

## その後：次は何だろうか？

これまで説明してきたことは、ほとんどすべてがすでに確立された「事実」だ。ヒッグス機構はもしかしたら例外かもしれないが、将来のいかなる理論もこれまでに確立されたことを含んでいなければならない。しかし、標準模型は間違いなく最後のテーマではない。将来何をすべきかについての、興味深い理論的憶測や、その結果が気になる実験的兆候がすでにある。その原動力は、伝統的な衝突型加速器実験から天体物理学や宇宙論に徐々に移ってきている\*1。この章では、将来発見される可能性の最も高いいくつかの方向性について探る。大型ハドロン衝突型加速器（LHC）（と、テバトロンが稼働している間\*2）での最大の研究テーマであり、すべての粒子の質量を説明するであろうヒッグス探索から始める（12.1節）。次に12.2節で、大統一について議論する。大統一は30年前は「自然な」ステップであったが、予言された陽子崩壊が観測されていないことから、大きな壁にぶち当たっている。しかしながら、大統一は、あらゆる理論的発展の方向性を決める。そして12.3節で、*CP*非保存と、それによる宇宙の物質・反物質非対称に関する示唆について考察する。12.4節は、1984年以来理論物理学を席卷してきたアイデアで、LHCにより初めて実証されるかもしれない、超対称性と余剰次元と弦理論についての、非常に短いイントロダクションだ。最後に12.5節で、暗黒物質と暗黒エネルギーについて勉強する。それらは、現在、宇宙の95%を担うと見積もられており、これまでの11章で出合ってきた「通常」の粒子では残りのわずか5%しか説明できない。

---

\*1 振り返ってみると、1930年代初頭から1954年を宇宙線の時代、コスモトロンから大型ハドロン衝突型加速器（LHC）までを、たとえば2010年までを加速器物理の時代とよんでよいのかもしれない。この観点からいうと、いまは粒子天体物理学の時代に入っている [1]。その理由の一部は単純に経済のせいだ。さらに高いエネルギーに到達するためには、加速器はあまりに巨大であまりに高価になり、現在設計段階の国際線形衝突型加速器（ILC）の先を想像するのは難しい。天体物理学は比較的廉価ではるかに高いエネルギー領域への手がかりを提供する。

\*2 訳注：2011年にテバトロンは運転を終了した。

## 12.1 ヒッグスボソン

ヒッグス機構では、ゲージ対称性は、基底状態がゼロではない2成分スカラー場  $\phi$  によって自発的に破れる (10.9 節)。  $\phi$  の1成分は、いまや質量をもつことになったゲージ場の3番目の(縦)偏極状態に生まれ変わる。しかし、もう一つの成分はそのまま残って、スピン0の中性粒子として振る舞う [2]。

たいていの素粒子物理学者はヒッグス機構の存在を信じている。というのも、局所ゲージ理論という文脈において、それが  $W$  と  $Z$  の質量を説明する唯一の方法のように見えるからだ (そして、間違いなく最もすっきりとした方法だ)。しかし、もし本当にヒッグス場が存在し、「真空」状態においてさえゼロでない値をもち、すべての空間に充満しているのならば、それによってクォークやレプトンの質量も説明できるかもしれない。クォークやレプトンと原始時代から存在するヒッグス場との相互作用は、深い水の中を歩いて渡るときのように、(ほとんど)すべての物が動くときに実効的な慣性力を与える。この想像力豊かな視点では、ヒッグス粒子はすべての質量の<sup>\*3</sup>源になる。クォークとレプトンは質量ゼロで「生まれ」<sup>\*4</sup>るが、 $\phi$ への湯川結合  $\mathcal{L}_{\text{int}} = -\alpha_f \bar{\psi}_f \psi_f \phi$  をもっている (問題 10.21)。ここで、 $f$  はある特定のクォークやレプトンを表す。 $\phi$  が自発的対称性の破れによって「平行移動」されると (式 (10.130))、 $\mathcal{L}_{\text{int}}$  は二つに分かれる。そのうちの一つは、物理的なヒッグス場への湯川結合で、もう一つが純粋なフェルミオンの質量項  $-m_f c^2 \bar{\psi}_f \psi_f$  になる (10.9 節の表記法で  $m_f c^2 = (\mu/\lambda)\alpha_f$  である)。運悪く、これは粒子の質量を計算するのに役立たない。一つの未知のパラメーター ( $m_f$ ) を別のパラメーター ( $\alpha_f$ ) に交換したにすぎない。しかし、それは、ヒッグスとの結合の強さが質量に比例していることを示唆している。

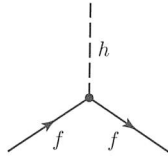
最も単純な理論 (「最小標準模型」: Minimal Standard Model, MSM) では、二つの荷電、二つの中性、合計四つのスカラー場がまず存在する。そのうち三つは  $W^\pm$  と  $Z^0$  に「食べられて」(それゆえ、それらは質量を獲得する)、四つ目が中性ヒッグス場として残る。複数の、あるいは、複合ヒッグス粒子などを含む、より複雑な手法も提案されているが<sup>\*5</sup>、MSM はヒッグスセクターに関する実験的そして理論的な探

<sup>\*3</sup> レオン・レーダーマンがそれを「神の粒子」とよんだのは有名だ (New York: Delta, 1993)。

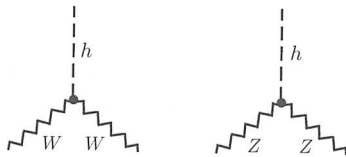
<sup>\*4</sup> 標準模型のラグランジアンでは、フェルミオンの質量項  $\bar{\psi}\psi$  は電弱対称性  $SU(2)_L \times U(1)$  のもとで不変ではないので、クォークとレプトンの「はじめの」質量はゼロでなければならず、物理的な質量は対称性が (自発的に) 破れたときに初めて生じる。

<sup>\*5</sup> たとえば、超対称性理論では少なくとも五つのヒッグスボソンが存在するし、テクニカラーではヒッグスの役目は二つのフェルミオンの束縛状態によって担われる。

査の有用な道標となっている。この模型では、ヒッグス ( $h$ ) は



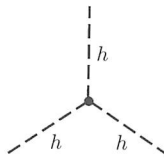
というダイアグラムによって、クォークやレプトンと相互作用し (バーテックス因子は  $-im_f c^2/v$  である), 弱い相互作用の媒介粒子とは



によって相互作用する (バーテックス因子は  $2iM_m^2 c^2 g^{\mu\nu}/(\hbar^2 v)$  である, ここで,  $m$  は  $W$  あるいは  $Z$  を意味する). さらに, ヒッグス-ヒッグスという直接結合も存在する\*6 (バーテックス因子は  $-3im_h^2 c^2/(\hbar^2 v)$ ). ここで,  $v$  は  $\phi_1$  (10.8 節のポテンシャルでは  $\mu/\lambda$ ) の「真空期待値」である。これは,  $W$  の質量から計算できる (問題 12.1).

$$\sqrt{\hbar c} v = \frac{2M_W c^2}{g_w} = 246 \text{ GeV} \quad (12.1)$$

ヒッグス自身の質量は理論からは決められない\*7.



この話 (あるいは何らかの拡張) が実際のところ本当かどうかをできれば知りたい。ヒッグス粒子だけが標準模型の中で唯一実験的な確証を得られていない素粒子である\*8。もしかしたら, LEP 実験 (CERN) で (LHC を建設するための) シャットダウンの 1 か月前に見つかったのかもしれないし [4], テバトロン実験 (フェルミラボ) で

\*6 [4 点] 結合  $hh \rightarrow ZZ$ ,  $hh \rightarrow WW$ ,  $hh \rightarrow hh$  も存在する [3].

\*7 式 (10.121) では  $m_\eta$  は  $\mu$  だけを含んでいて  $\mu/\lambda$  を含まないのでポテンシャルのかたちに感度があり,  $\phi_1$  の真空期待値にだけ感度があるというわけではない。

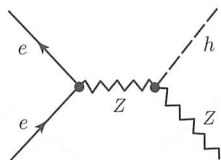
\*8 訳注: 2012 年にヒッグス粒子は発見された。質量は約 125 GeV。原文は, 未発見時に書かれたものであることに注意せよ。

まだ見つけられるかもしれないし、现阶段での理論が大きく外れていなければ、LHC 実験で間違いなく観測されるだろう。実験的かつ理論的なさまざまな制約により、その質量は

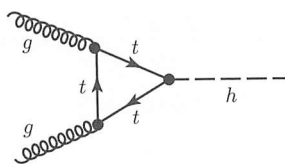
$$114 \text{ GeV}/c^2 < m_h < 250 \text{ GeV}/c^2 \quad (12.2)$$

でなければならず、最もあり得る値は  $120 \text{ GeV}/c^2$  だ [5]。LHC ならこのすべての質量領域を、さらには  $1 \text{ TeV}$  を越えるくらいまで探索できる。

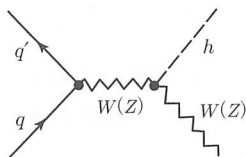
LEP (電子-陽電子衝突型加速器) では、 $e^+ + e^- \rightarrow Z + h$



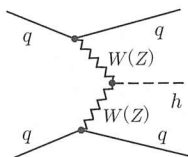
という  $Z$  の「制動輻射」による生成過程を使い、ヒッグスが探索された。ハドロン衝突型加速器 (テバトロンや LHC) では、主要な生成過程はクォークのループを介した (おもにトップクォークである。というのは、それが最も重く、それゆえヒッグスとの結合が最も強いからだ) グルーオン-グルーオン「融合」 $g + g \rightarrow h$  だ。



しかし、その他のいくつかのモードも寄与すると考えられている。とくに  $W$  あるいは  $Z$  の制動輻射と

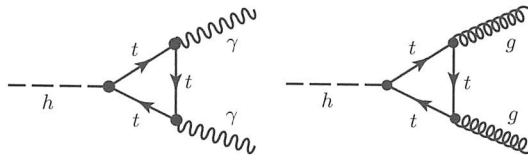


$W$  あるいは  $Z$  の融合だ



(直接のクォーク融合  $q + \bar{q} \rightarrow h$  は MSM ではあまり寄与しない。なぜなら、まともに利用できるクォークは  $u$  か  $d$  だけで、それらは非常に軽く、 $h$  への結合が弱いからだ)。

ヒッグスはどのように崩壊すると期待されるだろうか。ヒッグスの結合は質量 ( $W$  や  $Z$  では質量の 2 乗) に比例するので、運動学的に許される範囲で、重い娘粒子へ高い頻度で崩壊する。崩壊比はヒッグスの質量に大きく依存する (図 12.1)。  $m_h$  が  $140 \text{ GeV}/c^2$  以下だと、主要なモードは  $h \rightarrow b\bar{b}$  だが、それより上だと  $h \rightarrow W^+W^-$  になる ( $160 \text{ GeV}/c^2$  までは仮想  $W$  で、それより上だと実粒子の  $W$  になる)。  $h \rightarrow ZZ$  は (とくに  $180 \text{ GeV}/c^2$  以上では) そのすぐ後に続く。ヒッグスがトップを二つつくれる ( $m_h > 360 \text{ GeV}/c^2$ ) だけ重いということは考えにくいだが、その場合は  $h \rightarrow t\bar{t}$  が 3 番目だと考えられる。光子対、あるいはグルーオン対というよりエキゾチックな崩壊もまた可能だ。



崩壊頻度はすべて詳細に計算されている [6] (その中のいくつかは読者自身でできる。問題 12.2 と 12.3 を参照)。

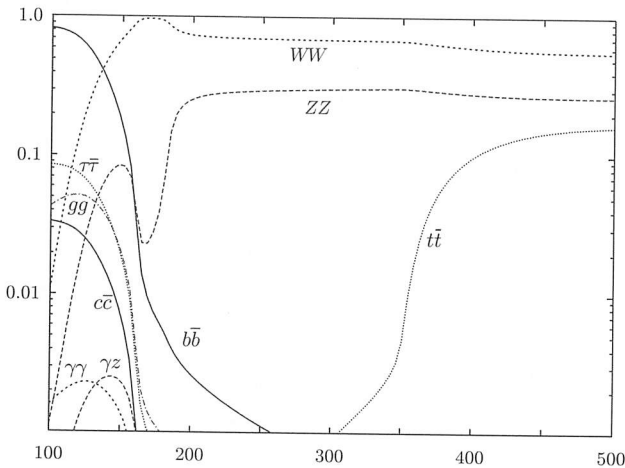


図 12.1 ヒッグスの崩壊比のヒッグス質量 (単位  $\text{GeV}/c^2$ ) に対する依存性 (出典: J. F. Gunion *et al.*: The Higgs Hunter's Guide (Addison-Wesley, 1990))

ヒッグスの質量がわかるやいなや、図 12.1 の適切なところで縦線を引き、崩壊比を読み取ることになる。もし測定結果が一致しないときは（そういうこともあり得る）、ヒッグスセクターは MSM で想定されていたものよりも興味深いものである。そしてもちろん、ヒッグス粒子が全然見つからない場合は、それは革命だ。

## 12.2 大統一

1960 年代に電弱力を統一したことを受け、次なる当然ともいえる目標は、強い相互作用を「大統一理論：Grand Unified Theory, GUT」に組み込むこととなった。GUT では、三つの力すべてが、裏に潜んだ一つの力の異なる見え方だとみなす。もちろん、強い力は他の力よりもはるかに強力だし、同様に弱い力に比べると電磁気力もはるかに強力だが、弱い力と電磁気力との違いは、 $W$  と  $Z$  が非常に重いことに起因していて、本来の強さは非常に似通ったものであることを知っている。ただし、この統一は、エネルギーが  $M_{Wc^2}$  よりも十分大きいときに限ったことである。

しかも、7.9 節と 8.6 節で見たように、結合「定数」そのものはエネルギーの関数であり、エネルギーが増えると、強い力と弱い力の結合は弱くなる一方、電磁気力の結合は強くなる。それがどこかで一致し（図 12.2）、大統一のスケール（ $\approx 10^{16}$  GeV）より上では、共通のたった一つの結合定数だけが存在し、強い力も、電磁気力も、弱い力も同じ強さになるということを思い浮かべないわけにはいかない\*<sup>9</sup>。

最初の（そして最も単純な）GUT は、1974 年にジョージアイとグラシヨーにより

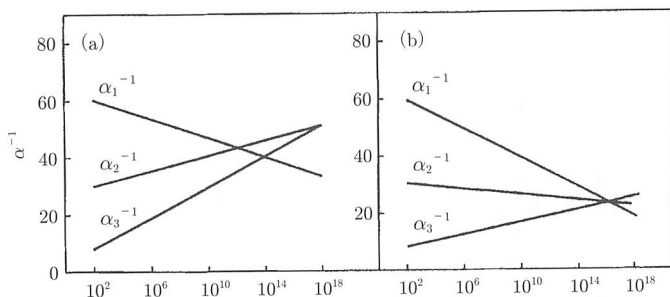


図 12.2 結合定数の GUT スケールでの収束性。(a) 最小標準模型。(b) 超対称性があるとき。横軸はエネルギー (GeV)

\*<sup>9</sup> 悪いことに、MSM では、それらが一点で交わらないことが（非常に）はっきりとしている。超対称性の魅力の一つは、それによって、収束が完璧になることだ。

提案された [7]。それは、壮大な予言を導いた。陽子が不安定で（たとえば）陽電子とパイ中間子に崩壊するのだ。

$$p \rightarrow e^+ + \pi^0 \quad (12.3)$$

その寿命はとてつもなく長く、最低でも  $10^{30}$  年だ。それは、宇宙年齢の  $10^{20}$  倍にもなる。だが、（たくさんの陽子を使えるので）測定できる範囲外というわけでもない。しかし、ここ 30 年間実験感度が上がっているにもかかわらず、陽子崩壊ははまだ観測されていない [8]。現在の下限値は

$$\tau_{\text{proton}} > 10^{33} \text{ 年} \quad (12.4)$$

である（これはおそらくジョージアイーグラシヨ一模型を棄却する）。より精巧な GUT が提案されているが、それらのほとんどで何らかの陽子崩壊が起きる。

大統一を支持する実験的な直接の証拠はないが、その存在は理論家の間では疑いようのない信念となっている。ある意味、「自然な」素粒子物理学の発展が陽子崩壊観測の失敗により無礼にも妨害されているとってよい。もし、陽子崩壊が、たとえば 1985 年に発見されていたら、ここ 20 年間で標準模型の解明に費やされたのとちょうど同じように、理論、実験両面で膨大な努力が大統一の詳細解明のために注ぎ込まれていたであろうことは想像にかたくない。しかし、それは起こらなかった。そして今日、大統一は煮て焼かれ半死状態となり、重要性を忘れ去られようとしている\*<sup>10</sup>。大統一の本質は何なのか、なぜその存在を真剣に考えなければならないのだろうか [9]。

大統一は、標準模型の（カラー） $SU(3)$  と  $SU(2)_L \otimes U(1)$  を部分群として含む包括的な対称群（ジョージアイーグラシヨ一模型では  $SU(5)$ ）を必要とする。根本的なフェルミオン（クォークとレプトン）はこの群の表現に割り振られる。それは、ちょうど八道説がバリオンと中間子を（フレーバー） $SU(3)$  の（八重項、九重項、十重項）の表現に割り振ったのと同じだ。第 1 世代は、それぞれ三つの色と二つのカイラリティ（左巻きと右巻き）をもつ  $u$  と  $d$ 、 $e$ （左巻きと右巻き）、 $\nu_e$ （左巻きだけ\*<sup>11</sup>）という

\*<sup>10</sup> 今日、比較的低エネルギーで実験可能な大統一の予言は、ほとんどない。もし存在すれば陽子崩壊が利用可能な最もよいプローブだが、陽子の寿命測定の実験的限界に素早く近づきつつある（問題 12.4）。

\*<sup>11</sup> 1974 年、ニュートリノは質量をもたないと仮定され、 $\nu_R$  を自然に組み込む場所がないという事実が理論の基礎となった。質量をもつニュートリノの場合、 $\nu_R$  を、ひどいことに、 $SU(5)$  の一重項表現に割り振らなければならない。あるいは、マヨラナニュートリノの場合、ヒッグスセクターが拡張されなければならない。

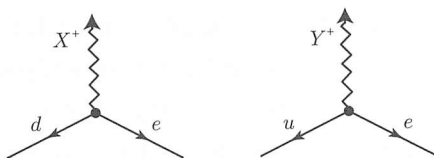
表 12.1  $SU(5)$ GUT におけるフェルミオン

五重項	$e_L, \nu_e, \bar{d}_R^r, \bar{d}_R^b, \bar{d}_R^g$
十重項	$e_R, u_R^r, u_R^b, u_R^g, \bar{u}_L^r, \bar{u}_L^b, \bar{u}_L^g, \bar{d}_L^r, \bar{d}_L^b, \bar{d}_L^g$

表 12.2  $SU(5)$  GUT におけるゲージボソン

	電荷	質量
8 個のグルーオン	0	0
1 個の光子	0	0
$W^\pm$ と $Z$ で合計 3 個	1, -1, 0	$\sim 10^2 \text{ GeV}/c^2$
6 個の $X$	4/3, -4/3	$\sim 10^{16} \text{ GeV}/c^2$
6 個の $Y$	1/3, -1/3	$\sim 10^{16} \text{ GeV}/c^2$

15 の粒子状態からなる。  $SU(5)$  GUT では、五重項と十重項からなる<sup>\*12</sup> (表 12.1)。 (ヒッグス機構による) 対称性の破れがないと、それぞれの多重項に属する状態は同じ質量をもち、相互作用もまったく同じになる (もちろん、他の二つの世代についても同じだ)。 力の媒介粒子は以下の 24 個だ<sup>\*13</sup> (表 12.2)。 8 個のグルーオン、光子、  $W^+$ 、  $W^-$ 、  $Z$ 、そして  $X$  (電荷は  $\pm 4/3$ 、三つの色、それゆえ全部で 6 個) と  $Y$  (電荷は  $\pm 1/3$ 、三つの色があるのでさらに 6 個) という新しいものが 12 個ある。 それらは、レプトンと (反) クォークに結合するので<sup>\*14</sup>、「レプトクォーク」として知られている。 たとえば、  $\bar{d} \rightarrow e + X$  や  $\bar{u} \rightarrow e + Y$  だ。



それらは、クォークと反クォークにも  $u \rightarrow \bar{u} + X$  や  $d \rightarrow \bar{u} + Y$  のように<sup>\*15</sup>結合する (この文脈では、それらはしばしばダイクォークとよばれる)。

\*12 すべての粒子が一つの既約表現にびたつとはまらないという事実は、  $SU(5)$  模型の面白くない特徴だ。  $SO(10)$  GUT は、15 個すべてと  $\nu_R$  を 16 次元の表現に割り振る。

\*13 一般に、  $SU(n)$  は  $(n^2 - 1)$  個の媒介粒子をもつ (カラー  $SU(3)$  では 8 個のグルーオン、  $SU(2)_L$  では 3 個のベクトルボソン)。  $U(n)$  は  $n$  個だ (よって、1 個の光子)。

\*14 電子と同じ多重項に属するのは反  $d$  クォークであることに注意せよ。

\*15 驚くべきことに、これらの反応ではカラーは保存しない。だが、カラーに関する二つの状態の「直積」は一つのカラーをもっていることを思い出そう (式 (10.84))。そして、ここでは暗にそのような組み合わせになっている。



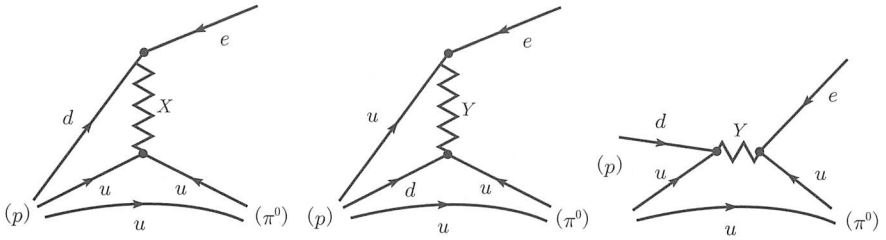
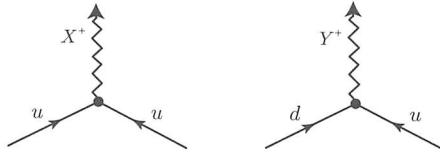


図 12.3 SU(5) GUT における陽子崩壊



このより大きな対称性はあきらかにひどい破れ方だ (クォークとレプトンは同じ質量をもたず、強い相互作用は他よりもはるかに強い)。ちょうど電弱対称性が  $W$  や  $Z$  の質量よりも十分高いエネルギーで回復したように、GUT 対称性も (きわめて高い) 大統一のスケールよりも高いエネルギーでは回復する。それゆえ、大統一による帰結は原理的にはドラマチックでも、それを実験室で試験するのは非常に難しい。レプトクォークの結合により、レプトンとバリオン数の非保存が起こり、それゆえ、図 12.3 のようなダイアグラムにより陽子崩壊が保証される。しかし、これらの媒介粒子は非常に重いので (おそらく、GUT スケールの近傍で  $M_X \sim M_Y \sim 10^{16} \text{ GeV}/c^2$ )、崩壊幅はきわめて小さい (問題 12.5)。

素粒子物理学における基本的な力の統一という、おもには審美眼的な魅力を除いても、大統一にはクォークとレプトンとの電荷の関係を (さらにその先には、電荷の量子化自身を) 「説明する」という目的がある。専門的な理由により、一つの多重項内の電荷の和はゼロでなければならず、クォークとレプトンを同じ多重項に入れると ( $SU(5)$  五重項の場合)

$$q_e - 3q_d = 0 \tag{12.5}$$

が要求される。もし電子と陽子が正確に反対の電荷をもっていなかったら、われわれの世界は劇的に違ったものになっていたが、大統一がなかったとしても、それがなけ

ればならないという原理的な理由はない\*16。

### 12.3 物質・反物質非対称

誰もが、ビッグバンで粒子と反粒子が正確に同じ量だけつくられたと考えている。もしそうだとしたら、なぜ、われわれは、電子や陽子や中性子に囲まれているのに、陽電子や反陽子や反中性子は身の周りにはないのだろうか。もちろん、(たとえば)もし陽電子が現れたとしても、それは長生きしない、電子と出会うやいなや対消滅してしまうからだ。しかし、これは、生き残っている電子の量が多いことの説明にはならない。もしかしたら、局所的な現象なのかもしれない。われわれの住む物質優勢宇宙は、どこか別の場所の反物質領域とつり合っているのかもしれない。だが、そのような証拠はなく、対照的に、宇宙物理学上の観測によると、少なくともわれわれの知る宇宙はすべて物質でできていることが示唆されている(もし反物質の領域があったとしたら、物質領域との境界はきわめてひどいことになり、宇宙背景放射の観測でそれを観測できないとは想像しがたい) [12]。別の考えは、宇宙が発展する際に、何らかのプロセスが反物質よりも物質を選び出したに違いないというものだ。どのような仕組みがそんなことをするのだろうか。

1967年、サハロフ [13] は、必要条件を特定した。あきらかに、バリオン数とレプトン数を破る相互作用(大統一で提供し得るような何らかの相互作用)がなければならない。宇宙が熱浴から大きく外れていた時期がなければならない(さもないと、いかなる反応  $i \rightarrow f$  の頻度が逆方向の  $f \rightarrow i$  と同じになってしまう、バリオン数の正味の変化がないだろう)。そして、重要なのが、 $CP$  の破れがなければならないということだ。つまり、何らかの反応  $i \rightarrow f$  の頻度がその  $CP$  共役である  $\bar{i} \rightarrow \bar{f}$  の頻度と違わなければならない(さもないと、ここでもまた、バリオン数の正味の変化がない)。ちょうどまい具合に、 $CP$  の破れはクローニンとフィッチにより  $K^0/\bar{K}^0$  系で最近発見されている。

今日までのところ、 $CP$  の破れの背景にある本質はまだ理解されていない。パリティの破れは非常に簡単に弱い相互作用の理論に組み込めた。たんにベクトル結合  $\gamma^\mu$  を

\*16 さらなる問題となる大統一の帰結は、非常に重いトーフト-ポリヤコフ磁気単極子(モノポール)の存在だ [10]。それは(ビッグバンの残り物で)多数存在しなければならないが、実験室では一度も観測されていない(いや、もしかすると一度だけ [11])。インフレーション宇宙論により数が薄められていることは説明できるかもしれないが、大統一による(観測されていない)モノポールの予言は、他の理論でも同じだが、厄介な問題のままである。

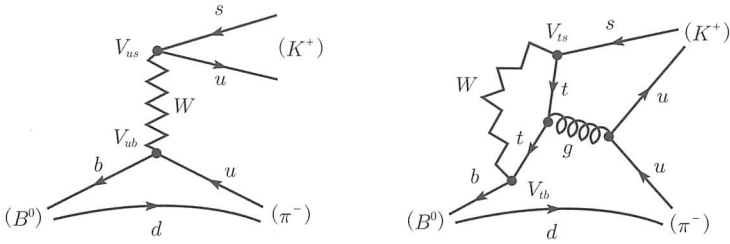


図 12.4  $B^0 \rightarrow K^+ + \pi^-$  に対する二つのダイアグラム。右は「ペンギン」ダイアグラム (問題 4.40)

軸性ベクトル結合  $\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$  に置き換えればよかった (9.1 節)。しかし、唯一知られている  $CP$  の破れの起源は CKM 行列中に残っている位相  $\delta$  で (式 (9.87)), なぜこれが  $CP$  を破るのかはあまり自明ではない。  $i \rightarrow f$  という過程と、その  $CP$  共役である  $\bar{i} \rightarrow \bar{f}$  を考えてみよう (たとえば、もし  $i$  が左巻き電子を含む過程なら、 $\bar{i}$  は右巻き陽電子を含む過程だ)。  $CP$  の破れが意味するのは、  $\bar{i} \rightarrow \bar{f}$  の頻度が  $i \rightarrow f$  と違うということだ (たとえば、  $B^0 \rightarrow K^+ + \pi^-$  は  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- + \pi^+$  よりも 13%ほど頻度が高い)。さて、振幅  $\mathcal{M}$  は複素数で、CKM 行列要素が共役になることを除けば、  $i \rightarrow f$  でも、  $\bar{i} \rightarrow \bar{f}$  でも普通は同じである。ゆえに、

$$\mathcal{M} = |\mathcal{M}|e^{i\phi}e^{i\theta}, \quad \bar{\mathcal{M}} = |\mathcal{M}|e^{i\phi}e^{-i\theta} \tag{12.6}$$

である、ここで、  $\theta$  は「複素共役」位相で、  $\phi$  は通常の位相だ\*17。一方で、反応頻度は  $|\mathcal{M}|^2$  に比例するので、振幅そのものが違ってても  $CP$  の破れは起こらない。

しかし、過程 ( $i \rightarrow f$ ) が二つの別の経路 (たとえば、  $B^0$  は  $K^+ + \pi^-$  にいくつかの別の経路で崩壊できる。図 12.4 参照) で反応できると過程しよう。つまり、  $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$  とする。ただし、

$$\mathcal{M}_1 = |\mathcal{M}_1|e^{i\phi_1}e^{i\theta_1}, \quad \mathcal{M}_2 = |\mathcal{M}_2|e^{i\phi_2}e^{i\theta_2} \tag{12.7}$$

である。さらに、  $\bar{\mathcal{M}} = \bar{\mathcal{M}}_1 + \bar{\mathcal{M}}_2$  とする、ここで

$$\bar{\mathcal{M}}_1 = |\mathcal{M}_1|e^{i\phi_1}e^{-i\theta_1}, \quad \bar{\mathcal{M}}_2 = |\mathcal{M}_2|e^{i\phi_2}e^{-i\theta_2} \tag{12.8}$$

である。これから、

\*17 教科書によっては、これらはそれぞれ「弱い」位相と「強い」位相とよくよばれる。違いはわずだが、実際  $\theta$  は CKM 行列要素からのみ出てくるし、  $\phi$  は典型的には強い相互作用の影響を受ける [14].

$$|\mathcal{M}|^2 - |\bar{\mathcal{M}}|^2 = -4|\mathcal{M}_1||\mathcal{M}_2| \sin(\phi_1 - \phi_2) \sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (12.9)$$

が導き出せる（問題 12.6）。この場合、頻度は同じではなく、 $CP$  が破れる。（CKM 行列からの）共役位相と共役ではない位相の両方が必要であることに注意しよう。そして、寄与する経路によって、これら二つは違わなければならない。

実験から、 $CP$  の破れはクォークの弱い相互作用で起こり、それが CKM 行列中の位相因子に起因していることがわかった<sup>\*18</sup>。だが運が悪いことに、これでは物質優勢宇宙をまったく説明できない [15]。それゆえ、 $CP$  の破れを説明する他の機構について想像を働かせる必要に迫られる。ニュートリノが質量をもち、CKM 行列のレプトン版（11.5 節）があれば、レプトンセクターでも同じことが起こるはずで、たとえば、 $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  と  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  の確率の違いとして、その効果が現れるだろう。これは（まだ）観測されていないが、測定されている物質・反物質非対称を説明する（ときに、レプトジェネシス<sup>\*19</sup>とよばれる）仕組みに必要なだと信じられている。もう一つの可能性は、強い相互作用における  $CP$  の破れだ（この場合、中性子の電気双極モーメントがゼロでないことが決定的な証拠になるだろう）。強い相互作用による過程ではいまだ  $CP$  の破れは観測されていないが、根本的に理論がそれを禁止しているようには見えない<sup>\*20</sup>。現在のところ、物質優勢宇宙は解けない謎のままで、決定的に欠けているのが  $CP$  の破れを引き起こす自然の本質の理解だ。この謎がどのように解決されていくのかは、まったく予想がつかない。

## 12.4 超対称性，弦理論，余剰次元

### 12.4.1 超対称性

量子力学における古典的な対称性は、同じ系の異なる状態を取り扱う。たとえば、回転対称性では、状態  $\psi$  を回転した  $U(\theta)\psi$  (式 (4.27)) に置き換えても、理論が不変であ

<sup>\*18</sup> 実際、そのように  $CP$  を破るすべての効果は「ユニタリ三角形」の高さに比例している（問題 9.33）。訳注： $CP$  の破れの大きさそのものは面積に比例するが、実験的に観測する  $CP$  非対称度は高さに比例している。

<sup>\*19</sup> 言葉遣いは全体を通して首尾一貫しているとはいいがたい。バリオジェネシスは物質優勢の起源に対する一般的な言葉だが、レプトジェネシスは、じつはバリオジェネシスを説明できる機構の一つにすぎない。

<sup>\*20</sup> 本当のところ、強い相互作用で  $CP$  がなぜ破れないのかはミステリーだ。可能な説明の一つが 1977 年にベッチェイとクインによって提案された [16]。それによると、中性でスピン 0 の粒子（アクシオン）がクォークと結合し、強い相互作用における  $CP$  の破れを動力学的に打ち消す。アクシオンは観測されていないが、ダークマターの有力な候補となっている。

ることを要請する。あるいは、より正確には、波動関数を無限小  $\delta\psi = (-i/\hbar)[\delta\theta \cdot \mathbf{S}]\psi$  (式(4.28)) だけ動かしたときに、ラグランジアンが (1 次のオーダーでは)\*21 不変であることを要請する。昔から素粒子物理学では、関連の深い粒子 (たとえば、フレーバーに関する多重項) を含む「内部対称性」という考えを一般化して使ってきた。1974年、ヴェストとズミノは、フェルミオンとボソンを混ぜ合わせるという、さらに革新的な対称性を導入した [17]。たとえば、スカラー場  $\phi$  はスピノル場  $\psi$  と混合する。

$$\delta\phi = 2\bar{\epsilon}\psi, \quad \delta\psi = -\left(\frac{i}{\hbar c}\right)\gamma^\mu\epsilon(\partial_\mu\phi) \quad (12.10)$$

ここで、 $\epsilon$  は変換を記述する (回転に対する  $\delta\theta$  に対応する) 無限小スピノルで、 $\bar{\epsilon} \equiv \epsilon^\dagger\gamma^0$  はその随伴表現だ。このような変換のもとで理論が不変であることを要求すると何が起こるだろうか。この特徴をもったラグランジアンをつくるのは難しくない。自由クライン-ゴールドン、そしてディラックラグランジアンを組み合わせ

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[\partial^\mu\phi^*\partial_\mu\phi - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\phi^*\phi\right] + i(\hbar c)\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - (mc^2)\bar{\psi}\psi \quad (12.11)$$

は、ボソン  $\phi$  とそのフェルミオンパートナー  $\psi$  が同じ質量をもつ限り不変だ (問題 12.8)。スピン 1/2 の粒子にスピン 1 の粒子を加えても同じことができ、一般にスピンの 1/2 だけ違う粒子対に同様のことが成り立つ。このような、フェルミオンとボソンを結びつける不変性のことを「超対称性」とよぶ。

過去 30 年以上にわたり、超対称性に関して膨大な量の研究がなされてきた [18]。たいていの素粒子物理学者が (それを支持する実験的な証拠がまだないにもかかわらず) 超対称性は自然がもつ根源的な対称性であると確信しているといっても過言ではない。超対称性からは驚くべき示唆がある。すべてのフェルミオンにはボソンのパートナーがいて (名前の前に「ス」をつけて識別するので、「スクォーク」「スレプトン」「スエレクトロン」「スニュートリノ」などになる)、すべてのボソンにはフェルミオンのパートナーがいる (名前の後ろに「-ノ」をつけて識別するので「フォティーノ」「グルイーノ」「ウィーノ」「ヒッグシーノ」などになる)。これらの粒子は一体どこにいるのだろうか。もし超対称性が破れていなかったら、それらは双子である「通常の」粒子と同じ質量をもつので、フォティーノはスピン 1/2 で質量ゼロ、スエレクトロンはスピン 0 で質量  $0.511 \text{ MeV}/c^2$  をもつ。これはあきらかにナンセンスだ。そんな粒子は存在しない。それゆえ、超対称性はひどく破れているに違いない (たぶん、自発的

\*21 一般的に、無限小変換を取り扱う方が単純だし、有限の変換は無限小変換の積み重ねとして構築できるので (問題 12.7)、一般性を失うこともない。

に、だが、とりわけ重力が入ってくると、他の可能性もある)。おそらく、超対称性粒子は非常に重く、あまりに重いために、存在するいかなる加速器でも生成できなかったのだ。しかし、そのうちの少なくともいくつかには LHC で手が届くはずだという強い示唆がある。

なぜそのような常識外れの企てを真剣に考えるのだろうか。超対称性により、いくつかの厄介な問題を解決できる可能性がある。その中のいくつかを以下に記す。

1. 多数の新しい粒子を導入することにより、三つの走る結合定数のエネルギー依存性が変わり (式 (7.191) と (8.94) 参照), GUT スケールで完璧に収束する可能性を与える (図 12.2).
2. いわゆる階層性問題に対する「自然な」解を提供する。ヒッグスの質量はさまざまなループダイアグラムによりくりこまれ (6.3.3 項), 魔法のような打ち消し (「ファインチューニング」) がないと、途方もない大きさに飛んでいってしまう。しかし、ループによる補正は、ボソンとフェルミオンで符号が反対なので、「超対称性粒子」を対としてもつことで、超対称性での打ち消しが完璧となり、かつ自動的である。
3. たいていのモデルで、一番軽い超対称性粒子は色をもたず、中性で安定である。これは、ダークマターの魅力的な候補となる (12.5 節)。

さらに、重力を量子論で定式化するためには、超対称性が必須であるらしい。一方で、最小超対称性模型は少なくとも 124 個の独立なパラメーターをもつ [19]。(すでに呆れるほどたくさんある) 標準模型におけるパラメーターの数の 5 倍で、ニュートリノ質量を簡単には組み込めない。もし、超対称性粒子が LHC で発見されたら、靈感に満ちた大胆さの見事な大勝利だ\*22。しかし、私は超対称性粒子の発見に、あり金すべてを賭けることはしないだろう。

## 12.4.2 弦理論

過去数 10 年間、理論物理における重要な挑戦は重力の量子理論の定式化であった。すなわち、一般相対論の量子化だ (電磁気力の量子化が QED であるように)。何世代にもわたって物理学者が挑戦し、失敗してきた。質点に対しては、くりこみ不能に見えて、理論的に手に負えないのだ。これは厄介ではあるが、いまのところ素粒子物理

\*22 2001 年に、ミュー粒子の異常磁気モーメントの測定値と計算値との間に乖離かいりがあり、超対称性粒子による寄与であるかのように見えたため、興奮が巻き起こった [20]。しかし、それは計算ミスであることがわかった。ある一つの項の符号を修正したら、その乖離はほとんどなくなってしまった [21]。

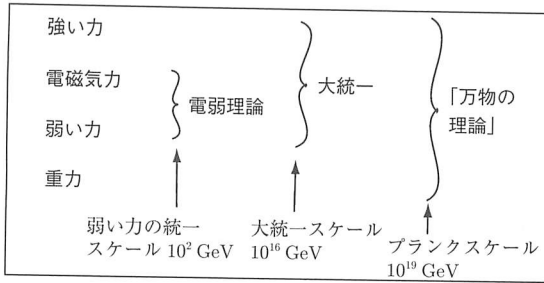


図 12.5 四つの力の統一

学に壊滅的な打撃はない。重力はあまりに弱くて重大な役割をもたないからだ。しかし、極端に短距離では（つまり、非常に高いエネルギー、具体的には  $10^{19}$  GeV というプランクスケールでは）、量子重力を考えなければならない。さらに、昔からの夢である自然界の力の統一をしようとすると「万物の理論」に到達し、その理論は、強い力、電磁気力、弱い力とともに重力も含む（図 12.5）。

弦理論なら、これらの問題（とさらに他の問題）を解決できる [22]。弦理論では、物質の最も根本的な単位は（0 次元の）粒子ではなく、1 次元の「弦」（あるいは、より高次元の「膜」）だ。そして、「粒子」は弦のさまざまな振動のモードである。ほんのわずかの先見の明だけで物事が推し進められた 1970 年代から理論は劇的な進歩を遂げて、2000 年までには他を圧倒するパラダイムを十分に確立した。初期のバージョンはボソンしか含んでいなかったし、整合性を保つためには 25 次元空間を必要とした。これは馬鹿げた誇張に聞こえるかもしれないが、25 次元のうち 22 個を「丸め込む」（コンパクト化する）ということを考えるのは可能であり、それゆえ、巨視的なスケールでは見えなくなる\*23。その後、フェルミオンが超対称性により組み込まれて（それゆえ「超弦理論」）、空間の次元数は 9 あるいは 10 に減った。その一方で、理論は自動的にグラビトンを含むことがわかり、量子重力の自然な候補となった。

当初の超弦理論の大きな魅力は、それにより物事が一意的に決まるように見えた点である。われわれは数学的に可能な世界にのみ住んでいるようなかのように見えたのだ。物理はもはや、実験的な観測により自然の法則を発見することではなく、唯一許され

\*23 余剰次元というアイデアは新しいものではない。1919 年にカルツァは電磁気力と重力を統一しようとする研究の中でそのアイデアを初めて導入した。1926 年にはクラインが余剰次元を「隠す」ための方法としてコンパクト化を提案した（布の糸の上にいる蟻の位置を指定しようとしたら、たぶん、片方の端からの距離  $z$  をたんに使うだろう。もっとずっと小さい虫にとってだけ、方位方向  $\phi$  が意味や重要性をもつ）。

た理論上の含蓄について考察するかのようであった。悲しいことに、この望みは逆転し、いまや「M理論」は（ある見積りによると  $10^{500}$  個の）可能なモデルからなる「風景」が存在し、正しいものを選ぶ方法（人間原理の欠如\*<sup>24</sup>）がないことを提案している。

現段階では、すべての世代の理論物理学者が手も足も出なくなっている。超弦理論はそれでもなお四つの力すべてを統一する最善の望みであるし、たぶん量子重力の最有力候補だ。しかし、われわれが住む低エネルギーについての検証（あるいは否定）可能な予言を引き出すことの難しさは証明されてしまっている。超対称性粒子あるいは余剰次元 [23] の発見はある程度のサポートにはなるが、超弦理論の確認に近づくのは、現段階ではあまりに絶望的だ [24]。

## 12.5 暗黒物質と暗黒エネルギー

たくさんの天文学的証拠により、現在われわれが知っている、つまり、標準模型によって記述される物は宇宙の質量・エネルギーのたった5%しか担っていないことがわかっている。残りは暗黒物質（約20%）と暗黒エネルギー（75%）だ。素粒子物理学に対する意味は重大だ。われわれは氷山の一角しか見ていなかったのである。これらはいったい何で、どのようにわれわれの観測から逃れているのだろうか。

### 12.5.1 暗黒物質

1933年にフリッツ・ツヴィッキーは（原子のスペクトルのドップラー効果から）かみのけ座銀河団中の銀河の速度を測定し、この情報を銀河団の質量を決めるのに使った。結果は驚くべきもので、銀河団中の見える星から測定したものよりも400倍重かった。あきらかに、銀河には光を放たない物質がたくさんあるのだ（それゆえ、暗黒物質とよばれる）[25]。より近年、多数の銀河について（われわれの住む銀河も含めて）回転速度が測定されている。これらの結果から、銀河中心からの距離  $r$  の関数として回転の接線方向の速度  $v$  をプロットできる。ニュートンの重力の法則によると、中心から十分離れた星の速度  $v$  は  $1/\sqrt{r}$  で減少すべきだが（問題 12.10）、そうはならず、典型的にはそれは増えている（図 12.6）。これが意味するのは、暗黒物質は銀河の核

\*<sup>24</sup> 人間原理とは、物理法則やパラメーターは、そうなるべきものだという考え方である。「なぜなら」（それが正しい言葉だとしたら）もし、そうっていないと、人類は存在せず、それを発見することができないからだ。



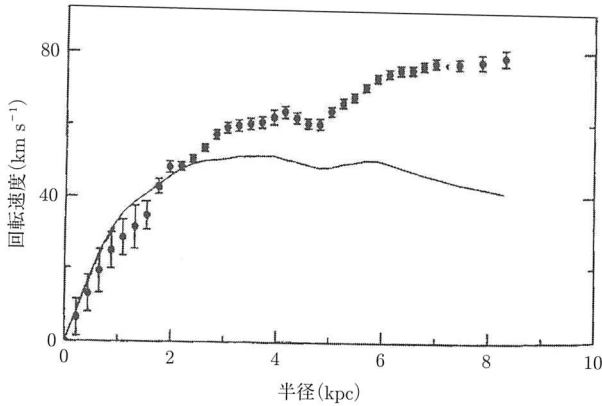


図 12.6 NGC 1560 銀河の回転速度。実線は、観測されているすべての物質（星とガス）から期待される曲線を表している（出典：A. H. Broeils: *Astron and Astrophysics*, **256** 19 (1992)）

の十分外側にまで広がった球状の「ハロー」を形成しているということだ\*25。今日では、重力レンズ（重力により、光が曲がること）を使い、暗黒物質の分布図を作成することすら可能だ。

だがこれまでのところ、暗黒物質の証拠は大きなスケールでの重力の効果でしか得られておらず、もしかしたらニュートンの法則（と一般相対論）があるスケールでは間違っているのかもしれない。実際には暗黒物質はないのではないかと考えるのは自然だ [26]。そのように革新的な別の案を忘れると、疑問は残る。これは一体全体何なのだろうか。通常非相対論的な物質かもしれない。砂や砂利や、もしかしたら、消滅した星あるいは死んだ惑星の残骸なのかもしれない。いや、ほぼ間違いなくそうではない。観測されている軽元素の残存量により間違いないと信じられている宇宙論のモデルでは、許されているバリオンの量は暗黒物質を説明するにはまったく足りない。ニュートリノではどうだろうか。たぶん違う。とてつもなく大量のニュートリノが存在するが、それらは軽すぎて観測されている暗黒物質の量のほんのわずかな一部分しか担えない\*26。われわれが探しているものは、あきらかにニュートリノよりもはるかに重くて、しかし（ニュートリノのように）相互作用が弱い。バーコールは WIMP

\*25 ここで議論している暗黒物質を「閉じた」宇宙になるために要求されている「質量欠損」と混同してはならない。それについては、次の節で話をする。

\*26 さらに、ニュートリノは「熱い」暗黒物質になってしまう。それらは軽いために非常に相対論的で、銀河のハロー中に（あるいは、銀河が生まれる元となった原始宇宙の集まりに）閉じ込められているとは想像しがたい。

(Weakly Interacting Massive Particles) とよんだ\*27。質量はとりあえず 100 から 200 GeV/c<sup>2</sup> の範囲だと見積もられている。それらはあきらかに中性で（さもないと、光を出す）安定だ（ビッグバンの時代から生き残っている）。もちろん、そのような粒子は標準模型には存在しない。しかし、超対称性なら候補がある。超対称性粒子の中で一番軽いもの（おそらく、フォティーノとヒグシーノの、あるいはもしかしたらジーノの混合で「ニュートラリーノ」とよばれる。あきらかにこの用語は手に負えないものだ）は、たぶん完璧に安定だ。ビッグバンの時代からのものが大量に残っているかもしれない。別の可能性は、強い相互作用において CP の破れがないことを説明するために提唱された仮想的な粒子であるアクシオンだ。しかし、確実に一番エキサイティングなのは、まったくもって新しく、予期されていなかったものだ。

暗黒物質が何であるかはどのように決められるのだろうか。1980 年代後半から多くの WIMP 探索がなされてきた。それらは、太陽系が銀河中心に対して毎秒 220 km\*28 で回転していて、地球は太陽に対して毎秒 30 km で回転しているので、夏には毎秒 235 km、冬には毎秒 205 km の「暗黒物質の向かい風」に面している、という事実を利用して（季節変化があるのは幸運だ。というも、そのおかげで実験家ははるかに量の多い背景事象の中から信号をすくい取ることができる。自然放射線や宇宙線による背景事象は季節変化がなく一定だ）。いくつかの異なる検出手法が試されたが [27]、感度が大きく改善されて、観測のために必要なレベルに近づいてきたのは最近になってからだ。すでにいくらかの（怪しい）事象があり [28]、説得力のある証拠がこれからの数年で得られるかもしれない。一方、LHC は暗黒物質を生成するという立場にあり、そこまできると、残された仕事は、（銀河、地上、加速器という）三つの方法すべてが同じ粒子についての話をしているのだということを示すことになるだろう [29]。

### 12.5.2 暗黒エネルギー

1998 年以前は、すべての物質の引力により宇宙の膨張速度は遅くなっているだろうと信じられていて、唯一の問題は膨張から収縮に転じて「ビッグクラッシュ」（問題 12.11）に行き着くほど宇宙のエネルギー密度が十分大きいかどうかということだった。見え

\*27 原理的には暗黒物質は重力でしか相互作用しないかもしれない。しかし、クラインが恥ずかしそうにコメントしたように、「もしそれが本当なら、物理学者がそれを検出する望みはこの先もない」（つまり、個々の粒子として）。そのため、暗黒物質は少なくとも弱い相互作用には寄与すると一般的に仮定されている。

\*28 暗黒物質のハローは（物質とは非常に弱くしか結合しないので）銀河の回転を共有しない（と仮定している）。

る物質と暗黒物質を合わせると「臨界密度」の約  $1/3$  で、宇宙の膨張が収縮に転じる「べき」だと信じている者にとっては\*29、暗黒物質の問題とは独立に、二つ目の「質量欠損」という矛盾が存在した。一体全体その「余分な」エネルギーはどこにあるのだろうか。

この問題は、宇宙の膨張速度は全然減速しておらず、むしろ加速しているという驚くべき発見により、状況が一変した。あきらかに、ニュートンの重力(万有引力)法則は最大のスケールでは正しくないか、自然界には重力に打ち勝つほどの強さの斥力をもつ何らかの新たな力がこの場合存在するかのどちらかだ。一般相対性理論には、この現象を説明するための(ある種)自然な余分な項がある。宇宙項  $\Lambda$  だ。アインシュタインの元々の理論(それには宇宙項はなかった)では宇宙が膨張するが、彼はそれはありえないと思った。そうならないためだけの項を導入することにより、理論を救った。その余分な項の強さ( $\Lambda$ )を調整することにより宇宙を安定させたのだ(数学的には、宇宙項により原始的な斥力あるいは負の圧力を導入し、宇宙論的スケールでの引力とのバランスをとったことになる)。後にハッブルが宇宙は本当に膨張しているということを発見したとき、歯がゆい思いをしたアインシュタインは宇宙項を否定し、「私の最大の失敗」だとよんだ。しかし、加速膨張が発見されたとき、わかりやすい救済方法は宇宙項を復活させることだった [30]。

しかし、元々の宇宙項の概念と現在復活したものとの間には決定的な違いがある。アインシュタインは  $\Lambda$  をプランク定数や、ボルツマン定数のような、説明不能な自然がもつ根源的な定数だと考えて、2種類の重力の源があるとした。物質(実際にはエネルギーと運動量を含んだ応力テンソルとすべてのかたちの応力)と  $\Lambda$  だ。現代の解釈では、 $\Lambda$  は、何らかの量子場の真空期待値に付随する暗黒エネルギーというかたちで、動的な起源をもつとされている。実効的には、それは応力テンソル中の定数項で、宇宙空間全体に均一に広がっている\*30ものをわれわれは引きはがして個別に扱おうとしているのだ。この場(たち)がどのようなものかはいまはまったくもって謎だらけだ。いや謎よりも悪い。たとえば、模型となる理論を構築しようとする、 $\Lambda$  の値が  $120$  桁も大きくなってしまふ [31]。あきらかに、われわれには学ぶべき多くのことがある。

\*29 広く受け入れられている膨張宇宙論によると、宇宙の全密度は臨界密度の値と正確に同じでなければならない。

\*30 銀河の周辺部に集中している暗黒物質とは対照的だ。

## 12.6 結 論

ほとんどの素粒子物理学者が、LHCでヒッグスボソンを生成するだろうと予想している。そして多くは、超対称性粒子を初めて生成するだろうと信じている。余剰次元の証拠が得られると考える者もある。たぶん。しかし、他の可能性もある。真剣に考えている人はほとんどいないが、下層構造、すなわち、クォークとレプトンは（それと、おそらく力の媒介粒子も）、より基本的な要素からなる複合粒子であるという考えだ。これは、40年前にクォーク模型がすべてを変えたように、そして、1世紀前にラザフォードの原子模型がすべてを変えたのと同じように、すべてを変えてしまうだろう。いずれにせよ、われわれは素粒子物理学が重要な発展をしようとしている、ほぼその転換点にいるのだ[32]。

## 参 考 書

- [1] たとえば, Science, **315**, 55 (2007) special section を参照せよ.
- [2] ヒッグス機構は, ヒッグスとアンゲレルにより独立に提案された. F. Englert and R. Brout: Physical Review Letters, **13**, 321 (1964); (a) P. W. Higgs: Physics Letters, **12**, 132 (1964); Physical Review Letters, **13**, 508 (1964).
- [3] これに関する「バイブル」は, J. F. Gunion *et al.*: The Higgs Hunter's Guide (Addison-Wesley, 1990).
- [4] LEP 実験はすでに  $114 \text{ GeV}/c^2$  以下のヒッグスボソンを棄却している. 2000 年の統計的に微妙な観測は, 質量  $115 \text{ GeV}/c^2$  を示唆している. たとえば, 以下を参照. P. Renton: Nature, **428**, 141 (2004).
- [5] ヒッグス質量の見積もりはトップクォークの正確な質量と, もちろん模型に依存する. 超対称性により, 一番軽いヒッグス粒子の質量上限値は  $140 \text{ GeV}/c^2$  となる. たとえば, 以下を参照. B. Schwarzschild: Physics Today, 26 (August 2004).
- [6] 手に入る入門として, M. Peskin: Physics 450 lecture notes, Fall 2006, Stanford University (2006) がウェブ上で利用可能だ.
- [7] H. Georgi and S. L. Glashow: Physical Review Letters, **32**, 438 (1974).
- [8] M. Shiozawa *et al.*: Physical Review Letters, **81**, 3319 (1998).
- [9] 簡潔にまとめたレビューが, G. Ross: Grand Unified Theories (Perseus, 1985); (a) P. Langacker: Physics Reports, **72**, 185 (1981).
- [10] G.'t Hooft: Nuclear Physics, B **79**, 276 (1974); (a) A. M. Polyakov: JETP Letters, **20**, 194 (1974).
- [11] B. Cabrera: Physical Review Letters, **48**, 1378 (1982).
- [12] 遠方の反宇宙からの反ヘリウム探索に関するものが, P. Barry: Science News, **171**, 296 (2007).
- [13] A. D. Sakharov: JETP Letters, **5**, 24 (1967).
- [14] たとえば以下の雑誌. D. Kirkby and Y. Nir: Review of Particle Physics, 146 (2006).
- [15] たとえば, M. Peskin: Nature, **419**, 24 (2002); (a) P. Harrison: Physics World, 27 (July 2003).

- [16] R. D. Peccei and H. R. Quinn: *Physics Review Letters*, **38**, 1440 (1977); *Physical Review*, D **16**, 1791 (1977). クイン-ベッチェイ機構についての面白い記事なら, (a) P. Sikivie: *Physics Today*, 22 (December 1996); アクション探索の現状は以下を参照. (b) K. van Bibber and L. J. Rosenberg: *Physics Today*, 30 (August 2006).
- [17] J. Wess and B. Zumino: *Physics Letters*, B **49**, 52 (1974).
- [18] 超対称性に関する, そこそこ広く読まれている素晴らしい記事が, G. Kane: *Supersymmetry: Unveiling the Ultimate Laws of Nature* (Perseus, 2000). それなりにわかりやすい, 専門的な詳細は以下を参照. S. P. Martin: *A Supersymmetry Primer* (hep-ph/9709356).
- [19] 以下の記事を参照. H. E. Haber: *RPP* (2006) 1105.
- [20] H. N. Brown *et al.*: *Physical Review Letters*, **86**, 2227 (2001).
- [21] B. Schwarzschild: *Physics Today*, 18 (February 2002).
- [22] 弦理論に関するスリルがありそれなりに人気のある歴史であれば, 以下を参照. B. R. Greene: *The Elegant Universe* (W. W. Norton, 1999); 理論そのものに関するとっつきやすいイントロダクションであれば, (a) B. Zwiebach: *A First Course in String Theory* (Cambridge University Press, 2004). 標準的な大学院生のための教科書が (b) J. Polchinski: *String Theory* (Cambridge University Press, 1998).
- [23] とっつきやすい余剰次元に関する記事なら以下を参照. L. Randall: *Physics Today*, 80 (July 2007). 余剰次元探索に関する現状を知りたいければ以下の文献を参照. (a) G. F. Giudice and J. D. Wells: *Review of Particle Physics*, 1165 (2006).
- [24] 2006年には, 弦理論に反対する動きの兆候があり, その動きが普及したことが素粒子物理学に影響を与えた. B. Richter: *Physics Today*, 8 (October 2006); (a) L. Smolin: *The Trouble with Physics* (Houghton Mifflin, 2006); (b) P. Woit: *Not Even Wrong* (Basic Books, 2006).
- [25] F. Zwicky: *Helvetica Physics Acta*, **6**, 124 (1933). 最初の55年間のよいレビューなら, (a) V. Trimble: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **25**, 425 (1987).
- [26] M. Milgrom: *Scientific American*, 42 (August 2002); *Science News*, 206 (March 2007).
- [27] ダークマター候補についての見事なすっきりとした調査と実験による探索であれば, 以下を参照. D. B. Cline: *Scientific American*, 51 (March 2003).
- [28] B. Schwarzschild: *Physics Today*, 16 (August 2007).
- [29] M. E. Peskin: *Journal of the Physical Society of Japan*, **76**, 111017 (2007).
- [30] これが唯一の候補ではないが, 素晴らしいレビューであれば以下の雑誌を参照. M. S. Turner and D. Huterer: *Journal of the Physical Society of Japan*, **76**, 111015 (2007).
- [31] とっつきやすい説明であれば, R. J. Adler, B. Casey and O. C. Jacob: *American Journal of Physics*, **63**, 620 (1995).
- [32] J. Ellis: *Nature*, **448**, 297 (2007).
- [33] M. Planck: *Sitzungsber. Dtsch. Akad. Wiss. Berlin-Math-Phys. Tech. Kl.*, 440 (1899).

## 問題

- 12.1 (a) 式 (10.132) を用いて  $W$  の質量を  $v = \mu/\lambda$  と  $q = g_w \sqrt{\hbar c/4\pi}$  を使って求めよ. そして, 式 (12.1) を確認せよ.
- (b) 問題 10.21 と式 (10.130) を用いて, ヒッグスとクォークもしくはレプトンとの結合のパーテックス因子を求めよ.
- (c) 式 (10.136) を用いて  $hWW$ ,  $hZZ$ ,  $hhh$  結合のパーテックス因子を求めよ.

12.2 (a) MSM での  $h \rightarrow f + \bar{f}$  ( $f$  はクォークもしくはレプトン) の崩壊率を計算せよ。

$$\left[ \text{答え} : \frac{\alpha_w}{8\hbar} m_h c^2 \left( \frac{m_f}{M_W} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{2m_f}{m_h} \right)^2 \right]^{3/2} \right]$$

(b) もし  $m_h = 120 \text{ GeV}/c^2$  だとすると、分岐比  $\Gamma(b\bar{b})/\Gamma(c\bar{c})$  と  $\Gamma(b\bar{b})/\Gamma(\tau^+\tau^-)$  はいくらになるだろうか。[クォークの場合はカラー因子 3 を含む。]

12.3 (a) MSM での  $h \rightarrow W^+ + W^-$  と  $h \rightarrow Z + Z$  の崩壊率を計算せよ。

$$\left[ \text{答え} : \Gamma(W^+W^-) = \frac{\alpha_w m_h c^2}{16\hbar} \left( \frac{m_h}{M_W} \right)^2 \left( 1 - 4 \frac{M_W^2}{m_h^2} + 12 \frac{M_W^4}{m_h^4} \right) \right. \\ \left. \times \left[ 1 - 4 \frac{M_W^2}{m_h^2} \right]^{1/2} \right. \\ \Gamma(ZZ) = \frac{\alpha_w m_h c^2}{23\hbar} \left( \frac{m_h}{M_W} \right)^2 \left( 1 - 4 \frac{M_Z^2}{m_h^2} + 12 \frac{M_Z^4}{m_h^4} \right) \\ \left. \times \left[ 1 - 4 \frac{M_Z^2}{m_h^2} \right]^{1/2} \right]$$

(b) もし  $m_h = 120 \text{ GeV}/c^2$  だとすると、 $\Gamma(W^+W^-)/\Gamma(ZZ)$  の比はいくつか。

12.4 現実的な実験で測定可能な陽子の最長寿命を予測せよ。[ヒント：実際の実験 (たとえば Super-K など) では、いくつの陽子を観測できるだろうか。あなたがどれくらい待てるか、あるいは、もっと大事なことは、資金の提供機関がどれくらい待つことができるだろうか。]

12.5 グラシヨージョージアイ模型で、陽子の寿命はどれくらいだと推定されるだろうか。[ヒント：ここでは、何も計算しようとはしない。計算のための情報が存在しないからだ。寿命を求める式は、いろいろな質量に依存する。うまくいくなら、他のミュー粒子やニュートリノ、パイ中間子を分析して次元解析から考える。]

12.6 式 (12.7), (12.8) から式 (12.9) を導出せよ。

12.7  $xy$  平面上のベクトルを考える。

(a) ベクトル  $\mathbf{a} = (a_x, a_y)$  を (反時計回りに)  $\theta$  回転させると  $\mathbf{a}' = (a'_x, a'_y)$  になることを示せ。

$$a'_x = a_x \cos \theta - a_y \sin \theta, \quad a'_y = a_x \sin \theta + a_y \cos \theta$$

(b) 二つのベクトルのドット積はこのような回転のもとで不変  $\mathbf{a}' \cdot \mathbf{b}' = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  であることを示せ。

(c) ここで、微小回転  $d\theta$  を考える。(a) の変換則を  $d\theta$  の 1 次で展開せよ。

(d) (1 次) のドット積が微小回転のもとで不変であることを示せ。[もちろん、有限変換のもとで不変であることをすでに知っているなら、無限小変換の証明は自明である。重要な点は、微小変換を考える方が通常はるかに単純だということである。]

12.8 この問題の目的は、式 (12.11) のラグランジアンによって記述された作用が、式 (12.10) の超対称変換のもとで不変であることを証明することである。

(a)  $\delta\phi^* = 2\bar{\psi}\epsilon$  と  $\delta\bar{\psi} = (i/\hbar c)\bar{\epsilon}\gamma^\mu(\partial_\mu\phi^*)$  を示せ。

(b) まずスカラー「運動」項  $\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2}(\partial^\mu\phi^*)(\partial_\mu\phi)$  を考える。 $\delta\mathcal{L}_1 = (\partial^\mu\phi)(\partial_\mu\bar{\psi})\epsilon + \bar{\epsilon}(\partial^\mu\phi^*)(\partial_\mu\psi)$  を示せ。

(c) 次にスピノル「運動」項  $\mathcal{L}_2 = i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu\psi)$  を考える。 $\delta\mathcal{L}_2 = -\delta\mathcal{L}_1 + \partial_\mu Q^\mu$  を示せ。このとき  $Q^\mu \equiv \bar{\psi}(\partial^\mu\phi)\epsilon + (1/2)\bar{\epsilon}\sigma^{\mu\nu}[\phi^*(\partial_\nu\psi) - (\partial_\nu\phi^*)\psi]$  であり、 $\sigma^{\mu\nu}$  は式 (7.69) で定義されている。

- (d) 質量項を確かめる,  $\mathcal{L}_3 = -(1/2)(mc/\hbar)^2 \phi^* \phi$ ,  $\mathcal{L}_4 = -mc^2 \bar{\psi} \psi$ .  $\delta \mathcal{L}_3 = -(mc/\hbar)^2 (\bar{\psi} \epsilon \phi + \phi^* \bar{\epsilon} \psi)$  と  $\delta \mathcal{L}_4 = i(mc/\hbar)[- \bar{\epsilon} \gamma^\mu (\partial_\mu \phi^*) \psi + \bar{\psi} \gamma^\mu \epsilon (\partial_\mu \phi)]$  を示せ.
- (e) 最後に, オイラー-ラグランジュ方程式 (10.15) からディラック方程式をつくる.  $\delta \mathcal{L}_4 = -\delta \mathcal{L}_3 + \partial_\mu R^\mu$  であることを示せ. ただし,  $R^\mu = i(mc/\hbar)[- \bar{\epsilon} \gamma^\mu (\partial_\mu \phi^*) \psi + \bar{\psi} \gamma^\mu \epsilon (\partial_\mu \phi)]$  である.

全ラグランジアン ( $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_4$ ) は不変ではないが, 全微分  $\delta \mathcal{L} = \partial_\mu (Q^\mu + R^\mu)$  だけ変化するので, 作用と運動方程式は不変である. しかし, うまく機能するためにはスカラーとスピノルが同じ質量をもたなければならないことに注意.

- 12.9 (a)  $c$ ,  $\hbar$ ,  $G$  (ニュートンの万有引力定数) から, 長さの次元をもつ量  $l_P$ , 時間の次元をもつ量  $t_P$ , 質量の次元をもつ量  $m_P$  を構築せよ. これらはプランク長, プランク時間, プランク質量として知られている. マックス・プランクによって 1899 年に最初に発表された後にこの名前がついた [33]. 実際の数を  $m$ ,  $s$ ,  $kg$  を単位として求めよ. また, プランクエネルギー ( $E_P = m_P c^2$ ) を  $GeV$  を単位として計算せよ. [これらの量は, 量子重力が有効になるスケールを決める.]

- (b) 微細構造定数の重力版は何だろうか. (i) 電子の質量, (ii) プランク質量を用いて実際の値を求めよ.

- 12.10 固定された質量  $M$  を中心とした円軌道を動く物体の速さを, 軌道半径の関数として求めよ (たとえば, 太陽の周りの惑星).

- 12.11 臨界密度を計算するための速くて素朴な方法は, 宇宙を半径  $R$  の一様な球として描き, (ハッブルの法則による) 膨張速度  $v = HR$  と等しい速さで表面の粒子が離れているという描像を考えることである. これに基づいて,

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

を示せ. ハッブル定数 ( $H$ ) の値を調べ, 臨界密度を  $kg/m^{-3}$  を単位として求めよ.