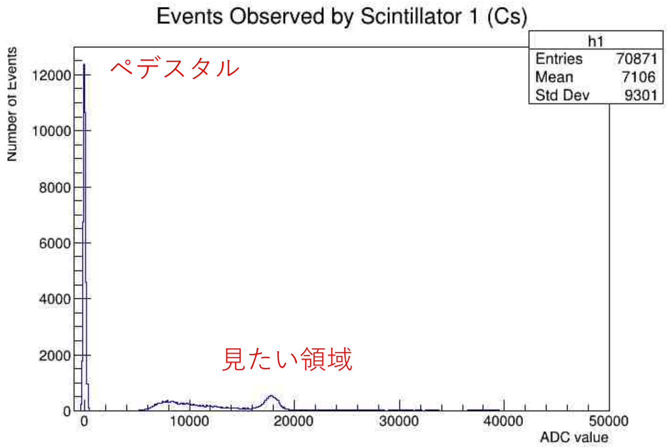
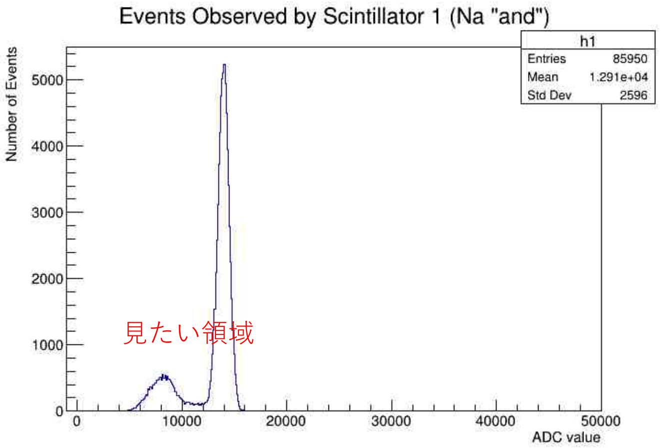
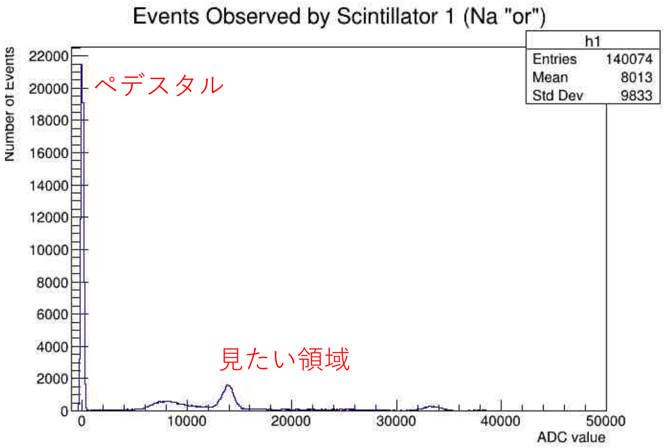
小林、武市、中西、王

まずは2つのシンチレータで得られたイベントをそのまま見てみる．

検出器 1

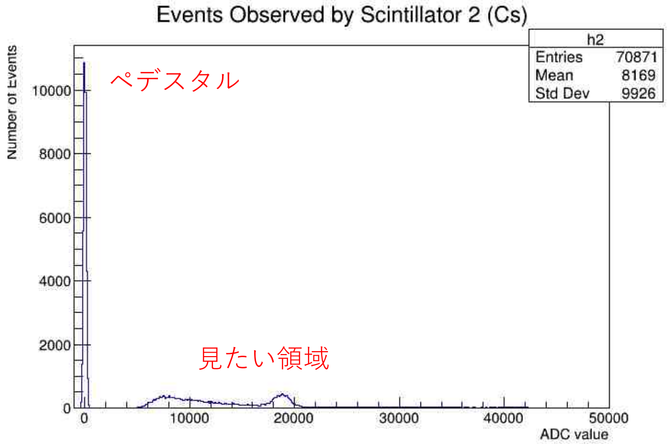


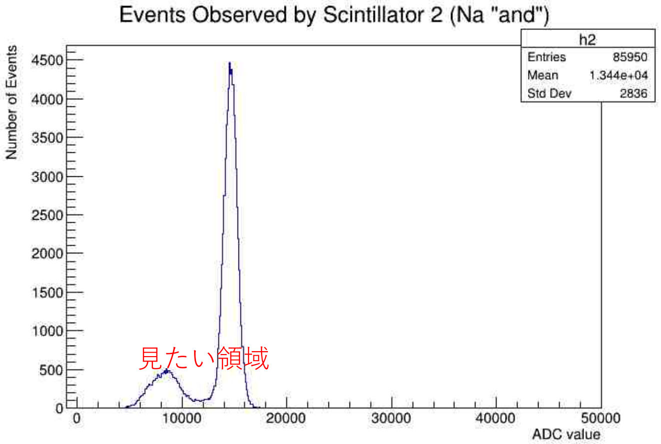


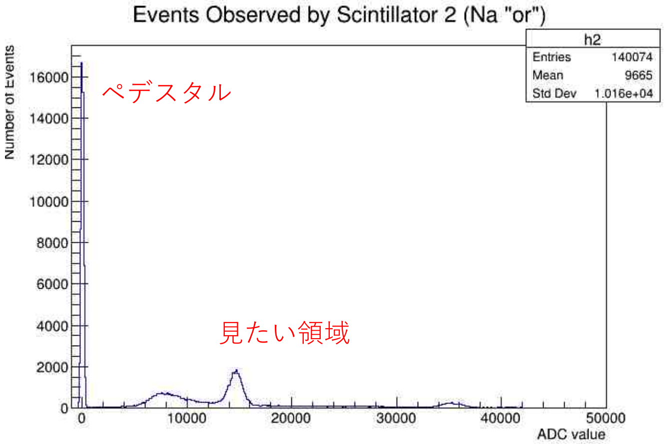


^{137}Cs ^{22}Na ("and" trigger) ^{22}Na ("or" trigger)

検出器 2

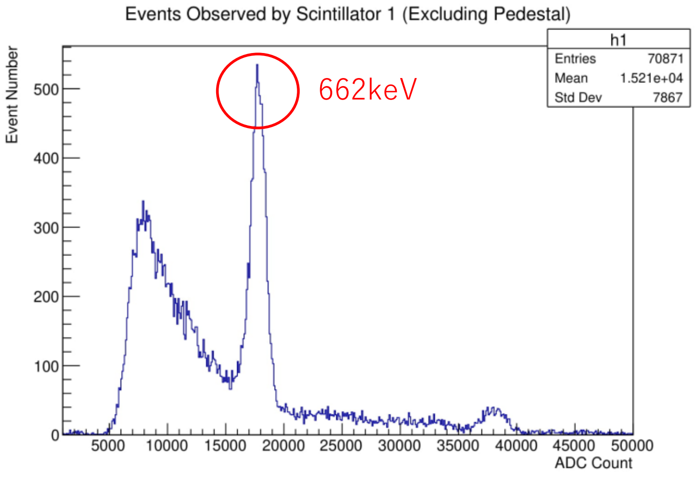


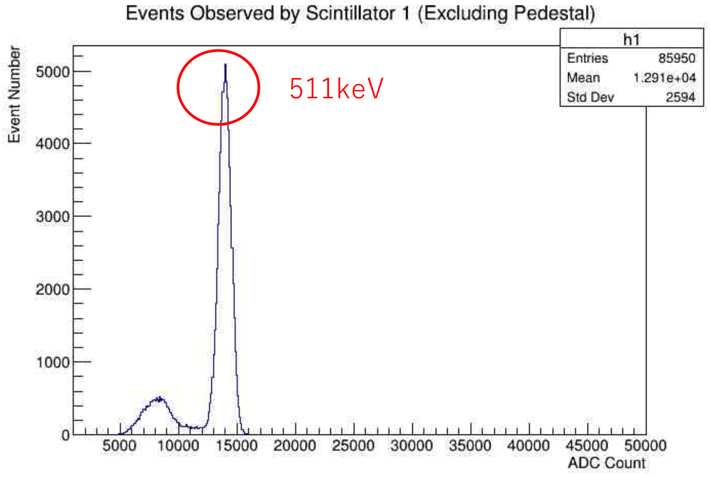


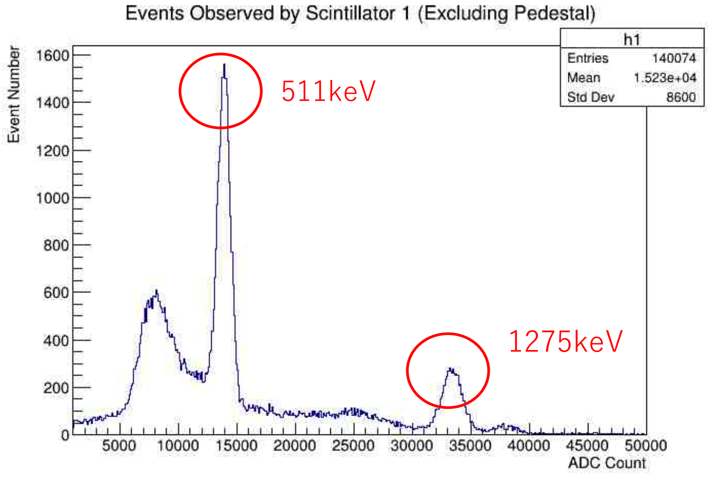


ADCカウントがゼロの周辺のものはペデスタルであるので除いてやると，

検出器 1

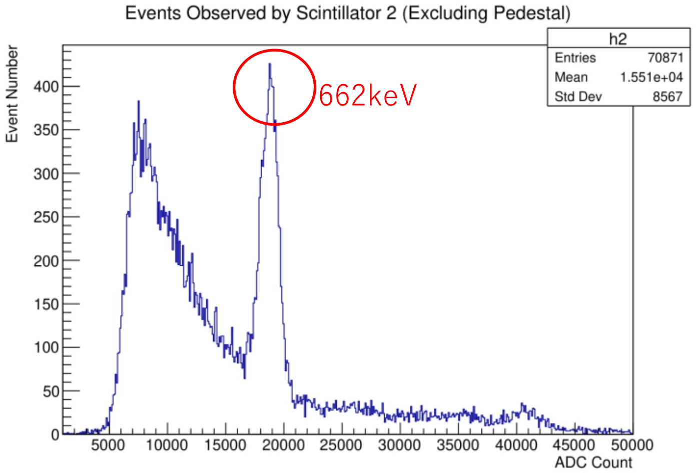


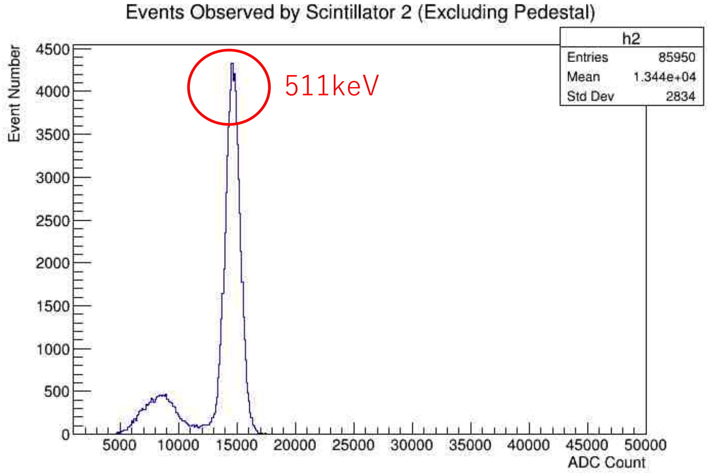


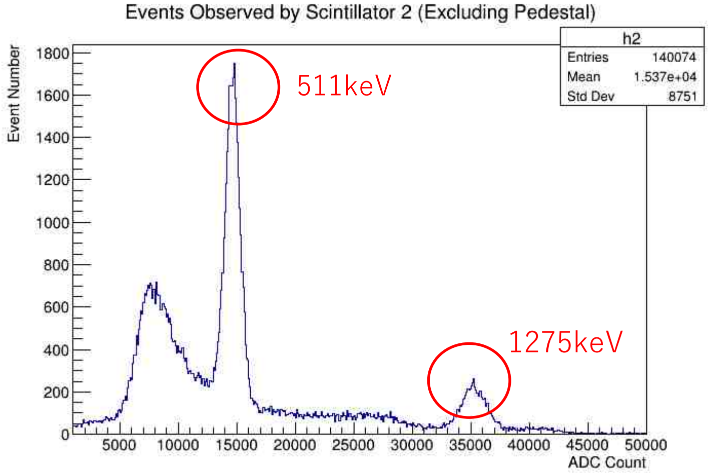


^{137}Cs ^{22}Na ("and" trigger) ^{22}Na ("or" trigger)

検出器 2







いくつかの光電ピークが見えている．

・較正

実験で得られるエネルギーはADCカウントという単位で得られる．このカウントが実際のエネルギーではどの値に対応するかということには検出器によって若干の差がある．
この差をなくし，統一された単位（ここではkeV）で扱うために，較正という手続きを行う．

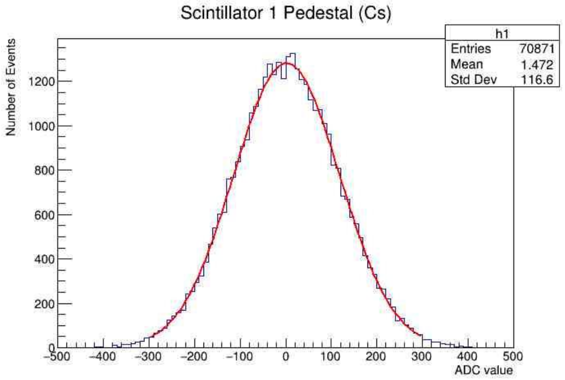
先ほどの図で見たように，実験データにいくつかのピークが見えていた．
これらは放射線源に特有のエネルギーを持った放射線がすべてのエネルギーを検出器に落とすような光電ピークであると考えられる．

そのため，放射線源が持つ特有のエネルギーの文献値と，これらの光電ピークを比較することでADCカウントとkeV単位のエネルギーの間に対応関係が与えられる．

今回の測定データのうち較正に使えるのは，
^{137}Csの622keVのピーク，^{22}Naの511keVのピーク，^{22}Naの1275keVのピーク，ペデスタル
である．

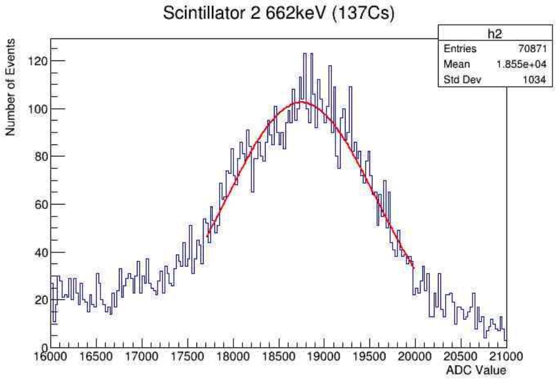
まずは検出器１について較正を行う．実験で得られたデータはピークの周りに正規分布に従って分布しているとして，フィッティングによってその中心の値を求める．

・Csのペデスタル



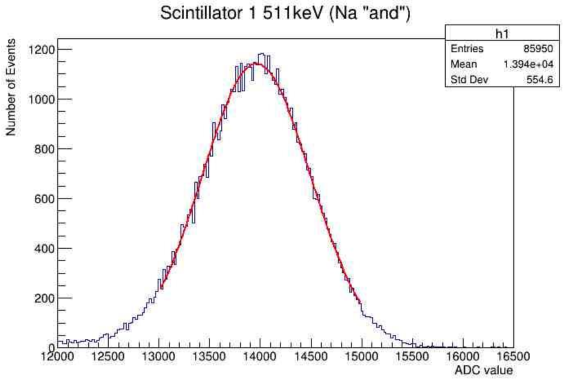
分布の中心：1.9 ± 0.6 [ADC値]

・Csの622keVピーク



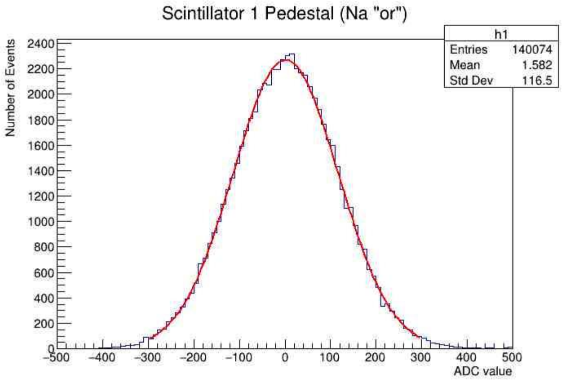
分布の中心：17808 ± 11 [ADC値]

・Na（andトリガー）の511keV



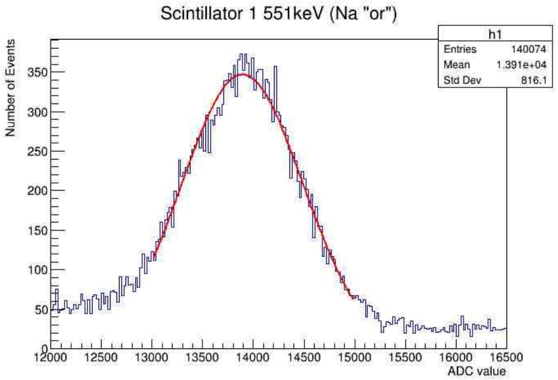
分布の中心：13960 ± 3 [ADC値]

・Na （or）のペデスタル



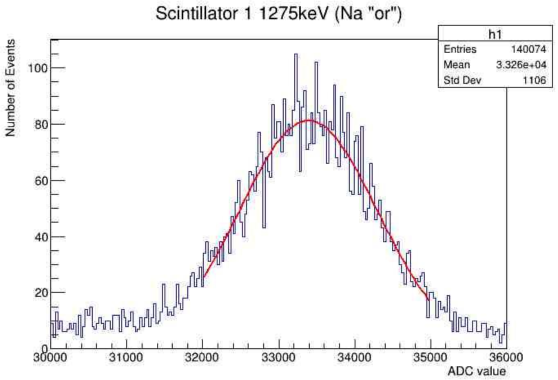
分布の中心：1.67 ± 0.5 [ADC値]

・Na（or）の511keV



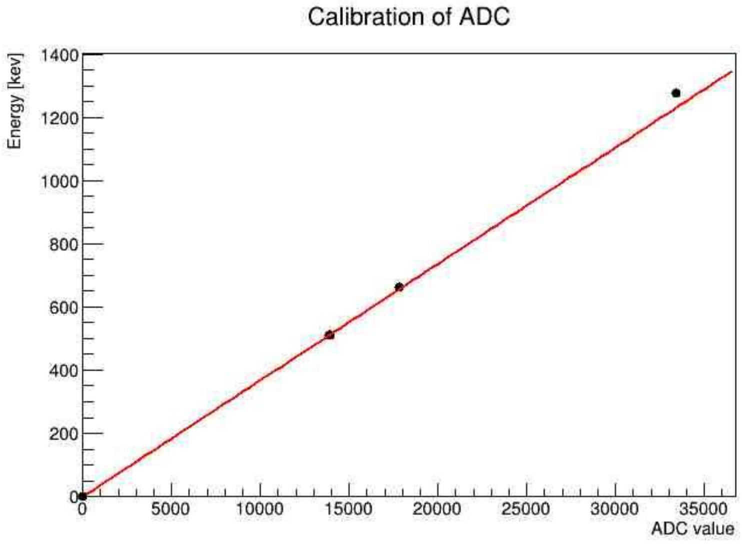
分布の中心：13891 ± 3 [ADC値]

・Na（or）の1275keV



分布の中心：33391 ± 1 [ADC値]

エネルギーとADC値が線形に結ばれていると仮定してフィッティングすると,

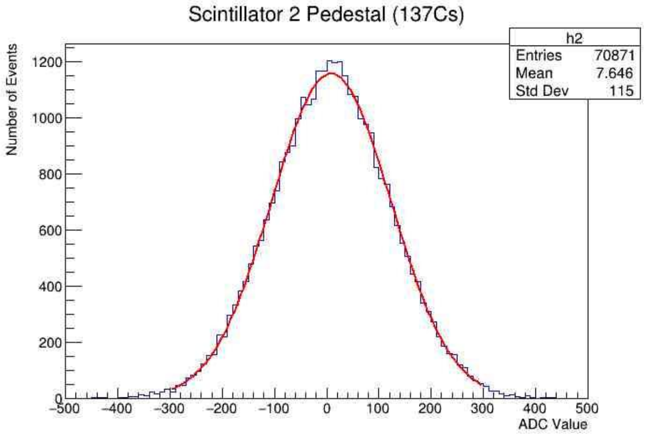


得られたADC値とkeV単位のエネルギーの対応は,

$$\text{エネルギー}\ [\mathrm{keV}] = 3.68 \times 10^{-2} \times (ADC\text{値}) - 0.11$$

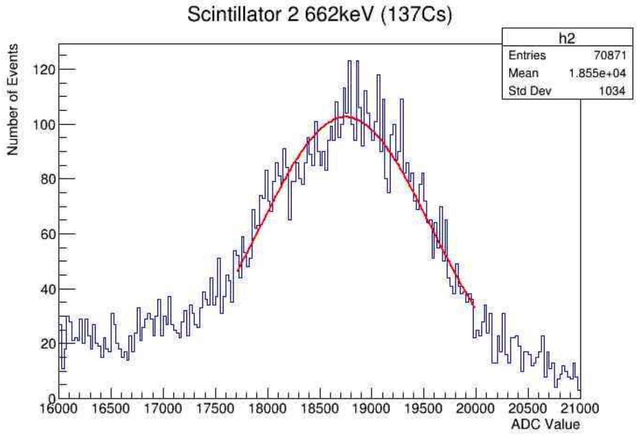
続いて検出器２について較正を行う.

・Csのペデスタル



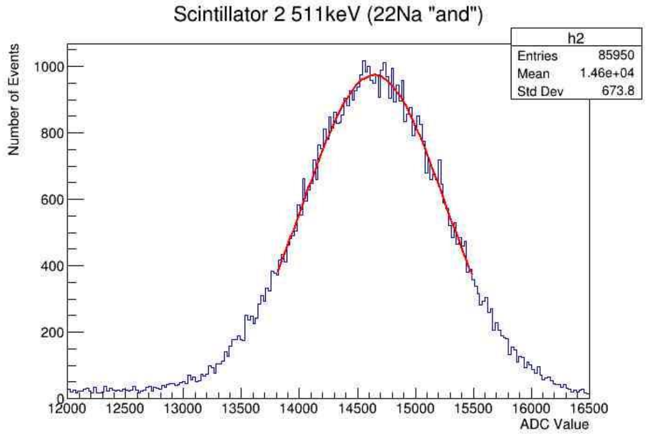
分布の中心：8.6 ± 0.7 [ADC値]

・Csの662keV



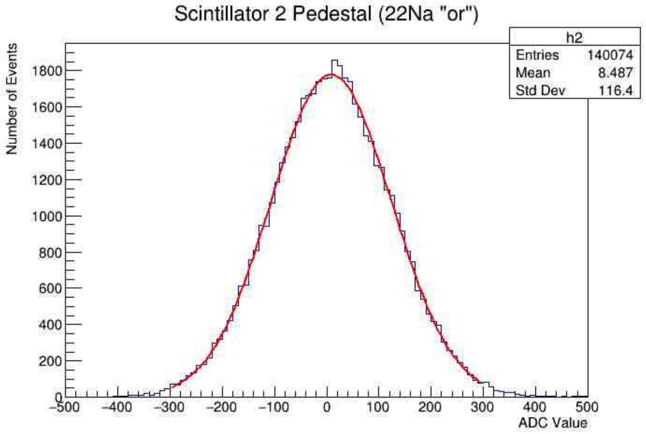
分布の中心：18749 ± 15 [ADC値]

・Na（and）の511keV



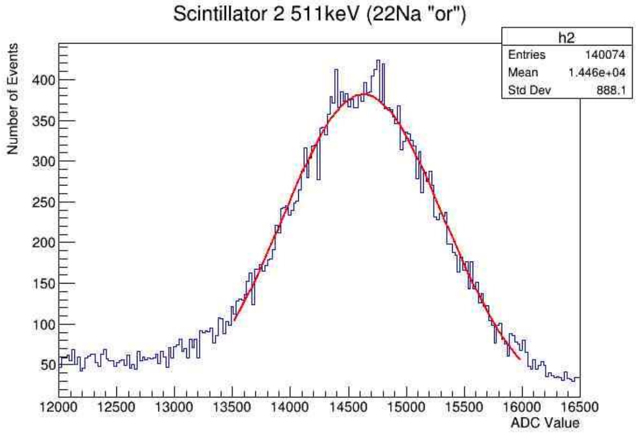
分布の中心：14644 ± 4 [ADC値]

・Na（or）のペデスタル



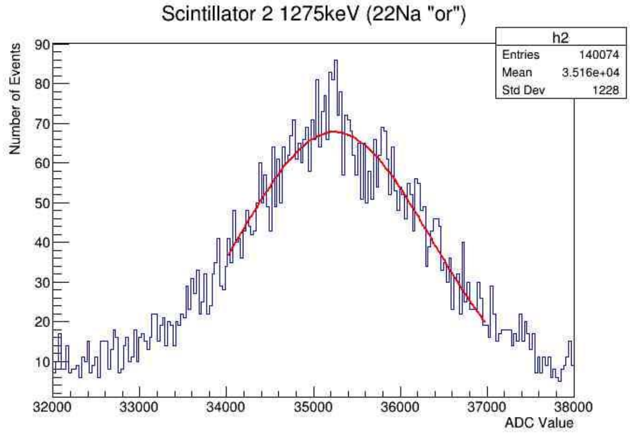
分布の中心：8.6 ± 0.5 [ADC値]

・Na（or）の511keV



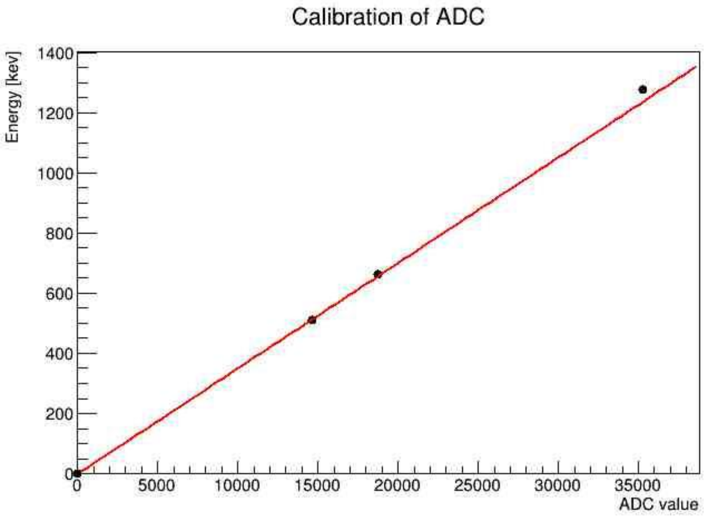
分布の中心：14628 ± 5 [ADC値]

・Na（or）の1275keV



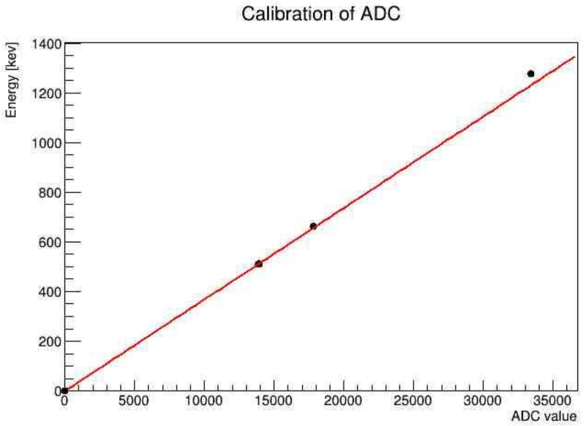
分布の中心：35243 ± 25 [ADC値]

検出器２についてもADC値とエネルギーが線形に対応していると仮定してフィッティングして，



エネルギー [keV] $= 3.50 \times 10^{-2} \times (ADC\text{値}) - 0.32$

先ほどの検出器１の較正

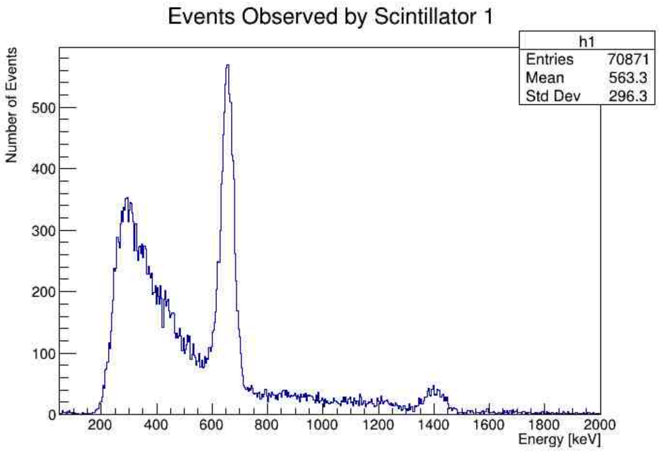


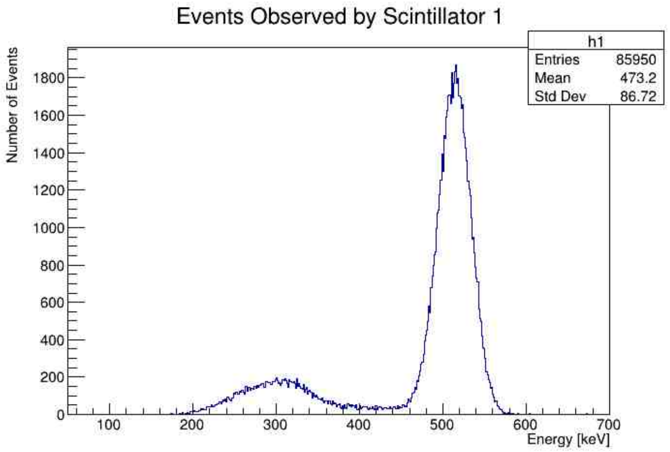
検出器１：エネルギー [keV] $= 3.68 \times 10^{-2} \times (ADC\text{値}) - 0.11$

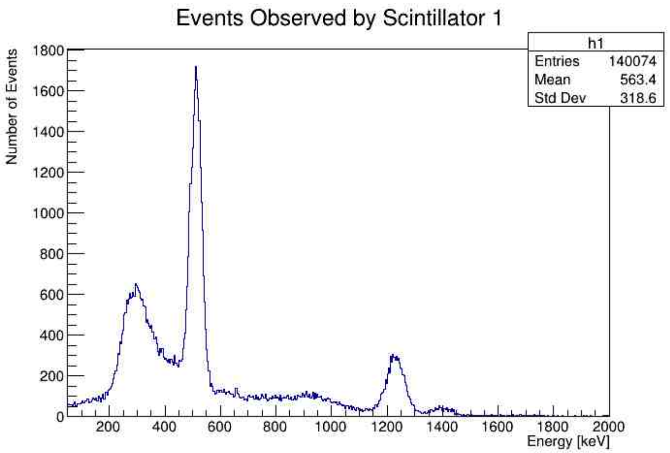
共通の特徴として高エネルギーではADC値は純粋な線形よりも若干低く出ている（サンプル数が少ないため明確なことは言えないが…）

こうして得られたADC値とエネルギー[keV]の対応関係をもとに，測定データを書き直すと，

検出器１

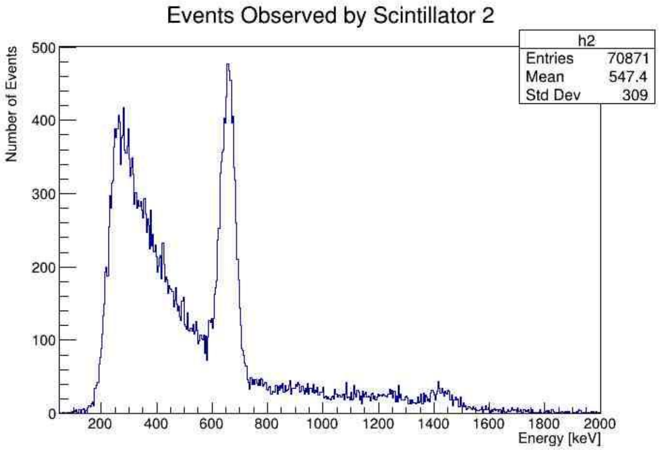


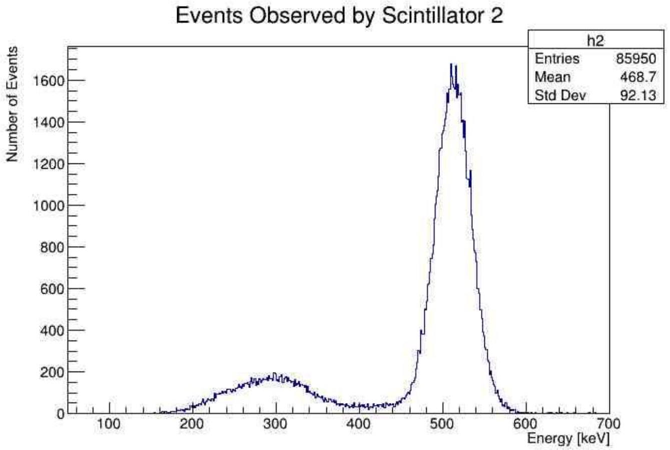


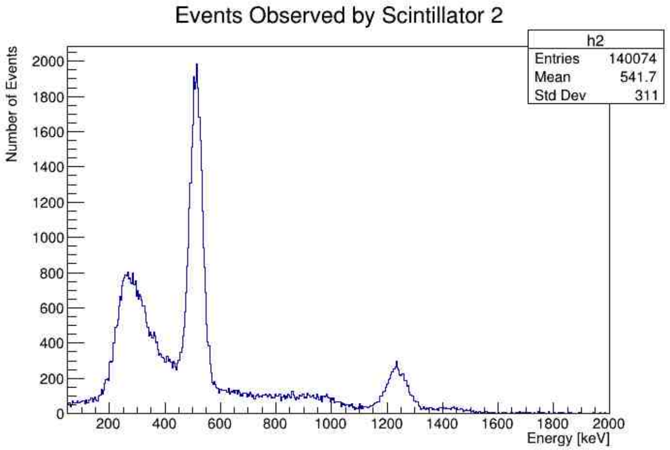


^{137}Cs ^{22}Na ("and" trigger) ^{22}Na ("or" trigger)

検出器２







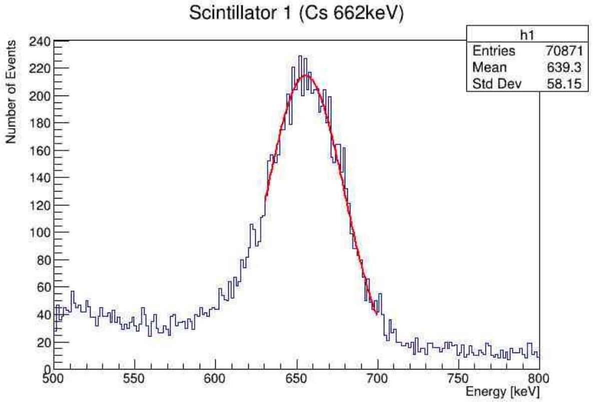
・エネルギー分解能

エネルギー分解能とは検出器の異なるエネルギーを見分ける能力である.
理想的には，あるきまった値のエネルギーを持った放射線が入射したとき，測定されるデータはその
エネルギーのところにデルタ関数的なピークを持った形となる.

しかし，実際の状況ではエネルギーはピークの周りに揺らぎを持つことになる．このため多数のイベ
ントを観測したとき，そのエネルギーのピークは本来のエネルギーの周りに正規分布する形となる.
この時の全半値幅のことをエネルギー分解能という.

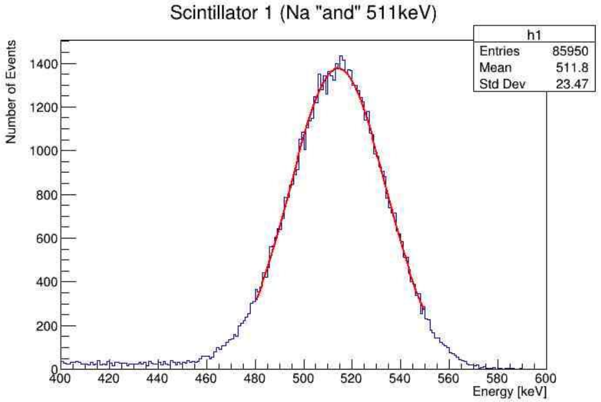
このエネルギー分解能は測定するエネルギーによって異なり，また検出器によっても異なる.

エネルギー分解能を求めるために，まずは各光電ピークを正規分布でフィッティングし，その
標準偏差を求める.
まずは検出器１について求める.



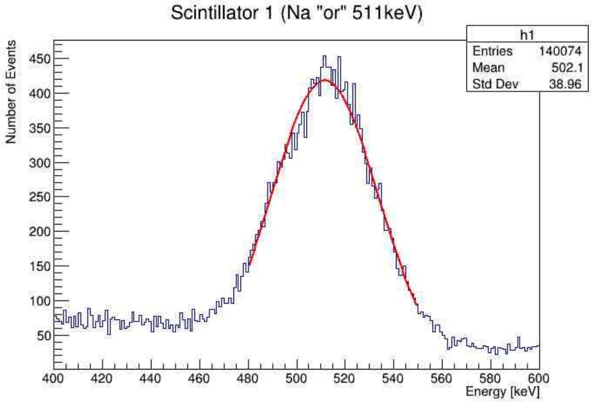
標準偏差：23.9 ± 0.5 [keV]

Cs 662keV



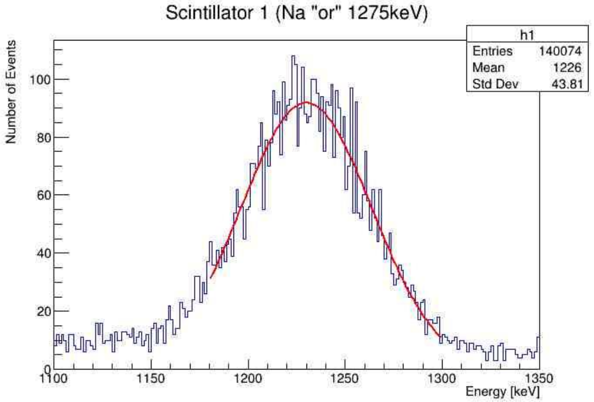
標準偏差：19.7 ± 0.1 [keV]

Na “and” 511keV



標準偏差：21.9 ± 0.2 [keV]

Na “or” 511keV

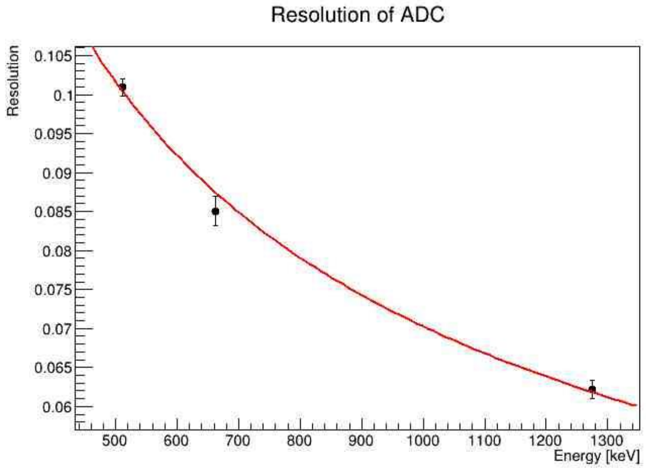


標準偏差：33.6 ± 0.6 [keV]

Na “or” 1275keV

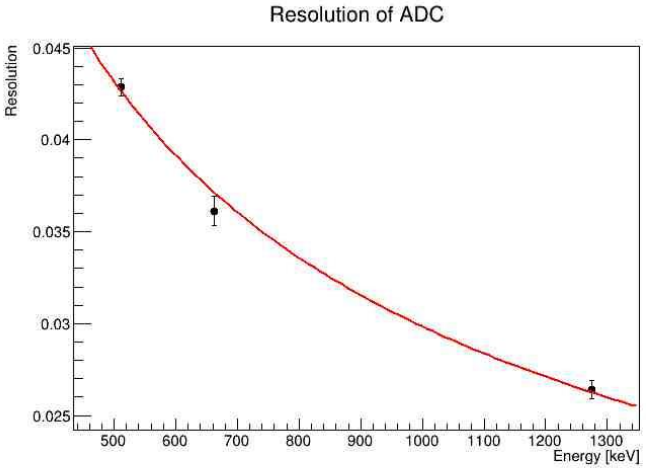
正規分布においてピークに比べた高さが1/2になる幅をwとすると,
$\exp\left(-\frac{w^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{2}$より，$w^2 = 2\sigma^2 ln2\, , w = \sigma\sqrt{2ln2}$
という関係がある．全半値幅に直すと，wを2倍すればよいから$2\sigma\sqrt{2ln2}$である.
さらにこの全半値幅をエネルギーで割るとエネルギー分解能が得られる.

検出器１の分解能は,



$$Resolution\left(=\frac{FWHM}{Energy}\right)=\frac{2.10}{\sqrt{Energy}}+\frac{3.92}{Energy}$$

半値幅よりも標準偏差の形で使いたいので，少し書き換えて

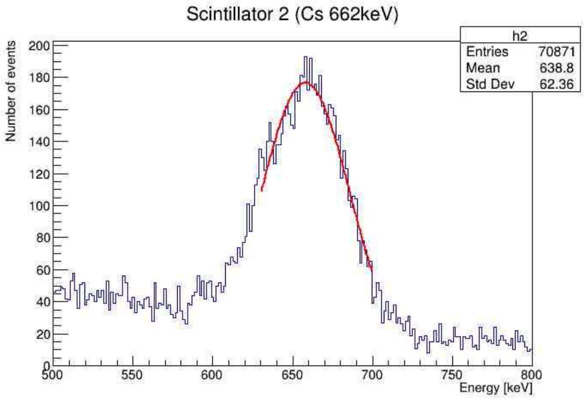


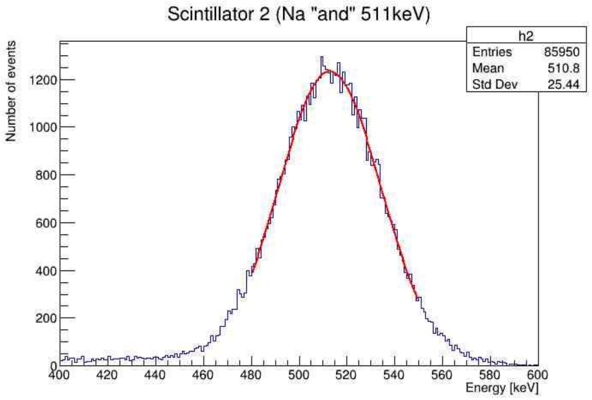
$$\frac{\sigma}{Energy}=\frac{0.891}{\sqrt{Energy}}+\frac{1.67}{Energy}$$

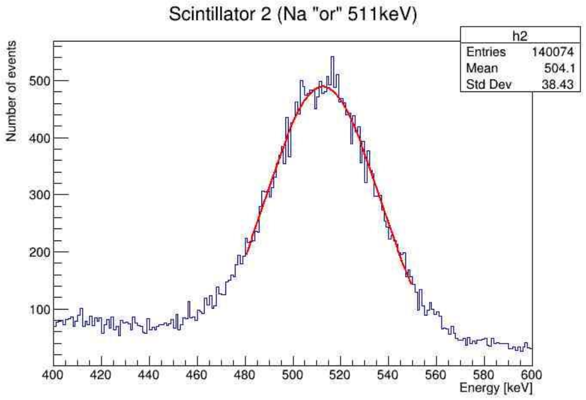
Naのデータとしては”or”でトリガーをとったものをデータとして用いた.

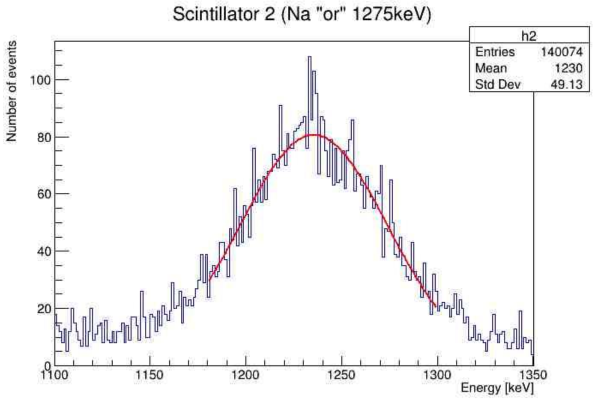
実際にはこのほかにも（影響が小さいと考えられる）項が存在できるが，パラメータを増やすとフィッティングがうまくいかないことが多いため，上記の依存性を持った項のみを取り扱った.

続いて検出器２について求める.









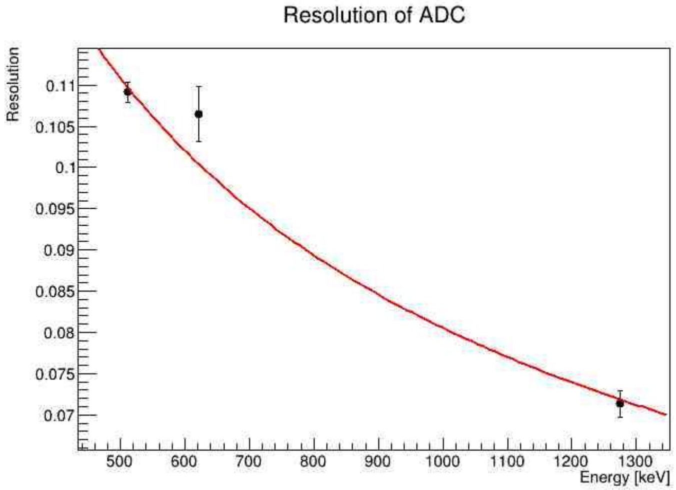
標準偏差：28.1 ± 0.9 [keV]
Cs 662keV

標準偏差：21.4 ± 0.1 [keV]
Na “and” 511keV

標準偏差：23.7 ± 0.3 [keV]
Na “or” 511keV

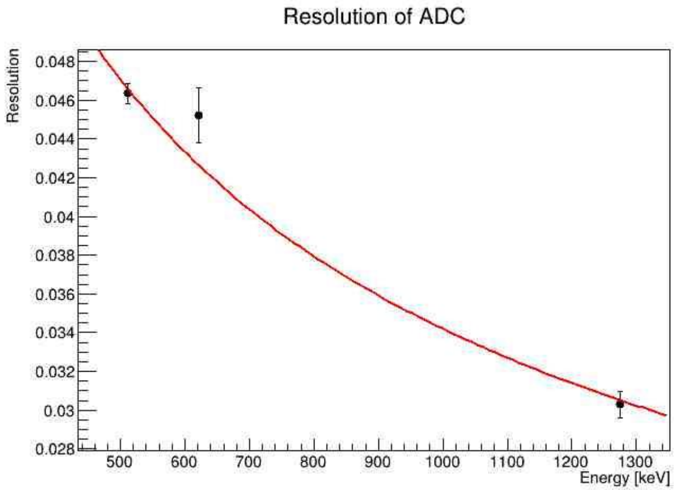
標準偏差：38.6 ± 0.9 [keV]
Na “or” 1275keV

検出器2のエネルギー分解能は



$$Resolution = \frac{2.71}{\sqrt{Energy}} - \frac{5.23}{Energy}$$

検出器１と同じように標準偏差に直して,



$$\frac{\sigma}{Energy} = \frac{1.15}{\sqrt{Energy}} - \frac{2.22}{\mathrm{Energy}}$$

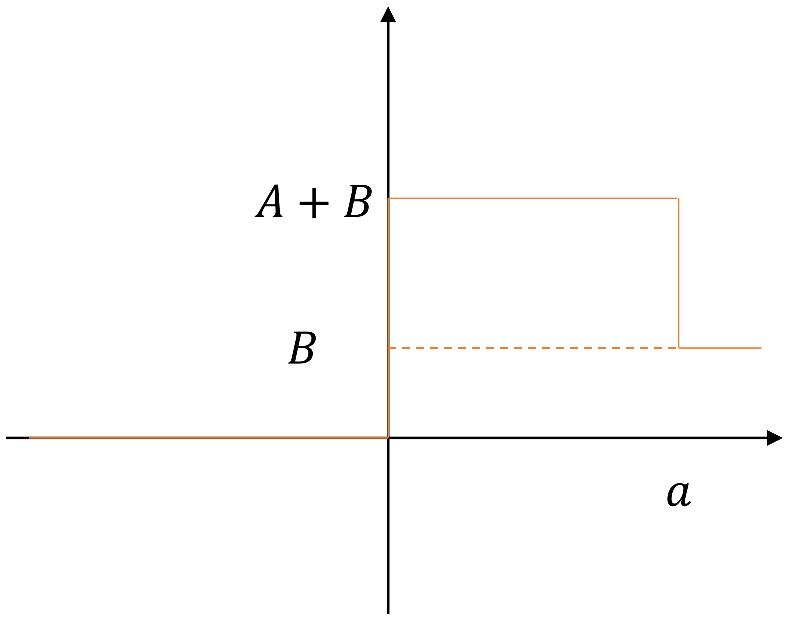
・Compton Edgeの測定

測定データからCompton edgeを求めたい.
しかし，測定データは検出器のエネルギー分解能のために本来の分布からばらついてしまっていて，Compton edgeそのものを見ることが難しくなっている.

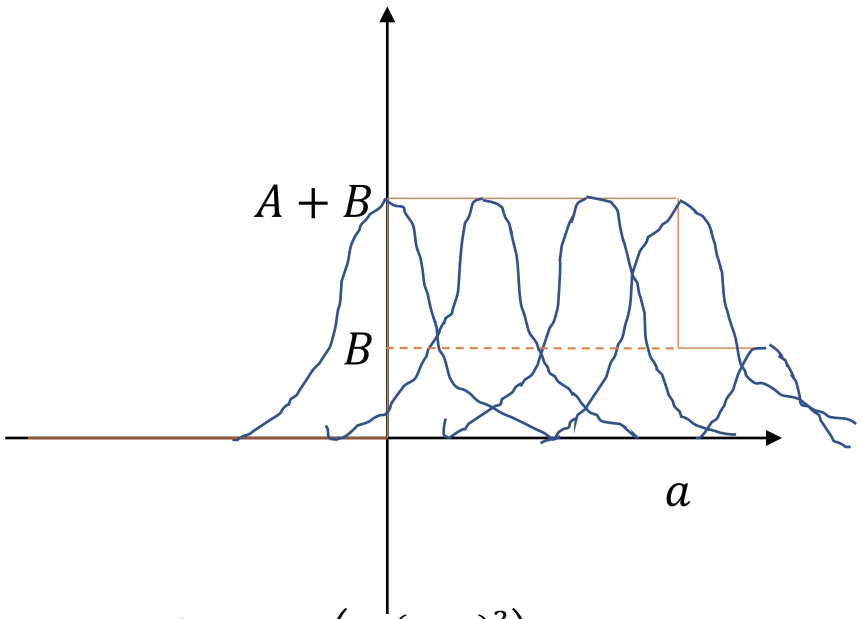
そこでまず，Compton edgeのもともとの関数形として，以下のような形を仮定しておく.

$$\theta(x)(A\theta(a-x)+B)$$

aが求めたいCompton edgeであり，A,Bは定数としておく.



エネルギー分解能のために，この分布は各エネルギー点の周りに正規分布でばらつくことになる．



点xでの値には点yでの値が重み$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{(x-y)^2}{2\sigma^2}\right)$で寄与することになる．
この寄与をすべてのyについて足し合わせると，

$$\int_{-\infty}^{\infty}\theta(y)(A\theta(a-y)+B)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{(x-y)^2}{2\sigma^2}\right)dy$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\theta(y+x)(A\theta(a-x-y)+B)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)dy$$

ところで，ここに現れたσは本来は（分解能のところで見たように）エネルギー点によって異なる値をとるべきものである．
このため依存性を明確にして書くと，

$$
\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty}\theta(y)(A\theta(a-y)+B)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(y)^2}}\exp\left(-\frac{(x-y)^2}{2\sigma(y)^2}\right)dy\\
&=\int_{-\infty}^{\infty}\theta(y+x)(A\theta(a-x-y)+B)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(y+x)^2}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma(y+x)^2}\right)dy\\
&=\int_{-x}^{\infty}(A\theta(a-x-y)+B)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(y+x)^2}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma(y+x)^2}\right)dy
\end{aligned}
$$

である．
しかし分解能の議論より，$\sigma(x)$はエネルギー点xについて$\sqrt{x}$の依存性を持っているので，この積分はyがゼロに近いところからの寄与が大部分である．このため，$\sigma(y+x)$は$\sigma(x)$に置き換えてもふるまいが大きく変わることはないと考える．
つまり，

$$
\begin{aligned}
&\int_{-x}^{\infty}(A\theta(a-x-y)+B)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(y+x)^2}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma(y+x)^2}\right)dy\\
&\simeq\int_{-x}^{\infty}(A\theta(a-x-y)+B)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(x)^2}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma(x)^2}\right)dy
\end{aligned}
$$

積分を実行すると,

$$\int_{-x}^{\infty}(A\theta(a-x-y)+B)\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)dy$$

$$=A\int_{-x}^{a-x}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)dy+B\int_{-x}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)dy$$

ここで，考えるxをCompton edgeの周辺としておくと，$x\gg\sigma$が成立するので,

$$\simeq A\int_{x-a}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)dy+B$$

となる.
さらに変数変換を施して,

$$=\frac{A}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}}(x-a)}^{\infty}\exp(-y^2)\,dy+B=\frac{A}{2}\mathrm{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}}(x-a)\right)+B$$

となっている.

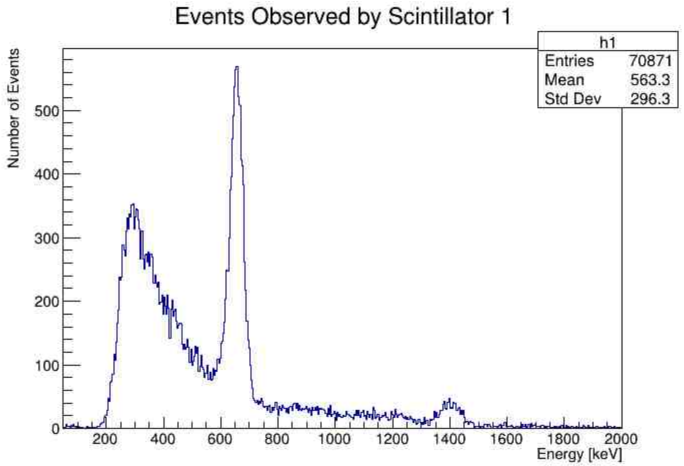
そこでCompton edgeの周辺を

$$p_0\,\mathrm{erfc}(p_1x+p_2)+p_3$$

でフィッティングしてパラメータp_0,p_1,p_2,p_3を求める. （これらの大体の値は分解能関数などからわかる）
この時求めたいCompton edgeは$-\frac{p_2}{p_1}$で与えられる.

$$\left(p_0=\frac{A}{2},p_1=\frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}},p2=-\frac{a}{\sqrt{2\sigma^2}},p_3=B\right)$$

実際にデータをフィッティングしてみる.
まずは検出器１のCs 662keV



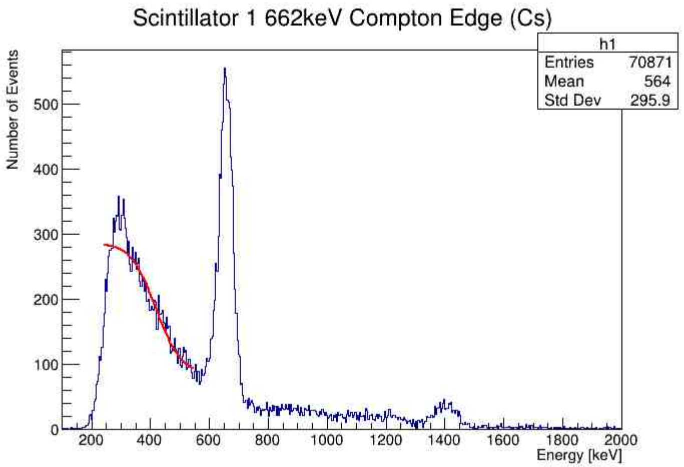
パラメータの初期値を決めるために大体のA, B, σ, aを見積もる.

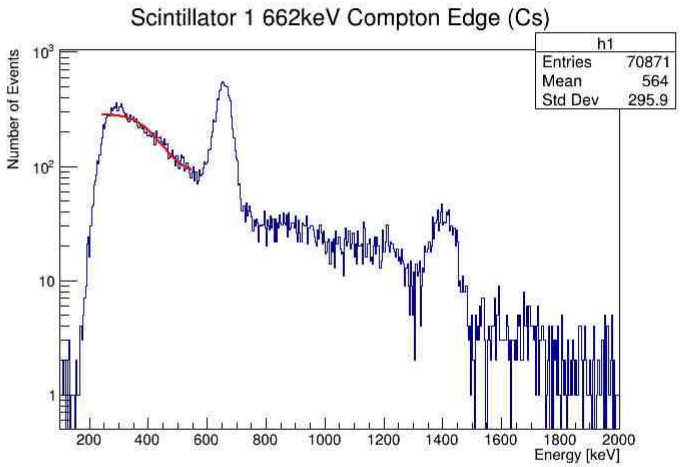
$$A \simeq 270, B \simeq 80, \sigma \simeq 20\ a \simeq 400$$

としてみる．つまり大体

$$p_0 = \frac{A}{2} \simeq 135, \qquad p_1 = \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} \simeq 0.035,$$

$$p_2 = -\frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} a \simeq -14, \qquad p_3 = B \simeq 80$$





（同じ図，右は片対数）

フィッテングの結果

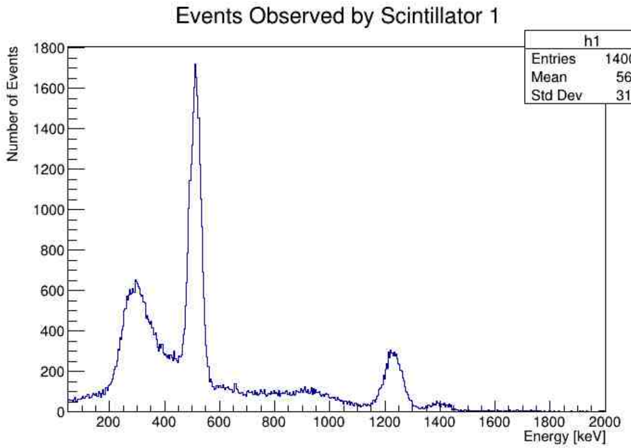
$$p_0 = 97.9 \pm 3.7,$$
$$p_1 = 0.0105 \pm 0.0008,$$
$$p_2 = -4.41 \pm 0.30,$$
$$p_3 = 88.3 \pm 5.6$$

Compton edgeは

$$-\frac{p_2}{p_1} = 418.2 \pm 41.7$$

しかし図を見る限りうまくフィッティングできているとは思えない…

検出器１ Na “or” 511keV

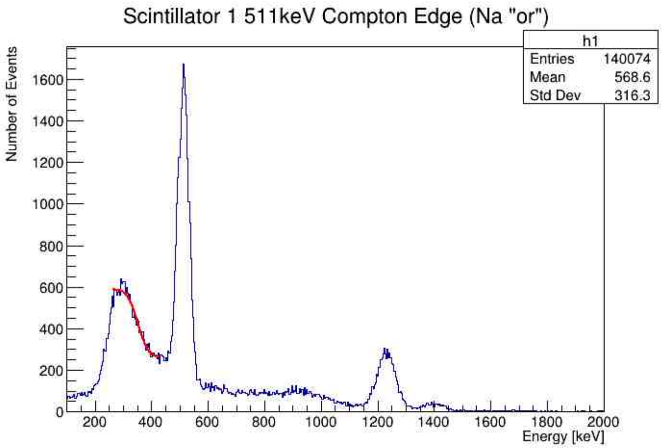


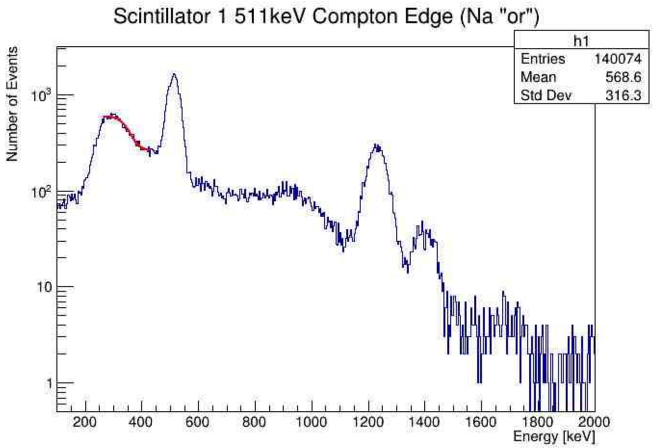
$$A \simeq 350, B \simeq 250, \sigma \simeq 0.04 \times 300 \simeq 12, a \simeq 350$$

つまり,

$$p_0 \simeq 175, p_1 \simeq 0.06, p_2 \simeq -21, p_3 \simeq 250$$

と初期値を設定してフィッティングすると,



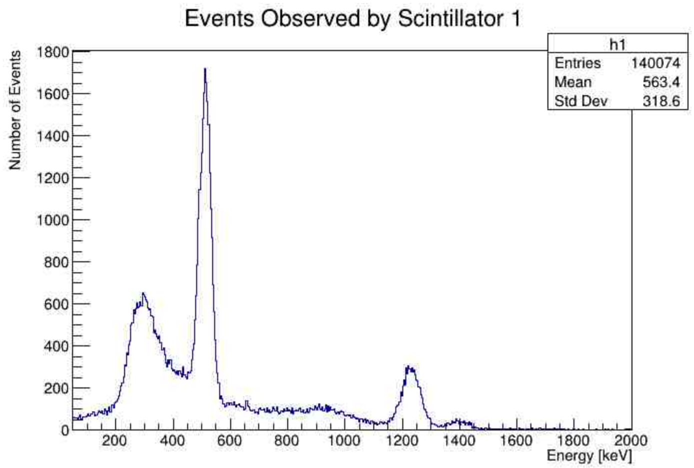


$$p_0 = 163.0 \pm 5.5$$
$$p_1 = 0.0241 \pm 0.0019$$
$$p_2 = -8.47 \pm 0.68$$
$$p_3 = 261.8 \pm 7.2$$

Compton edgeは

$$-\frac{p_2}{p_1} = 351.5 \pm 39.8$$

検出器１ Na “or” 1275keV

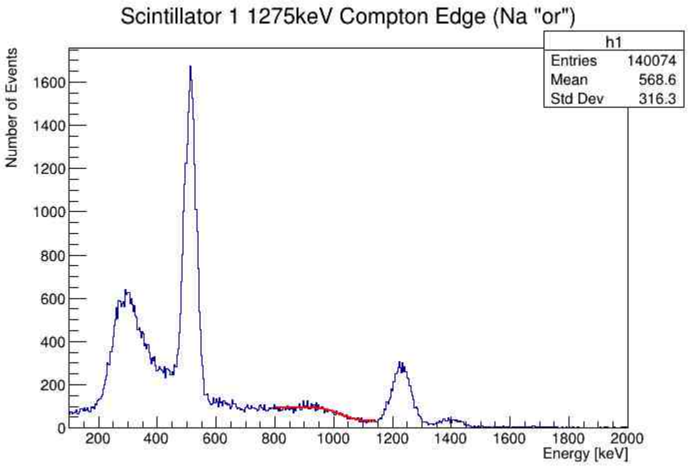


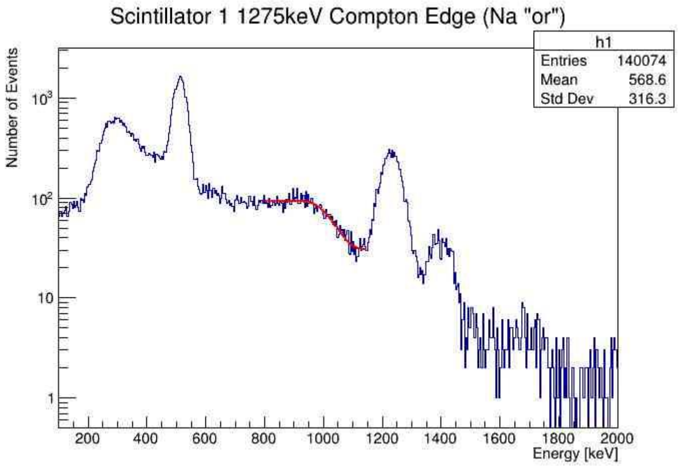
$$A \simeq 100, B \simeq 50, \sigma \simeq 0.03 \times 1000 = 30, a \simeq 1100$$

として,

$$p_0 \simeq 50, p_1 \simeq 0.024, p_2 \simeq -26, p_3 \simeq 50$$

を初期パラメータとしてフィッティングすると,





$$p_0 = 31.3 \pm 1.2$$
$$p_1 = 0.0155 \pm 0.0014$$
$$p_2 = -15.9 \pm 1.4$$
$$p_3 = 30.2 \pm 1.8$$

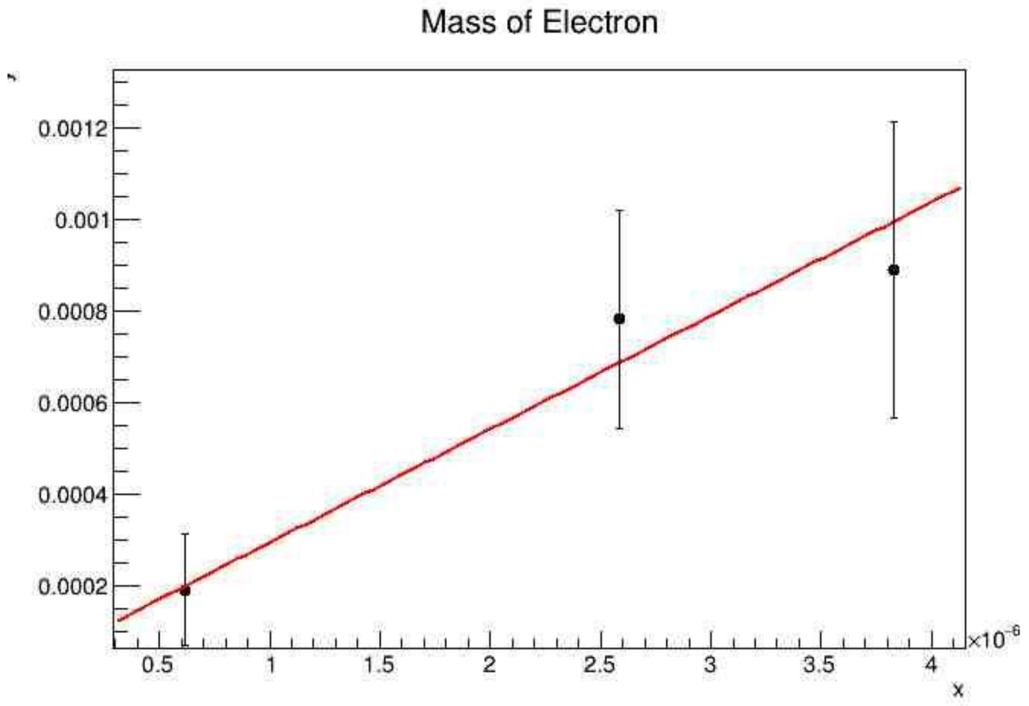
Compton edgeは

$$-\frac{p_2}{p_1} = 1025.8 \pm 126.2$$

検出器１から求まった光電ピークとCompton edgeの関係を図にしてみる.

$$y = \frac{1}{T} - \frac{1}{E}\ , x = \frac{1}{E^2}$$

とする（Eは光電ピークのエネルギー，TはそのCompton edgeのエネルギー）.
すると，



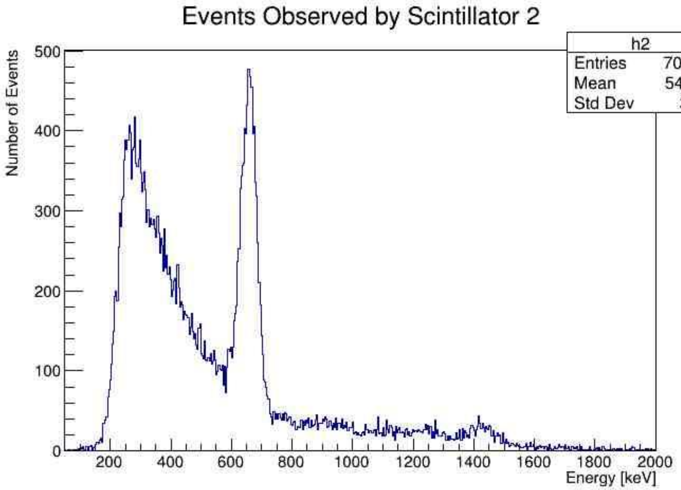
傾きは

$$247.7 \pm 90.2$$

である.
この傾きが電子質量の1/2に等しいのであったから，電子の質量は

$$495.4 \pm 180.4\ [\mathrm{keV}]$$

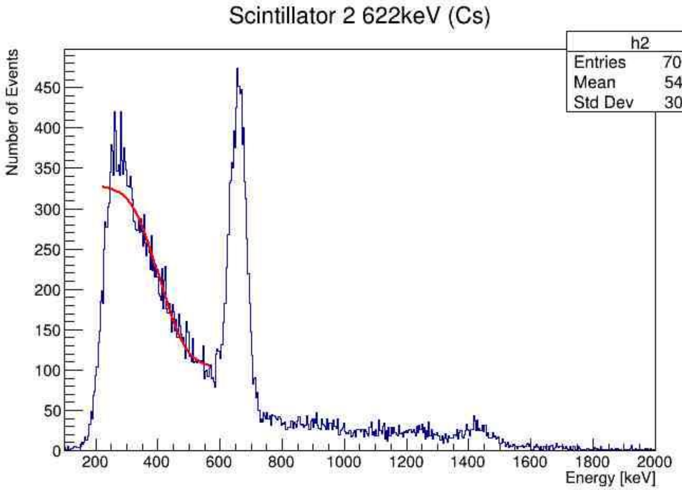
検出器２についても同様に行う.
検出器２でのCsの662keVでのCompton edgeは

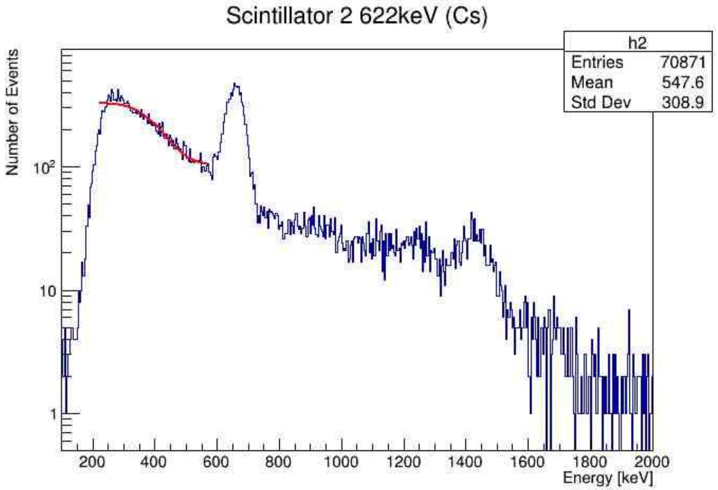


パラメータを見積もって,

$$p_0 \simeq 150, p_1 \simeq 0.035, p_2 \simeq -14\,, p_3 \simeq 100$$

としてフィッティングする.



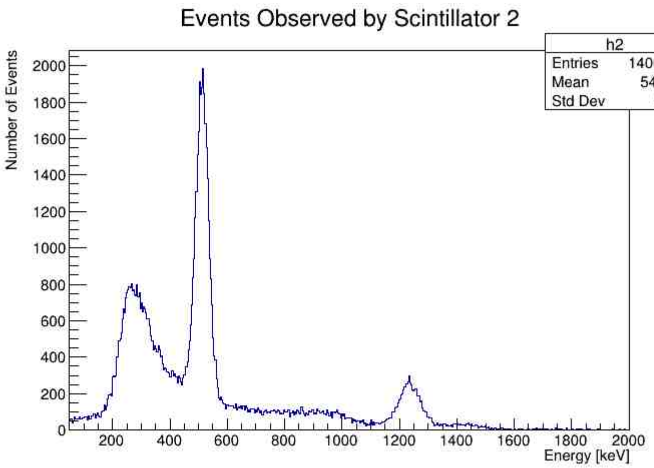


$$p_0 = 112.3 \pm 3.1$$
$$p_1 = 0.0100 \pm 0.0006$$
$$p_2 = -4.05 \pm 0.24$$
$$p_3 = 103.0 \pm 3.8$$

Compton edgeは

$$-\frac{p_2}{p_1} = 405 \pm 33.5$$

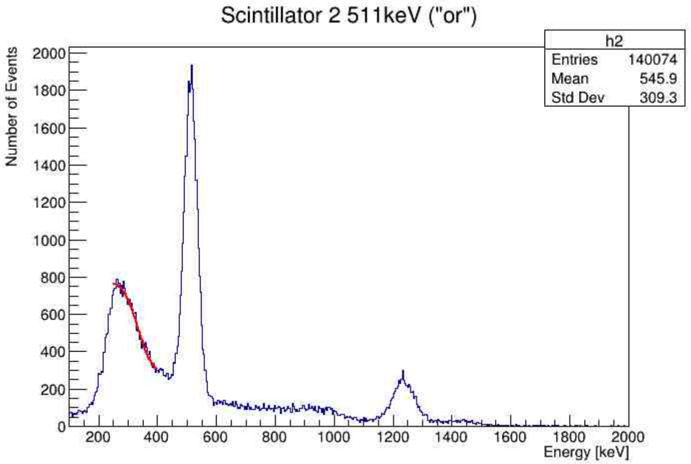
検出器２ Na “or” 511keV

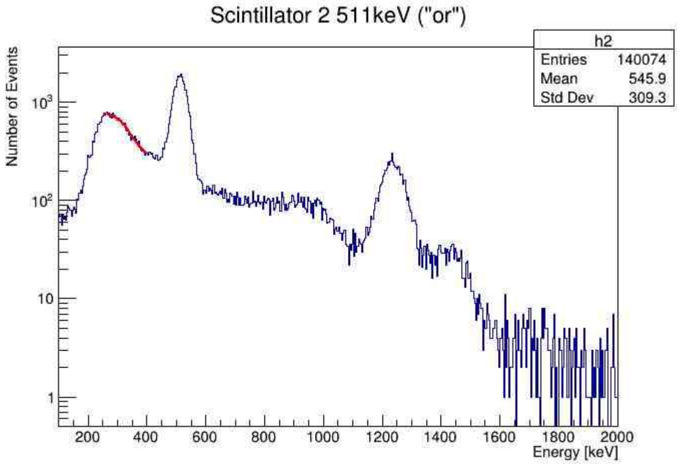


パラメータを

$$p_0 \simeq 250, p_1 \simeq 0.035, p_2 \simeq -13.3, p_3 \simeq 200$$

と見積もってフィッティングする.



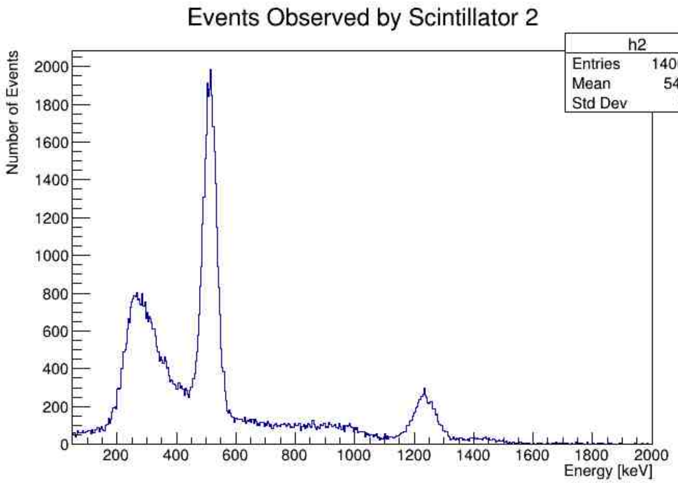


$$p_0 = 245.6 \pm 14.5$$
$$p_1 = 0.0181 \pm 0.0019$$
$$p_2 = -6.06 \pm 0.62$$
$$p_3 = 282.4 \pm 19.4$$

Compton edgeは,

$$-\frac{p_2}{p_1} = 334.8 \pm 50.0$$

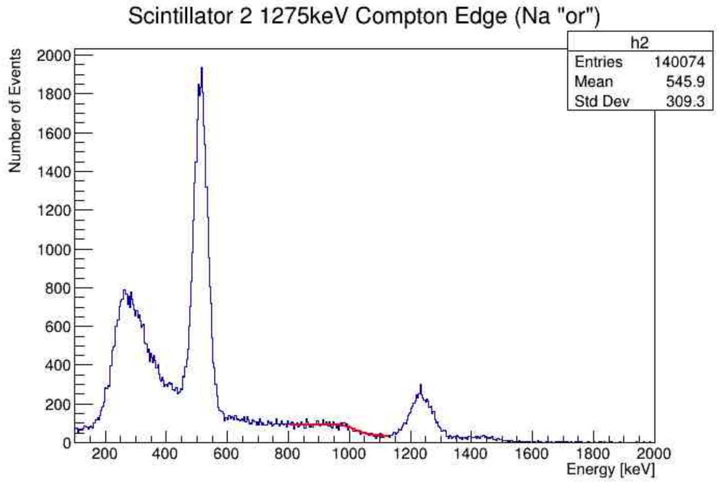
検出器２ Na “or” 1275keV

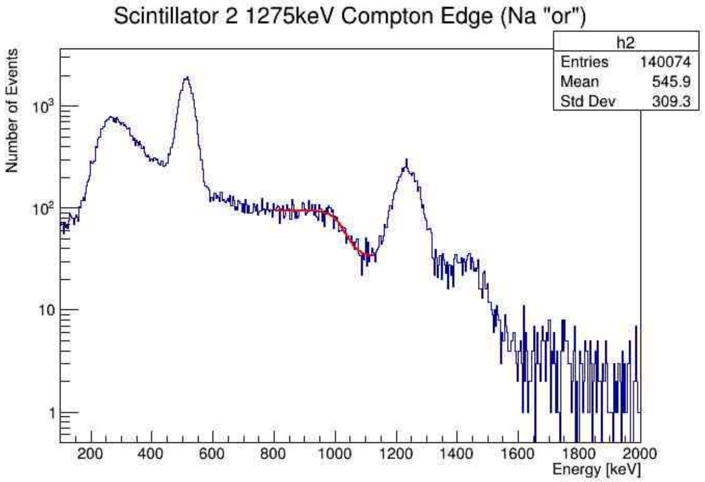


パラメータを

$$p_0 \simeq 50, p_1 \simeq 0.025, p_2 \simeq -25, p_3 \simeq 50$$

と見積もってフィッティングすると,



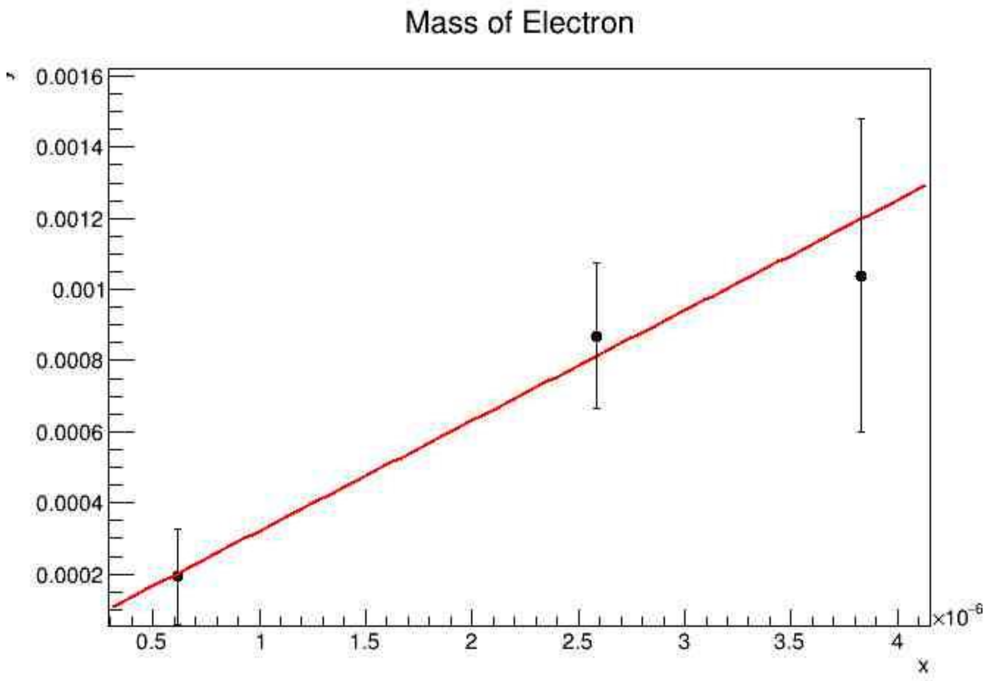


$$p_0 = 29.9 \pm 1.2$$
$$p_1 = 0.0192 \pm 0.0019$$
$$p_2 = -19.7 \pm 1.9$$
$$p_3 = 33.9 \pm 1.8$$

Compton edgeは,

$$-\frac{p_2}{p_1} = 1026.0 \pm 139.8$$

これから求まるCompton edgeと光電ピークの関係は，先ほどと同様にして，



傾きは，

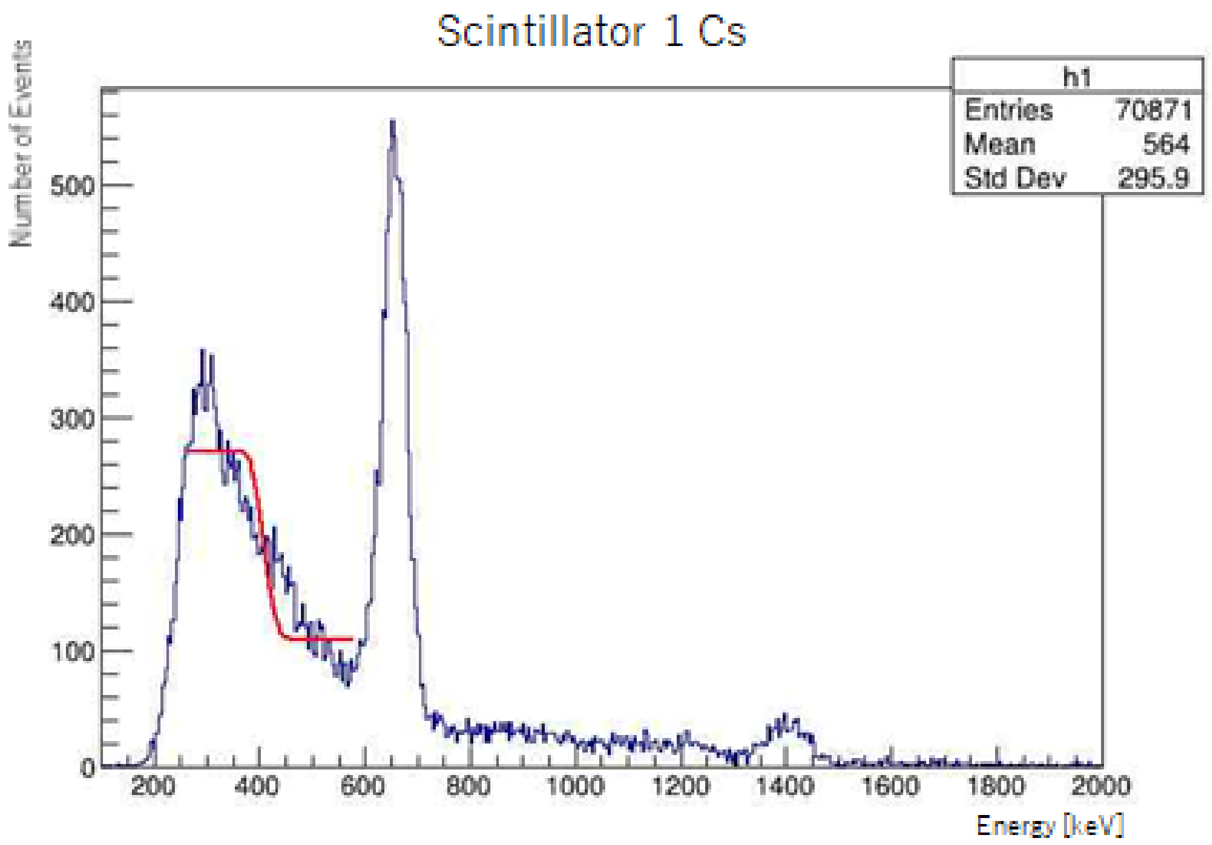
$$310.0 \pm 100.1$$

であるから，電子の質量は

$$620.0 \pm 200.2[\mathrm{keV}]$$

標準偏差σは分解能関数を直接用いることで求め，パラメータを減らしたいが，直接分解能関数を用いる形ではうまくフィットすることができない．

例



また，結果として全体的に標準偏差は広がっている．

安直に誤差関数でフィッティングしたことによる誤差か？

考察

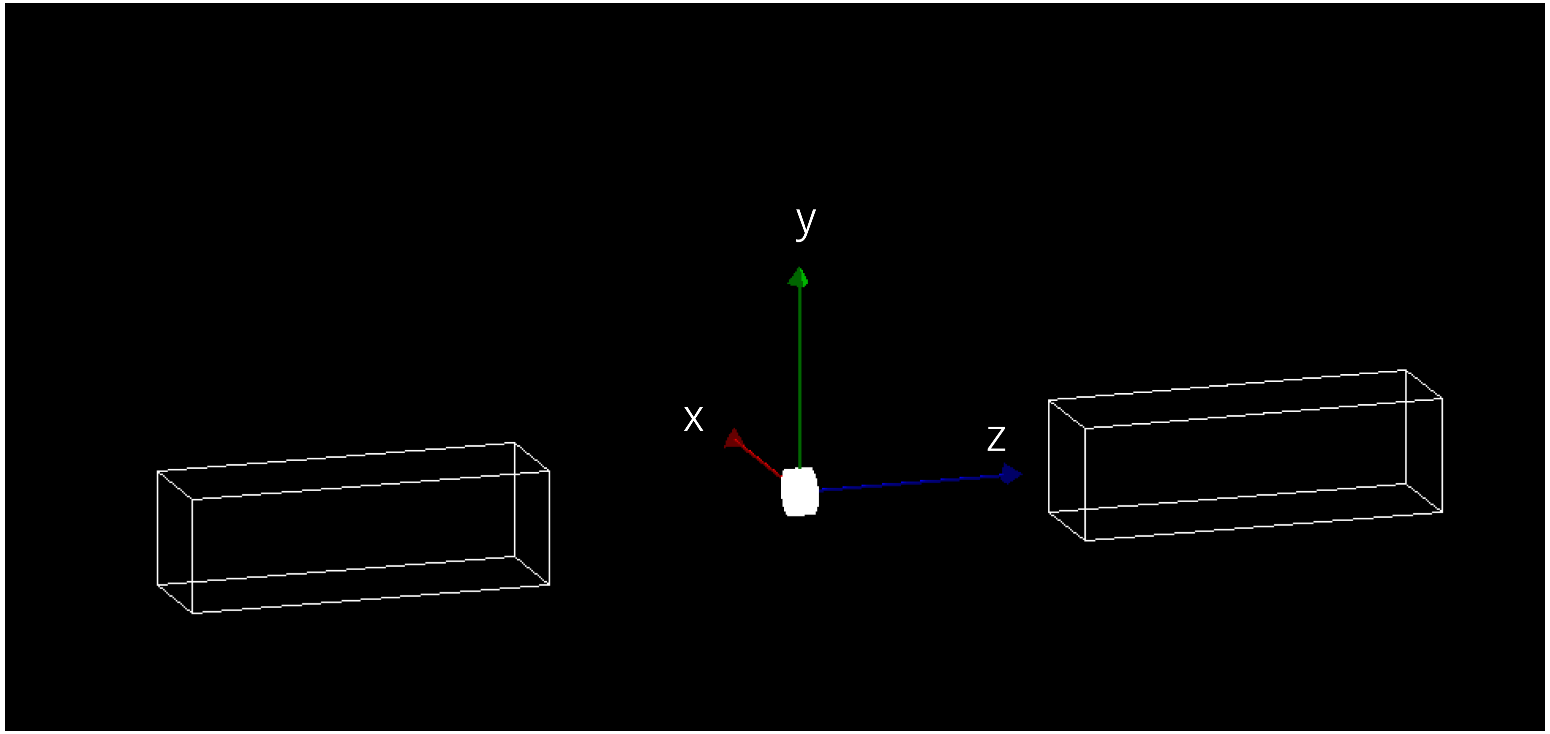
Geant4　シミュレーション

Geant4は、モンテカルロ法を用いて「物質中における粒子の飛跡をシミュレーション」するためのソフトウェアであり、高エネルギー物理学や宇宙線、原子核の実験などで物理成果を導くために不可欠なものである。

このGeant4を使って、同様のset upを組み、得られたデータを、
あるresolutionを仮定してsmearingを行い、実験結果と比較する。

Geometry

空間に存在するVolume(幾何学形状・構成物質・配置位置)の情報



NaI 検出器
x = 5 cm, y = 5 cm, z=16 cm

中心の位置
(x, y, z) = (0 cm, 0 cm, +20 cm)
(x, y, z) = (0 cm, 0 cm, -20 cm)

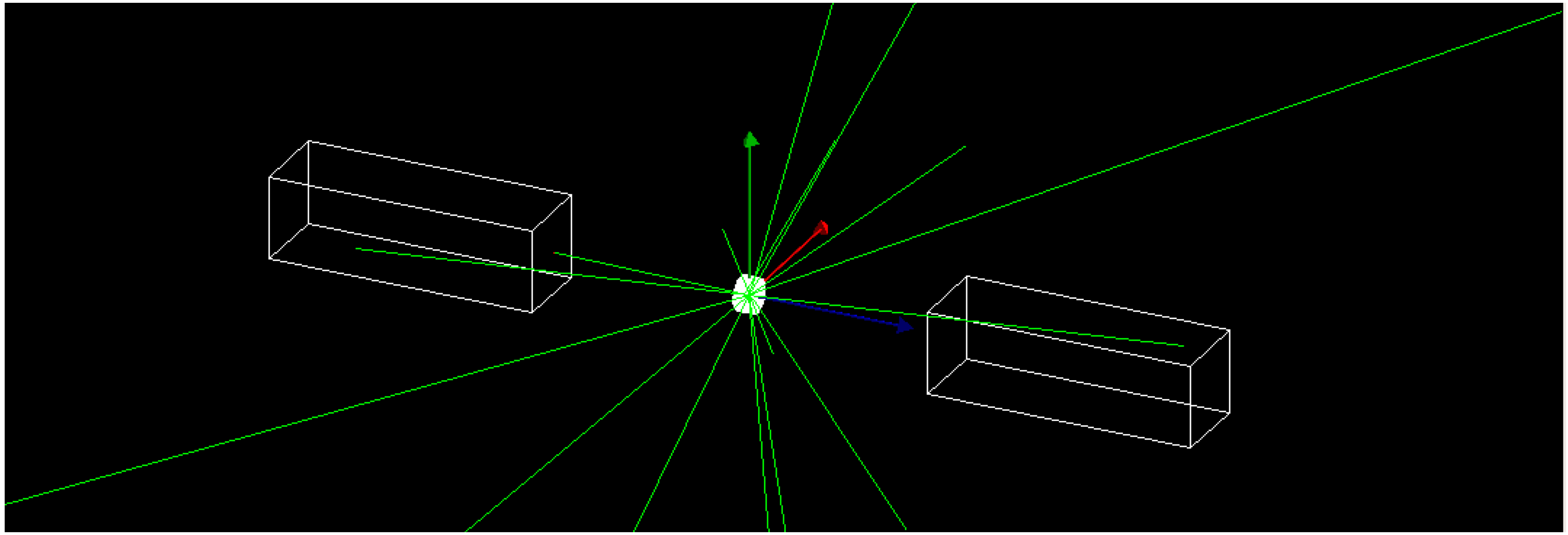
直方体内部の物質は、NaI

放射線源はAlで覆った

その他の空間は Air

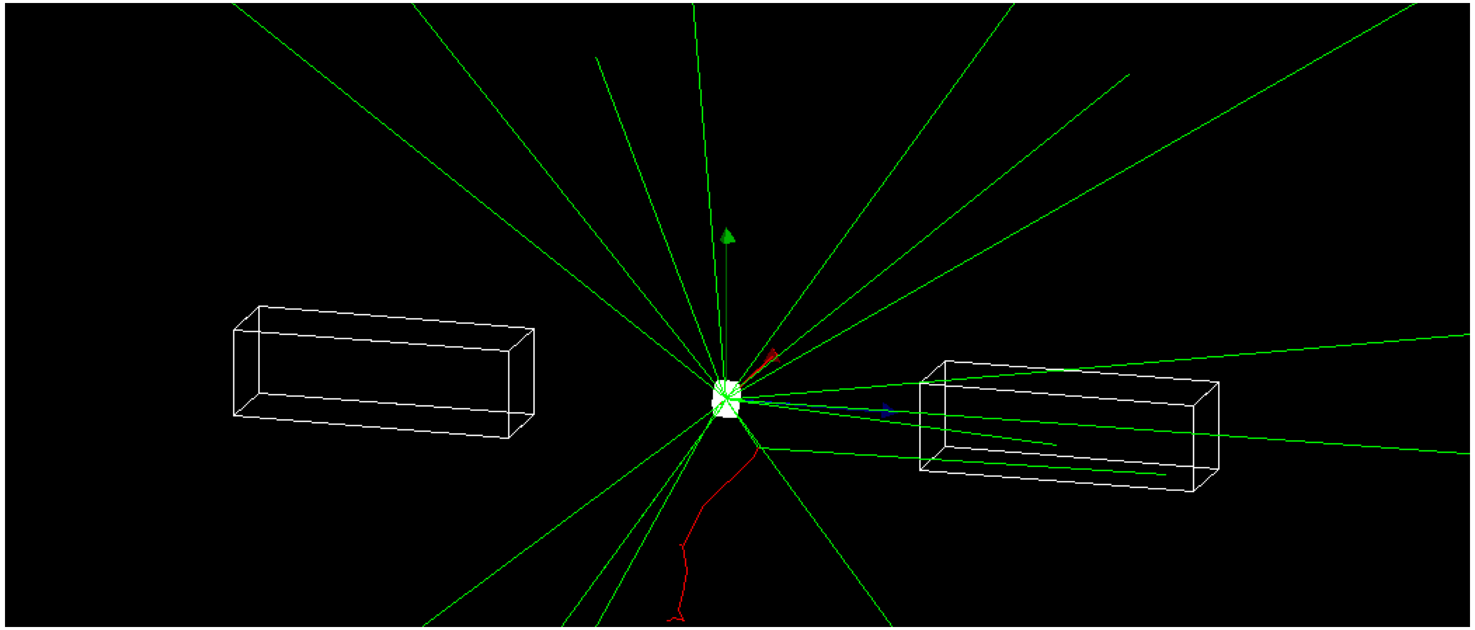
放射線源は、NaとCsを用いた。
放射線源は、原点に置き、エネルギーはゼロに設定した。
（ガンマ線などはランダムに放射される。）

放射線源Naを用いたときのシミュレーションの様子



同様に、

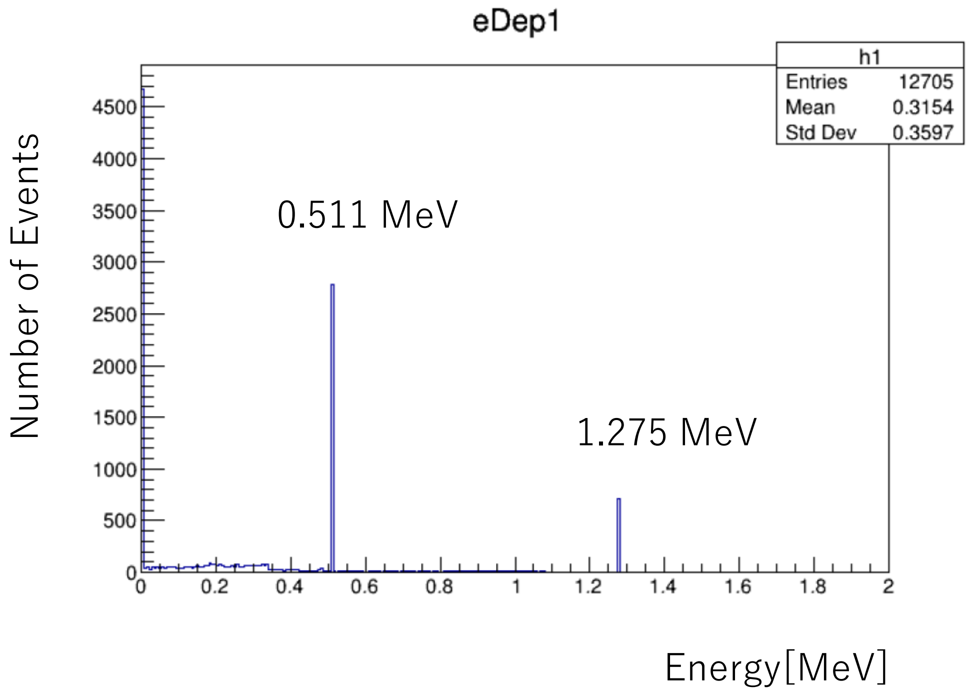
放射線源Csを用いたときのシミュレーションの様子

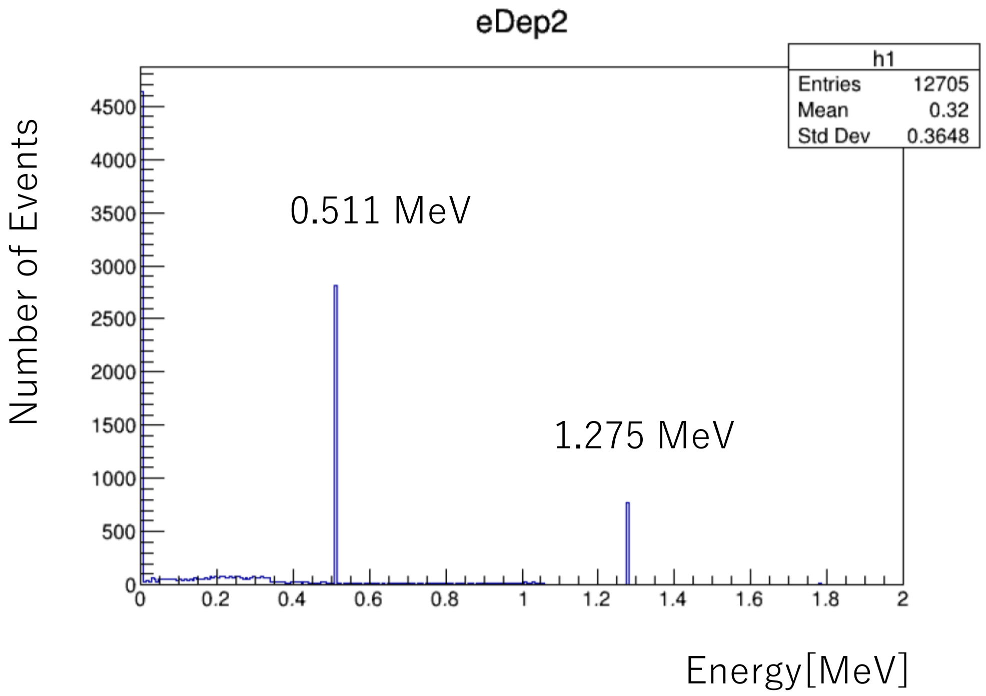


シミュレーション結果

NaIに落ちた真のエネルギー分布

放射線源Na





実験データをもとに、resolution(光量による統計的ふらつき)を仮定して、smearingを行う。

Sigma1 = $0.765957\,\sqrt{\mathbf{E}} + 0.00468\,\mathbf{E}$

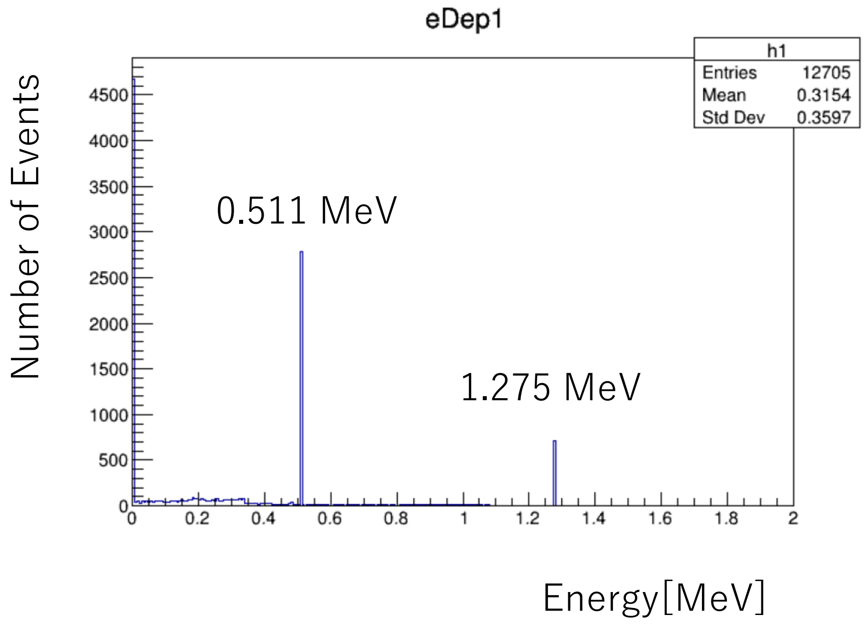
Sigma2 = $0.757447\,\sqrt{\mathbf{E}} + 0.00851\mathbf{E}$

Mean = $\mathbf{E}$ （$\mathbf{E}$: 真のエネルギー）

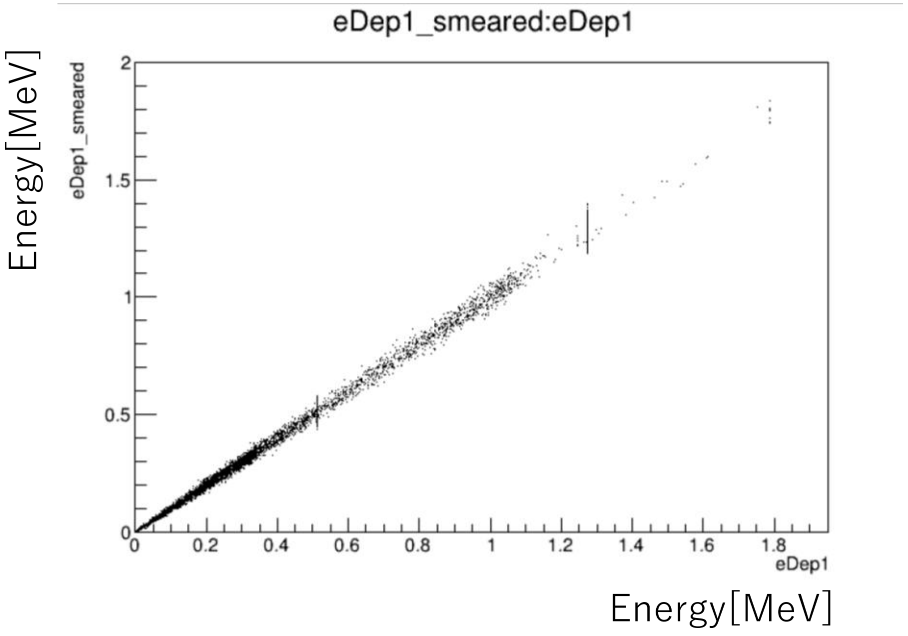
のGaussianでsmearingを行った。

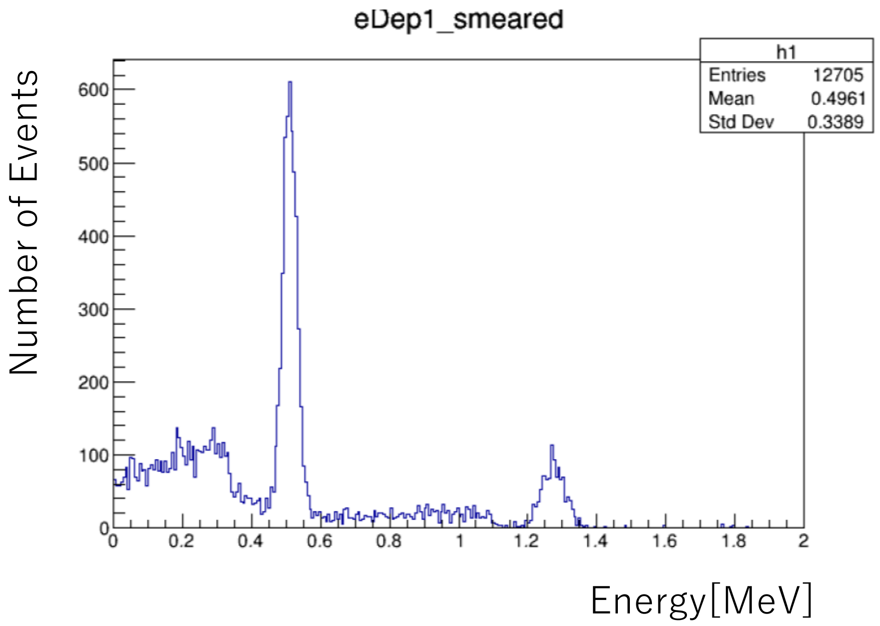
放射線源Na

NaI検出器 1



smearing

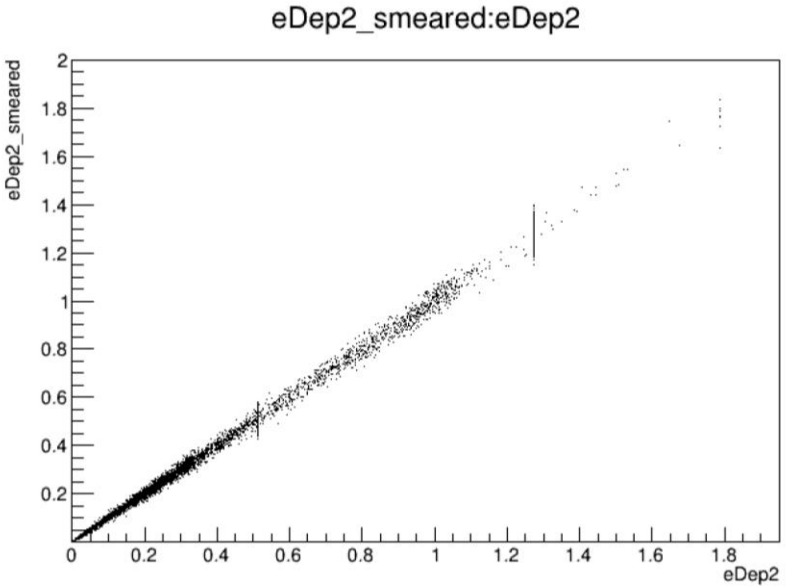




放射線源Na

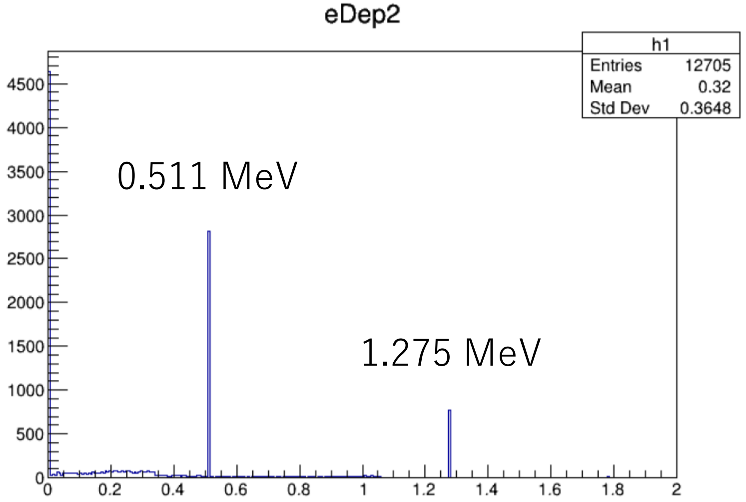
NaI検出器２

Energy[MeV]



Energy[MeV]

Number of Events



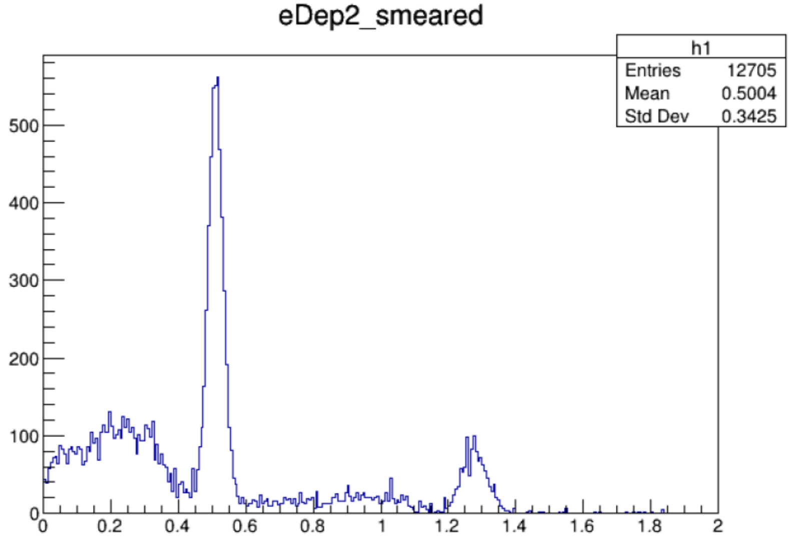
0.511 MeV

1.275 MeV

Energy[MeV]

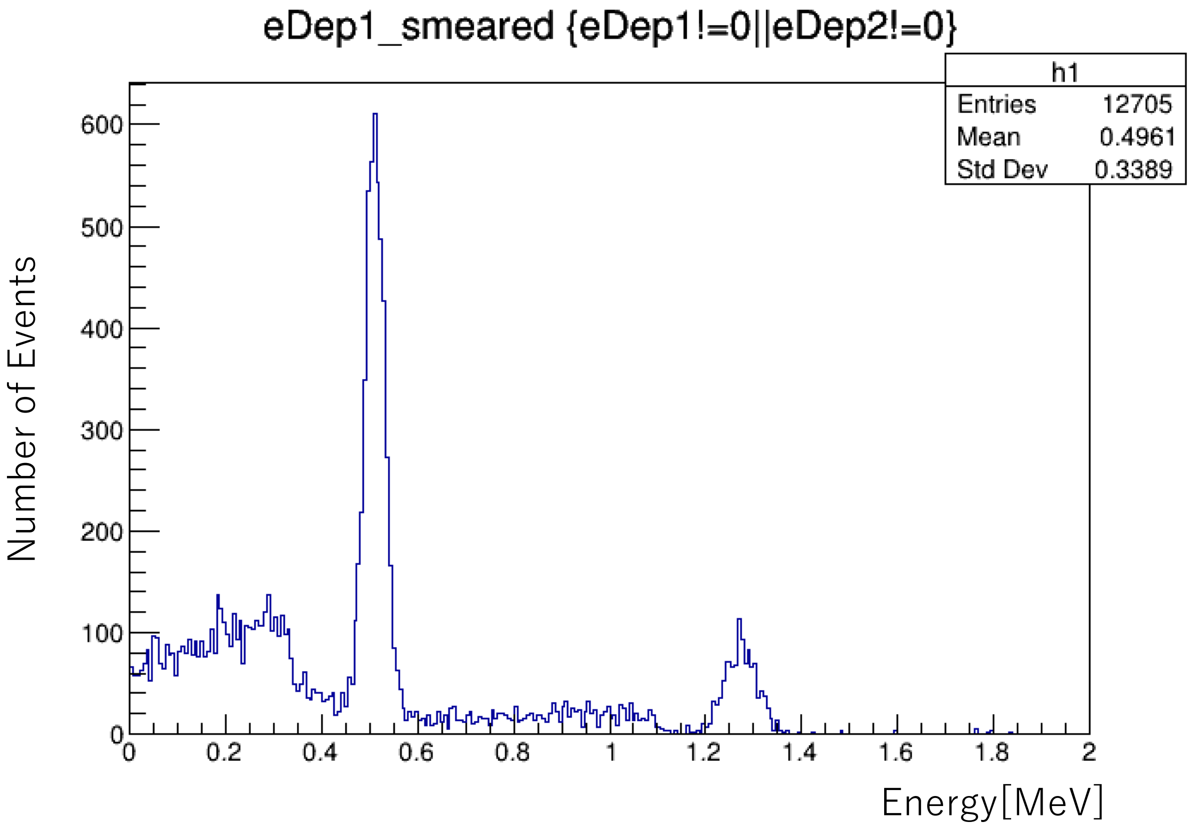
smearing

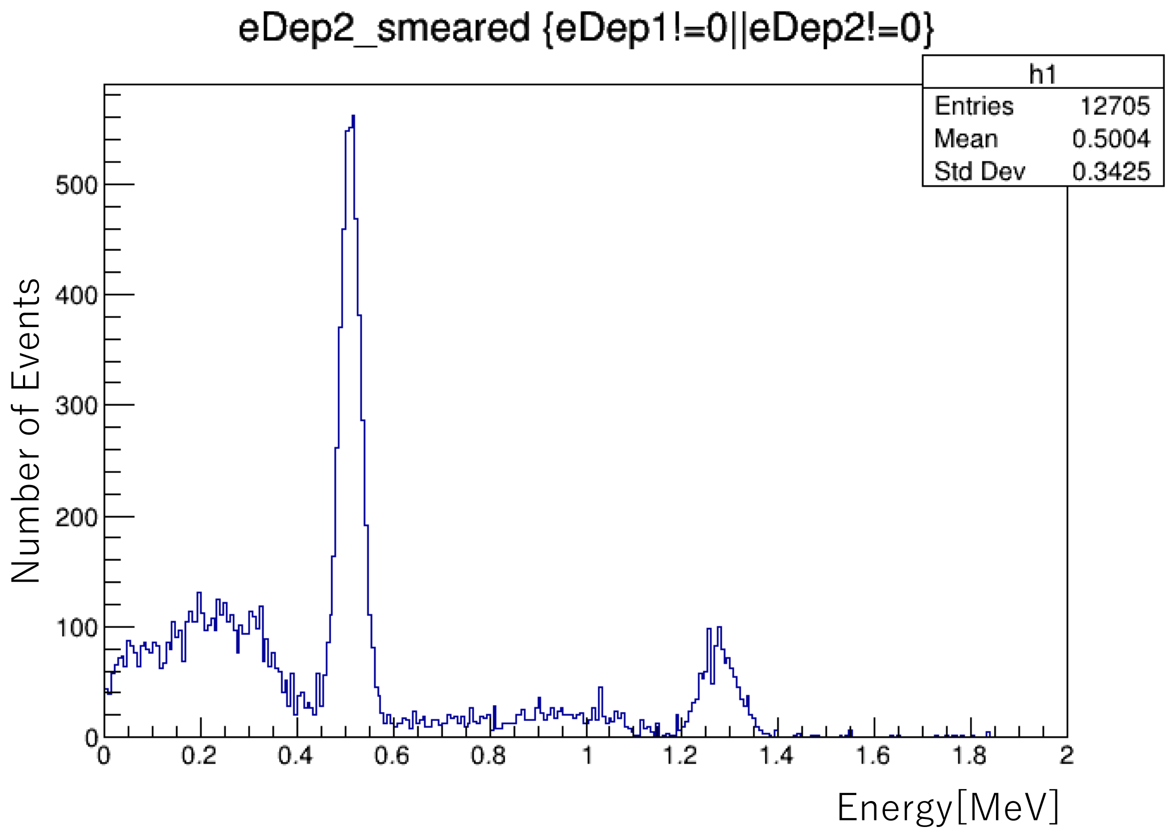
Number of Events



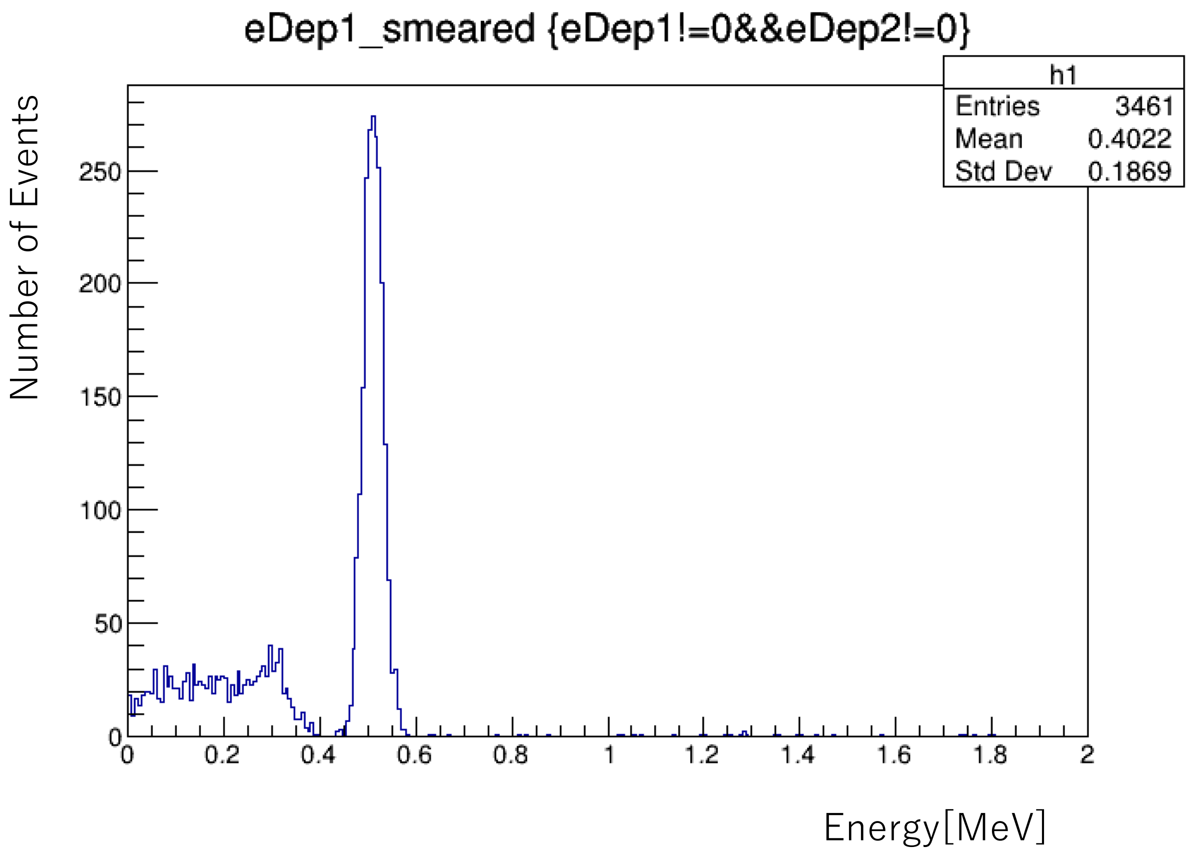
Energy[MeV]

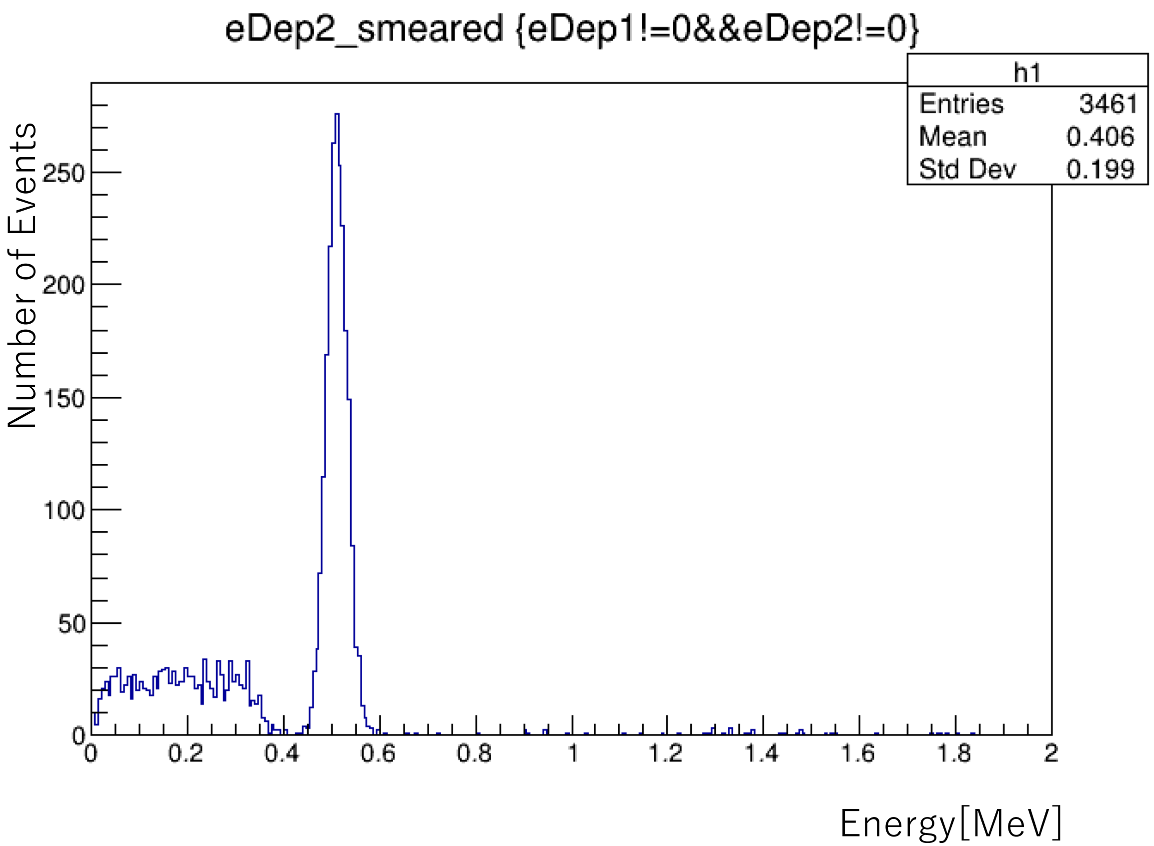
Na (OR)


eDep1_smeared {eDep1!=0||eDep2!=0}
h1
Entries 12705
Mean 0.4961
Std Dev 0.3389
Number of Events
Energy[MeV]
0
100
200
300
400
500
600
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2

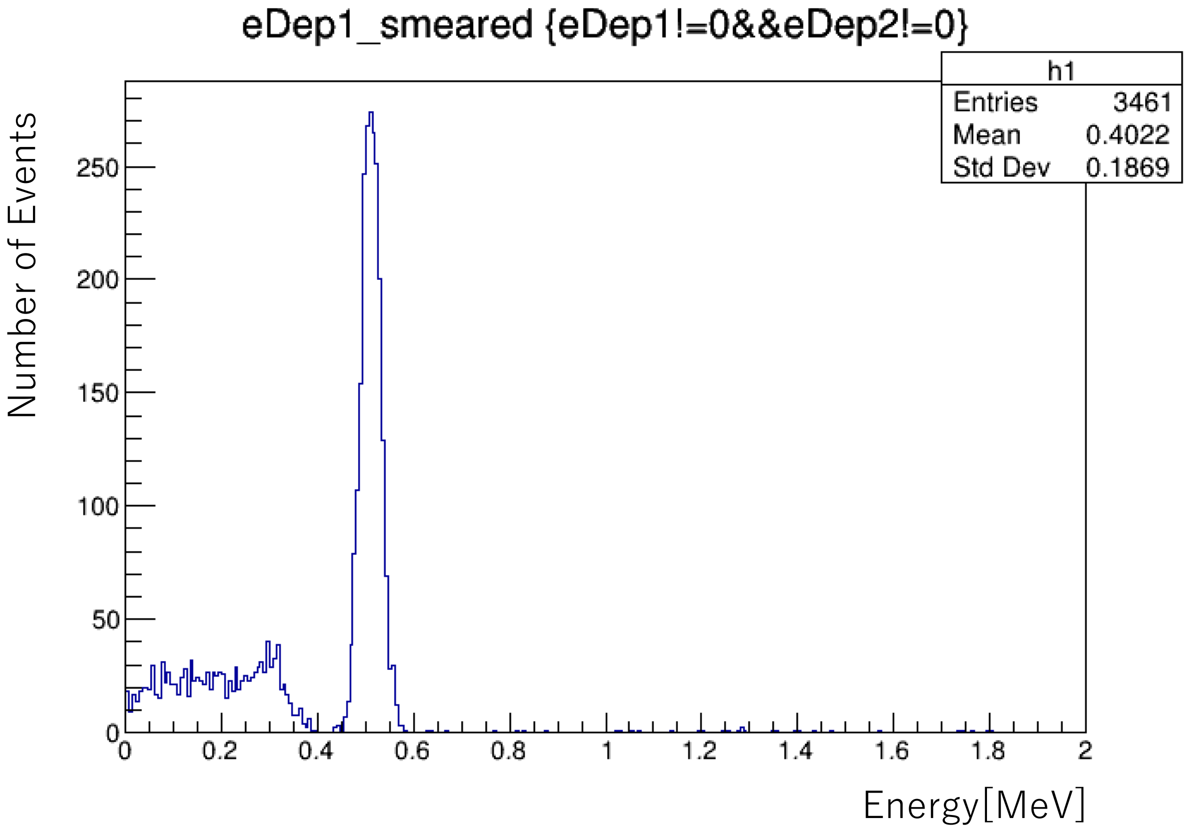

eDep2_smeared {eDep1!=0||eDep2!=0}
h1
Entries 12705
Mean 0.5004
Std Dev 0.3425
Number of Events
Energy[MeV]
0
100
200
300
400
500
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2

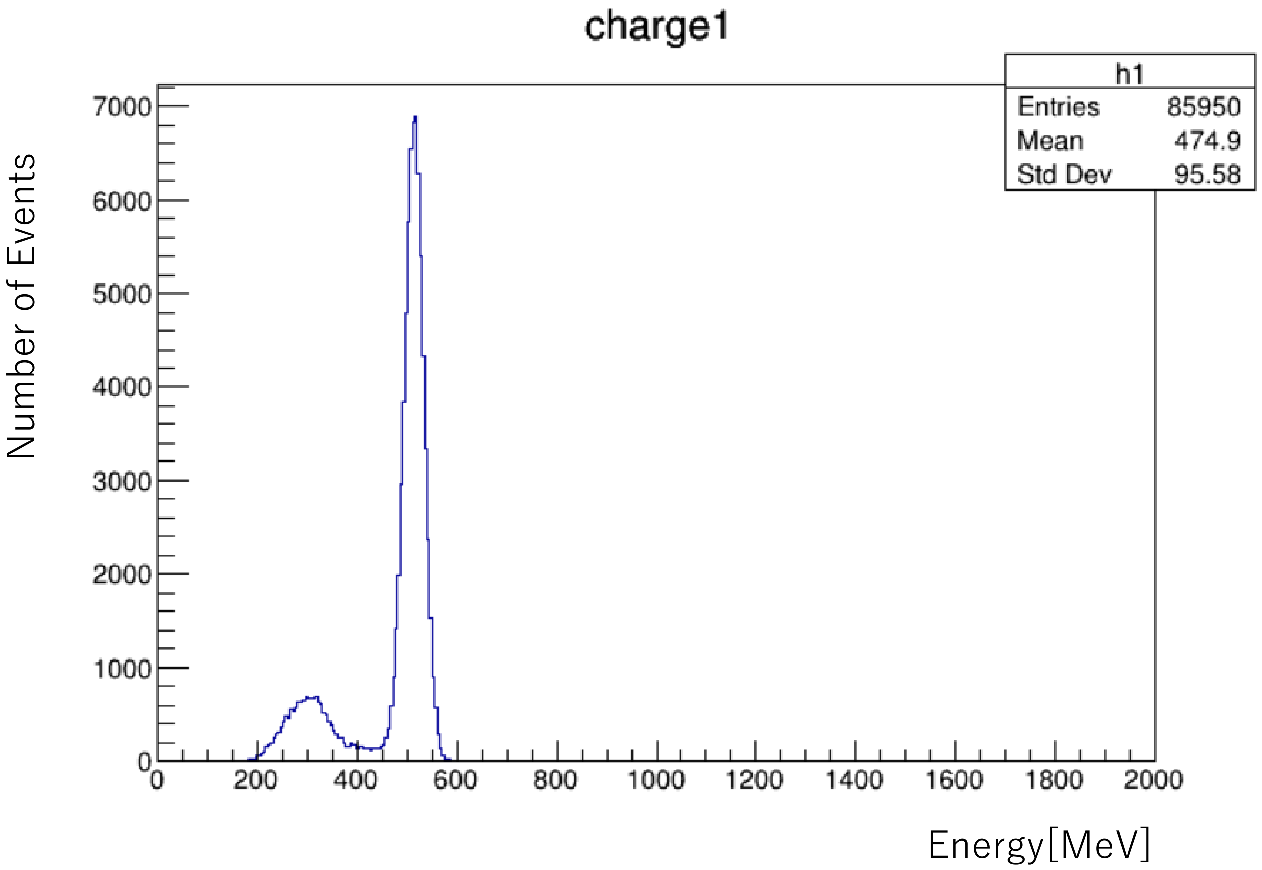
Na（AND）


eDep1_smeared {eDep1!=0&&eDep2!=0}
h1
Entries 3461
Mean 0.4022
Std Dev 0.1869
Number of Events
0
50
100
150
200
250
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
Energy[MeV]

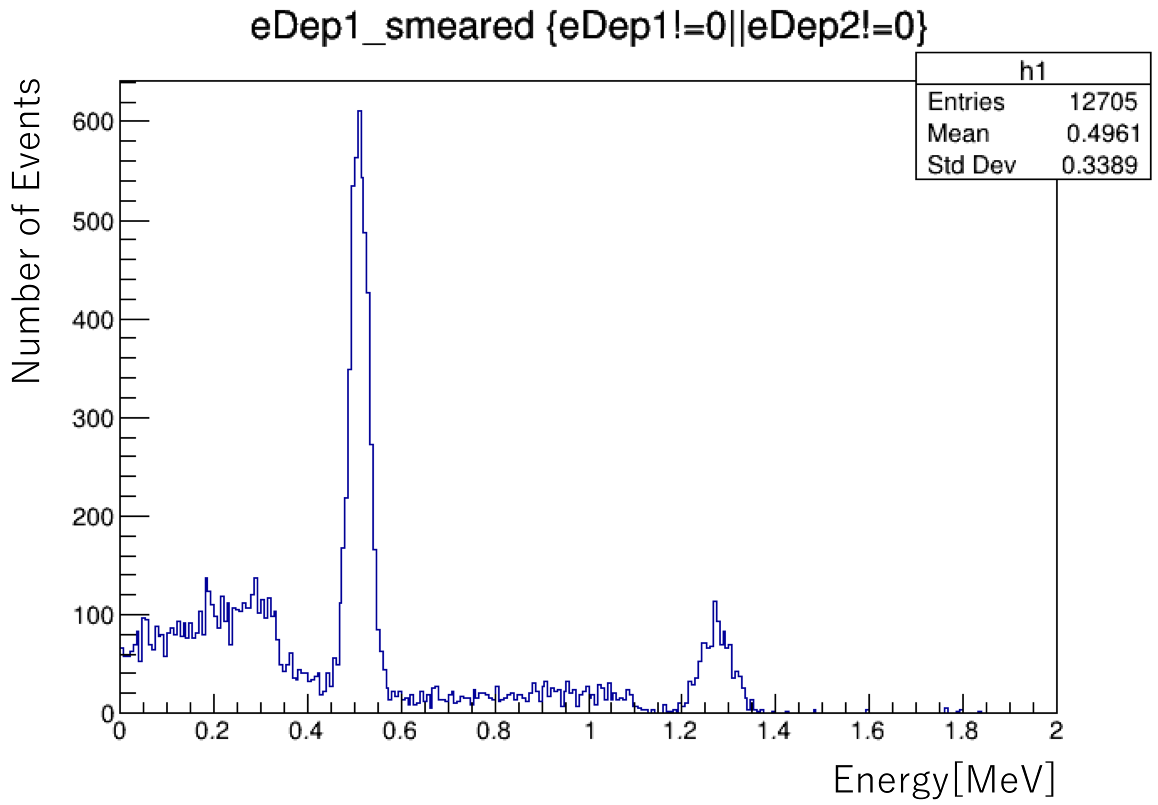

eDep2_smeared {eDep1!=0&&eDep2!=0}
h1
Entries 3461
Mean 0.406
Std Dev 0.199
Number of Events
0
50
100
150
200
250
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
Energy[MeV]

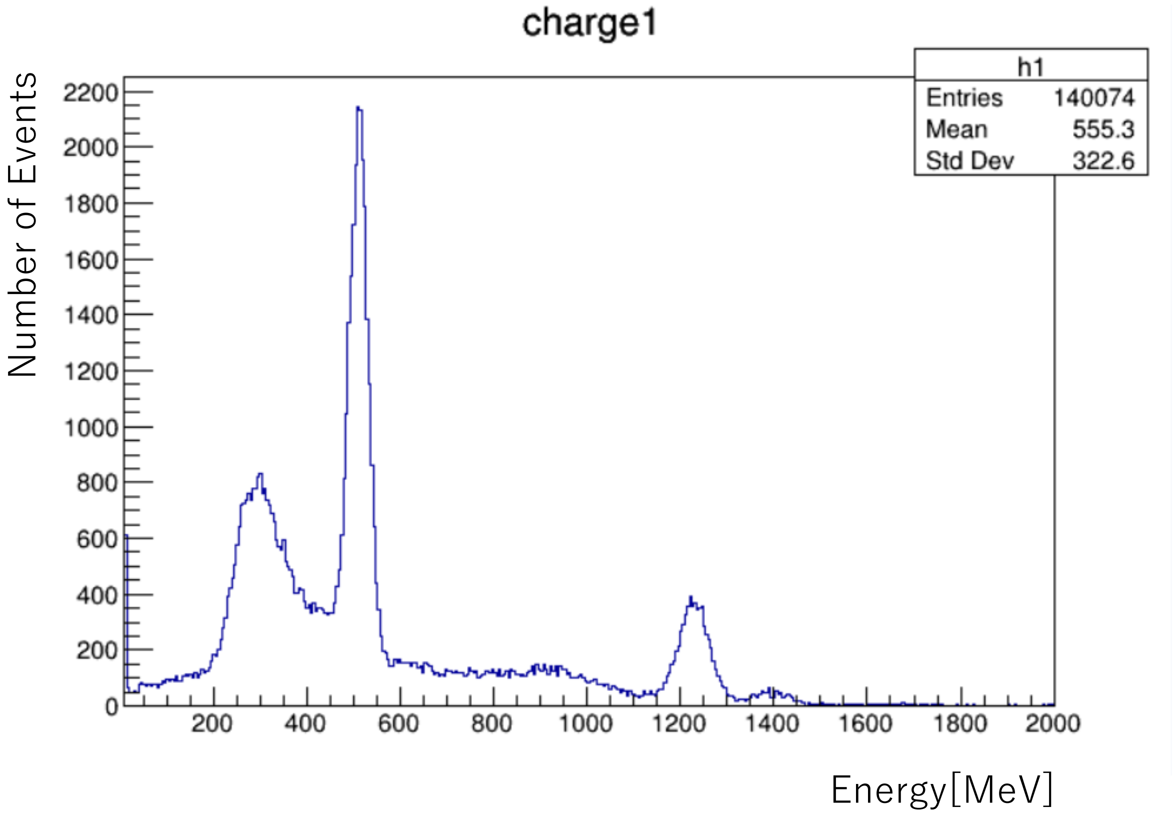
実際のデータとの比較 (Na : AND)



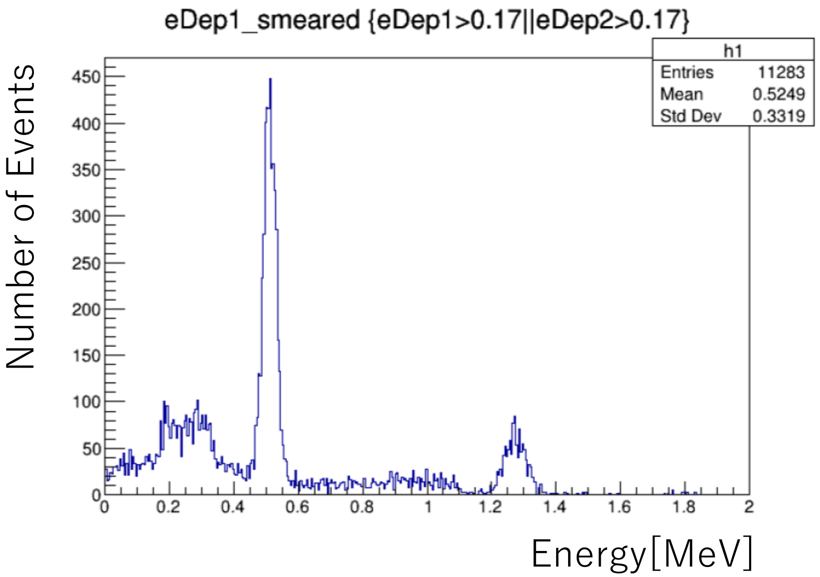


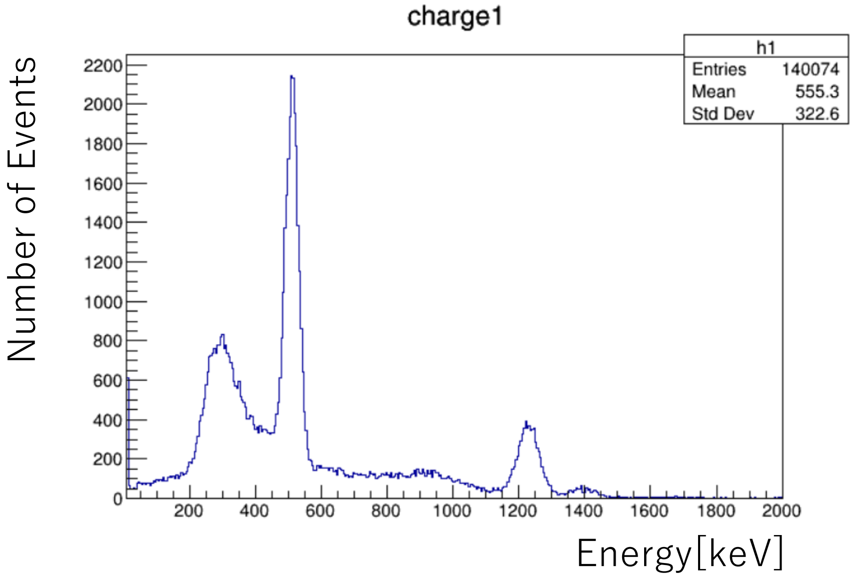
実際のデータとの比較 (Na : OR)

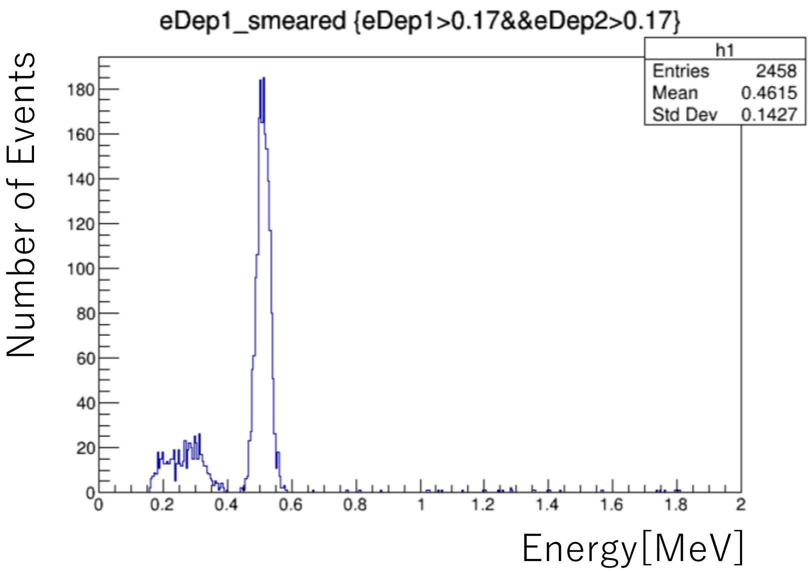


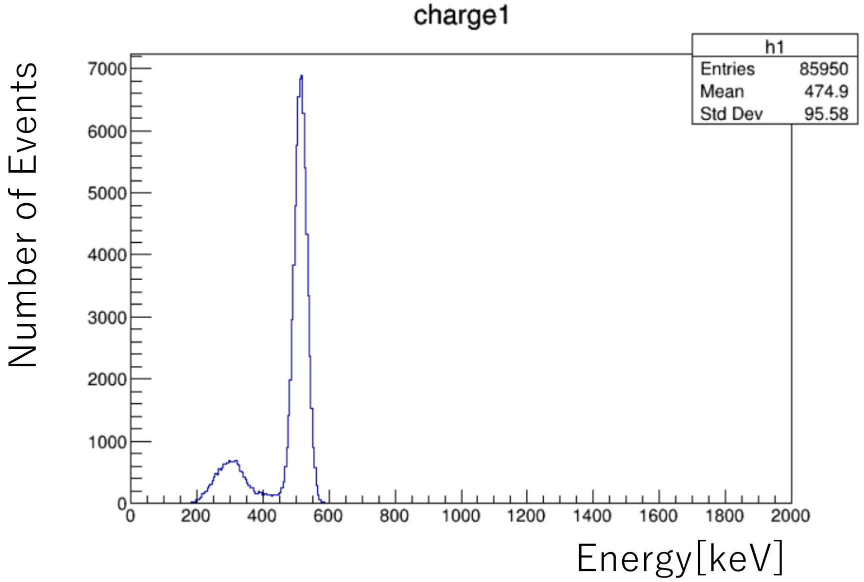


シミュレーションに対して、ANDとORのTriggerをThreshold辺りにする

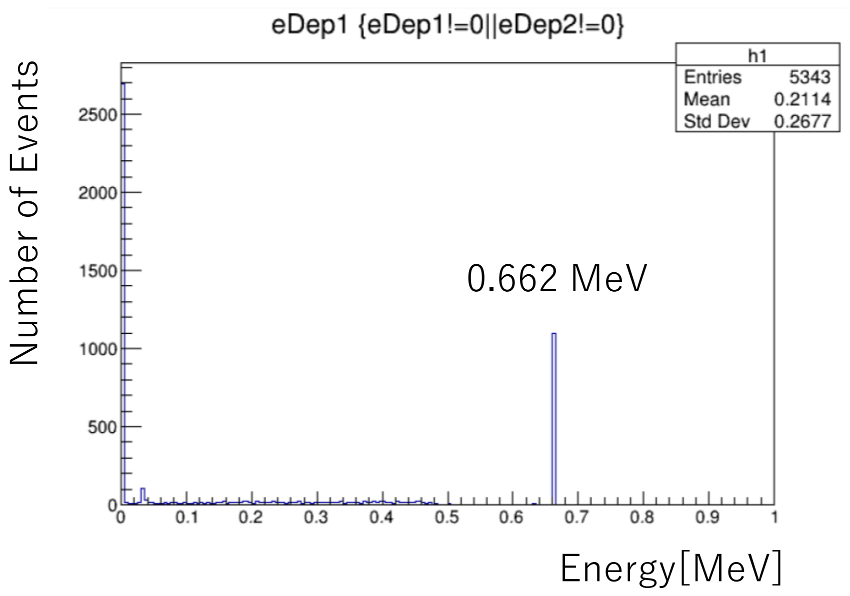




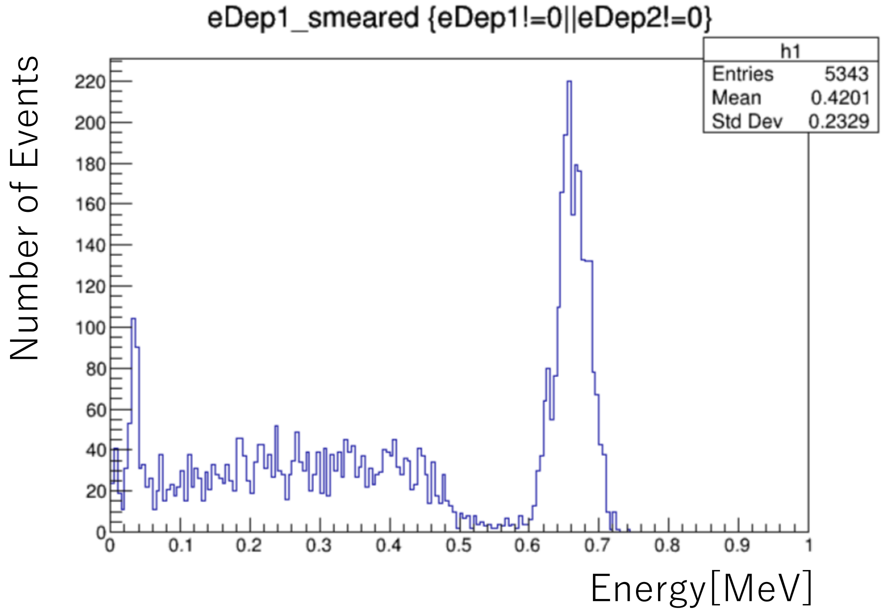


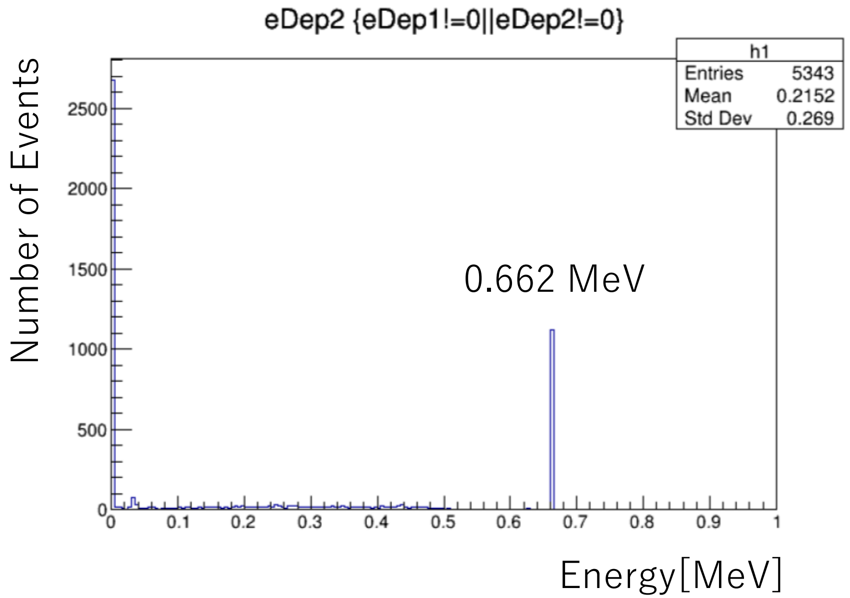


放射線源Cs

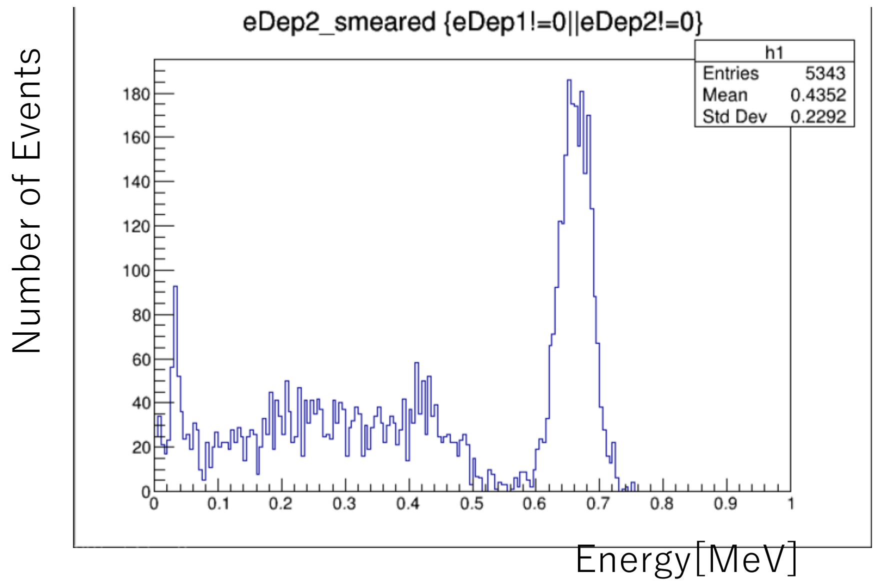


smearing



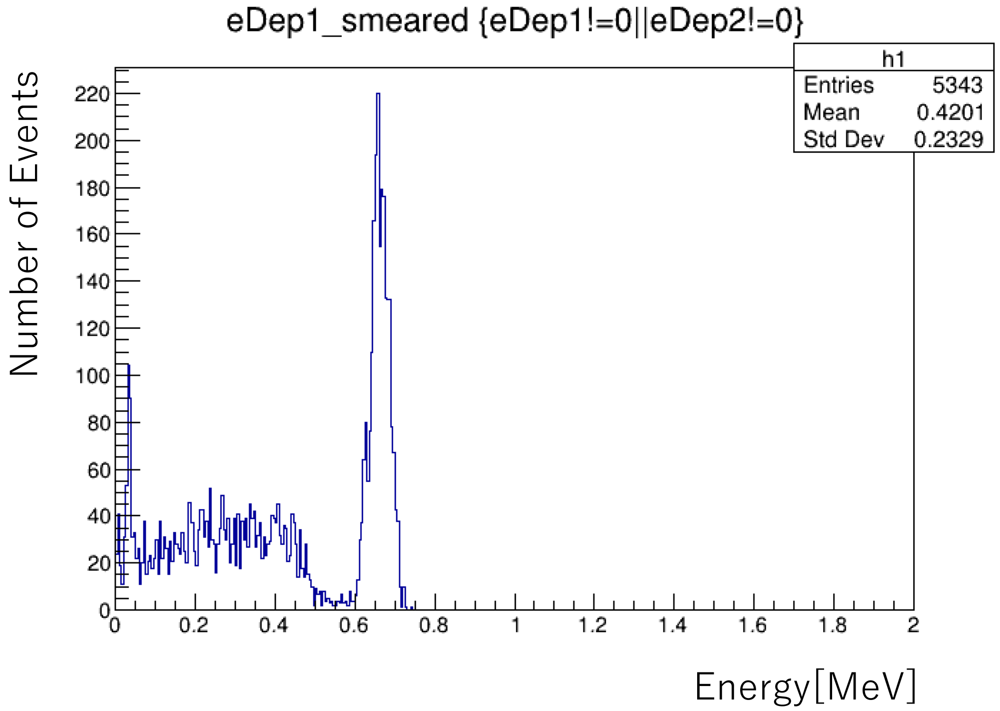


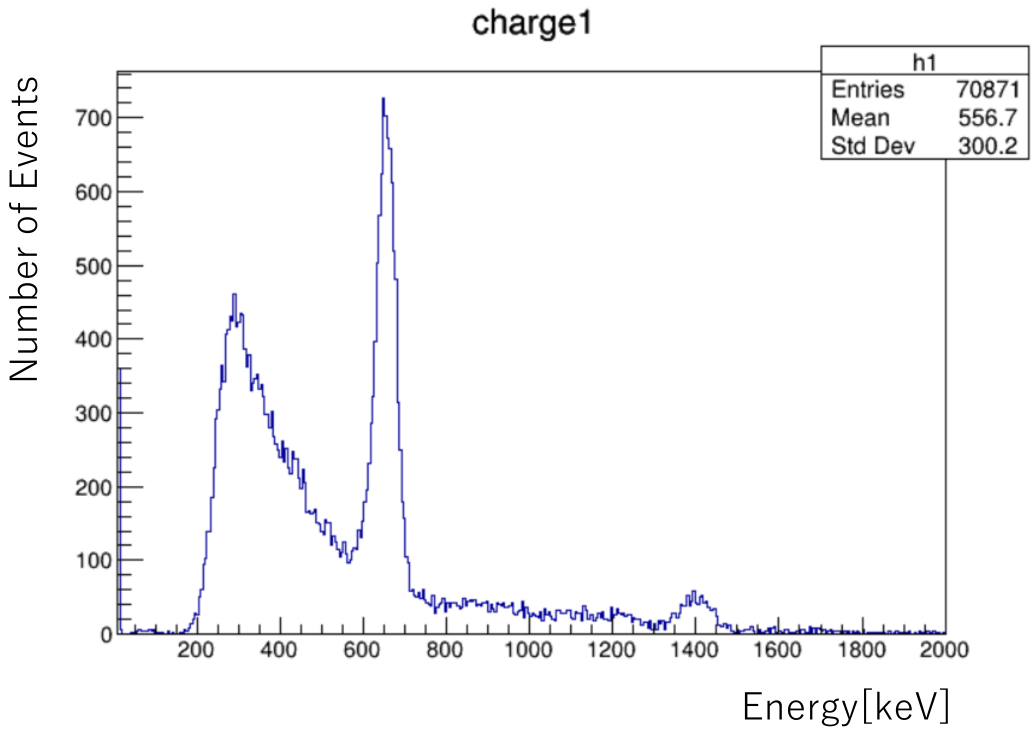
smearing



放射線源Cs

シミュレーション(左)と実験データ(右)の比較。





低エネルギー領域におけるシミュレーションと実際の測定結果のグラフ形の差

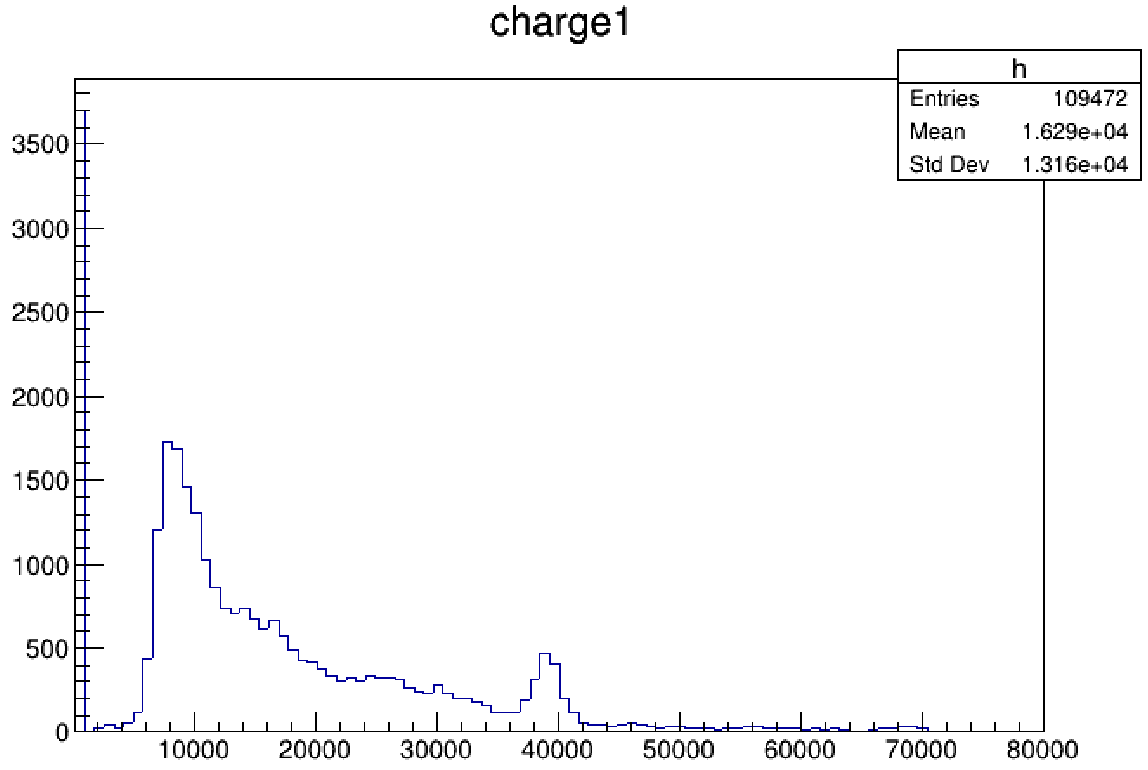
シミュレーション結果と比較して、すべての実験データにおいて低エネルギー側およそ200keVのエネルギーを下回るあたりで、イベント数の断裂的な下落が見られる。

シミュレーションにおいては、OR,ANDが区別する条件をE>0とした、TriggerをE>0に規定しているといえる。実際の測定においてはPMTからの信号がdiscriminatorのthresholdを超える必要があるため、対応する0でないエネルギー(本実験では200keV付近)以下において不連続な下落が見られると考えられる。

低エネルギーで、実験のデータがシミュレーションに比べて、イベント数が増えている（特にCsで顕著に見られる）理由として、検出器の内部的なノイズが関係していると考えられる。

参考データ(川上さんがLogNoteに更新していたものを勝手に取ってきた)

鉛で検出器を囲った。
これは、検出器のノイズによるもの？
横軸もEnergy変換していないため、
信用性には欠ける。



まとめ

コンプトンエッジによって得られた電子質量の値は、誤差範囲内には真の電子質量(511 keV)が含まれているが、精度の良い結果とはならなかった。コンプトンエッジが明確に見られなかったためであると考える。

シミュレーションと実験データの比較については、低エネルギー領域ではthresholdによる違いは見られた。