

2.4.5 Radiation Length

物質の放射長として知られている量は今まで見てきた量より遥かによく使われている。このパラメータは、電子のエネルギーが放射損失のみによってファクター $1/e$ に減った時の距離として定義されている。実際、(2.74)

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} = NE_0\Phi_{\text{rad}}$$

$$\Phi_{\text{rad}} = \frac{1}{E_0} \int h\nu \frac{d}{d\nu}(E_0, \nu) d\nu$$

から、微分方程式

$$-dE/E = N\Phi_{\text{rad}}dx \quad (2.79)$$

を得る。衝突による損失が放射の損失に比べて無視できるような高いエネルギー極限を考えると、 $E_0 \gg 137m_e c^2 Z^{-1/3}$ のときは (2.76)

$$\Phi_{\text{rad}} = 4Z^2 r_e^2 \alpha \left[\ln(183Z^{-1/3}) + \frac{1}{18} - f(Z) \right]$$

の Φ_{rad} は E によらないので、

$$E = E_0 \exp\left(\frac{-x}{L_{\text{rad}}}\right) \quad (2.80)$$

となり、ここでの x は通過した距離で、 $L_{\text{rad}} = 1/N\Phi_{\text{rad}}$ は放射長である。(2.76) を用いると、

$$\frac{1}{L_{\text{rad}}} \simeq \left[4Z(Z+1) \frac{\rho N_a}{A} \right] r_e^2 \alpha [\ln(183Z^{-1/3}) - f(Z)] \quad (2.81)$$

と導ける。ここでは電子-電子の制動放射からの寄与をいれ ($Z^2 \rightarrow Z(Z+1)$ の置き換え)、小さな定数項を無視した。 L_{rad} のいくつかの値を表 2.3 に与えた。

表 2.3 様々な吸収材の放射長

Material	[gm/cm ²]	[cm]
Air	36.20	30050
H ₂ O	36.08	36.1
NaI	9.49	2.59
Polystyrene	43.80	42.9
Pb	6.37	0.56
Cu	12.86	1.43
Al	24.01	8.9
Fe	13.84	1.76
BGO	7.98	1.12
BaF ₂	9.91	2.05
Scint.	43.8	42.4

大まかな計算として便利な近似 [2.15] は、

$$L_{\text{rad}} = \frac{716.4 \text{ g/cm}^2 A}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})} \quad (2.82)$$

によって与えられ、ここでの Z と A はそれぞれ物質の原子番号と原子量である。この値はヘリウムを除いて 2.5% の精度で得られ、ヘリウムは 5% ととても低い精度になる。

放射長は、物質の厚さをこれらのユニットで測定したときに役に立つ。明らかなことだが、もし x が L_{rad} のユニットを超過したら、(2.74) は

$$-(dE/dt) \simeq E_0 \quad (2.83)$$

となる。ここでの t は放射長の距離である。したがって、放射長についての放射エネルギーの損失はおおよそ物質の種類によらない。

化合物や混合物に対し、放射長はブラッグの法則を応用することによって計算できるときがある。物質の厚さのユニットを L_{rad} と表現すると、

$$\frac{1}{L_{\text{rad}}} = w_1 \left(\frac{1}{L_{\text{rad}}} \right)_1 + w_2 \left(\frac{1}{L_{\text{rad}}} \right)_2 + \dots \quad (2.84)$$

が得られ、ここでの w_1, w_2, \dots は (2.39) で定義されているように混合物中での各電子の重量分率である。(2.38), (2.39) は以下の通り。

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \frac{w_1}{\rho_1} \left(\frac{dE}{dx} \right)_1 + \frac{w_2}{\rho_2} \left(\frac{dE}{dx} \right)_2 + \dots$$

$$w_i = \frac{a_i A_i}{A_m}$$

2.4.6 Range of electron

電子は原子核によってかなり多重散乱するので、電子の飛程は dE/dx の積分から計算して得られた経路の長さとは一般的にかなり異なる。エネルギーと物質によって 20 - 400% にもその差がおよぶことがしばしばある。加えて、電子によるエネルギー損失は重い粒子と比べて遥かに変動する。なぜなら、電子では 1 回の衝突で移動するエネルギーがかなり大きくなりうることもあり、また電子は制動放射を排出するからである。両方の場合において、数回の電子-電子の単一衝突 (あるいは光子を出すような原子核と衝突) が電子のエネルギーの大部分を吸収できてしまう。なので、飛程はかなり幅を持つ。図 2.11 には実際に観測した飛程曲線を示したものであり、ここからも確認される。

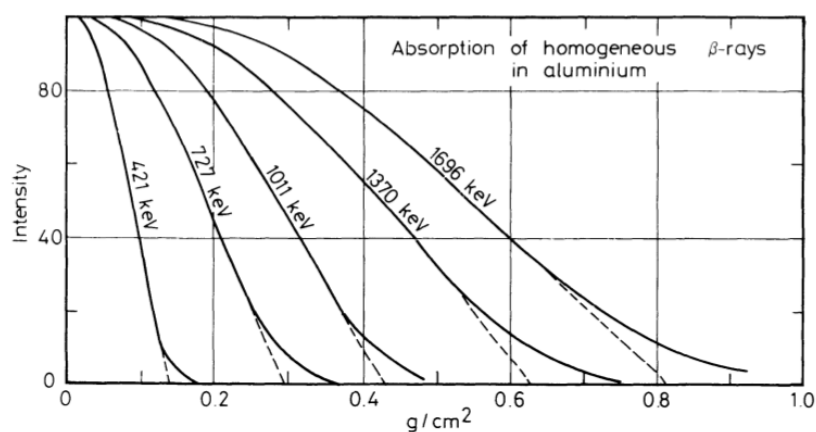


図 2.11 電子の飛程曲線

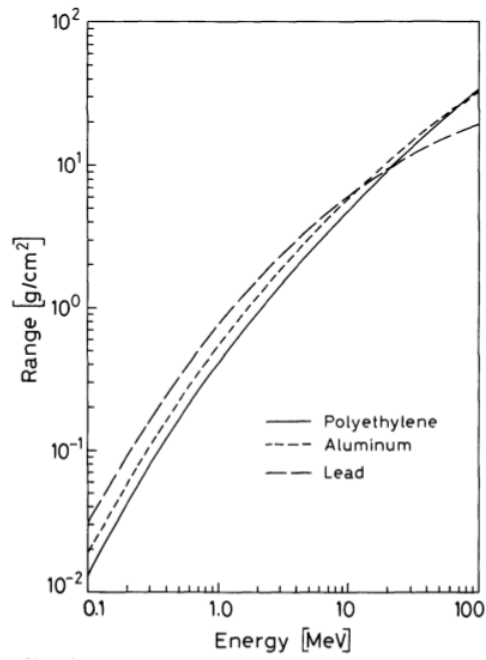


図 2.12 連続的な減速の近似として計算した物質での電子の飛程曲線

重い粒子に関しては、経験的な飛程とエネルギーの関係の数字がまとめられている。図 2.12 では連続的な減速過程を想定して計算された様々な物質の電子に対する典型的な飛程とエネルギーの曲線が描かれている。

2.4.7 The Absorption of β Electrons

β -崩壊した電子の吸収は、そのエネルギースペクトルが連続であるために、指数の形によってよく近似される振る舞いを示す。これは図 2.13 に描かれており、片対数のスケールで描かれた様々な吸収材に対するカウント数と距離の曲線が示されている。

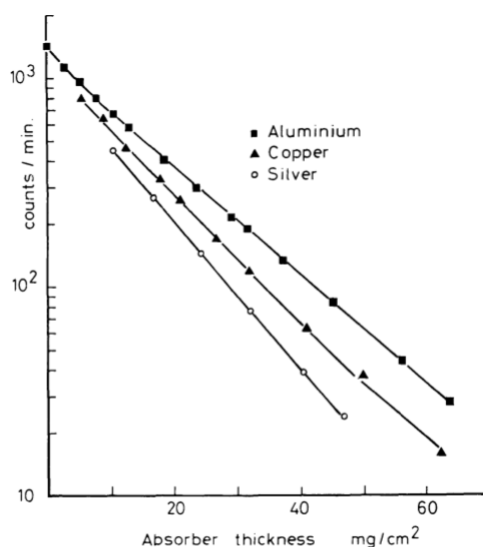


図 2.13 ^{185}W から β 崩壊した電子の吸収曲線

見ての通り、曲線はほぼ直線であるので、

$$I = I_0 \exp(-\mu x) \quad (2.85)$$

で簡単にフィットできる。この定数 μ は β 線の吸収係数として知られており、 β -崩壊の終端エネルギーと直接関係している。実際、この振る舞いから β 線の終端エネルギーと薄い箔の厚さを測定することは簡単で、主に使われている。しかし、重要なことだが、対数の吸収は β -崩壊の一般的な性質ではない。実際この振る舞いは単純で許容された崩壊の場合のみ保持されるのであって、より複雑な禁止された崩壊の場合は β 線のスペクトルの形が異なっており、違う振る舞いとなる。