

Compton scatteringの測定と それによる電子質量の決定

P2前期実験

浅野班

浅野 有香

伊東 利将

田舎 和也

河本 地弘

実験目的

NaIシンチレータにおける分解能のエネルギー依存性をしらべる。
また与えられたエネルギーの γ 線に対するCompton Edgeを決定
することで電子質量を求める。

理論

γ 線と物質の相互作用

- γ 線と物質が相互作用する時、次の三つの主な過程が考えられる。

①コンプトン散乱

②光電吸収

③電子対生成

Compton Edge

図1のようにCompton散乱したとき、
エネルギー保存則より

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{(p'c)^2 + (m_e c^2)^2}$$

(p' は反跳電子の運動量の大きさ、 m_e は電子の質量)
運動量保存則より

$$\begin{aligned}\frac{h\nu}{c} &= \frac{h\nu'}{c} \cos\varphi + p' \cos\theta \\ 0 &= \frac{h\nu'}{c} \sin\varphi - p' \sin\theta\end{aligned}$$

から、光子のエネルギーと散乱角の関係

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\varphi)}$$

が得られる。

反跳電子の運動エネルギー($h\nu - h\nu'$)には上限があり、 $\varphi = 180^\circ$ のとき最大となる (Compton Edge)。
このときのエネルギーをTとすると、

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{h\nu} + \frac{m_e c^2}{2(h\nu)^2}$$

が得られる。

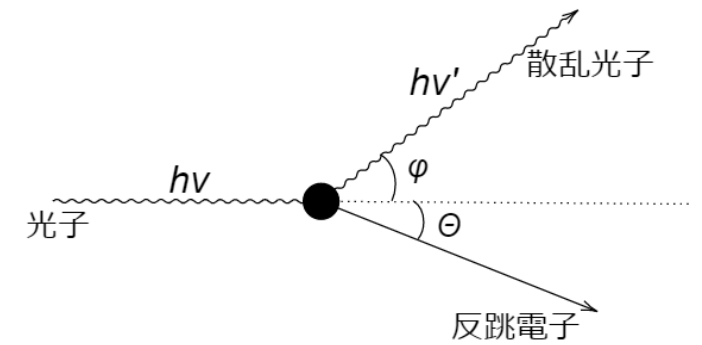


図1. Compton散乱の概念図

光電吸収

入射した光子と物質中の原子と反応して、光子は全エネルギーを失う。光子は主にK殻の電子と反応する。 E_b を反応した殻の電子の結合エネルギーとして、

$$E_{e^-} = h\nu - E_b$$

結合エネルギーは数keVから数十keV程度であることが知られている。

電子対生成

入射した光子が原子核の電場のなかで電子と陽電子を生成する過程。電子と陽電子の運動エネルギーを T_{e^-}, T_{e^+} として

$$T_{e^-} + T_{e^+} = h\nu - 2m_e c^2$$

とかける。式から分かるように $h\nu > 2m_e c^2 = 1022[\text{keV}]$ でないと反応が起こらない。今回の実験では ^{22}Na がだす $1274[\text{keV}]$ γ 線が該当するが、反応確率も低いので今回は考えなくてよい。

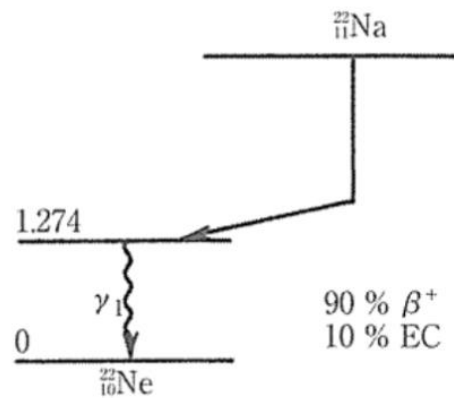
実験装置・方法

実験セットアップ

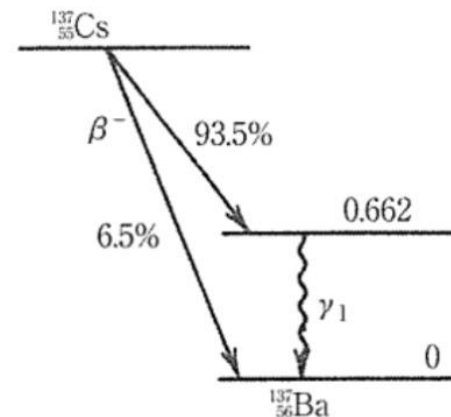
- 放射線源
- シンチレーター
- 光電子増倍管
- ADC
- 回路

放射線源

- 放射線源として ${}^{22}_{11}\text{Na}$ と ${}^{137}_{55}\text{Cs}$ を用いた。
- ${}^{22}_{11}\text{Na}$ は β^+ 崩壊を起こしたのち陽電子-電子対消滅を起こしback-to-backの511[keV]の γ 線と1275[keV]の γ 線をだす。
- ${}^{137}_{55}\text{Cs}$ は β^- 崩壊を起こし、662[keV]の γ 線を放出。



γ_1 : 1.274 MeV γ (100%)
消滅放射線
Neの特性X線



γ_1 : 0.662 MeV γ (85%)
Baの特性X線

図2:壊変図式

シンチレーター

- NaIシンチレーターを用いた。
- γ 線が入射すると、前述の3つの反応が起こる。電子がシンチレーター内の分子を励起し、基底状態に戻る時に光を放出する。光子の数とエネルギーが比例する。
- 蛍光減衰時間は250[n sec]解析の時の積分幅は520カウント($\sim 2[\mu\text{sec}]$)とした。

光電子増倍管 (PMT)

- 入射光子を光電面で光電子に変換、それを高電圧によって加速させる。ダイノードと呼ばれる金属部分に衝突させ電子の数を増やして信号として出力する。

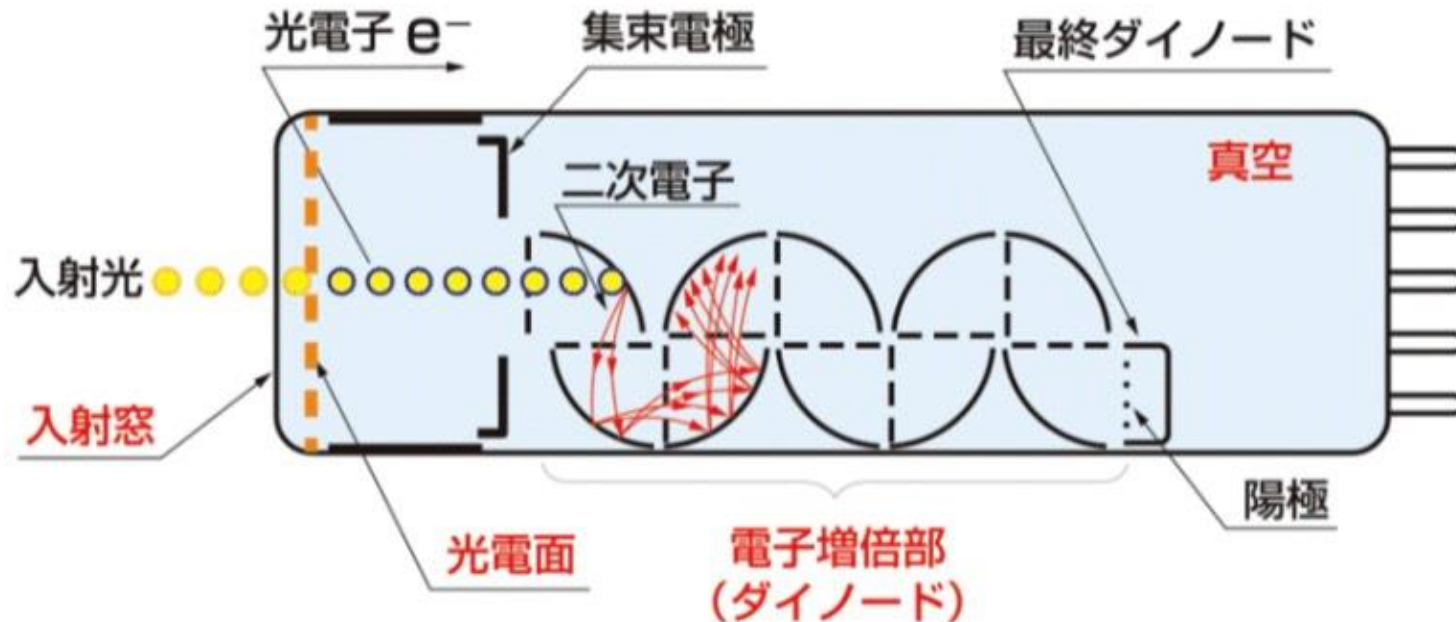
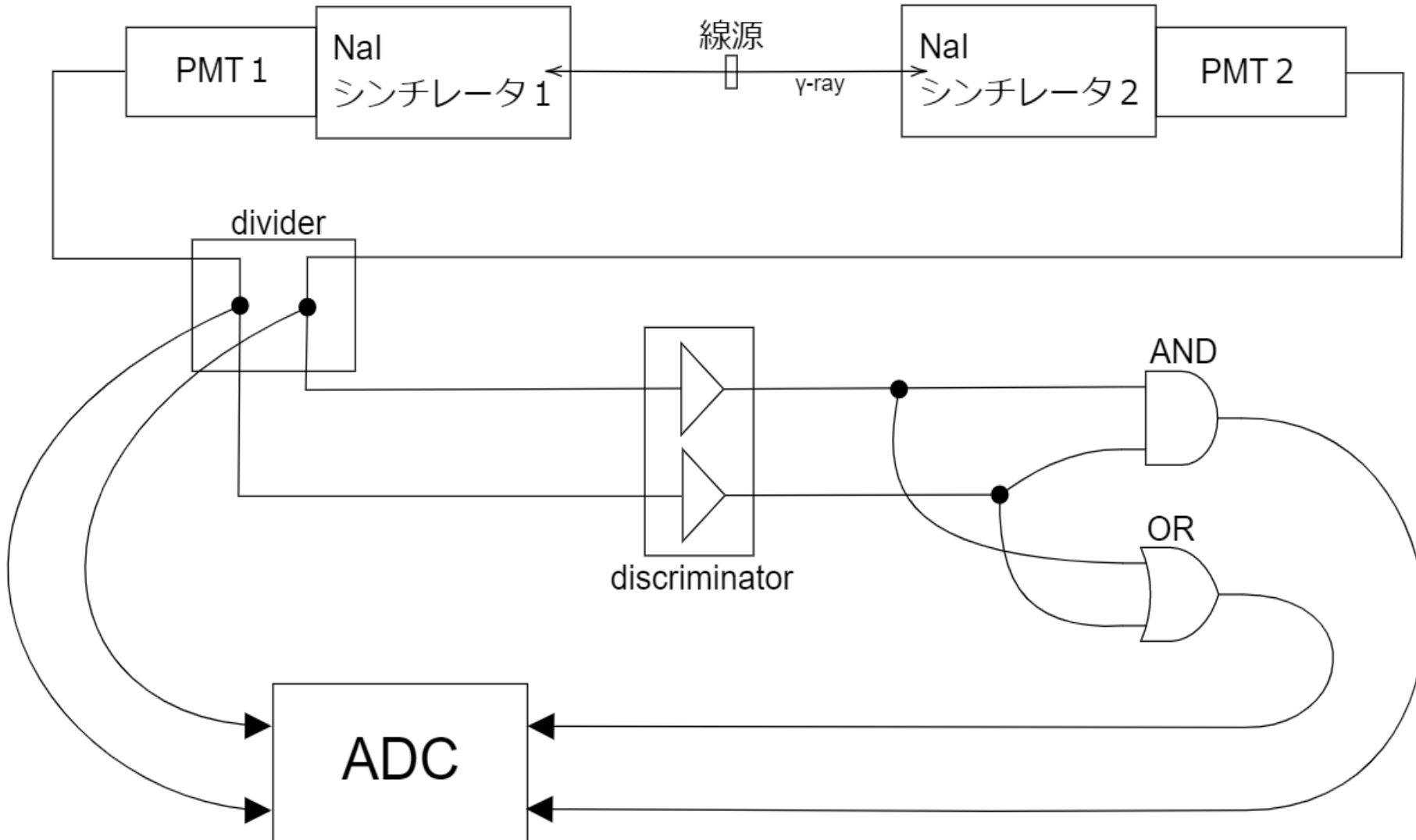


図 3 PMT の動作原理。

ADC

- DT5725を使った。
- Sampling周波数は250[MHz]

回路図

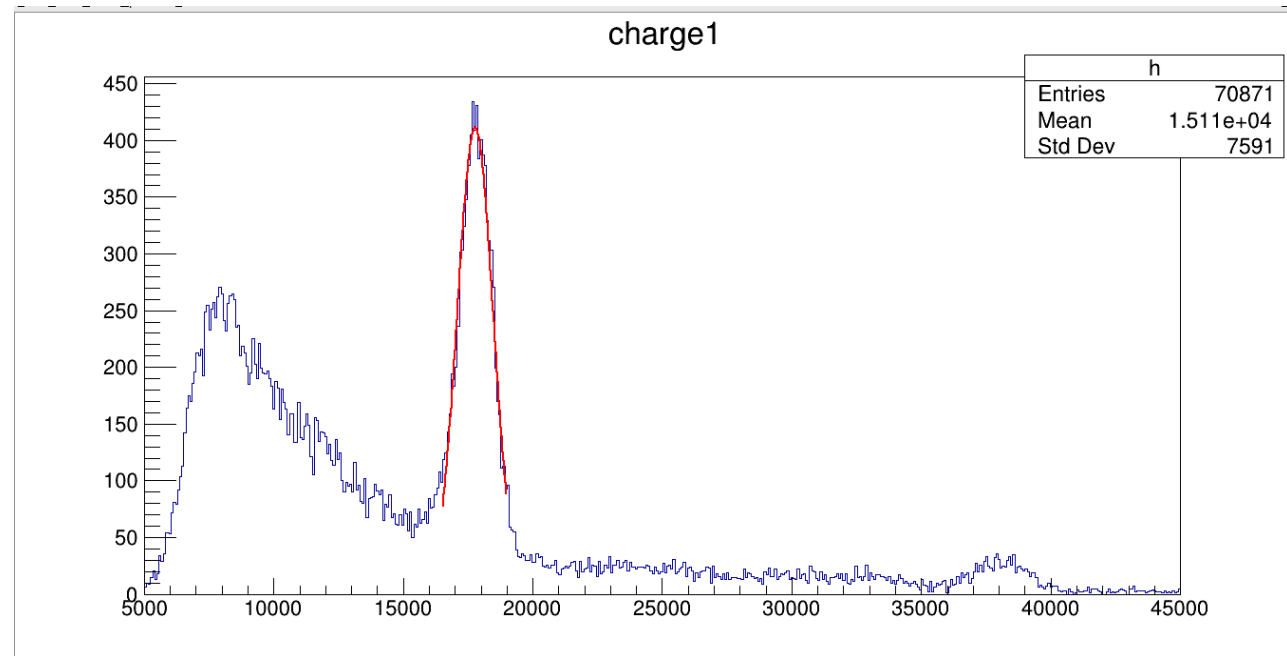


AND回路とOR回路

- And回路を用いることでバックグラウンドを除去し、back-to-backの γ 線を検出することが出来る。
- OR回路を用いると、バックグラウンドも含まれてしまうが、全ての γ 線を検出することが出来る。

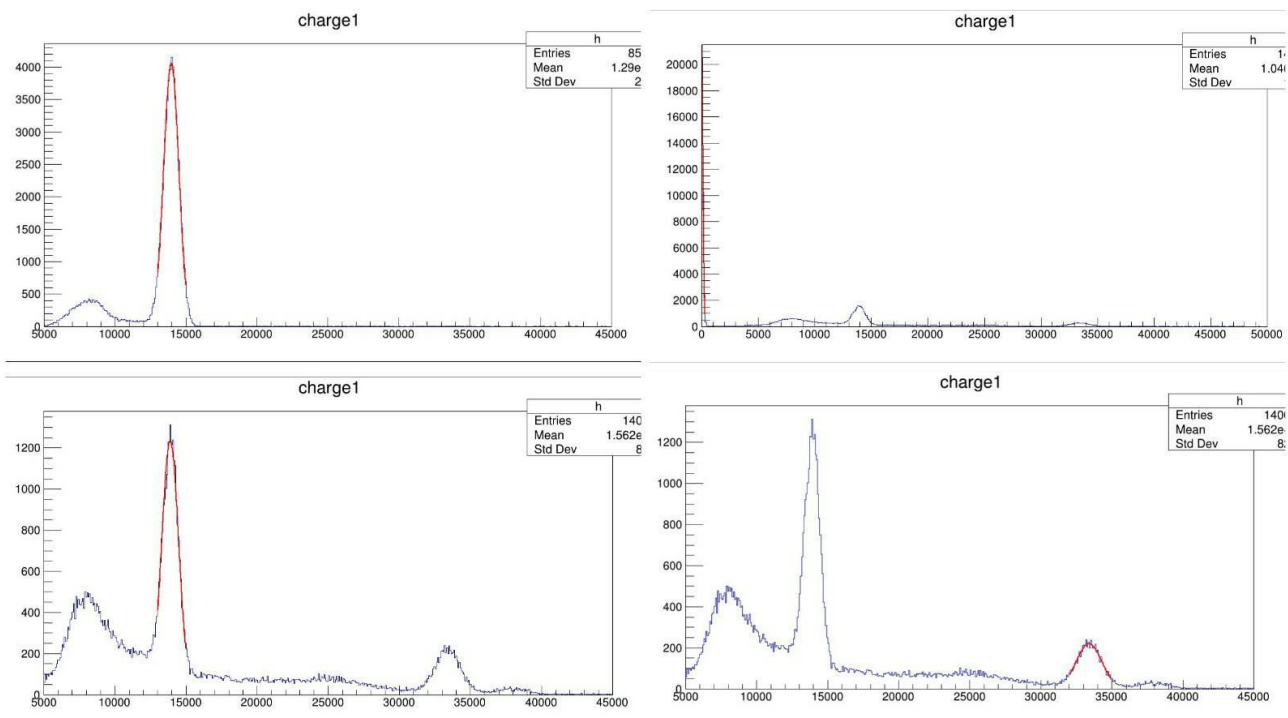
結果と解析

Cs(NaI1)のフィッティング



フィッティングの範囲はADC値16500-19000

Nal1のその他のフィッティング



順に

NalandのADC値13000-15000

NalorのADC値-300-300

NalorのADC値13000-15000

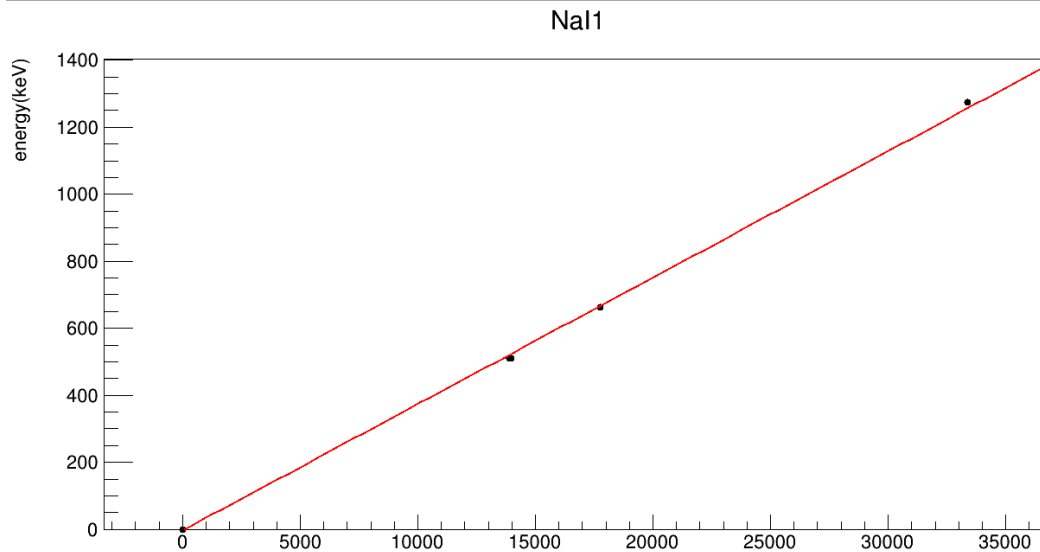
NalorのADC値32000-35000

でのフィッティングの結果

NaI1のフィッティング結果

	Cs	Nalnd	Nalor		
ADC値	17772.7	13960.4	13891.9	7.86269	33389.8
σ	690.297	535.514	595.069	115.640	907.913
理論値(keV)	662	511	511	0	1275

NaI1のキャリブレーション結果



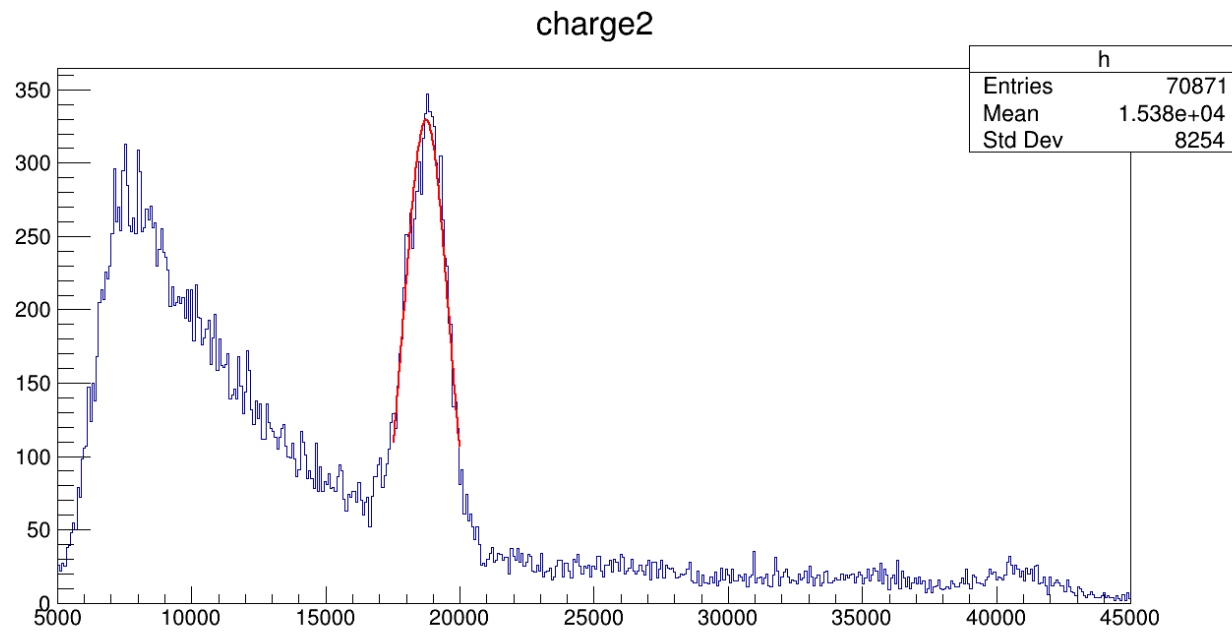
一次関数でフィッティングするとキャリブレーション関数は

$$y = p_1x + p_0$$

となる。

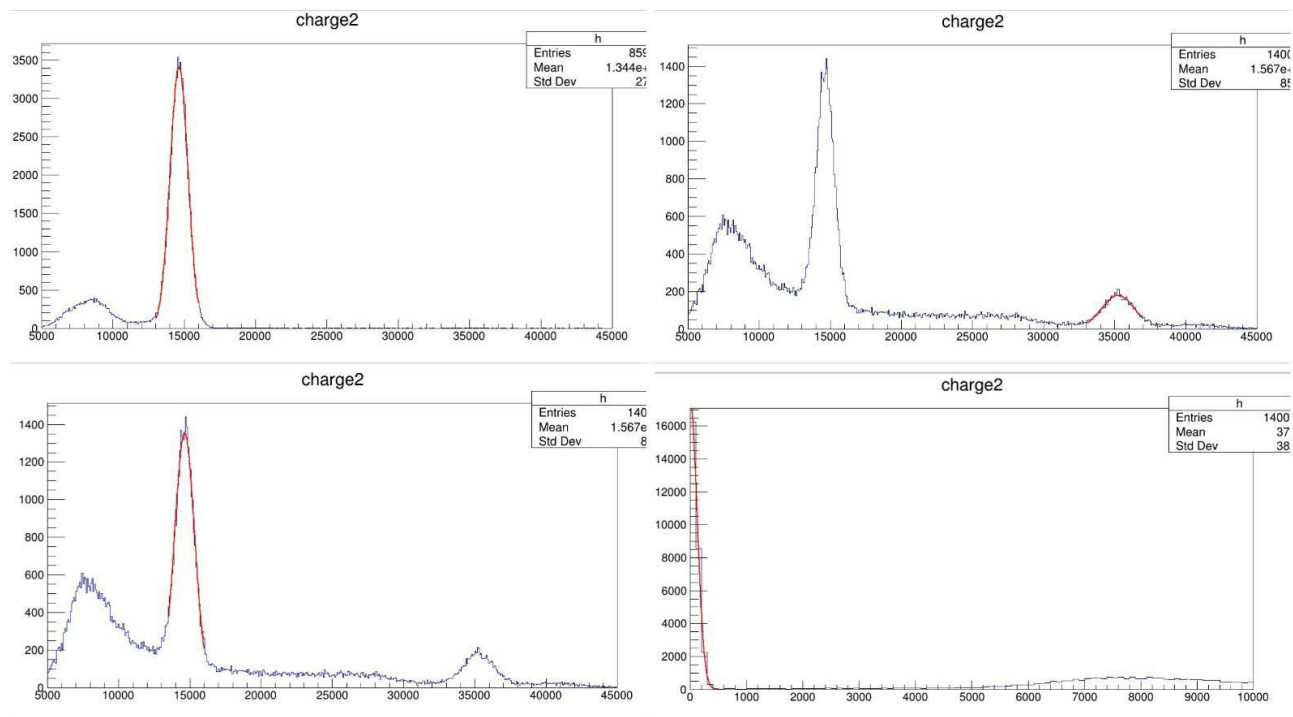
但し、 x はADC値、 y はエネルギー値 (keV)、 $p_1 = 3.77 \times 10^{-2} \pm 3.06 \times 10^{-5}$ 、 $p_0 = -3.52 \pm 3.90 \times 10^{-1}$ である。

Cs(NaI2)のフィッティング



フィッティングの範囲はADC値17500-20000

Nal2のその他のフィッティング



順に

NalandのADC値13000-15600

NalorのADC値33000-37000

NalorのADC値13500-16000

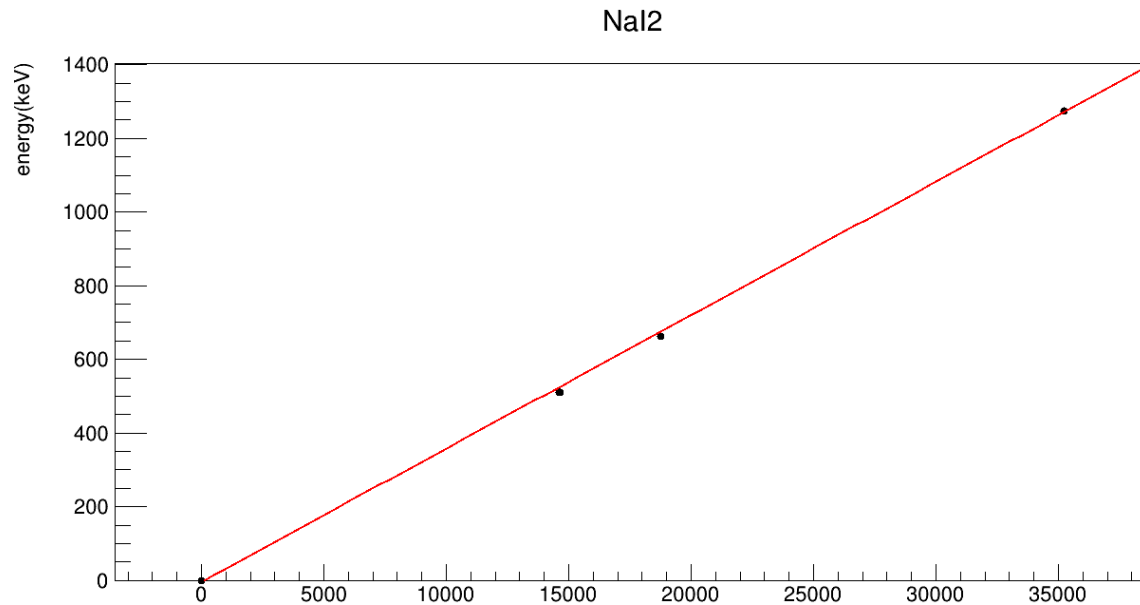
NalorのADC値-500-500

でのキャリブレーションの結果

Nal2のフィッティング結果

	Cs	Naland	Nalor		
ADC値	18714.5	14633.3	14628.6	35228.1	2.61704
σ	827.795	627.399	700.644	116.589	122.654
理論値(keV)	662	511	511	0	1275

NaI2のキャリブレーション結果



一次関数でフィッティングするとキャリブレーション関数は

$$y = p_1x + p_0$$

となる。

但し、 x はADC値、 y はエネルギー値 (keV)、 $p_1 = 3.62 \times 10^{-2} \pm 1.59 \times 10^{-5}$ 、 $p_0 = -4.30 \pm 3.76 \times 10^{-1}$ である。

エネルギー分解能R

単一エネルギー E に対しては

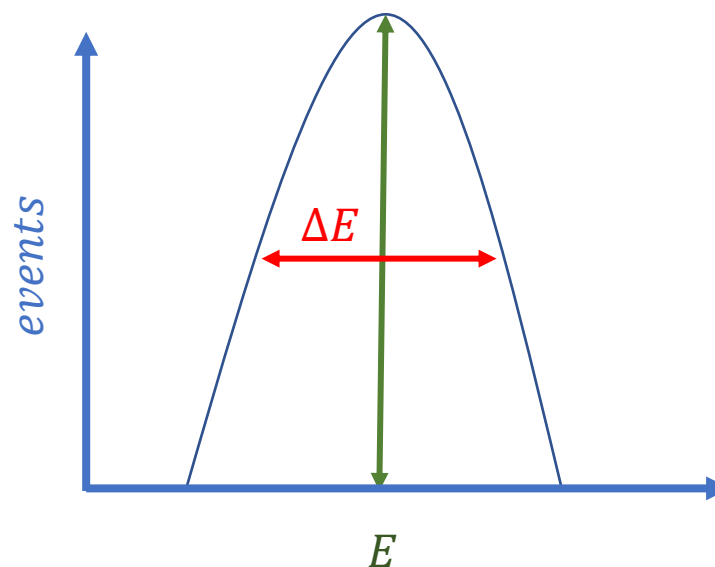
$$R = \frac{\Delta E}{E}$$

ΔE : 高さが半分になるときの幅

ガウス分布 $f(x) = A \exp\left(-\frac{(x-E)^2}{2\sigma^2}\right)$

$f(x) = \frac{A}{2}$ のとき $x = E \pm \sigma\sqrt{2\log 2}$

$$R = \frac{2\sigma\sqrt{2\log 2}}{E} \propto \frac{\sigma}{E}$$



また

$$\sigma(E) = a + b\sqrt{E} + cE$$

a : 回路からのノイズ

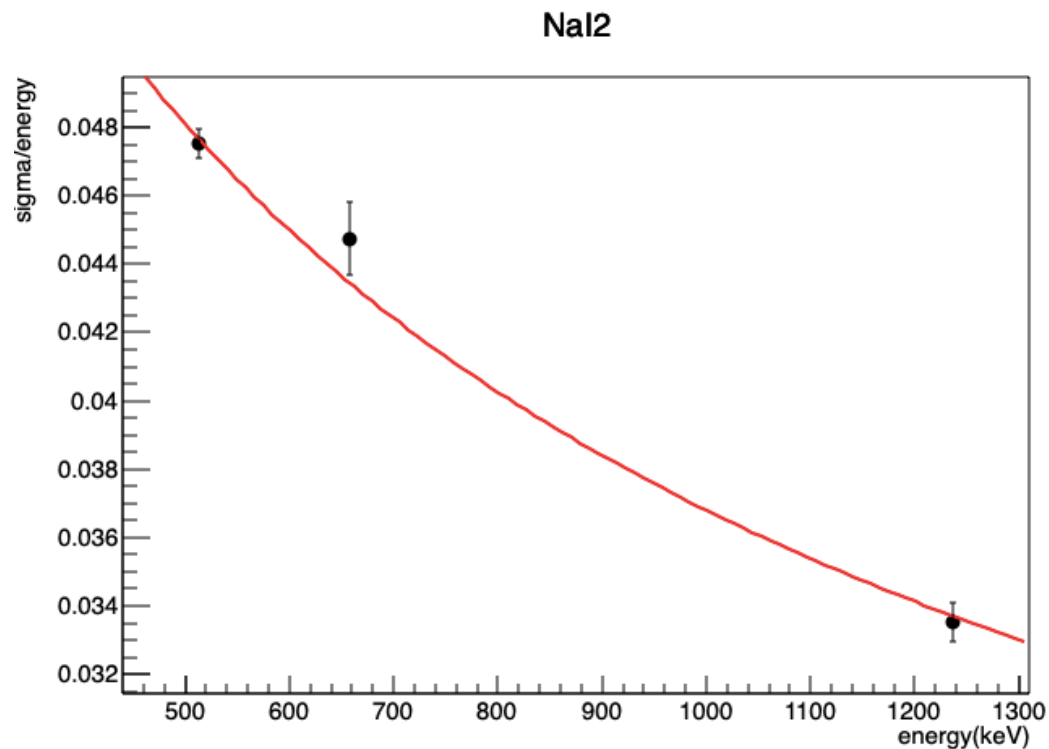
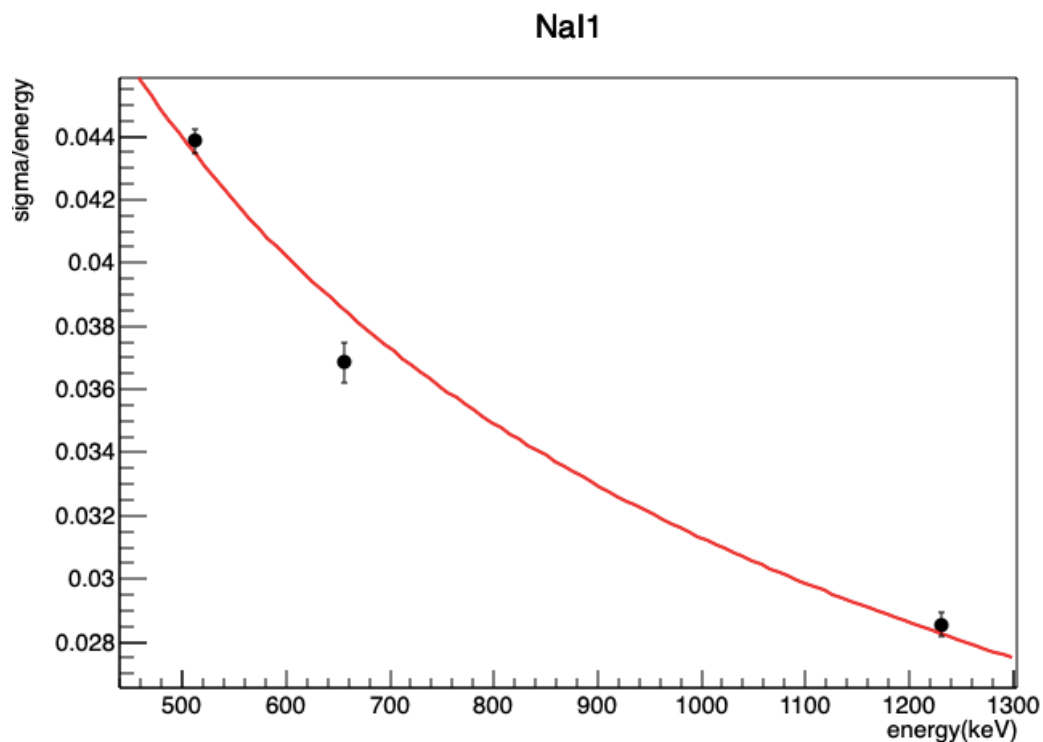
$b\sqrt{E}$: 確率的なふらつき

cE : シンチレータによる(今回は無視)

Fittingの結果

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{a}{E} + \frac{b}{\sqrt{E}}$$

	Na1	Na2
a	-0.5 (± 1.1)	-6.7 (± 1.5)
b	1.00 (± 0.04)	1.38 (± 0.06)



実際のfittingの様子。Csと²²Naの線源でNaIのどちらかが反応した場合のデータを用いた。

Compton edge

元の分布を $F(x)$ とすると、測定した分布 $f(E)$ は

$$f(E) = \int dx F(x) \exp\left(-\frac{(x-E)^2}{2\sigma^2(x)}\right)$$

$$F(E) = F_0 \Theta(T - E) \quad (\Theta(x): \text{階段関数})$$

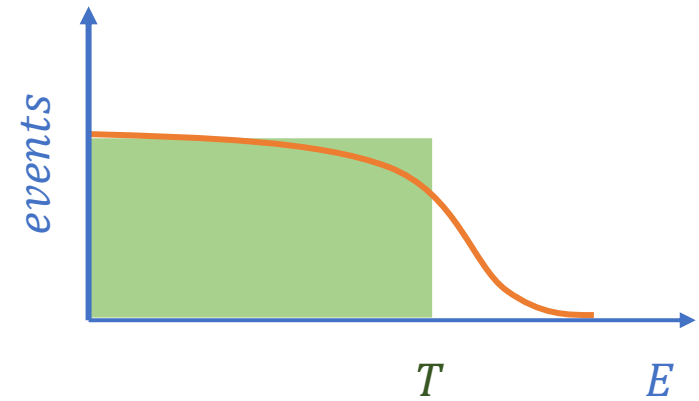
$$\sigma(x) = \sigma_0 = \text{const}$$

とすると

$$f(E) = \int dx F_0 \Theta(T - x) \exp\left(-\frac{(x-E)^2}{2\sigma_0^2}\right)$$

$$\rightarrow f(E) \propto \int_{t_0}^{\infty} dt e^{-t^2}, \quad t_0 = \frac{E-T}{\sqrt{2}\sigma_0}$$

T が Compton edge に相当



fitting関数は

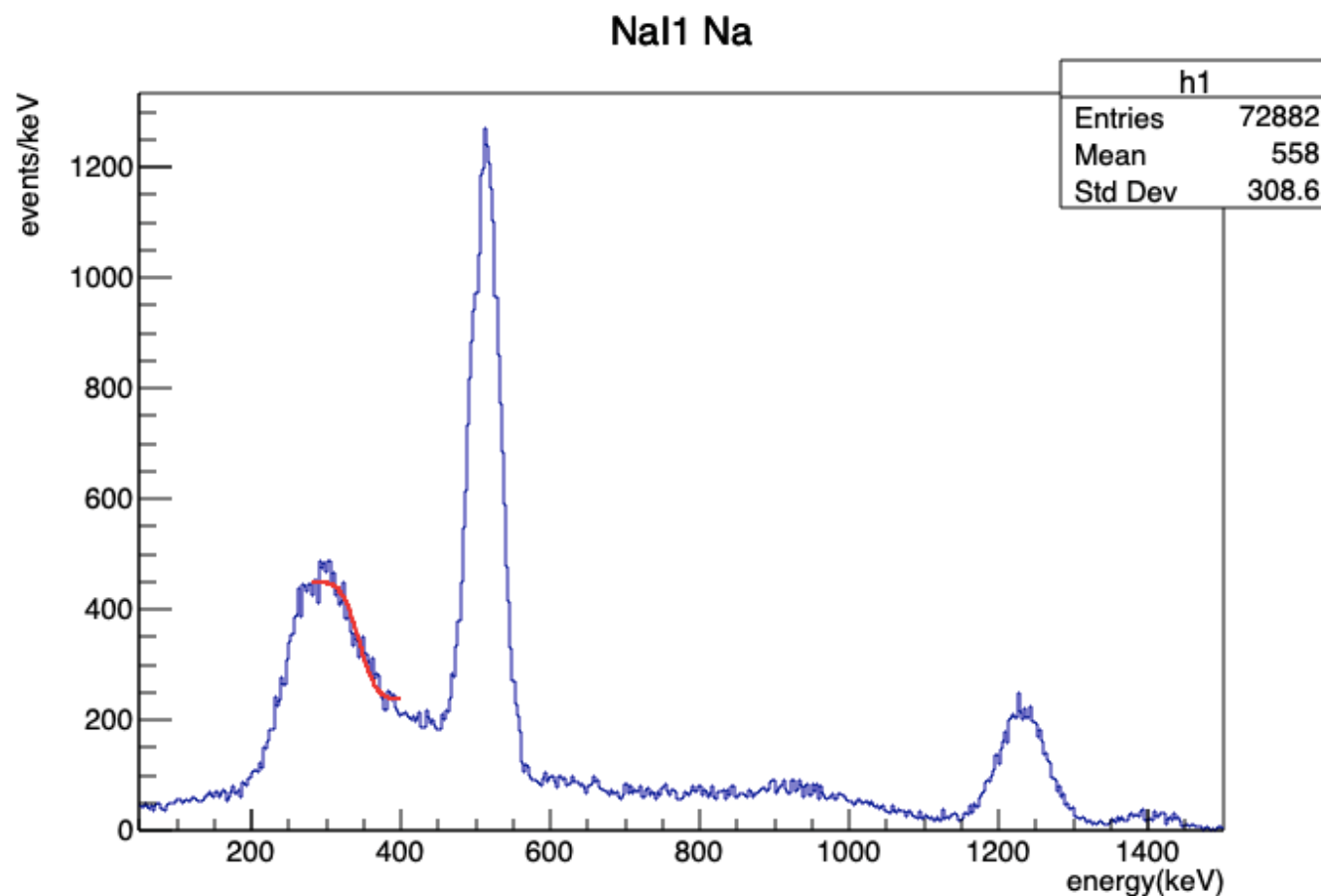
$$f(E) = p_0 + p_1 \int_{t_0}^{\infty} dt e^{-t^2}$$
$$t_0 = \frac{E - T}{\sqrt{2}\sigma_0}$$

- σ_0 の取り方

Fittingの範囲 $[E_{min}, E_{max}]$ で

$$\sigma_0 = \sigma \left(\frac{E_{min} + E_{max}}{2} \right) = \sigma(\bar{E})$$

とした。



^{22}Na の NaI1に入った511keVの光電ピークに対するCompton edgeのfittingの様子

Compton edge の誤差の評価

- σ_0 の取り方から生じる誤差 ΔT_{sigma}

T_{min} : $\sigma_0 = \sigma(E_{min})$ で fitting したときの Compton edge

T_{max} : $\sigma_0 = \sigma(E_{max})$

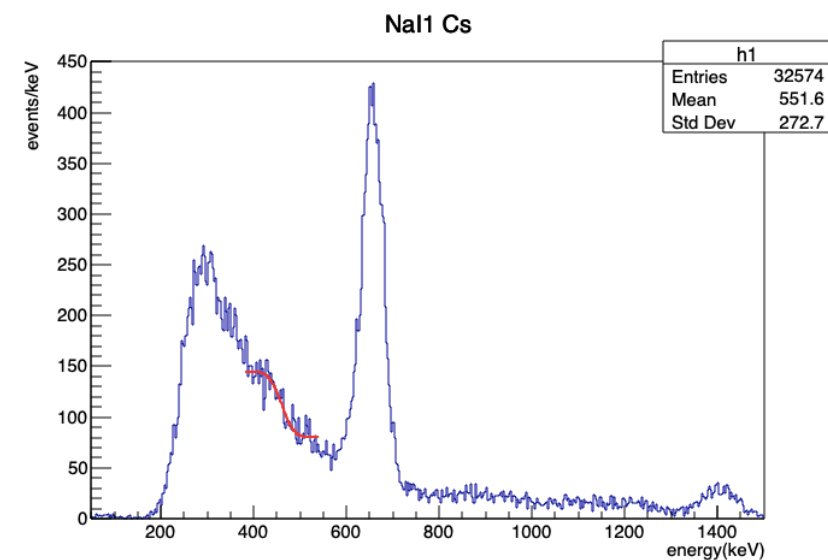
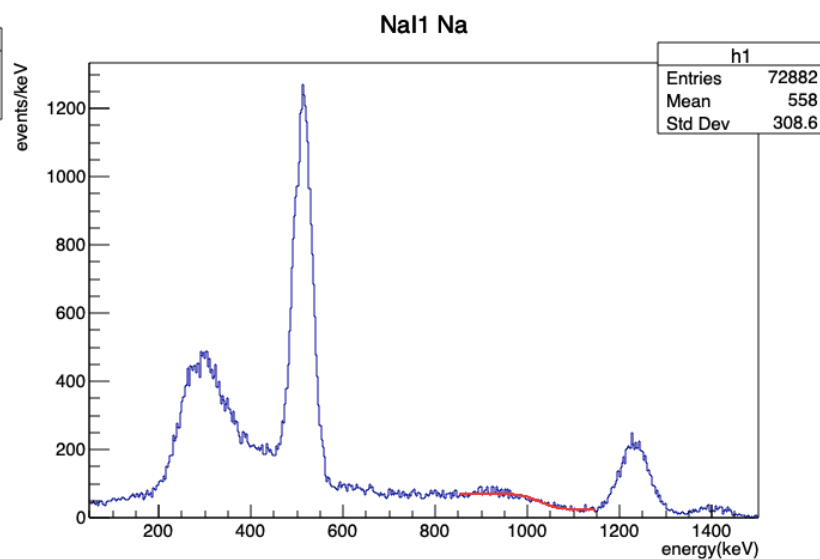
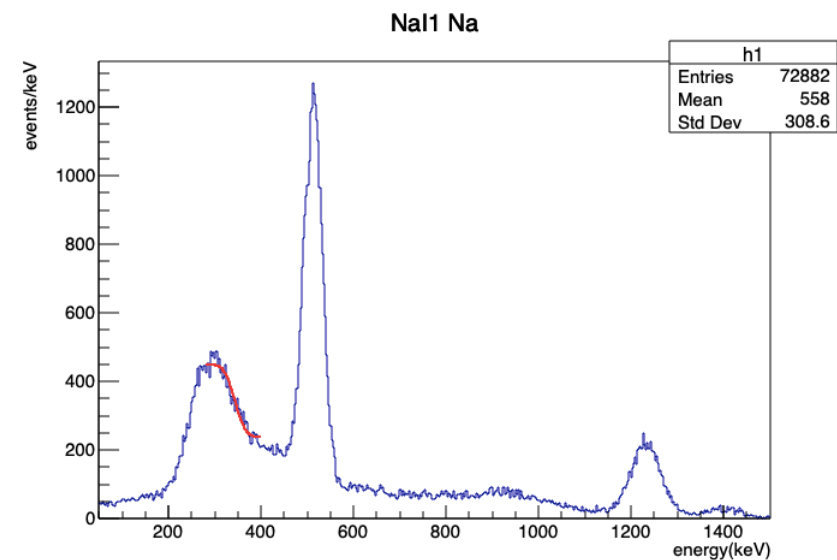
→ $\Delta T_{sigma} = |T - T_{min}|$ or $|T - T_{max}|$ (値の大きい方をとる)

- Compton edge の fitting による誤差 ΔT_{fit}

$$\rightarrow \Delta T = \sqrt{\Delta T_{sigma}^2 + \Delta T_{fit}^2}$$

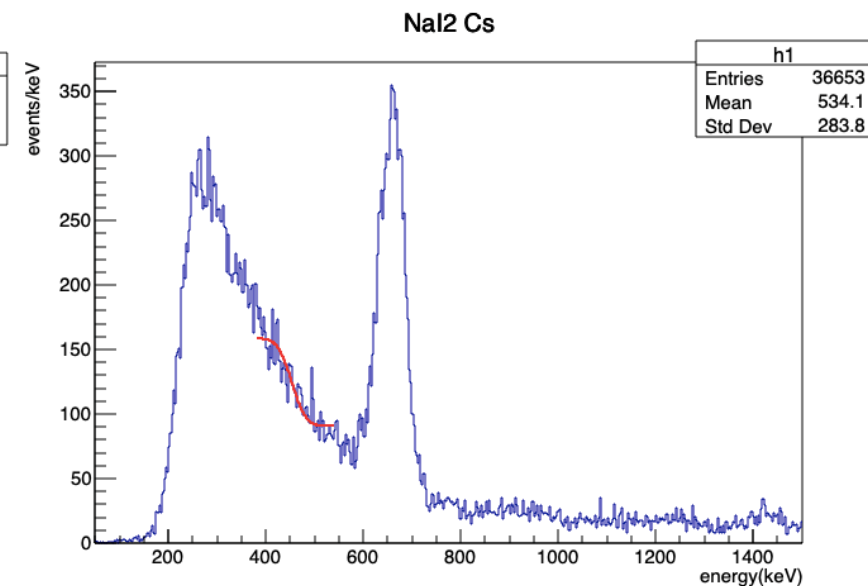
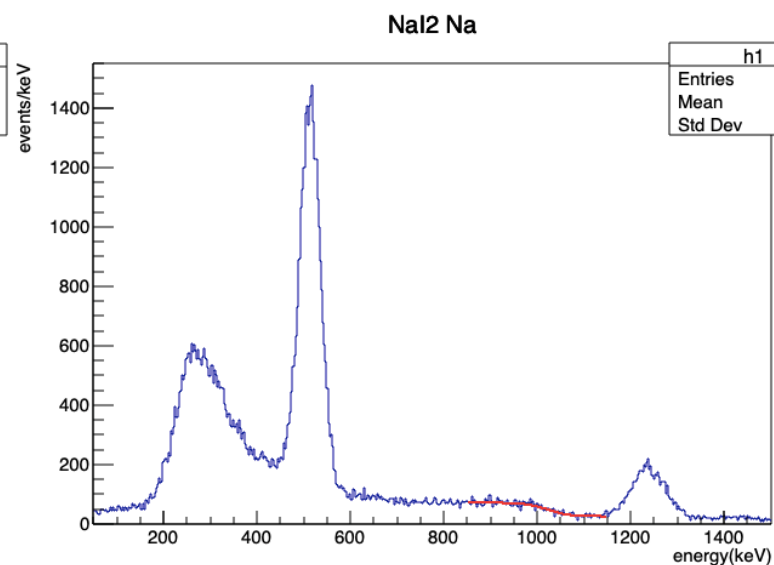
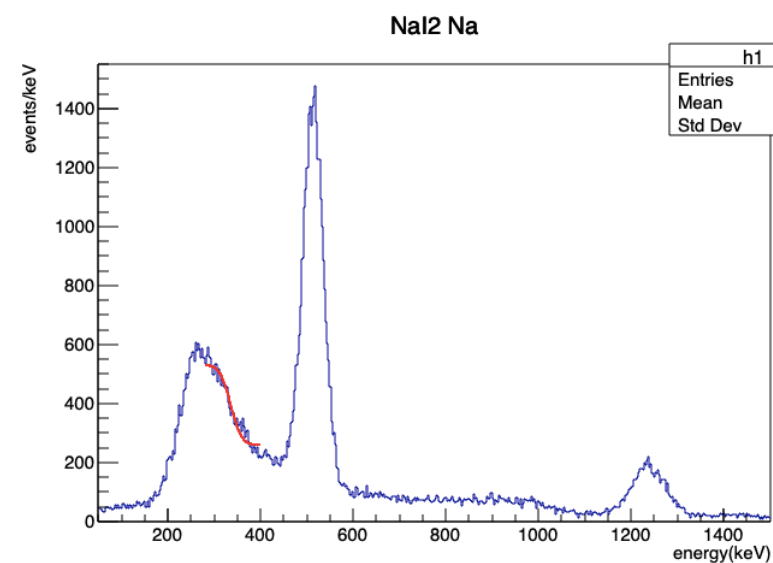
各光電ピークに対するCompton edge [keV]

光電ピーク	Na1	Na2
511 keV	343.6(± 2.1)	336(± 1.8)
662 keV	460.5(± 3.6)	454(± 4.9)
1275 keV	1025.7(± 4.2)	1022(± 3.9)



各光電ピークに対するCompton edge [keV]

光電ピーク	Na1	Na2
511 keV	343.6(± 2.1)	335.7(± 1.8)
662 keV	460.5(± 3.6)	453.5(± 4.9)
1275 keV	1025.7(± 4.2)	1021.8(± 3.9)



Electron mass

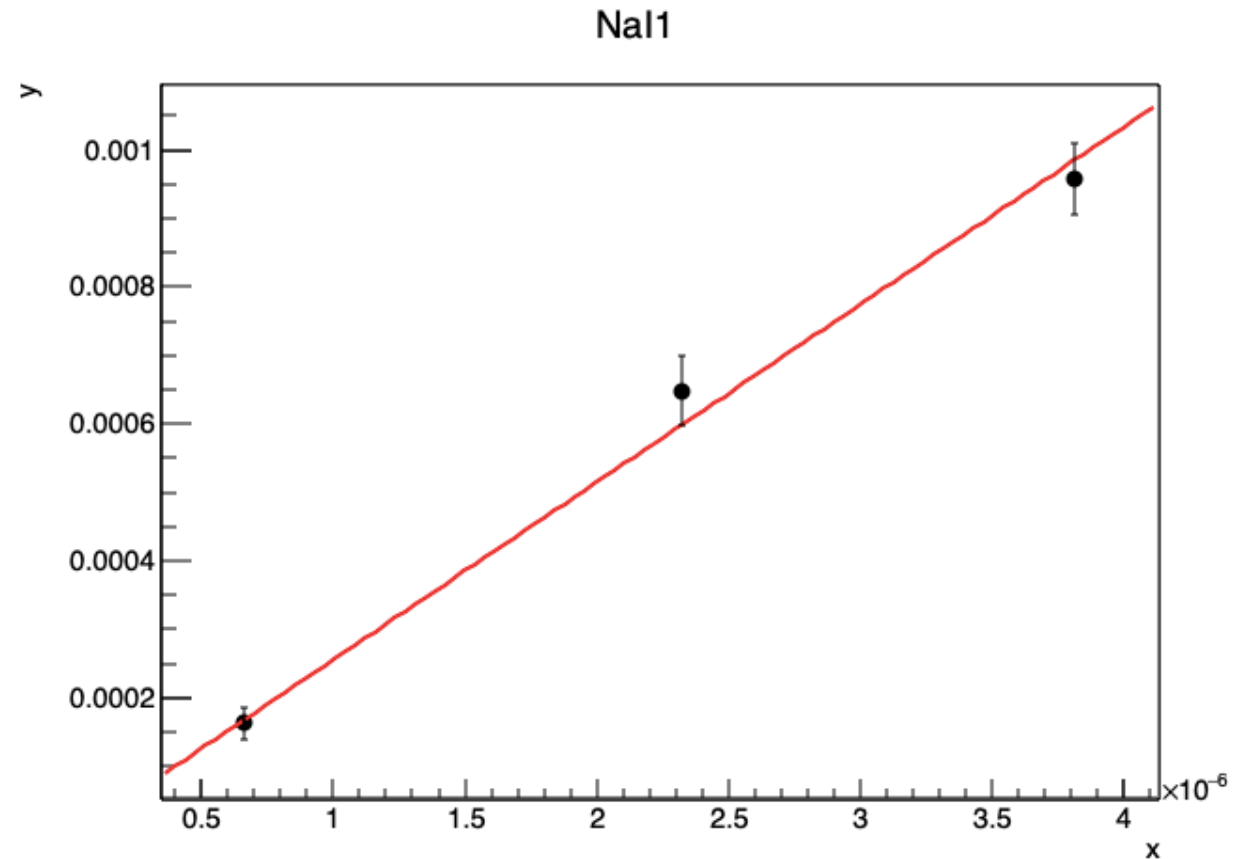
- Compton edge T は

$$T = \frac{2E_\gamma^2}{m_e + 2E_\gamma}$$

$$\rightarrow \frac{1}{T} - \frac{1}{E} = \frac{m_e}{2} \frac{1}{E^2}$$

$x = \frac{1}{E^2}$, $y = \frac{1}{T} - \frac{1}{E}$ において m_e を求める

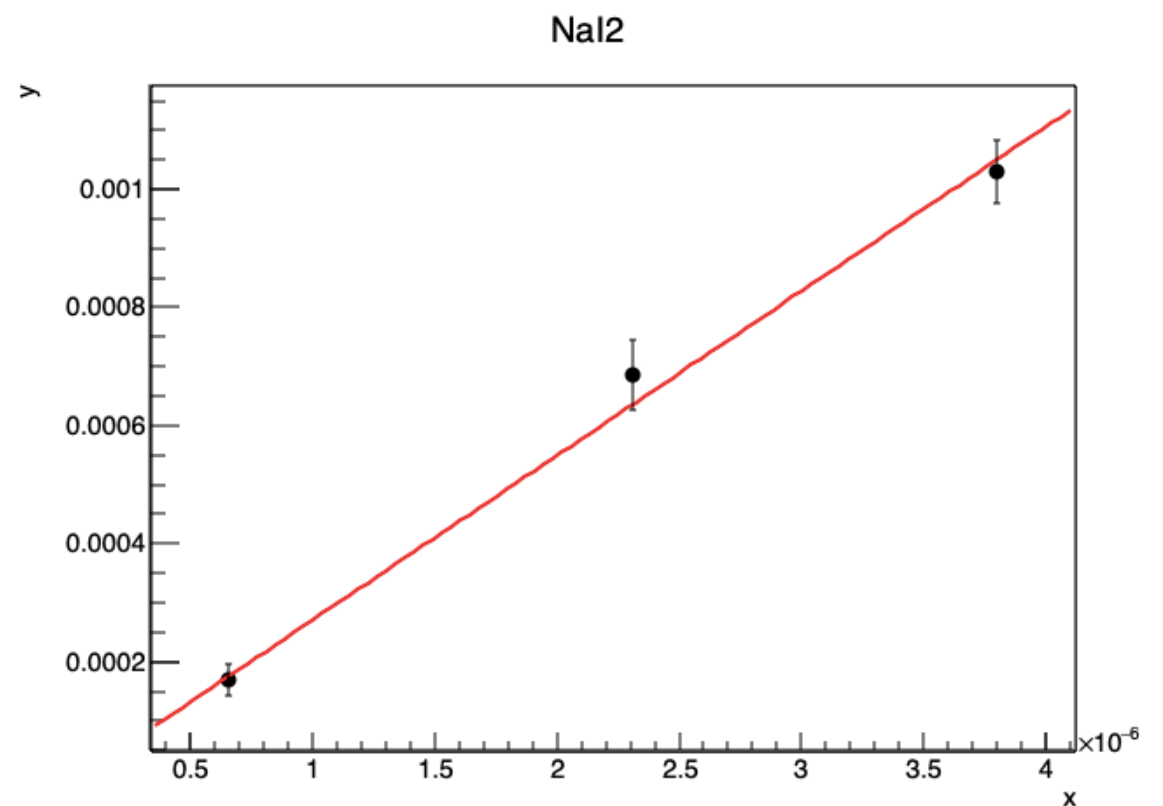
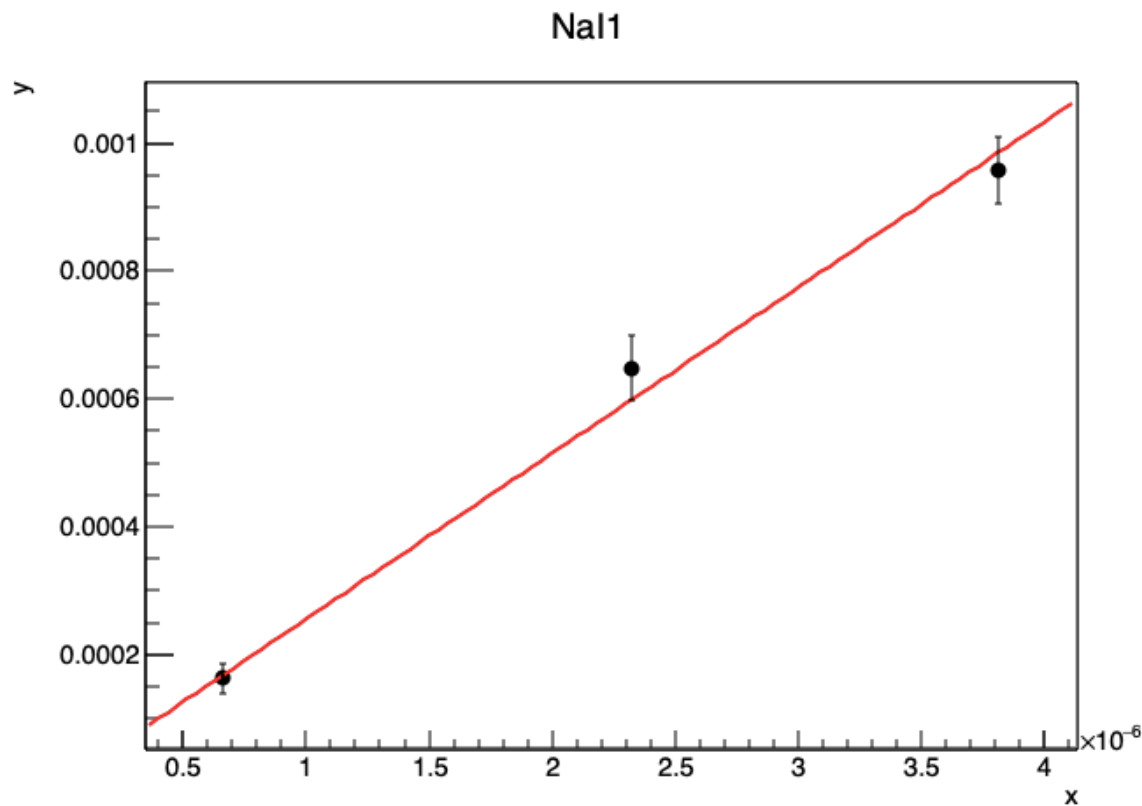
Fitting関数 : $y = p_0 + p_1 x$



$y = p_0 + p_1 x$ (p_1 は $\frac{m_e}{2}$ に相当) でfittingした結果

	NaI1	NaI2
p_0	$-3.7 \times 10^{-6} (\pm 3.0 \times 10^{-5})$	$-8.0 \times 10^{-6} (\pm 3.4 \times 10^{-5})$
p_1	$259 (\pm 17)$	$279 (\pm 18)$

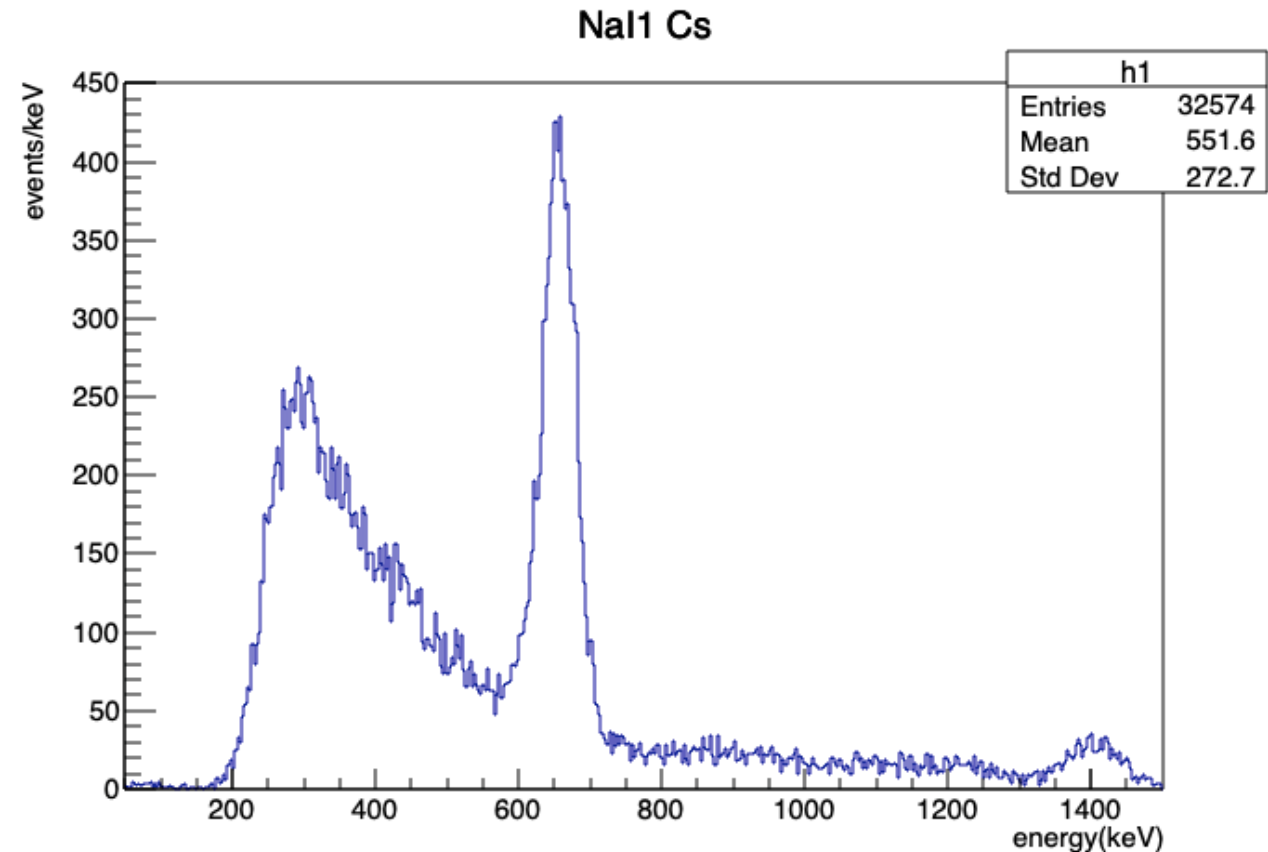
$\rightarrow m_e : 538 (\pm 25) \text{ keV}$



考察

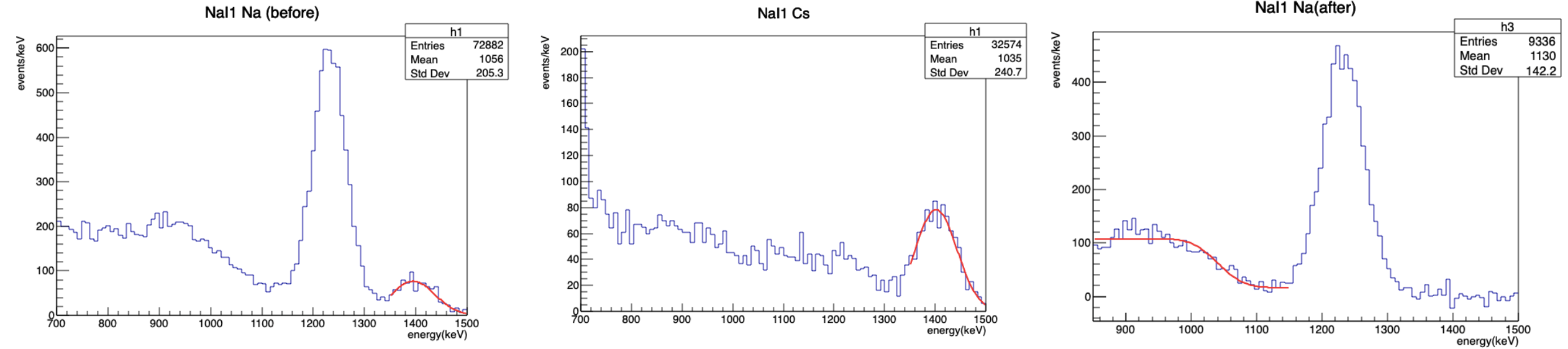
- 1400 keVあたりに光電ピーク
- 1400 keVのcompton散乱
→1275 keVのCompton edgeを
求めるときに影響

この影響を除いてfittingし直す



線源Csを置いた時のNaI1についてのデータ

1400keVのピークによる影響を除く方法



$$(^{22}\text{NaによるNaI1 before hist}) - \frac{N_{\text{NaI1}}}{N_{\text{Cs}}} \times (\text{CsのNaI1 hist}) \rightarrow (^{22}\text{NaのNaI1 after hist})$$

N_{Cs} : Csでの1400 keVのピークの高さ

N_{NaI1} : NaI1 Na (before)での1400 keVのピークの高さ

NaI1 Na(after) histから1275 keVのCompton edgeを再度求める

Compton edgeのfitting結果

- Before

光電ピーク	Na1	Na2
511 keV	343.6(± 2.1)	335.7(± 1.8)
662 keV	460.5(± 3.6)	453.5(± 4.9)
1275 keV	1025.7(± 4.2)	1021.8(± 3.9)

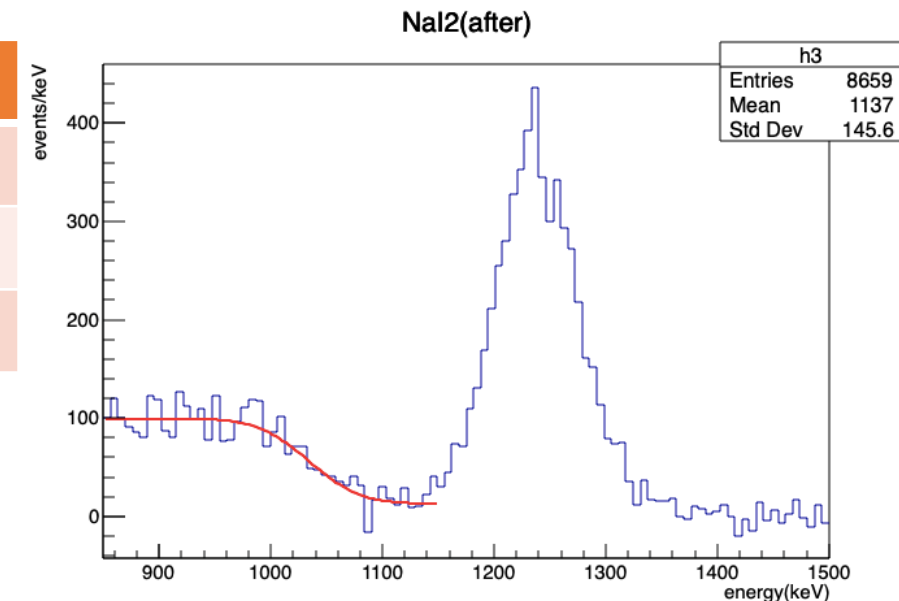
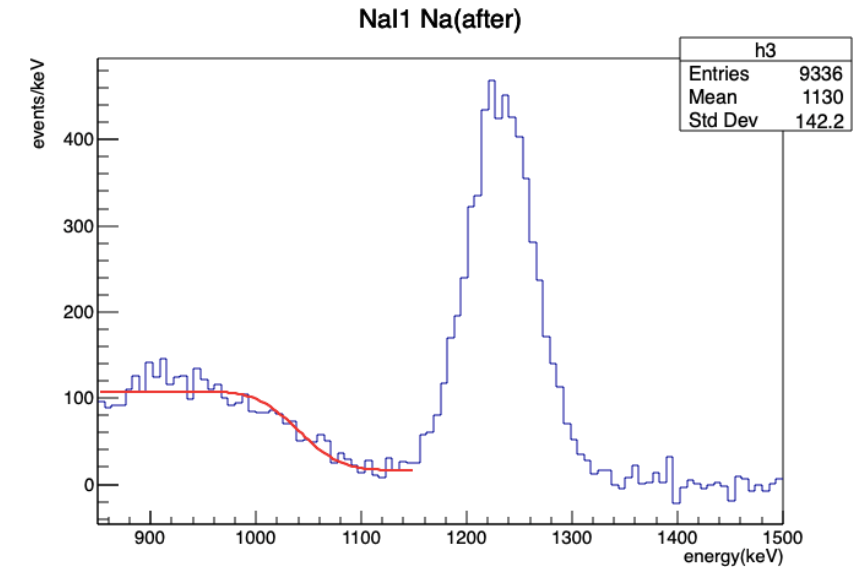
- After

光電ピーク	Na1	Na2
511 keV	343.6(± 2.1)	335.7(± 1.8)
662 keV	460.5(± 3.6)	453.5(± 4.9)
1275 keV	1040.6(± 3.2)	1034.1(± 3.1)

理論値 $E_\gamma = 511 \text{ keV} \rightarrow T = 341 \text{ keV}$

$E_\gamma = 662 \text{ keV} \rightarrow T = 478 \text{ keV}$

$E_\gamma = 1275 \text{ keV} \rightarrow T = 1062 \text{ keV}$



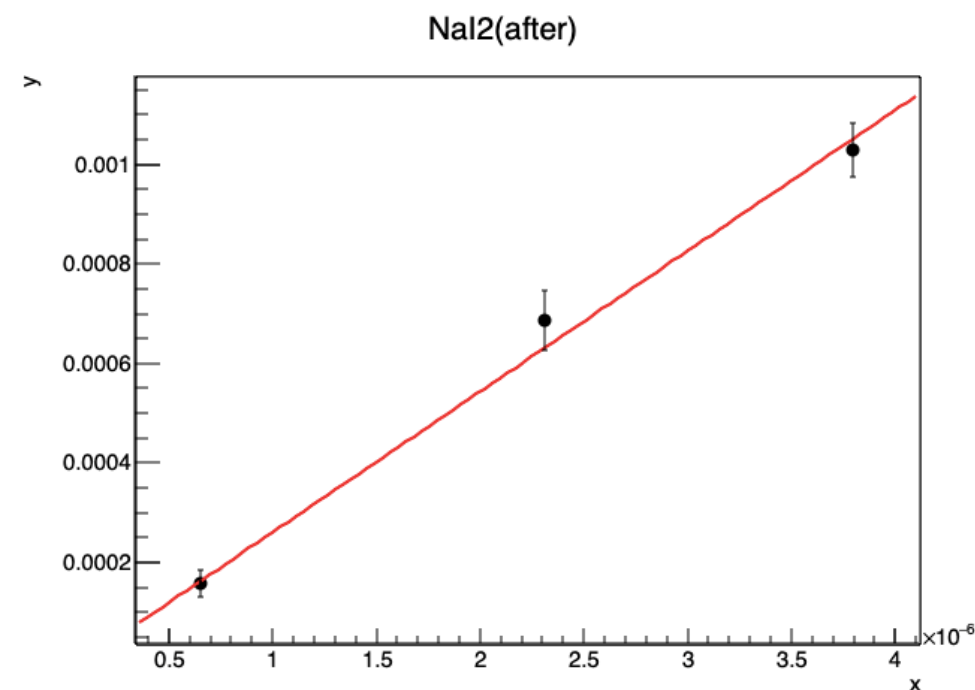
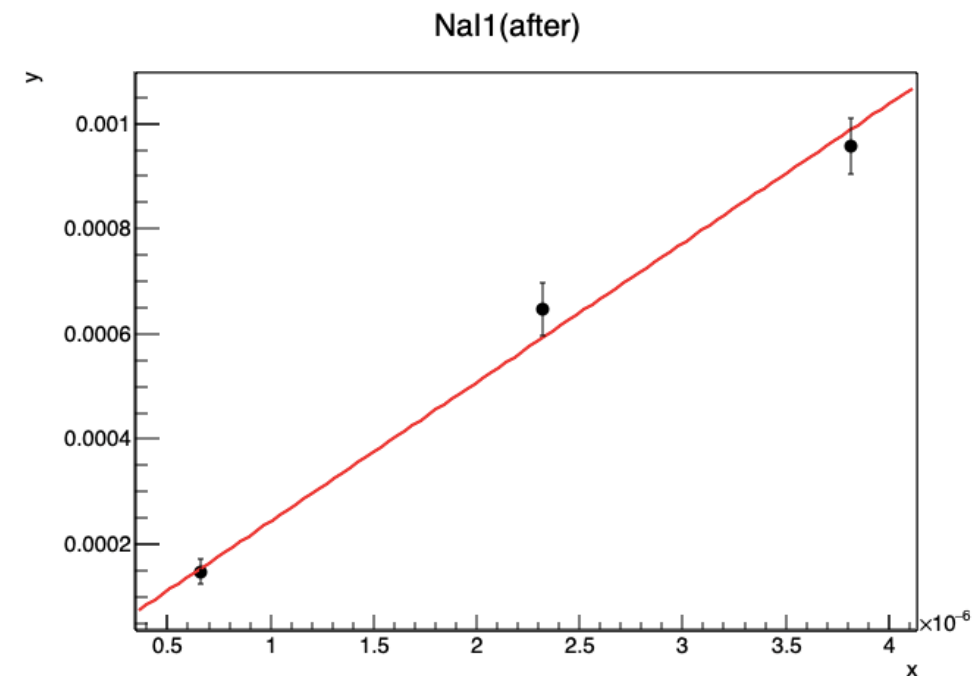
電子の質量についてのfitting結果

• Before

	Na1	Na2
p_0	$-3.7 \times 10^{-6} (\pm 3.0 \times 10^{-5})$	$-8.0 \times 10^{-6} (\pm 3.4 \times 10^{-5})$
$p_1(m_e/2)$	259(± 17)	279(± 18)
m_e	538(± 25)	

• After

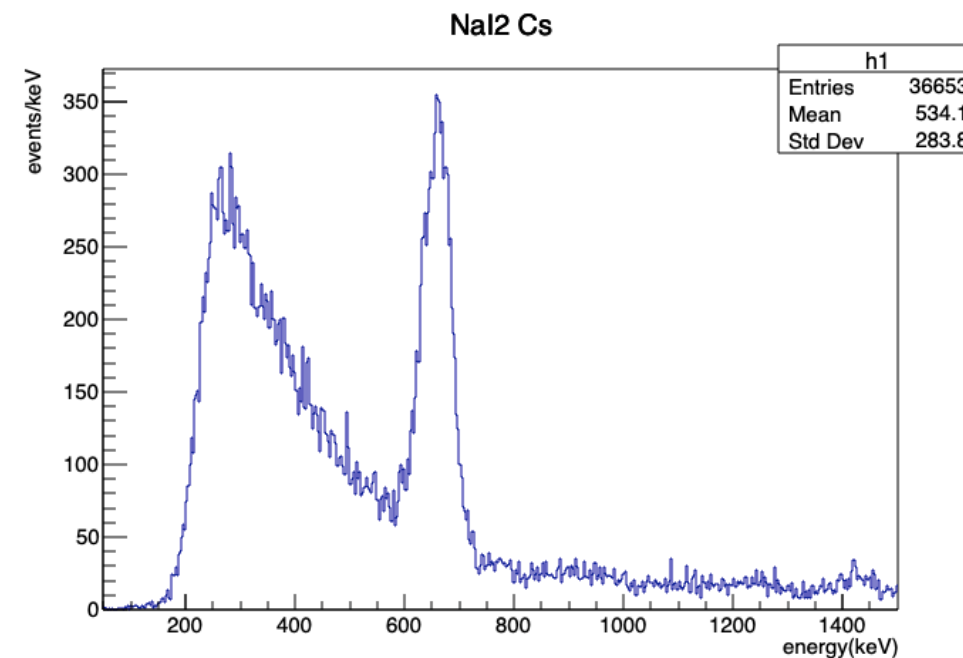
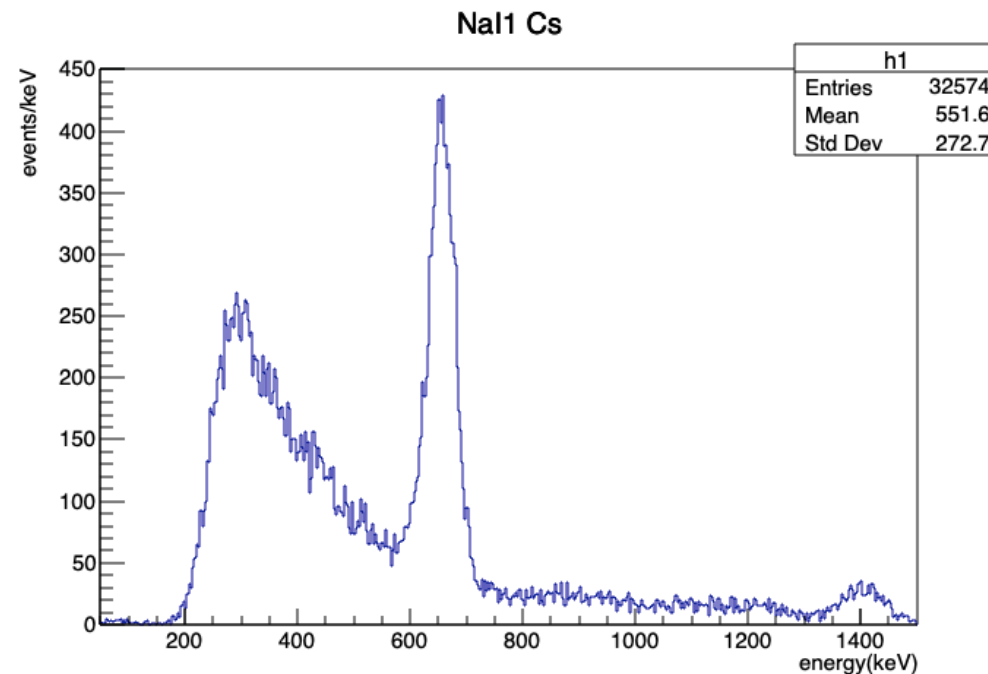
	Na1	Na2
p_0	$-2.1 \times 10^{-5} (\pm 3.0 \times 10^{-5})$	$-2.2 \times 10^{-5} (\pm 3.4 \times 10^{-5})$
$p_1(m_e/2)$	264(± 17)	283(± 18)
m_e	547(± 25)	



- Naの1275 keVの光電ピークのCompton edge
→1400 keVのピークの影響が大きい

もっとデータを集めると1400 keVのピークの形もはっきりし、ヒストグラム同士の演算もうまくいくのは？

- Csの662 keVの光電ピークのCompton edge
→低エネルギーのノイズによって隠れている



Geant4 シミュレーション

Geant4 シミュレーション

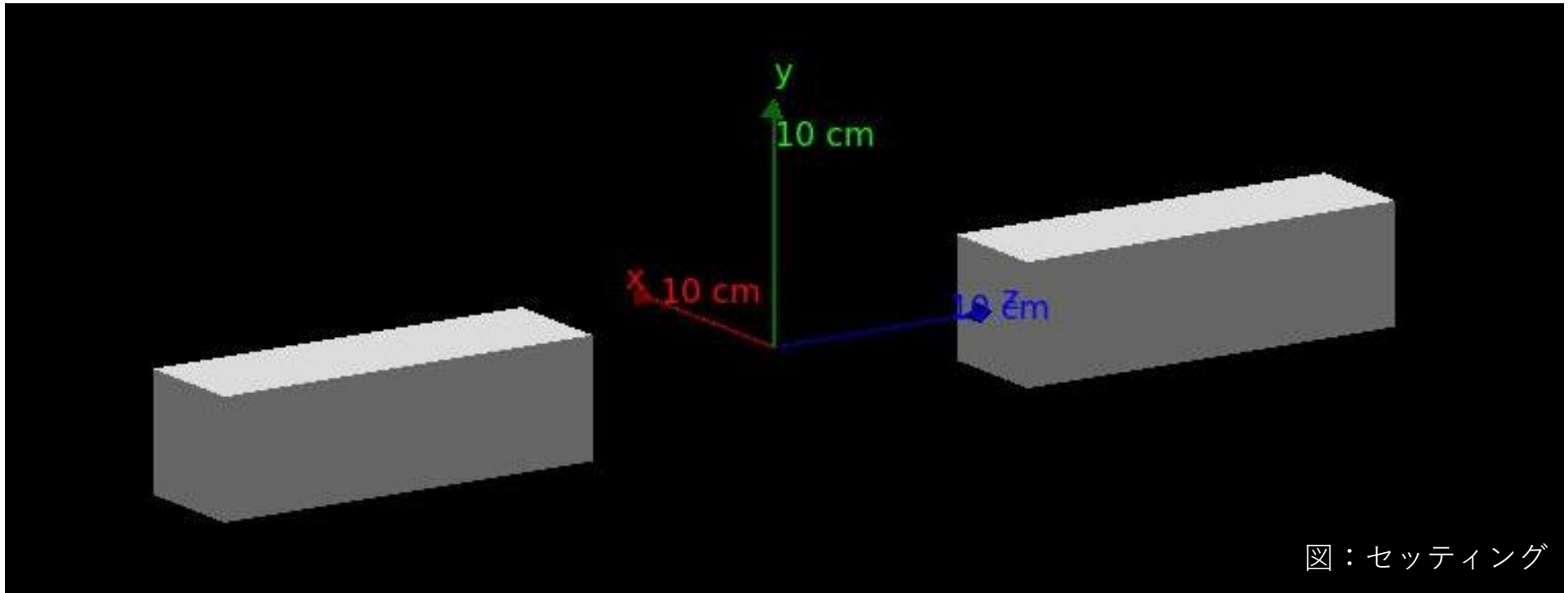
- Geant4：モンテカルロ法を用いて物質中における粒子の秘跡をシミュレーションするプラットフォーム（素粒子物理学のみならず医学等広い分野で用いられる）

今回の実験のセッティングを組み込み、起こる現象をシミュレーションし、粒子がNaI(Detector)で落としたエネルギーの総和を見る

- ベース：Geant4講習会のサンプルP07

セッティング (共通)

- World Volume : 2.0m立方
- $50 \times 50 \times 169\text{mm}$ の NaI Detectorをz軸対称、原点からの距離 10cm に配置

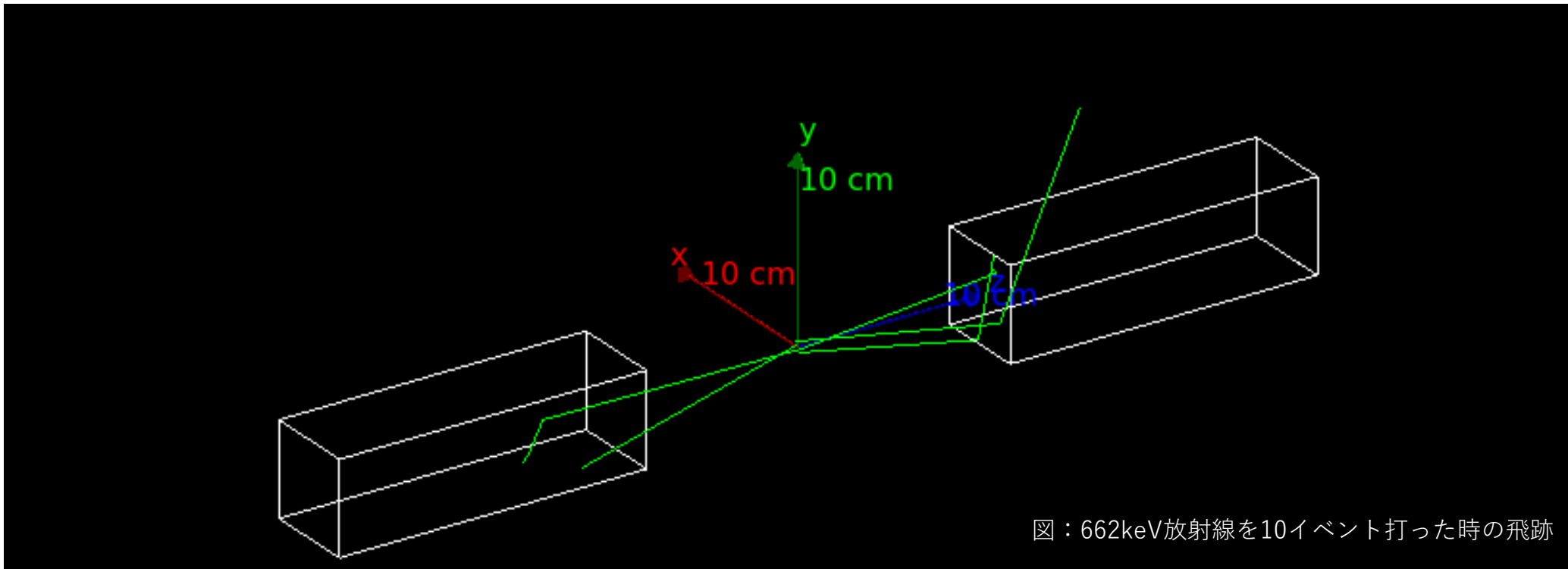


図：セッティング

セッティング（初期粒子）： ^{137}Cs

^{137}Cs ： β 崩壊後の662keV γ 線を発生

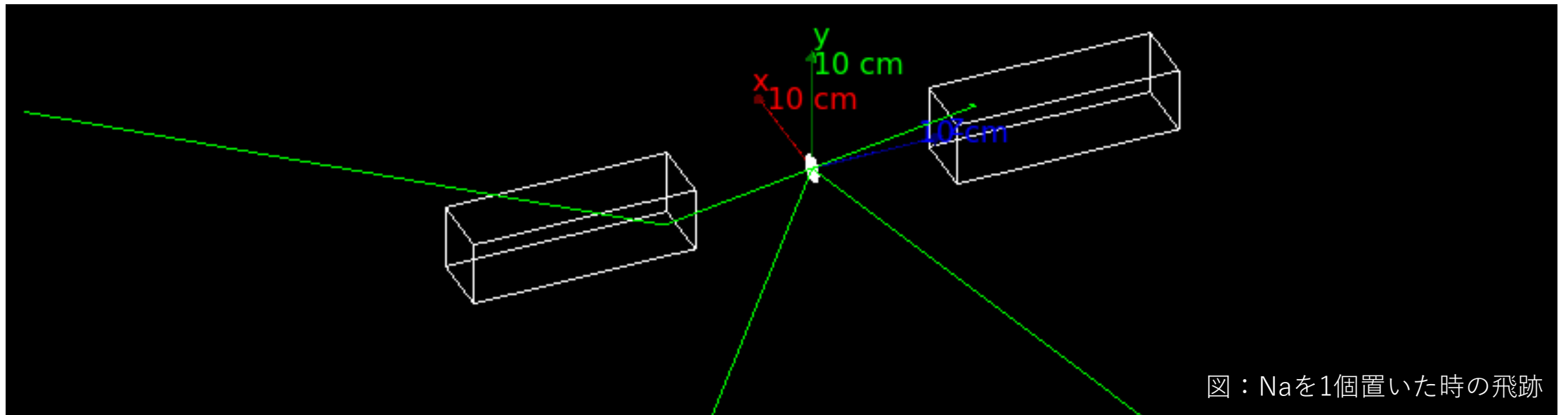
- ・原点中心、xy平面上の5mm平方の正方形から、z軸回りの頂角 $|\cos \theta| \leq 0.965$ まわりにランダムに放射（10,000発）



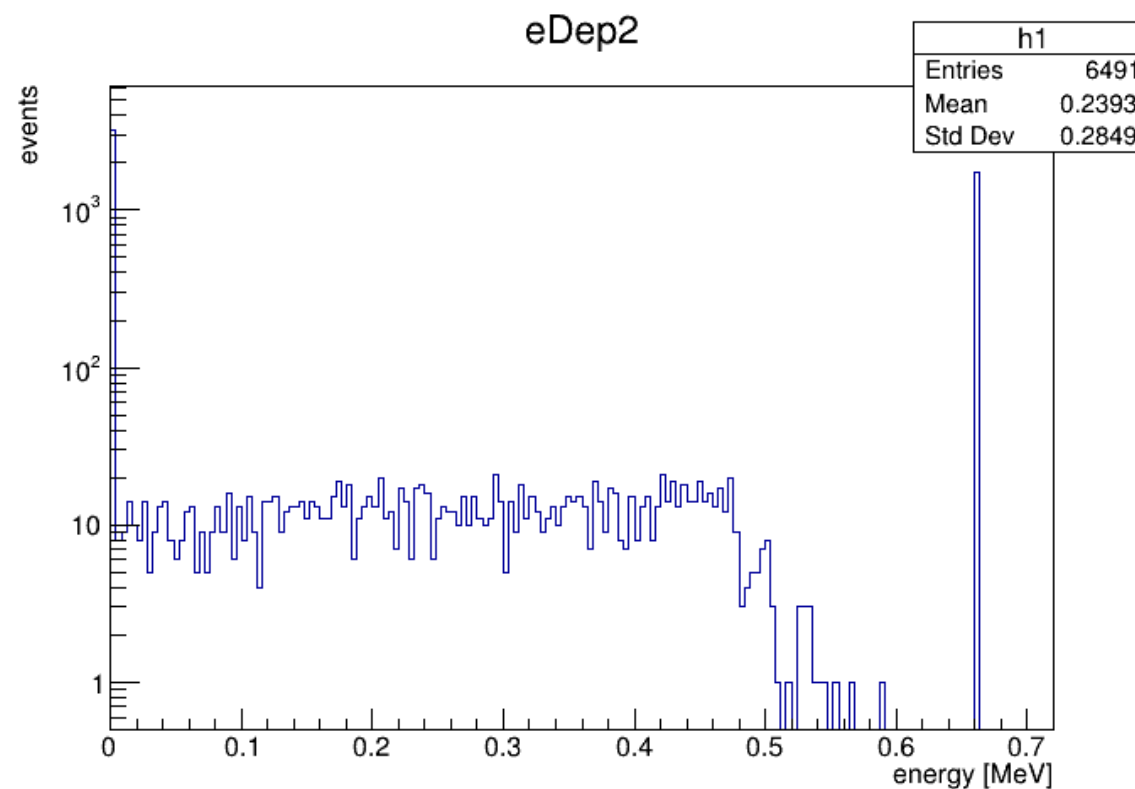
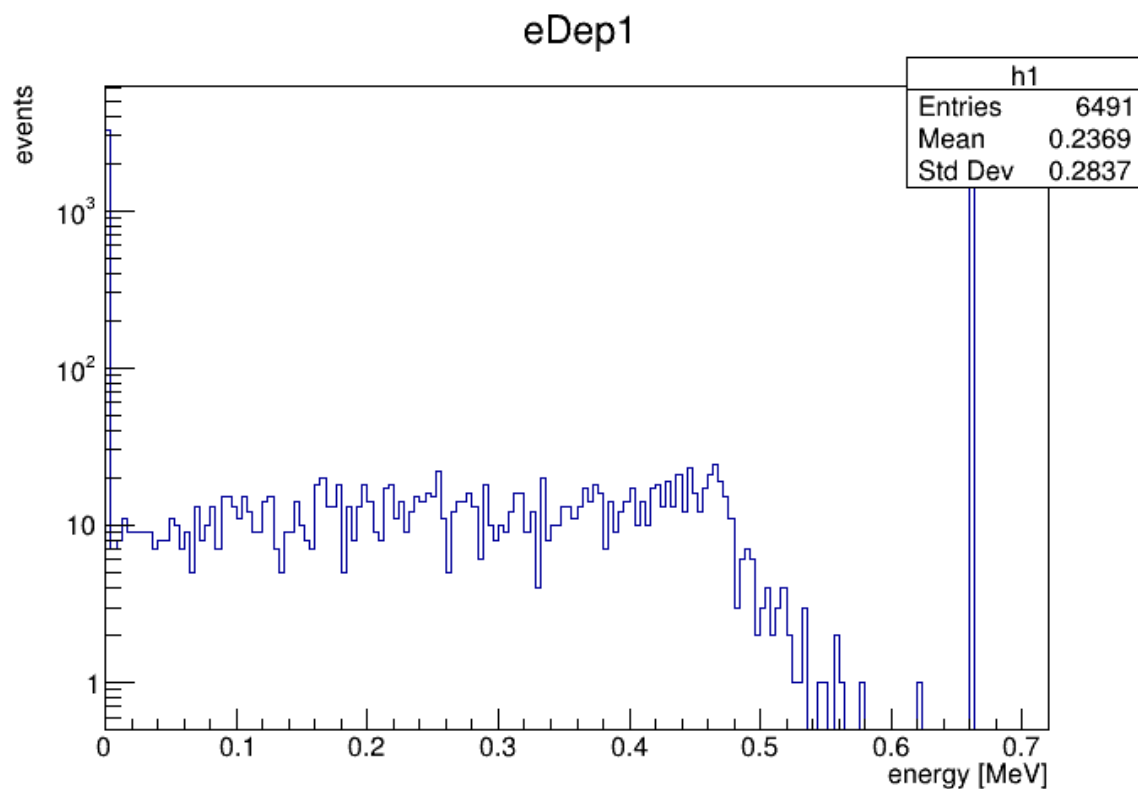
セッティング（初期粒子）： ^{22}Na

^{22}Na ：原点を中心にして半径10mm、高さ1mmのアルミニウムカバーを配置し、その上でNaを原点に静止した状態で置くイベントを300,000回行う（ γ 線は等方的に出る）

※崩壊を起こすためにはShielding.hhをincludeする必要がある

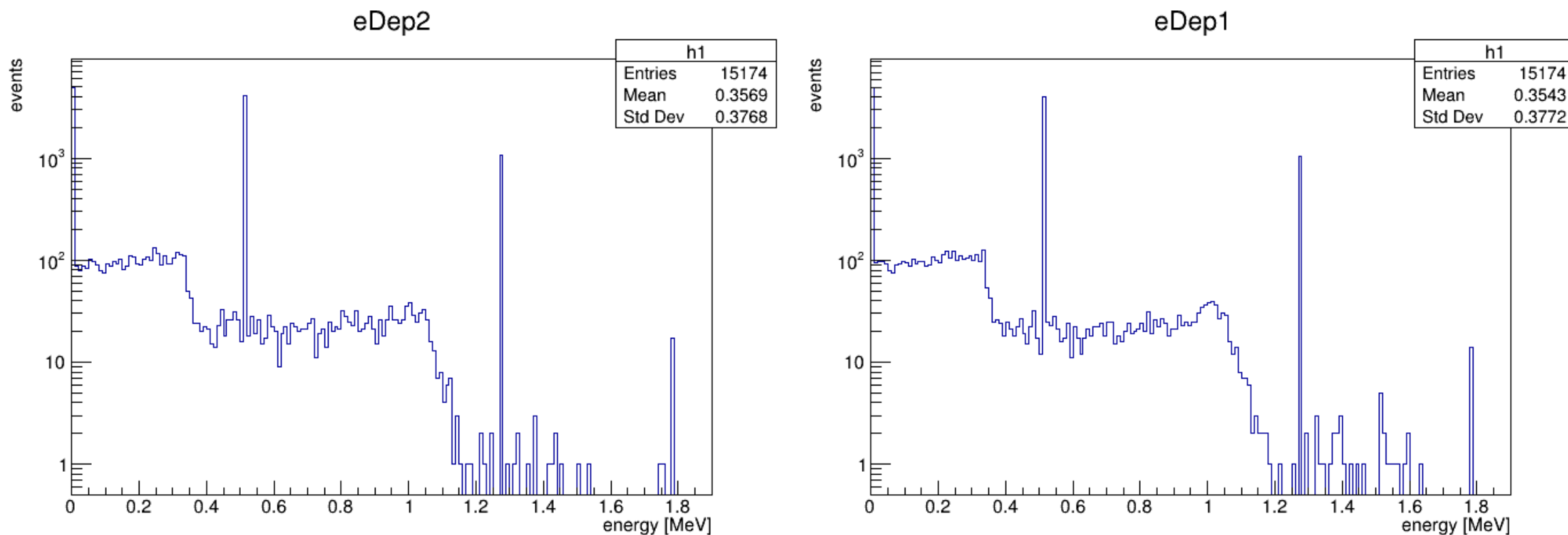


シミュレーション結果： ^{137}Cs



ComptonEdge及び662keVの光電ピークが確認できる

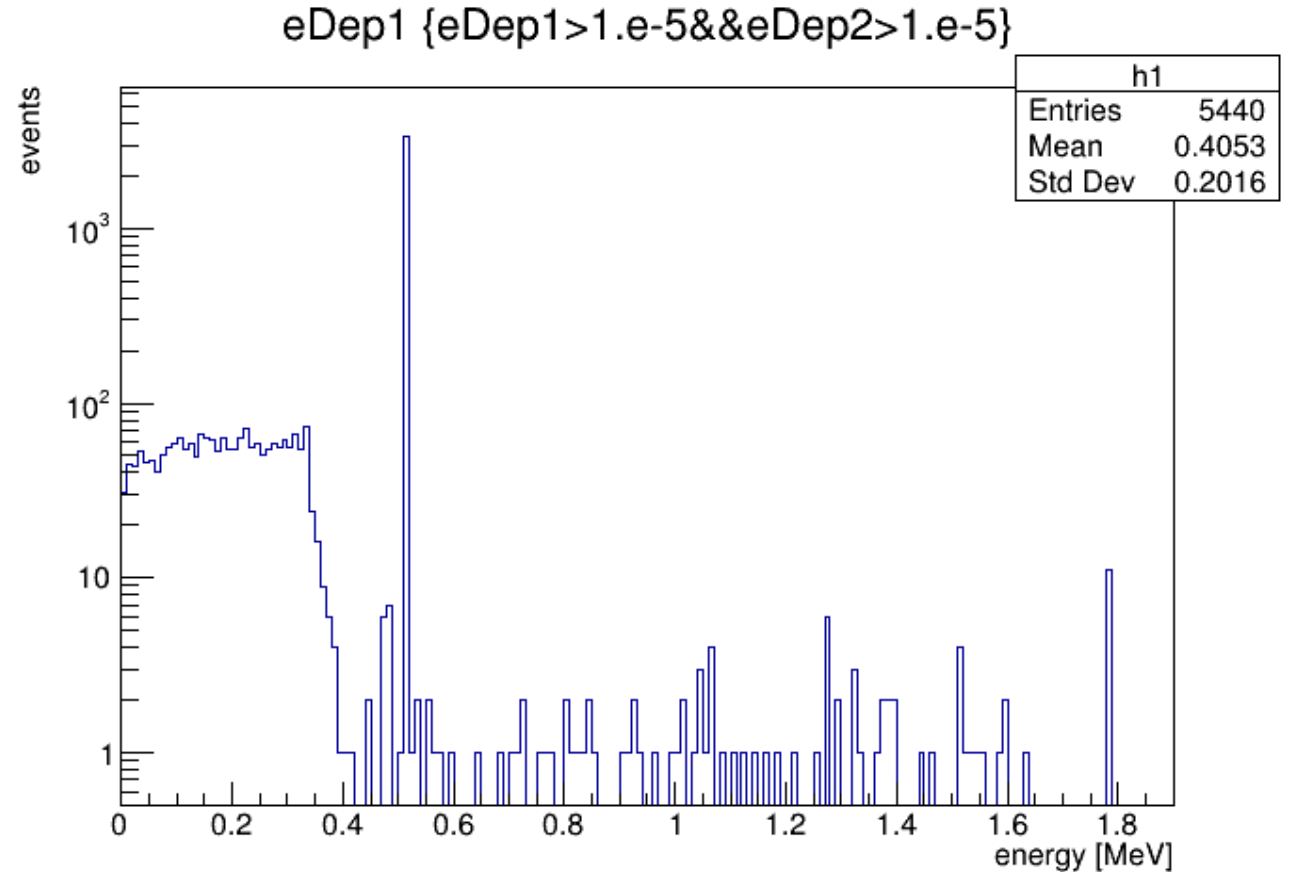
シミュレーション結果： ^{22}Na



2つのCompton Edgeが見えているほか、511keVと1275keVの光電ピークの重ね合わさったピークが見えている

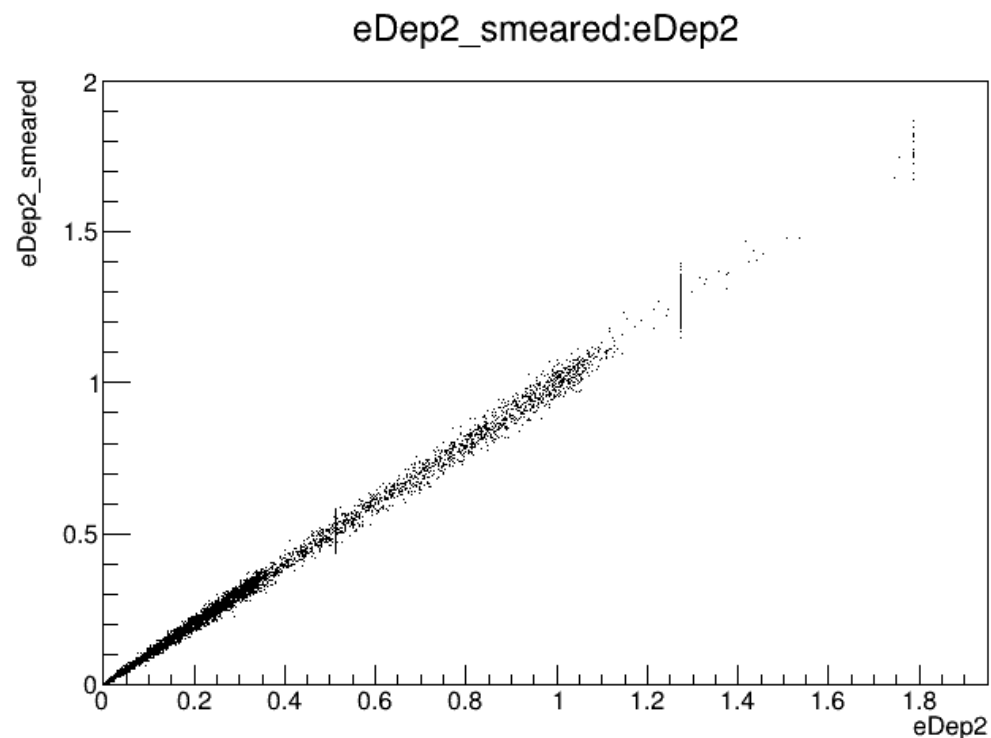
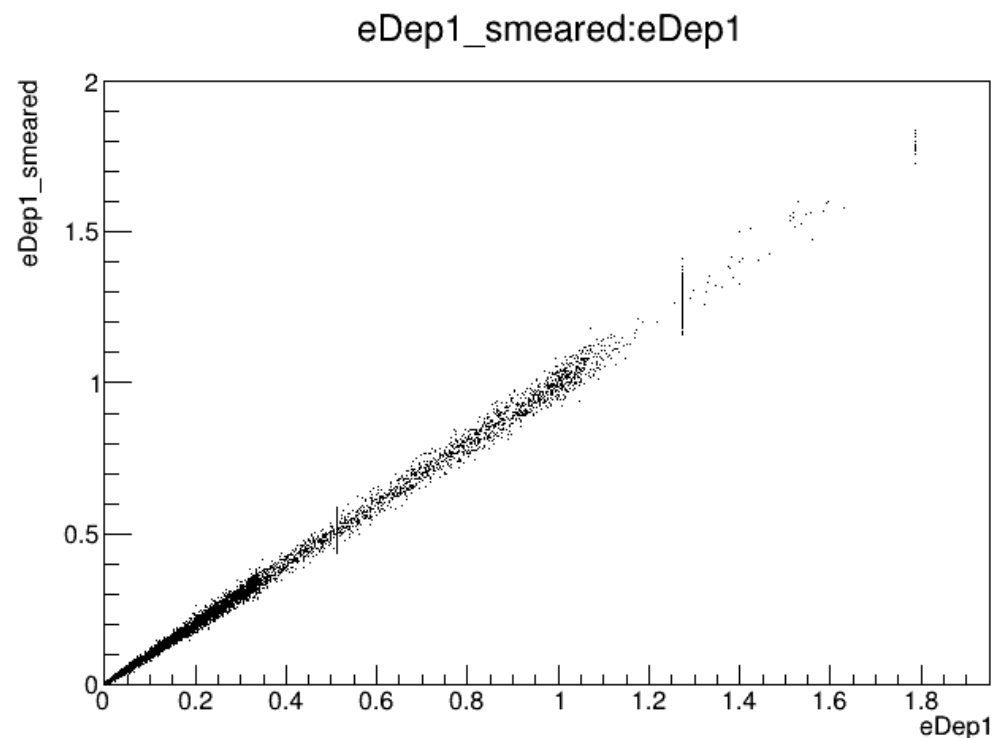
Coincidenceをとる(Na)

- Coincidenceをとることで、Compton edgeがよりはっきりと見える。
- 1.275MeVのピーク及びその下のCompton効果の部分が大きく減少している

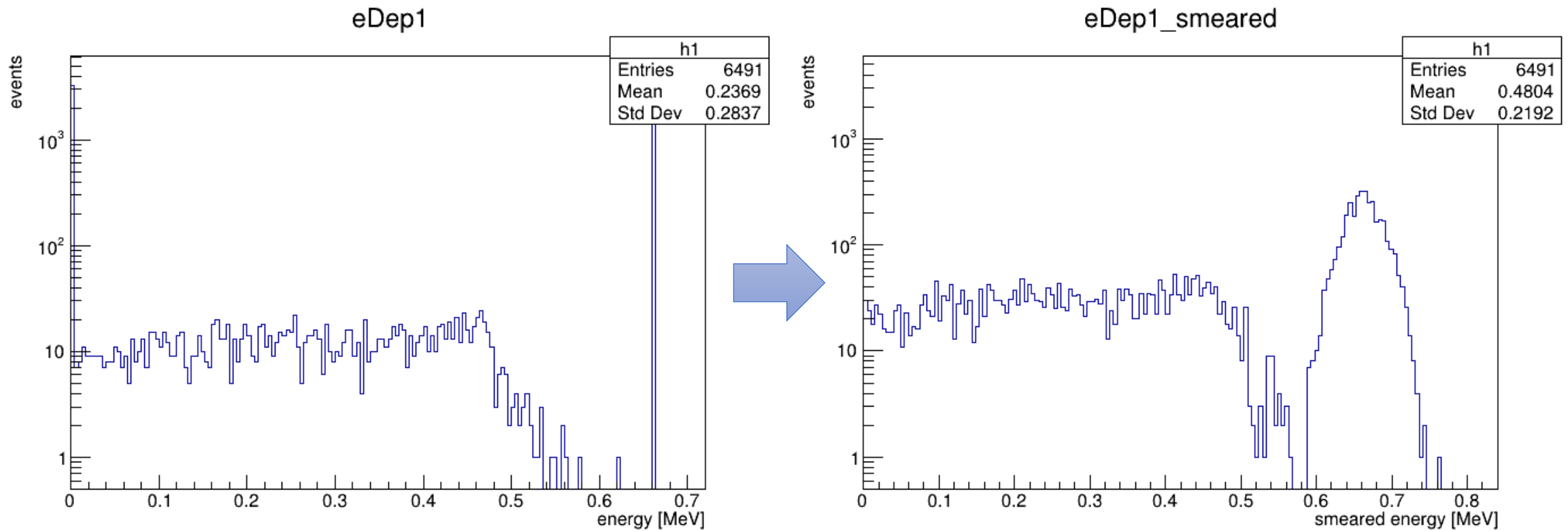


Smearingをかける

- 実際のデータは統計的なふらつきをもつ
→ 実験で得られたエネルギーごとの分散を用いて、シミュレーションのデータにガウス分布を持たせる

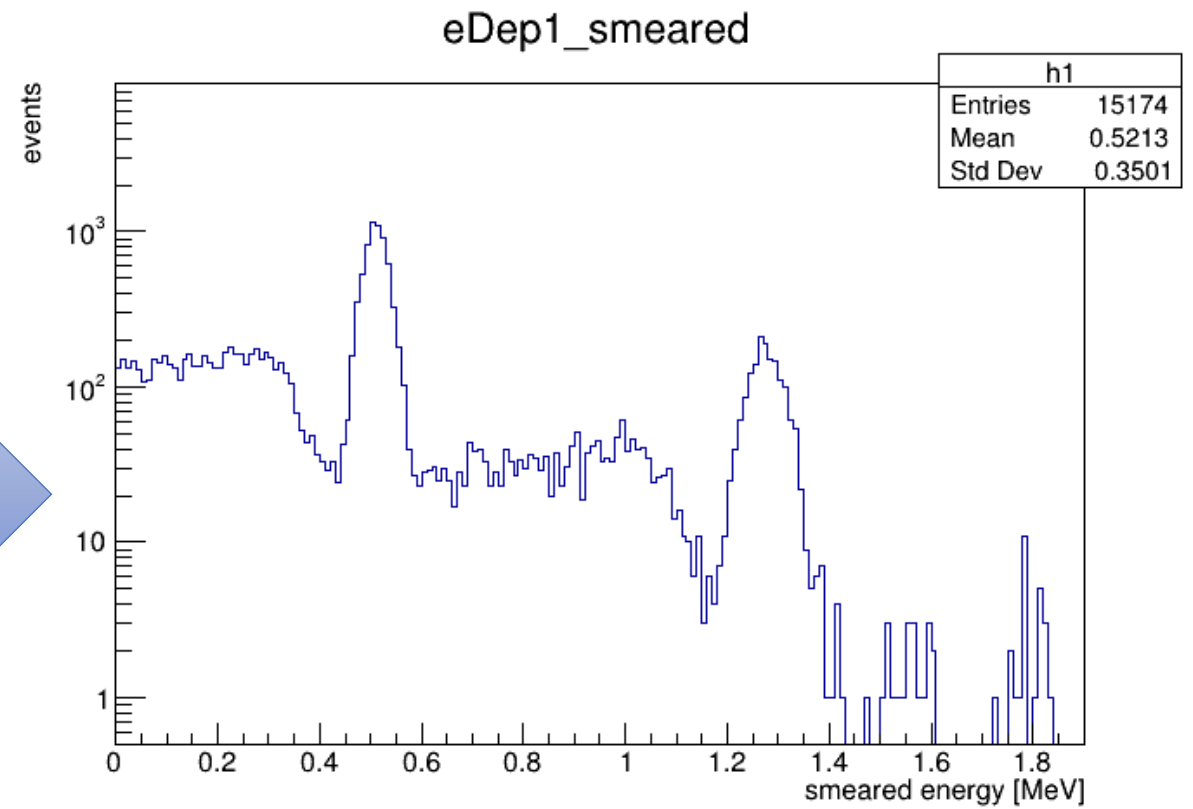
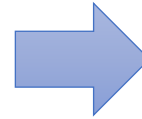
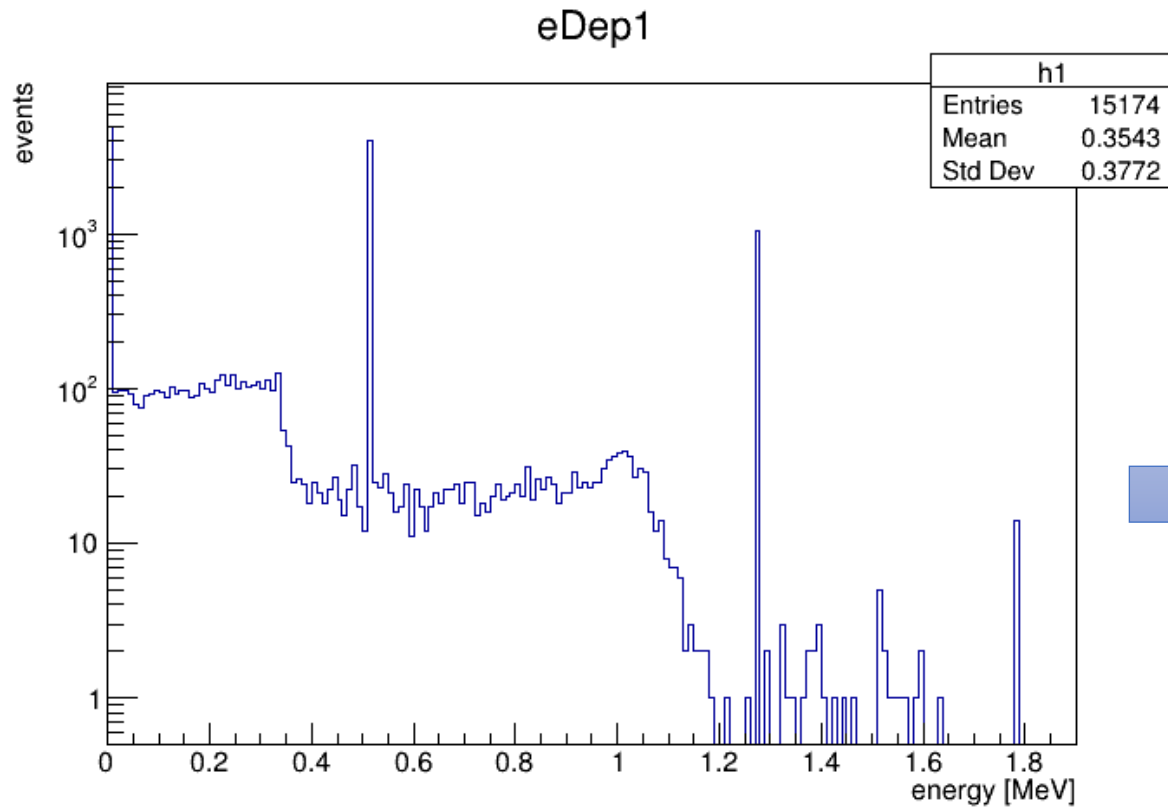


Smearing : Cs

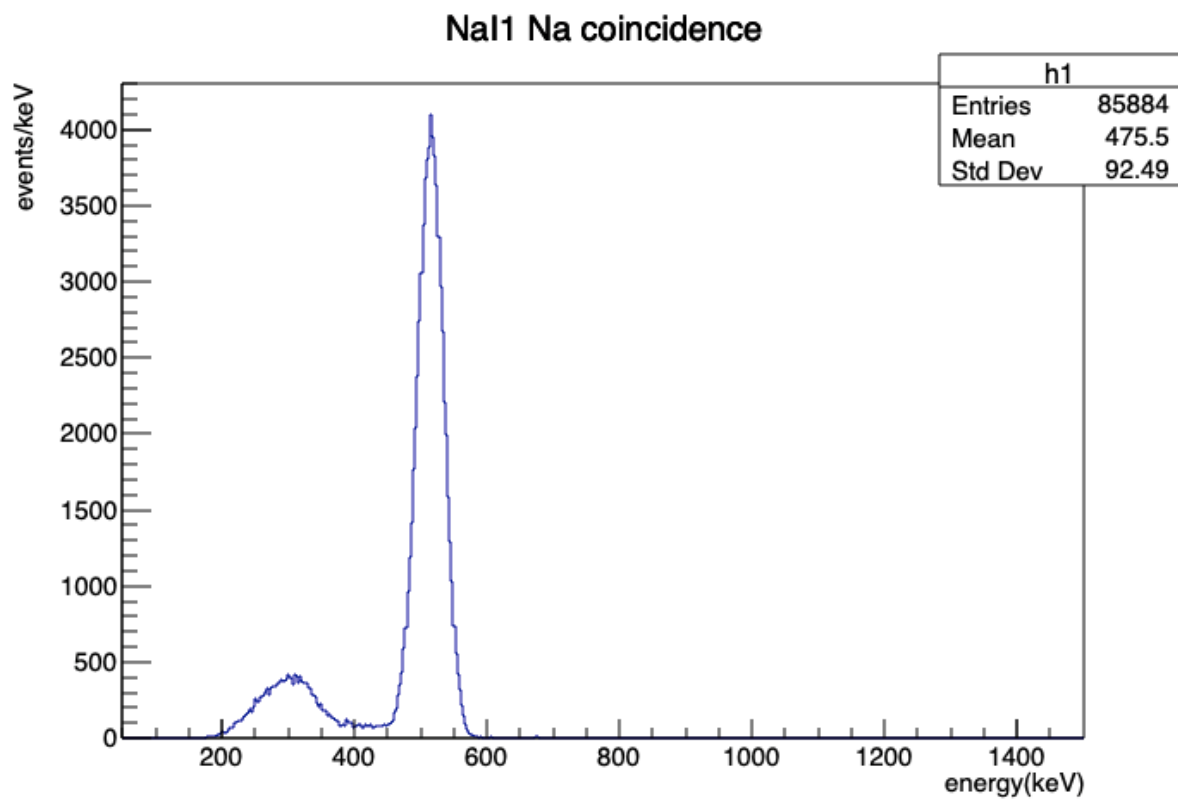


ピークの広がり及び0付近ではイベント数の増加がみられる

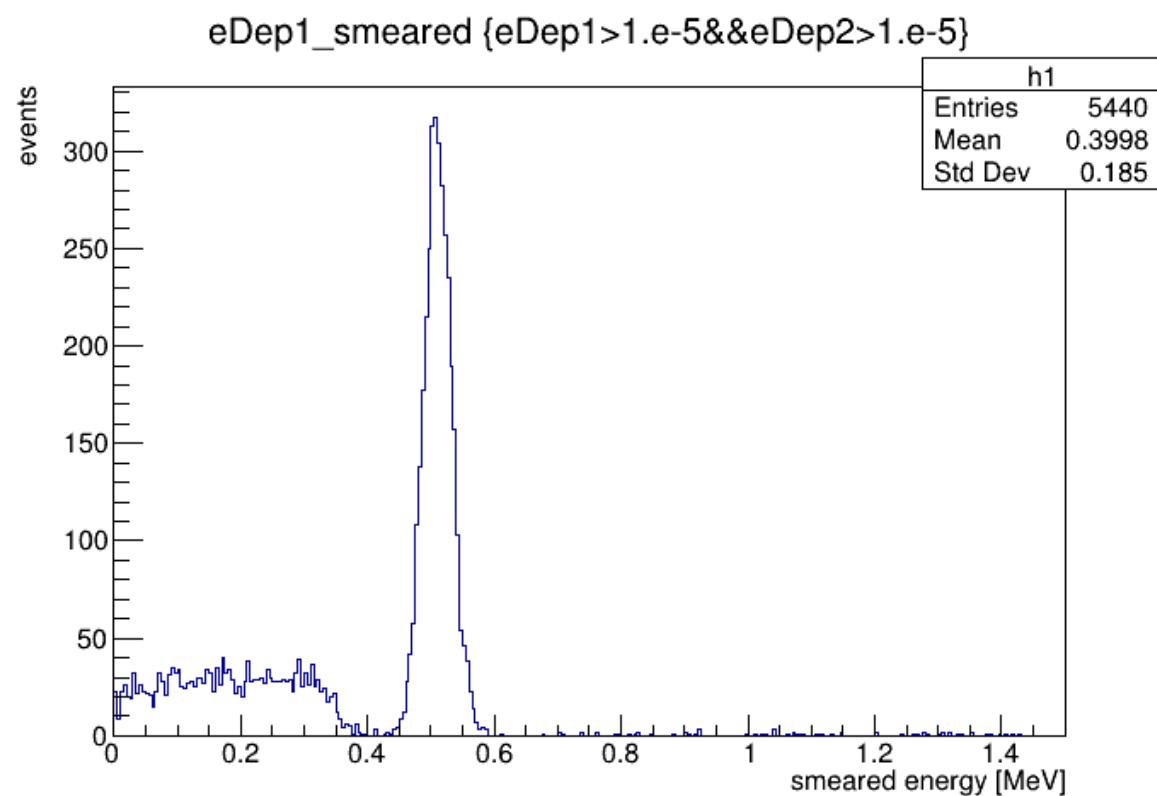
Smearing : Na



Smearingしたデータと実験の比較：Coincidence



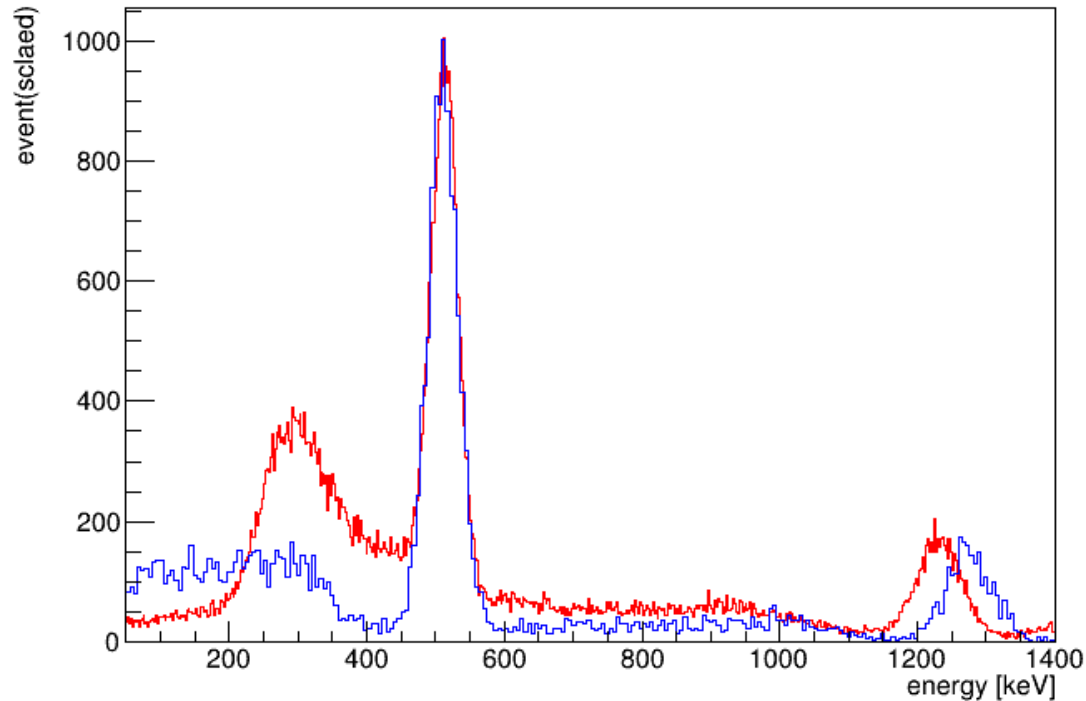
シミュレーション



実験データ

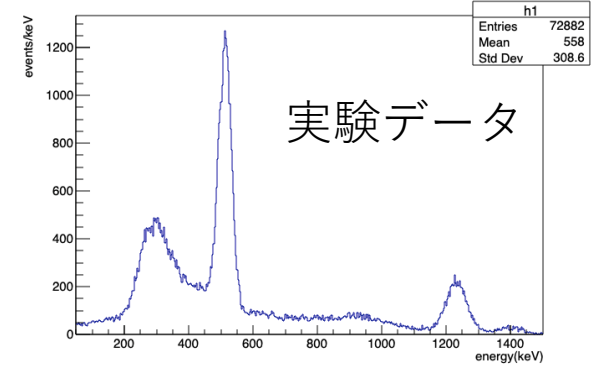
Smearingしたデータと実験の比較

Na charge1 and eDep1_smeared



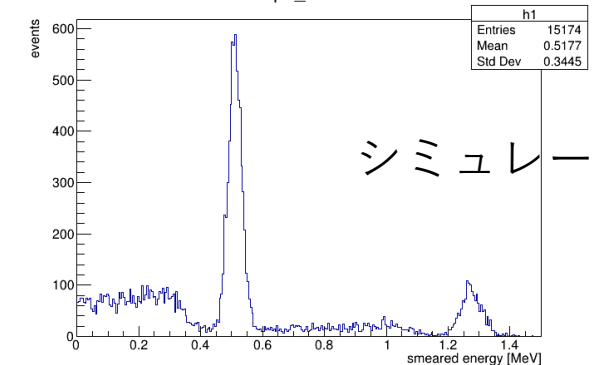
—実験データ(Na1)
—シミュレーション
(smeared)
(511keVで高さを規格化)

Na1 Na



実験データ

eDep1_smeared

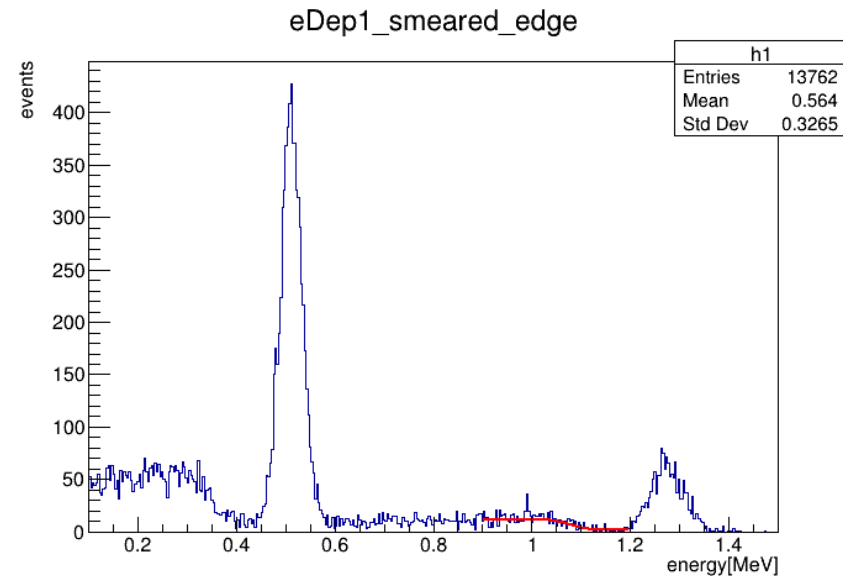
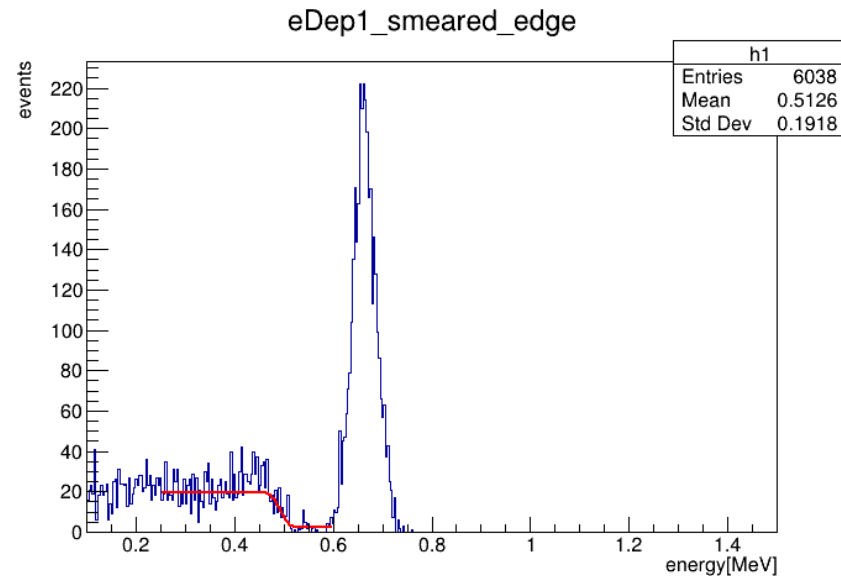
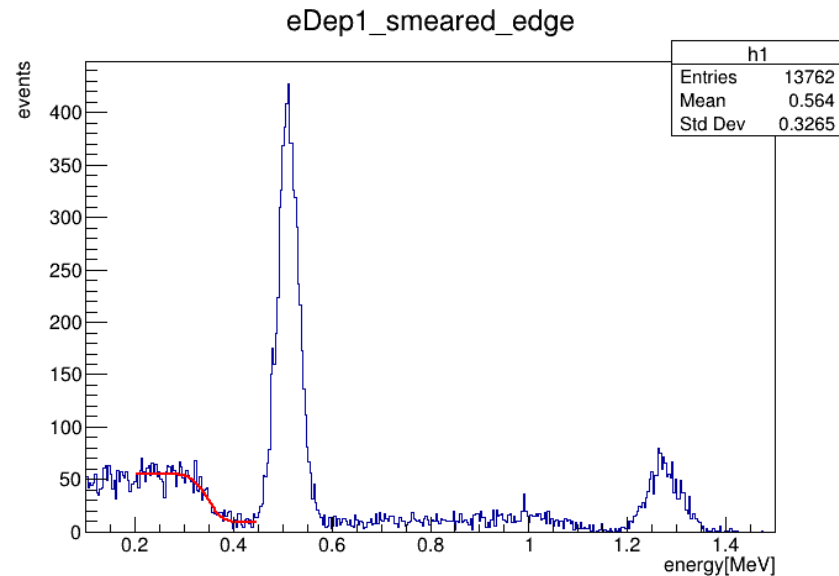


シミュレーション

- Thresholdの実験で検知していない低エネルギーのイベントが観測されている
- 1400あたりのピークがNaに由来しない、設置環境に依存するものとわかる。
- 2つのコンプトン散乱の、光電ピークと比べた割合がどちらも実験より少ない。
- 1275keVの光電ピークにずれが生じている。

Compton edge[keV]

光電ピーク	Simulation(smearingなし)	Simulation(Smearingあり)	実験
511keV	344.0 (± 1.9)	349.8 (± 2.4)	343.6 (± 2.1)
662keV	477.6 (± 1.1)	492.0 (± 2.8)	460.5 (± 3.6)
1275keV	1064.2 (± 2.6)	1079.2 (± 5.8)	1040.6 (± 3.2)



まとめ

- Compton Scatteringの測定をし、ADC値から光電ピークを用いてエネルギーにCalibrationを行った。
- 階段関数を仮定してCompton edgeを求め、それを用いて電子質量として $538(\pm 25)\text{keV}$ を得た。
- Geant4でシミュレーションを行い、環境に依存するピークなど実験との差異を比較した。