0.09~\rm kHz$	839 ± 48
SG スイープ	$1.36\pm0.26~\rm kHz$	1084 ± 140
差(相対値)	$0.74\pm0.28~\mathrm{kHz}$	$245 \pm 148 \ (0.57\%)$

表 5.5: 共振周波数付近の T₂₁ のフィッティング結果の比較。

5.2 読み出し系に起因するクロストークの較正

2.2 節で説明したように測定系の構築には IQ ミキサーの使用が不可欠である。IQ ミキサー のわずかな不完全性によって、MKID のフィードラインの RF 信号に周波数クロストークを 生じる。これは、わずか 1% 程度の寄与であるが、CMB の観測精度を損なう深刻な問題で ある。本節で、それを抑制するための較正について考察する。

5.2.1 IQ imbalance

周波数の up/down-convert を表す式 (2.39), (2.43) は、単純化した IQ mixer の振る舞いを 表している。

以下ではIQ ミキサー内の 90°ハイブリッドカプラーの振る舞いについて考慮する。図 5.11 は 90°ハイブリッドカプラーを表す。S₁₃ と S₁₄ を比較すると、設計値に近い周波数では振 幅が等しく位相差は 90°である。

$$S_{14} = S_{13}e^{i\frac{\pi}{4}} \tag{5.1}$$

しかし、周波数が中心周波数からずれると振幅と位相に不平衡(imbalance)が生じる。

$$S_{14} = (1 + \delta a) S_{13} e^{i(\frac{\pi}{4} + \delta \phi)}$$
(5.2)

 $(\delta a, \delta \phi)$ のことを"IQ imbalance"と表す。図 5.12 に GroundBIRD で使用する IQ ミキサーの IQ imbalanceの周波数応答のスペックを示す。使用する帯域(4~8 GHz)内で、振幅(δa)は最大 13%、位相($\delta \phi$)は最大 8。程度も理想値からズレうる。



図 5.11: ハイブリッドカプラー



図 5.12: MLIQ-0218L の IQ imbalance の周波数依存性 [44]。

この IQ imbalance を考慮した場合、式 (2.40), (2.41) は

$$\operatorname{RF}_{\mathrm{IN}}'(t) = \operatorname{I}_{\mathrm{DAC}} \cos \Omega t + \operatorname{I}_{\mathrm{DAC}}(1 + \delta a_1) \cos((\Omega t + 90^\circ) + \delta \phi_1)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{2} \left[\left\{ \cos((\Omega + \omega_k)t) + (1 + \delta a_1) \cos((\Omega + \omega_k)t + \delta \phi_1) \right\} + \left\{ \cos((\Omega - \omega_k)t) - (1 + \delta a_1) \cos((\Omega - \omega_k)t + \delta \phi_1) \right\} \right]$$
(5.4)

$$\operatorname{RF}_{OUT}'(t) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{A_k}{2} \left\{ \cos((\Omega + \omega_k)t + \theta_k) + (1 + \delta a_1)\cos((\Omega + \omega_k)t + \theta_k + \delta \phi_1) \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \cos((\Omega - \omega_k)t) - (1 + \delta a_1)\cos((\Omega - \omega_k)t + \delta \phi_1) \right\} \right]$$
(5.5)

となる。ここでは、すべての MKID の共振は $\Omega + \omega_k$ 付近にあり、 $\Omega - \omega_k$ 付近には共振はな いことを仮定して計算している。さらに、式 (2.44), (2.45) の I_{ADC}(t)、Q_{ADC}(t) を改めて計算すると、

$$\mathbf{I}_{ADC}'(t) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{A_k}{4} \{ \cos(\omega_k t + \theta_k) + (1 + \delta a_1) \cos(\omega_k t + \theta_k + \delta \phi_1) \} + \frac{1}{4} \{ \cos(\omega_k t) - (1 + \delta a_1) \cos(\omega_k t - \delta \phi_1) \} \right]$$
(5.6)

$$Q'_{ADC}(t) = \sum_{k=1}^{N} (1 + \delta a_2) \left[\frac{A_k}{4} \{ \sin(\omega_k t + \theta_k - \delta \phi_2) + (1 + \delta a_1) \sin(\omega_k t + \theta_k + \delta \phi_1 - \delta \phi_2) \} - \frac{1}{4} \{ \sin(\omega_k t + \delta \phi_2) - (1 + \delta a_1) \sin(\omega_k t - \delta \phi_1 + \delta \phi_2) \} \right]$$
(5.7)

となる。

さらに DDC と時間平均を行うと、

$$I'^{j} = \frac{A_{j}}{4} \{ \cos \theta_{j} + (1 + \delta a_{1}) \cos(\theta_{j} + \delta \phi_{1}) + (1 + \delta a_{2}) \cos(\theta_{j} - \delta \phi_{2}) + (1 + \delta a_{2})(1 + \delta a_{1}) \cos(\theta_{j} + \delta \phi_{1} - \delta \phi_{2}) \} + \frac{1}{4} \{ 1 - (1 + \delta a_{1}) \cos \delta \phi_{1} - (1 + \delta a_{2}) \cos \delta \phi_{2} + (1 + \delta a_{2})(1 + \delta a_{1}) \cos(\delta \phi_{2} - \delta \phi_{1}) \}$$

$$(5.8)$$

$$Q^{\prime j} = \frac{A_j}{4} \{ \sin \theta_j + (1 + \delta a_1) \sin(\theta_j + \delta \phi_1) \\ + (1 + \delta a_2) \sin(\theta_j - \delta \phi_2) + (1 + \delta a_2) (1 + \delta a_1) \sin(\theta_j + \delta \phi_1 - \delta \phi_2) \} \\ + \frac{1}{4} \{ 1 - (1 + \delta a_1) \sin \delta \phi_1 - (1 + \delta a_2) \sin \delta \phi_2 + (1 + \delta a_2) (1 + \delta a_1) \sin(\delta \phi_2 - \delta \phi_1) \}$$
(5.9)

となる。式 (5.8), (5.9) のうち、検出器の応答である (A_j, θ_j) に依存しているのは1行目と2行 目で、3 行目は IQ imbalance によって決まる定数である。 $(\delta a_1, \delta a_2, \delta \phi_1, \delta \phi_2)$ を (a, ϕ, C_I, C_Q) で置き直すと、

$$I'^{j} = aA_{j}\cos(\theta_{j} + \phi) + C_{I}$$
(5.10)

$$Q^{\prime j} = aA_j \sin(\theta_j + \phi) + C_Q \tag{5.11}$$

と書ける。ここで、 $(a, \phi, C_{\rm I}, C_{\rm Q})$ は全て LO の周波数のみ(とカプラーの構造)で決まる実数である。

すなわち、式 (2.36) において、ハイブリッドカプラーに起因する IQ imbalance の寄与は、 LO の周波数に依存した共振円の中心位置 ($C_{\rm I}, C_{\rm Q}$) と共振円の半径変化 (a) と向き変化 (ϕ) として現れる。IQ imbalance が周波数スイープのフィットモデルに与える影響は、式 (2.36) に定数項を加えるだけである⁴。一見、IQ imbalance は測定の邪魔をしない。

しかし、以下の場合、IQ imbalance の補正か MKID の再較正をしなければならない。

- 1. IQ imbalance によって異なる周波数の MKID 間のクロストークが生じる。
- 2. imbalance の量が時間変動する。
- IQ imbalance は IF 信号の振幅と位相をずらして補正することができる。

$$RF_{IN} = \cos \omega t \cos \Omega t + \frac{1}{1+\delta a} \sin(\omega t + \delta \phi) \cos(\Omega t + 90^{\circ} + \delta \phi)$$
$$= \frac{1}{2} \{ \cos((\Omega + \omega)t) + \cos((\Omega + \omega)t + 2\delta \phi) \}$$
(5.12)

⁴LO 周波数固定、IF 周波数でのスイープの場合。LO で周波数スイープ(SG スイープ)をする場合でも、 $(\delta a, \delta \phi)$ の周波数に対する変化は MKID の応答に比べて十分緩やかなので、フィッティングには影響が少ないと考えられる。

IQ imbalance の補正を行わなければ、1 つ目の理由から、読み出しに使用できる帯域幅が減 少することになる。読み出しの帯域幅は MKID の個数に直結する。より高精度の CMB 測定 を行うために検出器の多素子化は必須である。精度をあげるには観測中に IQ imbalance の 較正を行う手法が必須となる。補正機能を搭載した読み出しシステムの開発は GroundBIRD 実験でも進められている。図 5.13 は IQ ミキサーから出力される RF 信号のスペクトルであ る。IQ imbalance 補正によって、補正前に LO 周波数の逆側に出ていた信号(サイドバンド) をホワイトノイズレベルまで抑制できる。



図 5.13: IQ imbalance 補正前後の IQ ミキサーの RF 出力信号のスペクトル(スペクトラム・ アナライザ画面)。LO の周波数は 5.1 GHz, IF の周波数は 30 MHz である。

1つ目の時間変動について、IQ imbalance は長時間測定で緩やかに変化することが経験的 にわかっている。図 5.14 は 1 度補正を行ったあとのサイドバンドのパワーの推移を表す。こ の測定結果から、サイドバンドの原因である IQ imbalance が時間が経つと変動していると 考えられる。

IQ imbalance の変化量を知らなければ、検出器間のクロストークが信号に紛れることにな る。また、補正の有無にかかわらず、時間変化する IQ imbalance は検出器の応答と縮退し て偽の信号を生む。したがって、IQ imbalance が変化するタイムスケールよりも早く読み出 し系の較正を行うことが重要である。その変化の原因を探るために、IQ imbalance と温湿度 の関係について調べた。



図 5.14: 補正後のサイドバンドのパワーの推移

5.2.2 温湿度依存性の測定

本節の測定で使用した測定回路の全体像を図 5.15 に示す。PC から FPGA に IF の波形を UART で送信し、ボード上のメモリに書き込み、DAC から出力する。IQ ミキサーの RF 信 号をスペクトラムアナライザに入力し、スペクトラムのデータを LAN で PC に送信する。 IQ imbalance の量を測定する流れは以下の通りである。

- 1. δφを変えながらサイドバンドのパワーを測定する。
- 2. 1. の結果をフィッティングすることで IQ imbalance の位相成分を求める。
- 3. $\delta \phi$ をフィッティング結果に固定して、 δa を変えながらサイドバンドのパワーを測定 する。
- 4.3.の結果をフィッティングすることで IQ imbalance の振幅成分を求める。



図 5.15: IQ imbalance を測定するセットアップ

温度と湿度への依存性を独立に調べるための測定を行った。測定のセットアップを図 5.16, 5.16 に示す。IQ ミキサーをポリエチレン袋(ジップロック)に入れて密封し、袋の中の湿度 をシリカゲルで調整した。温度の調整には実験室のエアコンを用いた。温度と湿度の測定に はスイッチサイエンス社の BME280 搭載の温湿度気圧計 [45] を使用し、ラズベリーパイで 読み出した。



図 5.16: IQ imbalance の温湿度依存性の測定セットアップの概要。



(a) 測定系の全体像。



(b) ジップロックの中の様子。

まず、湿度/温度一定環境での IQ imbalance の測定結果を図 5.18 に示す。データは約 75 秒に 1 回取得した。IQ imbalance のグラフの各点は、時間で区分けしたデータの平均値と統

図 5.17: IQ imbalance の温湿度依存性の測定系の様子。

計誤差を表す。以下の手順で各点を計算した。

1. 時間で区分けした各ビン内のデータのヒストグラムをガウシアンでフィットする

2. フィットで得られた mean と sigma を用いて、mean から 3sigma 以上離れた点を除く

3. 残ったデータの平均値 *μ*と標本標準偏差 σ を求める

4. 平均値に対する誤差を $\bar{\sigma}/\sqrt{N}$ とする (N は 3. の計算に用いたデータ数)

さらに、得られた 10 点の平均と標本標準偏差を、誤差で重みづけをして求めた。グラフ中の実線は平均、波線は平均から標準偏差の3倍離れた位置を示す。計算された値を表 5.6 にまとめた。グラフから、温度と湿度を一定にすると、IQ imbalance は表 5.6 の偏差の3倍の範囲内で一定になると言える。



図 5.18: 温度・湿度を一定にしたときの IQ imbalance の測定結果

	平均	標準偏差
$\delta\phi$ (°)	12.946	0.005
δa	-0.1453	0.0002

表 5.6: 温度・湿度一定環境での IQ imbalance 平均値と標準偏差

次に、湿度依存性と湿度依存性についてまとめる。測定結果を図 5.20 と 5.19 に示す。グ ラフの各点は横軸の量で区分けしたデータの平均値と誤差を表す。

図 5.19a, 5.19b, 5.20c, 5.20d の平均値と統計誤差は、温湿度一定環境でのデータと同じ手順で計算した。ただし、初めにデータを区分けする変数は時間ではなく、温度または湿度である。温度と湿度のうち、変化させていない方の変化による寄与を系統誤差として考慮した。標準偏差に表 5.7, 5.8 の係数をかけた値を系統誤差にした。統計誤差と系統誤差の二乗和を誤差としてグラフにかいた。

図 5.19c, 5.19d, 5.20a, 5.20b の各点は以下の方法で計算した。

- 1. 横軸の変数(温度または湿度)で区分けし、各ビン内のデータの平均と標準偏差を求 める
- 2. 平均から標準偏差の3倍以上離れた点を除く
- 3. 残ったデータの平均値 µ と標本標準偏差 σ を求める
- 4. *σ*を誤差とする

図 5.19a, 5.19b から、温度と IQ imbalance は線形の関係にあると考えられる。図 5.19c, 5.19d から、この結果が湿度の変化によるものではないことがわかる。得られたデータを直線 でフィットした結果を 5.7 に示す。y 切片(オフセット値)を載せていないのは、セットアッ プを組むたびに変わり得る値だからである。ケーブルとコネクタの接触の強さで位相と振幅 のオフセット値は変わる。

同様に、図 5.20a, 5.20b から、図 5.20c, 5.20d の IQ imbalance の変化は湿度変化に起因す ると考えられる。線形から外れた点があるが、考察のために、直線でフィットを行った。そ の結果を表 5.8 にまとめた。IQ imbalance が温湿度に依存性を持つ原因として、IQ ミキサー 内のマイクロ波の伝送線路の誘電率が温度や湿度で変化していると考えられる。



図 5.20: IQ imbalance の湿度依存性の測定結果

表 5.7: IQ imbalance の温度変化の係数

$\delta \phi/dT$	$(-3.1 \pm 0.1) \times 10^{-2} (^{\circ}/^{\circ}C)$
$\delta a/dT$	$(7.8 \pm 0.2) \times 10^{-4} \; (/^{\circ}\text{C})$

表 5.8: IQ imbalance の湿度変化の係数

$\delta \phi/dH$	$(-6.4 \pm 0.6) \times 10^{-2} (^{\circ}/(\text{g/m}^3))$
$\delta a/dH$	$(3.7 \pm 0.4) \times 10^{-4} \ (/(g/m^3))$

IQ imbalance は IQ ミキサーの温度と湿度に相関することがわかった。さらに、温度とは 線形の関係があり、湿度依存性については $\frac{\delta\phi}{dH} < 0$ 、 $\frac{\delta a}{dH} > 0$ という傾向にあると考えらる。 ただし、測定領域が限られているので、より広い範囲での測定が今後必要である。また、本 研究で測定した個体以外でも同様の応答を示すかどうかを確かめる必要がある。

5.2.3 較正を必要とする条件に関する考察

上記の測定結果から、温湿度の変化が IQ imbalance と相関を持つことがわかった。図 5.21 は IQ imbalance とサイドバンドの強度の関係を表す。観測中のサイドバンドの変化量の要求 値を –50 dB 未満とし、今回の測定で得られた係数(表 5.7, 5.8)を用いると、温度が 7 °C、 湿度が 3 g/m³ 程度変化すると、読み出しの較正をする必要がある。例えば、図 5.22 と 5.23 にテイデ観測所とアタカマ観測所の天気の情報を示す [46, 47] ⁵。読み出し系の温湿度管理を 行わない場合、1 日に数回程度の較正が必要だということがわかる。ただし、観測サイトの

⁵温度 T(°C) での飽和水蒸気圧 e(T)(hPa) は、経験則的に、Tetens(1930) の式

$$e(T) = 6.108 \exp\left[\frac{17.27T}{T + 237.7}\right]$$

で書ける [48]。水蒸気が理想気体だと仮定すると、気体の状態方程式から、飽和水蒸気量 $ho(T)(g/m^3)$ は

$$\rho(T) = \frac{217 e(T)}{T + 273.15}$$

となる。本論文では温度 T(°C)、湿度 H(%) のときの水蒸気量 WV(g/m³) を

$$WV = \frac{H}{100}\rho(T)$$

と定義した。参考として、H(%)と $WV(g/m^3)$ の換算値を載せる。

表 5.9: 湿度 (%) と水蒸気量 (g/m³)の換算

H(%)	0 °C	$10~^{\circ}\mathrm{C}$	$20~^{\circ}\mathrm{C}$
10	0.5	0.9	1.7
40	1.9	3.8	8.7
100	4.9	9.4	17

環境は今回の実験室環境と異なる(特に室温が異なる)。観測地毎に IQ imbalance の測定を 行い、較正条件を決定する必要がある。



図 5.21: IQ imbalance とサイドバンドのパワーの関係



(a) 温度

Outside humidity



(b) 湿度

図 5.22: テイデ観測所での温度と湿度。[46]



図 5.23: アタカマ高地の温度と湿度。[47]

第6章 まとめと今後の展望

初期宇宙の標準理論であるビッグバン理論の課題を解決するモデルとしてインフレーション理論がある。現在、インフレーション理論の検証を目的として CMB 偏光の観測実験が進められている。大角度スケールの偏光観測に特化した GroundBIRD 望遠鏡は、地上での大角度スケールの観測で課題となる大気変動の影響を抑制するために、20 RPM(1 分間に 20回転)で高速回転するスキャン観測を行う。高速回転スキャンを実現するために応答性の速い光検出器 MKID とそのデータ取得システムを開発してきた。

CMB 観測では揺らぎのパワースペクトルを作成するために、望遠鏡の視線情報と検出器 の時系列データを時刻同期させ、マップを作成する。GroundBIRDの場合、本観測で MKID の早い応答性を活かすためには、望遠鏡の視線情報と検出器のデータを 80 ns 以下の精度で 時刻同期させることが求められる。本研究では、GroundBIRD 望遠鏡の回転台の「回転継 手」を用いてデータ取得システムの時刻同期機能を開発・評価した。開発した時刻同期シス テムを実験室で評価し、 55 ns の精度を達成していることを確認した。さらに 2019 年 9 月か ら行われた月の観測において、観測サイトでもシステムが正常に動作することを確認した。

時刻同期と合わせて、方位角データの補間を行う必要がある。GroundBIRDのスキャン ストラテジーでは平滑化(Smoothing Filtering; SF)を行うことで角度分解能を向上させる ことができる。本研究で、SFを用いた角度補間の効果を評価し、本観測での回転スピード に合わせた最適化も行った。これによって、エンコーダーの角度分解能と比べ、標準偏差で 約1/50の分解能が得られることを確認した。これは観測中の望遠鏡と検出器の較正精度の 向上に直結する。その例として、点源を用いた望遠鏡のビーム較正への影響について考察を 行った。

また、精密観測の課題となる読み出しシステムの環境依存性を評価した。測定と解析の結 果、温湿度の変化に応じて読み出し系由来のクロストークの較正が必要であることが明らか になった。本論文で述べた測定では測定対象が限定されているので、今後、用いるパーツの 個体差があるかどうかを調べる必要がある。なお、実験室での測定環境と観測サイトでの測 定は環境が異なるため、観測時毎に較正条件を決定する必要がある。

読み出し系の較正を含め、MKIDを用いた観測では定期的に応答性の較正を行う必要がある。本研究で開発した時刻同期機能を応用して MKID の較正を高速化できることを検証し、 従来手法と比較して、較正にかかる時間が約 1/15 に短縮されることを確認した。

以上のデータ読み出し系の開発研究によって、GroundBIRD 実験の観測ストラテジーを実現することが可能になった。

付 録 A 平坦性問題

空間が曲率を持つとすると FRW 計量は

$$ds^{2} = -dt^{2} + a^{2}(t) \left[\frac{dr^{2}}{1 - Kr^{2}} + r^{2}(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\phi^{2}) \right]$$
(A.1)

と書ける。K は空間の曲率を表すパラメータで、

- *K* = 0:平坦宇宙
- *K* < 0:空間の広がりが有限の閉じた宇宙
- *K* = 0:空間の広がりが無限の開いた宇宙

を表す。曲率の寄与を取り入れた Friedmann 方程式は、

$$H^{2} = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^{2}}$$
(A.2)

と書ける。宇宙のエネルギー密度の和 $\rho_{cr} \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}$ で規格化したエネルギー密度を Ω と書く と、この式は

$$1 = \Omega - \frac{K}{a^2 H^2} \tag{A.3}$$

となる。つまり、曲率によるエネルギー密度は

$$\Omega_K = \frac{K}{a^2 H^2} \tag{A.4}$$

と書ける。

式 (A.4) から $\Omega_K \propto a^{-2} H^{-2}$ なので、

$$\Omega_K = \frac{H_0^2}{H^2} \frac{\Omega_{K0}}{a^2} \tag{A.5}$$

である¹。また、放射優勢期と現在の宇宙を比較すると²、

$$H^2 = H_0^2 \frac{\Omega_{r0}}{a^4}$$
(A.6)

だとわかる $(\Omega_{r0} \sim 4 \times 10^{-5})$ 。式 (A.5)と式 (A.6)より、初期宇宙の曲率と現在の曲率を比

¹添字の"0"は「現在」を意味する。

²放射のエネルギー密度は a⁻⁴ に比例する。

付 録 A 平坦性問題

較すると、

$$\frac{\Omega_K}{\Omega_{K0}} = \frac{H^2}{H_0^2} \frac{1}{a^2}$$
(A.7)

$$=\frac{a^4}{\Omega_{r0}}\frac{1}{a^2}\tag{A.8}$$

となる。初期宇宙から現在までを放射優勢 $(a(t) \propto t^{1/2})$ と仮定すると、放射優勢期では aT = const.より、

$$a = \frac{T_0}{T} = \frac{k_B T_0}{k_B T} \tag{A.9}$$

である。初期宇宙のエネルギースケールとして GUT スケール (10¹⁶ GeV) を仮定すると、 そのときのスケール因子 a は、

$$a \simeq \frac{10^{-4} \text{ eV}}{10^{16} \text{ GeV}} = 10^{-29}$$
 (A.10)

と見積もられる。したがって、CMB 観測からわかっている現在の曲率 $\Omega_{K0} = 0.0007 \pm 0.0019$ より、初期宇宙の曲率は、

$$\Omega_K = \Omega_{K0} \frac{a^2}{\Omega_{r0}} \tag{A.11}$$

$$\simeq \frac{(0.0007 \pm 0.0019)}{4 \times 10^{-5}} \times 10^{-58} \tag{A.12}$$

$$\lesssim \mathcal{O}(10^{-56}) \tag{A.13}$$

となり、10⁻⁵⁶もの精度でゼロであることになる。このファインチューニングを平坦性問題 と呼ぶ。

地平線問題を解決するスケールのインフレーション(1章で述べた)、つまり、インフレーションによって*a*が*e*⁶⁵以上に引き延ばされたことを仮定すると、平坦性問題も解決される。 式 (A.4)において、インフレーション(*H*は一定)によって分母が大きくなり、 Ω_K はイン フレーション前の $e^{-130} \simeq 10^{-56}$ までに小さくなる。これは、インフレーション以前に自然 な曲率($\Omega_K \sim O(1)$)が存在しても現在の観測と無矛盾であることを意味し、平坦性問題が 回避される。

付 録 B 回転台の加速度データの PSD

4.3 節で述べた回転台上部に設置した加速度計の加速度データの PSD を、より低周波まで プロットしたものを図 B.1 に示す。この図から、低周波側(> 3 Hz)のピークの高さが 15 Hz 付近のピークよりも小さいとわかる。



図 B.1: 回転台の加速度データの PSD (低周波領域)。

また、タイムドメインでの移動平均の周波数応答は、

$$H_k(L) = \frac{\sin\left(\frac{\omega_k L}{2f_s}\right)}{L\sin\left(\frac{\omega_k}{2f_s}\right)} \exp\left(i\frac{\omega_k(L-1)}{2f_s}\right) , \qquad (B.1)$$

$$y_i = \sum_{k=0}^{N-1} H(L) \tilde{y_k} e^{-i\omega_k t_i}$$
(B.2)

と書ける (f_s はサンプリング周波数)。 y_i はサンプリングデータ、 y_k はサンプリングデータ のフーリエ成分である。H(L) の低周波側をプロットしたものが図 B.2 である。



図 B.2: SF の周波数応答。L = 41 としている。低周波側での寄与が小さいことがわかる。 2 つの図から、 $\sigma_{\rm NLC}$ を見積もるとき、低周波数のピークの影響は十分に小さいとわかる。

付 録 C チャタリング防止回路

本研究では同期信号の立ち下がりを検知してその時刻情報をカウント数としてデータに残 す。以下のことを想定し、図 C.1 に示すチャタリング防止回路 [49] を実装した。

- 突発的なノイズによって、同期信号とは関係なく同期パケットを発行する
- チャタリングによって、一つの同期信号に対して複数の同期パケットを発行する

図 C.1 は、入力信号(SIGNAL)の立ち上がりのタイミングにパルスを出力する回路で使用 する要素を表す。図中の各要素は

- CLK_DIV:ある周期でクロックを分周した信号
- SIGNAL:入力信号
- FF1: CLK_DIV=1のときに SIGNALの値を保持させる (フリップフロップ)
- FF2: CLK_DIV=1 のときに FF1 の値を保持させる (フリップフロップ)
- tmp_wire: CLK_DIV & FF1 & not(FF2) (組み合わせ回路)
- OUT: tmp_wireの値を保持させる(フリップフロップ)

の値を表す。

この回路によって、分周クロックの周期よりも短いチャタリングやノイズの影響を受けないようにしている。



図 C.1: チャタリング防止回路の仕組み。チャタリングやノイズの時間に応じてクロックを 分周する周期を長くする。

付 録 D 温湿度の測定手法

温湿度依存性の評価にはスイッチサイエンス社の温湿度計モジュール [45] を使用した。ラ ズベリーパイ [51] を用いて I2C 通信 [50] でデータを読み出した。I2C では、1 つのマスター と1 つまたは複数のスレーブからなるバス間で行われる通信である。本研究の測定ではラズ ベリーパイがマスター、センサーモジュールがスレーブである。図 D.1 に温湿度計モジュー ルとラズベリーパイの GPIO ピンの配置を示す。また、使用したセンサーの性能を表 D.1 に まとめる。

表	D.1:	温湿度セ	ンサーモ	ジュー	・ルの性能。
---	------	------	------	-----	--------

		測定レンジ	分解能	測定精度
温度	(°C)	$-40 \sim 85$	0.01	±1
湿度	(%)	$0 \sim 100$	0.008	± 3
気圧		$300\sim 1100~\mathrm{hPa}$	0.18 Pa	$\pm 1~\mathrm{hPa}$



3V3 powe 5V powe GPIO 2 (SDA) 5V power Ground GPIO 3 (SCL) GPIO 3 (SCL) GPIO 4 (GPCLKO) Ground GPIO 17 GPIO 27 GPIO 27 GPIO 14 (TXD) GPIO 15 (RXD) GPIO 18 (PCM_CLK) Ground GPIO 23 3V3 power GPIO 10 (MOSI) GPIO 24 Ground GPIO 9 (MISO) GPI0 25 GPIO 11 (SCLK) GPIO 8 (CE0) GPIO TI (SCLR) Ground GPIO 0 (ID_SD) GPIO 5 GPIO 7 (CE1) GPIO 1 (ID_SC) Ground GPIO 12 (PWM0) GPIO 6 GPIO 13 (PWM1) Ground GPIO 19 (PCM FS) GPIO 16 GPIO 26 GPIO 20 (PCM_DIN) Ground GPIO 21 (PCM_DOUT)

(a) 温湿度計モジュールの画像。
 I2C での読み出しには、SDI / SCK / GND / Vio を使用する。

(b) ラズベリーパイの GPIO ピンの配置。I2C 通信には、3(SDA)
 / 5(SCL) / 6(Ground) / 1(3.3V power)を使用する。

図 D.1: 温湿度データ取得に使用したセンサーモジュールとラズベリーパイのピン配置。SDI と SDA、SCK と SCL、GND と Ground、Vio と 3.3V power を接続する。

センサーのI2C用のピンとラズベリーパイのGPIOピンを接続し、ラズベリーパイでデータ 取得を行った。python用のサンプルコード(https://github.com/SWITCHSCIENCE/BME280.git)のインターフェースを変えて使用した。温湿度のデータ取得は1Hzで行った。

謝辞

京都大学高エネルギー物理学研究室で2年間研究生活を過ごし、修士論文執筆に至るまで、 多くの方々に数多くの指導・支援・助言・励まし・指摘をいただきました。それら全てが私 の成長につながりました。深く感謝しています。

田島治准教授とは2年間、同室の隣の席でした。日頃からフランクな態度で接していただ き、学生と教員でありながら本当に対等な立場で指導をしていただきました。小さな疑問や つまずきも丁寧に拾い上げ、的確な助言をし、多くの成長の機会を作ってくださいました。 楽しく実りある研究生活を送ることができたのは、田島さんのご指導・ご支援のお陰です。 修士論文の添削にも長い時間を割いていただきました。心から感謝しています。

GroundBIRD 実験のメンバーのみなさまにも大変感謝しています。小栗秀悟氏には同期シ ステム開発で多くのことを教えていただきました。修士課程1年目の夏に初めて FPGA に 触れてから、実際にシステムを実装できるようになれたのは小栗さんのご指導のお陰です。 鈴木惇也氏とは1年間同室で過ごし、日頃から丁寧なご指導や鋭い指摘をしていただきまし た。DAQ や解析について私が知らないことも、わかりやすく丁寧に教えていただきました。 研究発表などで目にする発表資料もわかりやすく、多くのことを学びました。本多俊介氏は 読み出し系や MKID の測定を一緒に進めていただきました。また、研究以外の場面で、生意 気な私に対しても優しく接していただき、特にテネリフェでのコーヒータイムではリフレッ シュすることができました。東北大学の沓間弘樹さんからは検出器に関して多くの知見をい ただきました。検出器や天文学のことをお話しする時間はとても楽しく、実り多い時間でし た。テネリフェでの私生活も大変お世話になりました。小峯順太さんと末野慶徳君には、宇 宙論ゼミだけでなく、ミーティングで研究報告へのコメントをいただくこともあり、勉強に なりました。ここには書ききれない GroundBIRD コラボレーターの方々へ、同じグループ で実験に携わることができ嬉しく思います。チームで実験を進めていることを実感しながら 研究を進めることができたのは刺激的でした。

安達俊介氏とも2年間、同室の隣の席でした。実験グループが違っても、助言をいただい たり疑問を一緒に考えたりしていただきました。研究の合間に居室のメンバーで雑談をする 機会があったのも、リフレッシュになりました。大塚稔也君には、宇宙論ゼミでお世話にな りました。一緒にゼミを進めながら議論する時間は楽しかったです。

ここには書ききれませんが、研究生活の様々な場面でご指導・ご支援を下さった研究室の 先生方、先輩、後輩、秘書のみなさまにも深く感謝しています。CMB 以外の実験グループ の方からは新鮮なコメントをいただくことが多く、勉強になりました。そして、阿部倫史君、 小田川高広君、栗林宗一郎君、田島正規君、羽田野真友喜君、三野裕哉君からは、研究室の 同期としていつも刺激を受けていました。その上で励まし合える環境であり、修論執筆を進 めるための大きな力になりました。後輩の谷真央君は、ちょっと嫌な顔をしながらも、コー ヒー係を引き継いでくださいました。みなさま、本当にありがとうございました。

最後に、いつも応援してくれた家族へ、ありがとうございました。

参考文献

- R. A. Alpher, H. Bethe and G. Gamow . The origin of chemical elements. Phys. Rev., vol. 73, Issue 7:pp.803–804, (1948).
- [2] D. J. Fixsen, et al. The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE FIRAS Data SetAstrophys. The Astrophysical Journal, vol. 473, pp 576-587 (1996).
- [3] Marc Kamionkowski and Ely D. Kovetz. The Quest for B Modes from Inflationary Gravitational Waves. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, vol. 54, pp 227-269.
- [4] Planck Collaboration. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. arXiv:1807.06209v2.
- [5] Planck Collaboration. Planck 2018 results. X. Constraints on inflation. arXiv:1807.06211v2.
- [6] Keck Array, BICEP2 Collaborations. Constraints on Primordial Gravitational Waves Using *Planck*, WMAP, and New BICEP2/*Keck* Observations through the 2015 Season. Phys.Rev.Lett.121, 221301 (2018).
- [7] Planck Collaboration. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. arXiv:1502.01589 (2016).
- [8] D. H. Lyth. "What would we learn by detecting a gravitational wave signal in the cosmic microwave background anisotropy?" Phys. Rev. Lett. vol.1861, pp 78, 1997.
- [9] M. Kesden, A. Cooray, M. Kamionkowski. Separation of Gravitational-Wave and Cosmic-Shear Contributions to Cosmic Microwave Background Polarization. *Phys. Rev. Lett.*, vol.011304, pp 89, 2002.
- [10] A. A. Penzias, R. W. Wilson. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. Astrophysical Journal, vol.142, p.419–421, 1965.
- [11] R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll, D. T. Wilkinson. Cosmic Black-Body Radiation. Astrophysical Journal, vol.142, p.414–419, 1965.
- [12] Planck Collaboration. Planck 2018 results. III. High Frequency Instrument data processing and frequency maps. arXiv:1807.062071v1.

- [13] D. N. Spergel et al. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: implications for cosmology. 170(2):377, 2007.
- [14] Grayson, J. A. et al., "BICEP3 performance overview and planned Keck Array upgrade", Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and Instrumentation for Astronomy VIII, Proc. SPIE 9914, 99140S, July 2016.
- [15] 小峯 順太. CMB 偏光観測実験 GroundBIRD で用いる真空窓の開発研究 (修士論文), 2019.
- [16] 石塚 光. 超伝導検出器 MKID の周波数多重読み出し用フロントエンド回路の開発. 総 合研究大学院大学高エネルギー加速器研究機構素粒子原子核専攻 (修士論文), 2015.
- [17] 沓間弘樹. CMB 偏光観測にむけた超伝導検出器"MKID"のノイズ低減法の研究開発. 東北大学理学研究科 修士論文 2018.
- [18] O. Tajima *et al.* GroundBIRD: an experiment for CMB polarization measurements at a large angular scale from the ground. *Proc. SPIE*, 8452:84521M-84521M-9, 2012.
- [19] P. K. Day et al. A broadband superconducting detector suitable for use in large arrays. Nature, Vol. 425, No. 6960, pp. 817–821, October 2003.
- [20] R. M. J. Janssen. Multiwavelength observations of active galactic nuclei: Using current facilities and development of enabling technologies. PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 2017.
- [21] B. A. Mazin. Microwave Kinetic Inductance Detectors. PhD thesis, California Institute of Technology Pasadena, California, 2004.
- [22] D. M. Pozar. Microwave Engineering. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2012.
- [23] R. M. J. Janssen, A. Endo, P. J. de Visser, T. M. Klapwijk, and J. J. A. Baselmans, Equivalence of optical and electrical noise equivalent power of hybrid NbTiN-Al microwave kinetic inductance detectors, Appl. Phys. Lett. vol. 105, pp 193504, 2014.
- [24] P. J. de Visser. Quasiparticle dynamics in aluminium superconducting microwave resonators. PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 2014.
- [25] J. Gao. The Physics of Superconducting Microwave Resonators. PhD thesis, California Institute of Technology Pasadena, California, 2008.
- [26] S. B. Kaplan, et al. Quasiparticle and phonon lifetimes in superconductors. Phys. Rev. B, vol. 14,pp 4854 (1976).

- [27] A. Kozorezov, et al. Quasiparticle-phonon downconversion in nonequilibrium superconductors. Phys. Rev. B, vol. 61, pp 11807-11819, 2000.
- [28] https://www.xilinx.com/products/boards-and-kits/kcu105.html
- [29] http://www.ti.com/lit/ds/symlink/ads4249.pdf
- [30] http://www.ti.com/lit/ds/symlink/dac3283.pdf
- [31] https://japan.xilinx.com/support/documentation/white_papers/wp315.pdf
- [32] T. Uchida. Hardware-Based TCP Processor for Gigabit Ethernet. *IEEE transactions on nuclear science*, vol.55, no.3, 2008.6, pp.1631-1637
- [33] https://www.bbtech.co.jp/sitcp/
- [34] https://japan.xilinx.com/products/intellectual-property/dds_compiler.html
- [35] https://reference.digilentinc.com/reference/programmable-logic/zybo/start
- [36] https://cweb.canon.jp/indtech/es/lineup/lre/r1sl/index.html
- [37] https://japan.xilinx.com/products/boards-and-kits/1-elhacw.html
- [38] https://www.groupedetec.eu/wp-content/uploads/2018/01/ERM-200-Series-Info-Produit-EN-2007-08.pdf
- [39] P. Welch, "The use of the fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms", IEEE Trans. Audio Electroacoust. vol. 15, pp. 70-73, 1967.
- [40] https://www.digikey.jp/en/articles/techzone/2018/nov/rotary-encoder-optionsabsolute-or-incremental
- [41] M. J. D. Powell, "An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives", The Computer Journal, vol. 7, Issue 2, pp. 155-162, 1964.
- [42] Meir Shimon, Brian Keating, Nicolas Ponthieu and Eric Hivon, "CMB Polarization Systematics Due to Beam Asymmetry: Impact on Inflationary Science", arXiv:0709.1513.v4 [astro-ph]
- [43] http://ni-microwavecomponents.com/quicksyn-lite
- [44] https://www.markimicrowave.com/Assets/datasheets/MLIQ-0218.pdf
- [45] https://www.switch-science.com/catalog/2236/
- [46] http://stella.aip.de/stella/status/status.php

- [47] http://www.apex-telescope.org/weather/
- [48] G. D. Fredlund, H. Rahardjo, M. D. Fredlund. Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jerseeshy, 2012.
- [49] 小林優著, FPGA プログラミング大全 Xilinx 編, 秀和システム, 2016 年.
- [50] Philips Semiconductors, I2C BUS Application Note, (2003).
- [51] https://www.raspberrypi.org/