

Techniques for Nuclear and Particle Physics

Experiments 2.5

田舎 和也

2020年5月29日

2

2.5 多重クーロン散乱

原子中の電子との非弾性衝突に加えて、荷電粒子が物質中を通過するとき、原子核からの弾性クーロン散乱を繰り返すが、その確率はやや低い。スピン効果や、電子による原子核の遮蔽効果を無視すれば、個々の衝突はよく知られているようにラザフォード散乱の公式で書くことが出来る。ラザフォード散乱の公式は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = z_2^2 z_1^2 r_e^2 \left(\frac{m_e c}{\beta p} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4(\frac{\theta}{2})} \quad (2.86)$$

で与えられる。 $1/4\sin^4(\theta/2)$ 依存性から、これらの衝突の大部分は、粒子の小角度散乱を引き起こす。ここでは、原子核は入射粒子よりもはるかに質量が大きいことから原子核へのエネルギー移動は無視できる程度であると仮定する。このようにして、粒子は図 2.14 のようにランダムにジグザグな道をたどることになる。しかし、これらの小角度散乱の累積効果は、元の粒子の方向からの一つの散乱とみなすことが出来る。

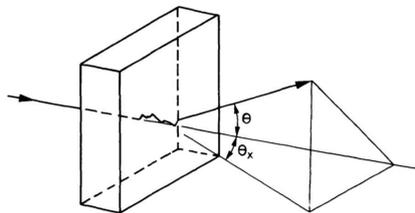


Fig. 2.14. Multiple scattering of a charged particle. The scale and angles are greatly exaggerated

一般に、物質中のクーロン散乱は次の三つの場合に分けることが出来る。

1) 単一散乱。吸収体が非常に薄く、複数のクーロン散乱が起こる確率が小さい場合、角度分布は(2.86)のラザフォード散乱の式で与えられる。

2) 複数の散乱。平均散乱数が20よりも小さい場合は、単純なラザフォードの散乱公式も統計的手法も単純に適用することが出来ないため最も扱いにくい。カイルによって与えられた。本書では扱わない。

3) 平均散乱数が20を越える場合でエネルギー損失が小さく無視できる程度であれば、問題を統計的に扱うことが出来、厚さの関数として、散乱角の確率分布を得ることが出来る。これは最も一般的なケースであり、このセクションの残りの部分で説明する。

一般には多重散乱の厳密な計算は非常に複雑で、異なるレベルの洗練されたいくつかの定式化や公式が存在する。最もよく使われているのはモリエールによる小角近似とスナイダー、スコットによる小角近似である。これらの定式化は基本的に等価であり、遅い電子 ($\beta < 0.05$) と非常に重い元素の電子を除く、 $\theta \simeq 30^\circ$ までの全ての粒子に適応することが出来る。

モリエールは極角分布を以下の級数で表現した。

$$P(\theta)d\Omega = \eta d\eta \left(2\exp(-\eta^2) + \frac{F_1(\eta)}{B} + \frac{F_2(\eta)}{B^2} + \dots \right) \quad (2.87)$$

ここで、 $\eta = \theta/(\theta_1\sqrt{B})$ で、 $\theta_1 = 0.3965(zQ/\rho\beta)\sqrt{(\rho\delta x/A)}$ であり、パラメータ B は以下の式で定義される。

$$g(B) = \ln B - B + \ln \gamma - 0.154 = 0$$

ここで、 $\gamma = 8.831 \times 10^3(qz^2\rho\delta x/\beta^2 A \Delta)$ で $\Delta = 1.13 + 3.76(Zz/137\beta)$ である。

γ が与えられたとき B はニュートン法を用いることで数値的に求めることが出来る。更に、 $F_k(\eta)$ は、

$$F_k(\eta) = \frac{1}{k!} \int J_0(\eta y) \exp\left(\frac{-y^2}{4}\right) \left[\frac{y^2}{4} \ln\left(\frac{y^2}{4}\right)\right]^k y dy$$

で与えられる。ここで、 J_0 はベッセル関数である。

更に、各変数は、

Z :原子番号

A :質量数

δx :標的の厚さ

ρ :標的の密度

p :入射粒子の運動量

β : v/c (入射粒子)

z :粒子の電荷 (e を単位にして)

Table 2.4. Values of F_1 and F_2 for the Moliere distribution (from [2.21])

η	$F_1(\eta)$	$F_2(\eta)$	η	$F_1(\eta)$	$F_2(\eta)$
0.0	0.8456	2.49	2.2	0.106	0.02
0.2	0.700	2.07	2.4	0.101	-0.046
0.4	0.343	1.05	2.6	0.082	-0.064
0.6	-0.073	-0.003	2.8	0.062	-0.055
0.8	-0.396	-0.606	3.0	0.045	-0.036
1.0	-0.528	-0.636	3.2	0.033	-0.019
1.2	-0.477	-0.305	3.5	0.0206	0.0052
1.4	-0.318	0.052	4.0	0.0105	0.0011
1.6	-0.147	0.243	5.0	0.00382	0.000836
1.8	0.000	0.238	6.0	0.00174	0.000345
2.0	0.080	0.131	7.0	0.00091	0.000157

$$Q = \begin{cases} \sqrt{Z(Z+1)} & \text{for electron and positron} \\ Z & \text{for other particle} \end{cases}$$

$$q = \begin{cases} (Z+1)Z^{1/3} & \text{for electron and positron} \\ Z^{4/3} & \text{for other particle} \end{cases}$$

である。

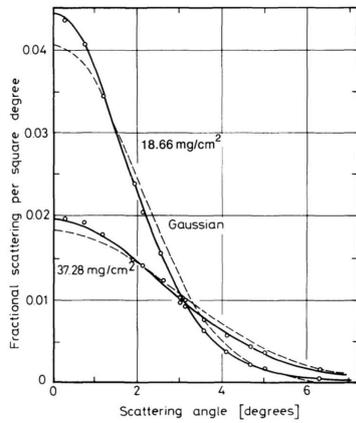


Fig. 2.15. Angular distribution of 15.7 MeV electrons scattered from a thin Au foil (from *Hanson et al.* [2.23]). The experimental values are compared with the Gaussian approximation to multiple scattering

殆どの計算では最初の3項で充分である。図 2.15 に薄い金箔を通過する 15MeV 電子の空間角度分布を示す。小さな角度では、この空間角度分布はガウス分布に従うが角度が大きくなるにつれて、補正項が現れて、長い尾を引く。角度の大きいところへの散乱は小さな角の多重散乱の累積ではなく一回の大きな角度のクーロン散乱と考えることができる。よって大きな角の分布はラザフォード散乱で近似できる。中くらいの角における散乱は複数の散乱による。これはモリエールが小角分布の補正項として与えた。