

11

ニュートリノ振動

最近の実験結果によると、ニュートリノは（たとえば、 $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ のように）あるフレーバーから別のフレーバーに転換できる。これが意味するところは、ニュートリノはゼロではない質量をもち、レプトン数（電子、ミュー粒子、タウについて）はフレーバーごとに保存しない。ニュートリノ振動が太陽ニュートリノ問題を解決し、標準模型にわずかな変更を要求する。この章の議論のほとんどは、それだけで話が閉じているので、2章の直後にここを読んでも構わない。

11.1 太陽ニュートリノ問題

19世紀半ばにレイリー卿が太陽の年齢を計算したときにまで話はさかのぼる [1]。彼は（当時の誰もがそうであったように）太陽エネルギーの源は重力だと仮定した。無限遠から物が集まって蓄積されたエネルギーが放射というかたちで長い時間をかけて解放されていると考えた。知られていた太陽の放射のレート（彼はそれを定数とした）に基づいて、レイリーは太陽の年齢の考え得る最大値が、地質学者によって見積もられていた地球の年齢よりもはるかに短く、さらにいうと、ダーウィンの進化論に必要な年月よりも短いことを示した。確固たる宗教的バックグラウンドをもち、ダーウィンの進化論に反対していたレイリーはこの結果を喜んだが、困惑したダーウィンは彼の本のその後の版から進化に関する見積もりを削除した。

1896年にベクレルが放射能を発見した。その後の研究で彼とキュリーらはラジウムのような放射性物質が驚くべき量の熱を出すことに気づいた。これが意味するところは、重力ではなく核分裂が太陽のエネルギーの源かもしれず、太陽がはるかに長い寿命をもっているにもかかわらずということだった。唯一の問題は、太陽にはいかなる放射性物質もなさそうで、ほとんどが水素からできているということだった（加えてわずかに軽元素はあったが、ウランやラジウムは間違いなくなかった）。

1920年までに、アストンは念入りの原子質量の一連の測定を終え、エディントン は1個のヘリウム4原子よりも、4個の水素原子の方が少しだけ重いことに気づいた。

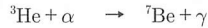
ステップ1：二つの陽子から一つの重水素を生成



ステップ2：重水素と陽子から ${}^3\text{He}$ を生成



ステップ3： ${}^3\text{He}$ からアルファ粒子が ${}^7\text{Be}$ を生成



ステップ4：ベリリウムからアルファ粒子を生成

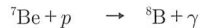
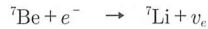


図 11.1 pp チェーン。太陽の中で陽子からどのようにアルファ粒子が生成されるかを示す

これは、(アインシュタインの $E = mc^2$ の観点から) 4 個の水素が融合している方がエネルギー的には得をしていて、かなりのエネルギーを解放できることを意味していた。エディントンはこの過程(核融合)が太陽のエネルギーとなっていることを提案し、基本的に彼は正しかった。もちろん、エディントンは、水素を結合させる仕組みが何であるかは知らなかった。これに答えるには、1930 年代の核物理学の発展を待たなければならなかった。とりわけ、チャドウィックによる中性子の発見とパウリによるニュートリノの導入が重要だった。

1938 年にハンス・ベータが詳細を研究したところ、非常に複雑だということがわかった。重い星のおもな燃焼メカニズムは CNO (炭素・窒素・酸素) サイクルで、わずかな量のこれら三つの元素を「触媒」として核融合が起きている。しかし、太陽(と比較的軽い星)では、おもな反応過程はいわゆる「pp チェーン」である(図 11.1)。まず陽子(水素の原子核)の対が結合して、重水素と陽電子とニュートリノをつくる(重水素は陽子と中性子なので、ここで本当に起こっているのは、陽子が中性子と陽電子とニュートリノに変換しているということ、すなわち中性子の逆ベータ崩壊だ)。あるいは、放出された陽電子を入射電子に置き換えてもよい。どちらにせよ、(いくつかのニュートリノを伴って)陽子から重水素が生成される。重水素はすぐに別の陽子と

結合してヘリウム 3 原子核 (2 個の陽子と 1 個の中性子) をつくり、光子というかたちでエネルギーを解放する。ヘリウム 3 には三つの選択肢がある。束縛のゆるい他の陽子と結合してヘリウム 4 の原子核 (2 個の陽子と 2 個の中性子) であるアルファ粒子をつくることができる。ここでもまた、陽子は (陽電子とニュートリノを放出して) 中性子に変わる。あるいは、2 個のヘリウム 3 が結合して 1 個のアルファ粒子と 2 個の陽子になることもできる。あるいは、ヘリウム 3 が (これよりも前の反応で生成された) アルファ粒子と結合して光子の放出とともにベリリウム 7 を生成してもよい。最後に、ベリリウムは電子を吸収してリチウムになり、そのリチウムが陽子と結合して 2 個のアルファ粒子を生成するか、陽子を吸収してホウ素を生成し、そのホウ素がベリリウム 8 の励起状態になりそこから 2 個のアルファ粒子を生成する。

詳細は大して重要ではない。重要な点は、いつも水素 (陽子) から始まって、最後はアルファ粒子 (ヘリウム 4 の原子核) で終わることだ。これは、まさしくエディントンの反応だ。加えて、いくつかの電子、陽電子、光子、そしてニュートリノも放出される。しかし、この複雑な話は本当なのだろうか。太陽内部で起こっていることをどのように知ることができるのだろうか。光子は太陽の中心から表面に出てくるまでに何千年もかかるので、われわれが地球から見ている光では太陽内部のことはほとんどわからない。しかし、ニュートリノは相互作用が非常に弱いので、太陽の中を通り抜ける際に散乱をしないで出てくると考えてよい。よって、ニュートリノは太陽内部の研究をするための完璧なプローブとなる。

pp チェーンでは、ニュートリノを生成する 5 種類の反応があり、そのそれぞれが図 11.2 に示されているように、特徴的なエネルギースペクトルをもつ。圧倒的に一番多いのは、最初の反応 $p + p \rightarrow d + e + \nu_e$ から来るものだ。運の悪いことに、この反応から出てくるニュートリノのエネルギーは相対的に低くて、たいていの検出器ではこの領域をうまく観測できない。そのために、ホウ素 8 反応のニュートリノは数が多いとはまったくいえないが、たいていの実験家は実際にはこのニュートリノを使っている。

太陽からやって来るニュートリノは確かにたくさんある。太陽ニュートリノの量の計算のほとんどをやっているジョン・バーコールが好んでいうように、親指を毎秒 1000 億個のニュートリノが通り抜けている。しかしそれらは相互作用があまりに弱いので、体内で起きるニュートリノ反応を見つけようとしても、一生の間にせいぜい 1 回か 2 回だ。1968 年に、レイ・デービスたちはサウスダコタのホームステイク鉱山に設置した (宇宙線バックグラウンドを取り除くために地下深くで実験しないとしない) 巨大

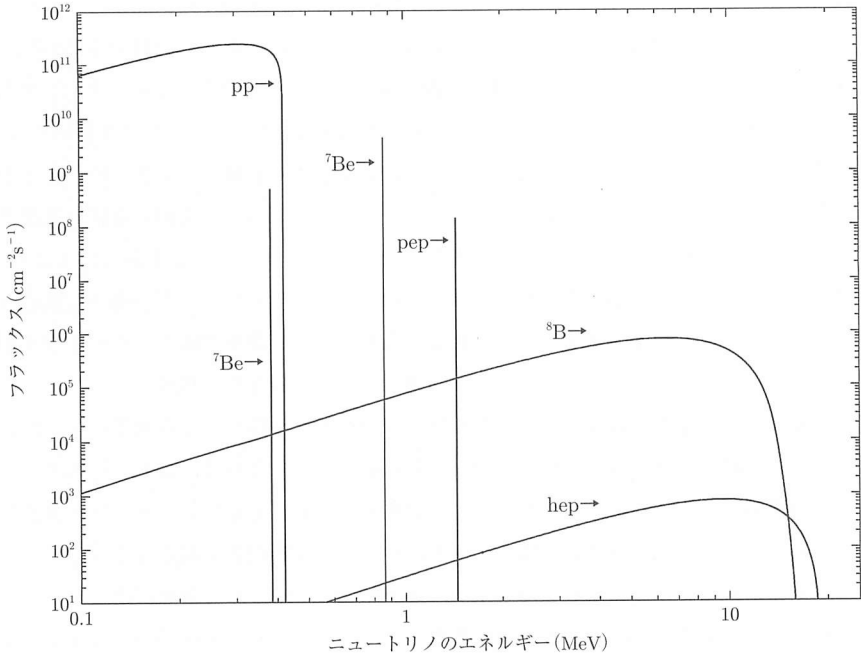


図 11.2 太陽ニュートリノのエネルギースペクトルの計算値 (出典: J.N. Bahcall, A.M. Serenelli, and S. Basu: *Astrophysical Journal*, **621**, L85 (2005))

な塩素 (実際には、消毒液) タンクを使って、太陽ニュートリノを初めて観測したことを報告した [2]. 塩素は $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e$ (本質的にはこれも $\nu_e + n \rightarrow p + e$) という反応によってニュートリノを吸収してアルゴンになる. デービスの実験では数か月間アルゴン原子を集め (だいたい 2 日に原子 1 個の割合で生成された), それによって 2002 年にとうとうノーベル賞を受賞した. 集めた総量はパーコールの予測値の約 1/3 だった [3]. これにより, 有名な「太陽ニュートリノ問題」が生まれた.

11.2 振動

当時は, たいていの人が実験は間違っていると思っていた. 結局のところ, デービスは 615 トンのテトラクロロエチレンの入ったタンクの中から全部で 33 個のアルゴンが出てきたと主張した. いくつかのアルゴンを逃してしまったと想像してしまいがちだ. 理論の側では, パーコールの計算は太陽内部のいわゆる標準太陽模型に強く依

存していた。しかし徐々に、とりわけ、別の検出方法を使った他の実験が欠損を確認したことで、学界は太陽ニュートリノ問題を真剣に受け止め始めた。

1968年にブルーノ・ポンテコルボが太陽ニュートリノ問題に対する美しく、かつ単純な説明を提案した。それは、太陽で生成された電子ニュートリノが飛んでくる間に別の種類（たとえば、ミューニュートリノや反ニュートリノ）に変わってしまうというもので [4]、それに対して、デービスの実験は電子ニュートリノ以外には感度がなかった。これは、いまわれわれが「ニュートリノ振動」とよぶものだ。理論はきわめて単純だ。基本的に複合状態の量子力学で、ほとんど古典理論における結合振動 [5] と同じだ。たとえば、 ν_e と ν_μ という 2 種類のニュートリノの場合を考えてみよう。一方がもう一方に自発的に変換できるとしたら、そのどちらもがハミルトニアン固有状態ではないことを意味している。この系の真の安定な状態は、あきらかに、いくつかの直交する成分の線形結合だ

$$\nu_1 = \cos \theta \nu_\mu - \sin \theta \nu_e, \quad \nu_2 = \sin \theta \nu_\mu + \cos \theta \nu_e \quad (11.1)$$

(係数を正弦と余弦で書くのは、たんに規格化をするうまい方法だからだ)。

シュレーディンガー方程式によると、これらの固有状態は単純な時間依存性 $e^{-iE_i t/\hbar}$ をもつ。

$$\nu_1(t) = \nu_1(0)e^{-iE_1 t/\hbar}, \quad \nu_2(t) = \nu_2(0)e^{-iE_2 t/\hbar} \quad (11.2)$$

例として、初期状態が電子ニュートリノの場合を考えよう。

$$\nu_e(0) = 1, \quad \nu_\mu(0) = 0 \quad \text{よって} \quad \nu_1(0) = -\sin \theta, \quad \nu_2(0) = \cos \theta \quad (11.3)$$

この場合、

$$\nu_1(t) = -\sin \theta e^{-iE_1 t/\hbar}, \quad \nu_2(t) = \cos \theta e^{-iE_2 t/\hbar} \quad (11.4)$$

となる。式 (11.1) を ν_μ について解くと、

$$\nu_\mu(t) = \cos \theta \nu_1(t) + \sin \theta \nu_2(t) = \sin \theta \cos \theta \left(-e^{-iE_1 t/\hbar} + e^{-iE_2 t/\hbar} \right) \quad (11.5)$$

となる。時間 t 後に電子ニュートリノがミューニュートリノに変わる確率はあきらかに

$$\begin{aligned} |\nu_\mu(t)|^2 &= (\sin \theta \cos \theta)^2 \left(e^{-iE_2 t/\hbar} - e^{-iE_1 t/\hbar} \right) \left(e^{iE_2 t/\hbar} - e^{iE_1 t/\hbar} \right) \\ &= \frac{\sin^2(2\theta)}{4} \left(1 - e^{i(E_2 - E_1)t/\hbar} - e^{-i(E_2 - E_1)t/\hbar} + 1 \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{\sin^2(2\theta)}{4} \left(2 - 2 \cos \frac{(E_2 - E_1)t}{\hbar} \right) = \frac{\sin^2(2\theta)}{4} 4 \sin^2 \left(\frac{E_2 - E_1}{2\hbar} t \right)$$

あるいは

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \left[\sin(2\theta) \sin \left(\frac{E_2 - E_1}{2\hbar} t \right) \right]^2 \quad (11.6)$$

である。

なぜそれがニュートリノ振動とよばれるのかわかるだろう。ちょうど基準振動数の間で結合振動子が行ったり来たりするように、 ν_e が ν_μ に変わり、その後また正弦波的に元に戻る。この理論の中では、電子ニュートリノとミューニュートリノ自身はきちんと定義されたエネルギー、あるいは質量をもっていない。「質量固有状態」は m_1 と m_2 をもつ ν_1 と ν_2 である*1。質量 m で高いエネルギーをもつ相対論的粒子のエネルギーと運動量は何であろうか。そう、それは $E^2 - |\mathbf{p}|^2 c^2 = m^2 c^4$ なので、

$$E^2 = |\mathbf{p}|^2 c^2 + m^2 c^4 = |\mathbf{p}|^2 c^2 \left(1 + \frac{m^2 c^2}{|\mathbf{p}|^2} \right)$$

$$E \approx |\mathbf{p}| c \left(1 + \frac{1}{2} \frac{m^2 c^2}{|\mathbf{p}|^2} \right) = |\mathbf{p}| c + \frac{m^2 c^3}{2|\mathbf{p}|}$$

である、すると、あきらかに*2

$$E_2 - E_1 \approx \frac{m_2^2 c^3 - m_1^2 c^3}{2|\mathbf{p}|} \approx \frac{(m_2^2 - m_1^2) c^4}{2E} \quad (11.7)$$

であり、よって*3

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \left\{ \sin(2\theta) \sin \left[\frac{(m_2^2 - m_1^2) c^4}{4\hbar E} t \right] \right\}^2 \quad (11.8)$$

となる。ニュートリノの飛行距離 $z \sim ct$ の関数として書くこともできる。

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \left\{ \sin(2\theta) \sin \left[\frac{(m_2^2 - m_1^2) c^3}{4\hbar E} z \right] \right\}^2 \quad (11.9)$$

とくに、距離

$$L = \frac{2\pi\hbar E}{(m_2^2 - m_1^2) c^3} \quad (11.10)$$

*1 とりわけ、(たとえば) 電子ニュートリノの「質量」について語るのは、文字通りナンセンスだ。それには質量はなく、三つの和音が(一つの)ピッチを刻んでいるにすぎない。

*2 ここでは、 E ではなく \mathbf{p} を定数にする標準的な導出に従った。カイザーがこれは「正確には正しくない」と指摘しているが[6]、「無害な過ち」だ。というのも、(はるかにすっきりと)正しい答えにたどり着ける。

*3 完全に同じ定式化を中性 K 中間子混合にも適用できる(4.4.3.1を参照)。問題11.2を参照せよ。

飛行した後に、変換確率は最大値 $\sin^2(2\theta)$ に到達し、 $2L$ のところですべてが元の電子ニュートリノに戻る。

ニュートリノ振動が起こるためには、二つの要素が必要だということに注意しよう。混合 (θ) と質量差がなければならない。とくに、両方のニュートリノの質量がゼロにはなれない。標準模型はニュートリノ質量がゼロであることを要求するとよくいわれるが、私は同意しない。そういう仮定をした方が計算のいくつかが簡単になるのは本当だが、ニュートリノが質量ゼロであるべきという根源的な理由がない（一方で、光子の場合は質量ゼロということが本質的に重要だ）。すでにクォークセクターで起きていることがわかっているが、世代間の混合の方がより重要な変更で、ある意味、レプトンで起きていなかったとしたらそれはさらなる驚きだ*4。

11.3 ニュートリノ振動の確認

2001年にスーパーカミオカンデ実験グループが太陽ニュートリノについての結果を発表した [9]。デビスらの実験と違って、スーパーカミオカンデは検出器として水を使い (図 11.3)、電子ニュートリノ同様、ミューニュートリノとタウニュートリノにも感度がある。その反応過程は $\nu + e \rightarrow \nu + e$ という弾性ニュートリノ-電子散乱で、出てきた電子は水中で放出したチェレンコフ光によって検出される。ニュートリノの種類はいかなるものでもよいが、電子ニュートリノの検出効率の方が他の2種類のニュートリノに対するよりも6.5倍大きい*5。ニュートリノがすべて電子ニュートリノだと仮定したところ、彼らは予測値の45%しか観測しなかった。しかし、検出器は μ タイプと τ タイプのニュートリノに対しては感度が低いことを思い出そう。もし、いくらかの ν_e が ν_μ あるいは ν_τ に変換していたとしたら、実際のフラックスはもっと高いはずだ。しかし、どれだけのニュートリノが実際に変換したかを知る由もないので、フラックスが本当はどれだけ高いのかを知ることはできなかった。ホームステイクのデータを振り返ってもよいが (ホームステイクでは電子ニュートリノだけを観

*4 (真空ではなく) 物質中を通過するニュートリノには、電子ニュートリノの弾性散乱 (W の交換による $\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e$) と、すべてのタイプのニュートリノが Z^0 交換によって e, p, n と相互作用することに起因する別の効果がある。ウォルフエンシュタイン、ミケーエフ、スミルノフによって初めて指摘された (それゆえ、もともとはMSW効果として知られていた) [7] この可能性は、式 (11.9) の関数形を変えないが、実効的な混合角と質量差を変えて、それらが物質の密度とビームのエネルギーに依存するようになる [8]。

*5 3種類すべてのニュートリノ種で Z^0 を交換することによる弾性ニュートリノ-電子散乱が起こるが、電子ニュートリノには W を誘起する別のダイアグラムがある (問題 11.3)。

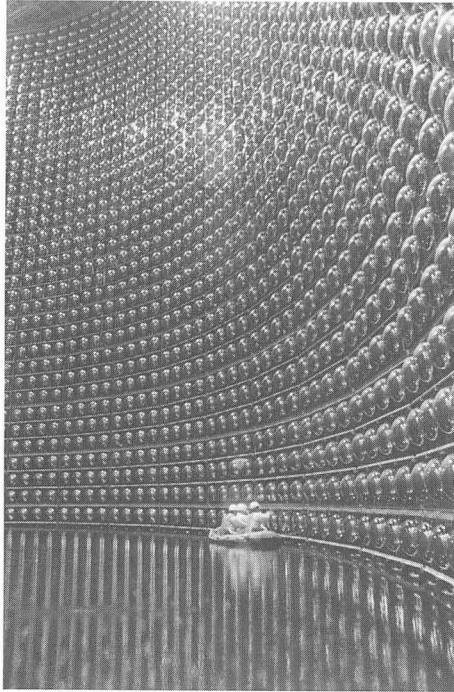


図 11.3 スーパーカミオカンデ検出器 (人がゴムボートに乗っていることに注目)
(提供: 東京大学宇宙線研究所)

測していたことを思い出そう), 実験環境があまりに違いすぎてその比較は説得力のあるものではなかった。

一方で, サドベリー・ニュートリノ観測施設 (SNO) で, 通常の水ではなく重水 (D_2O) を使った非常によく似た実験が計画された。重水のよいところは, 中性子が存在するため (電子を飛び出させる弾性散乱に加えて) 別の二つの反応が存在し, それによって電子ニュートリノのフラックスと全ニュートリノフラックスを別々に測定できることである (図 11.4)。2001 年の夏, SNO グループは最初の結果を公表し [10], (電子ニュートリノにだけ適用される) ニュートリノの吸収過程を報告した。彼らは予測フラックスの 35% を観測した。これをスーパーカミオカンデのデータ (45%) と比較すると, スーパーカミオカンデで検出したニュートリノの 10% は実際には ν_μ か ν_τ に違いなかった。けれども, 検出器が電子ニュートリノに対して 6.5 倍感度がよいことを知っている。なので, もしそれらが ν_e だったとしたら, 本来は $6.5 \times 10 = 65\%$ あるはずで, $35 + 65 = 100$ となり, 計算が合っている! これは偶然にしては完璧す

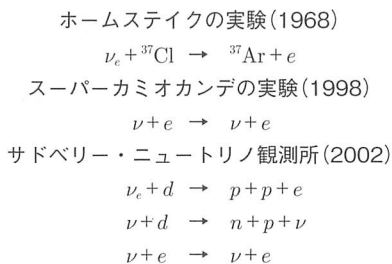


図 11.4 ホームステイク, スーパーカミオカンデ, SNO における検出の仕組み

きる。そこで多くの人はそのときに太陽ニュートリノ問題は解けたと、ニュートリノ振動を確認したと結論づけた。だが、それでもすべての人が確信したわけではなかった。というのも、この議論は、別の装置を使って別の環境で得たデータを無理やり連結させたものであったからだ。それを絶対的に確定するためには、全フラックスと電子ニュートリノフラックスの二つの測定を同じ環境で行わなければならなかった*6。そのような結果が2002年4月にとうとうSNOグループによってもたらされた[12]。前の夏の仮の結論を(電子ニュートリノのミューニュートリノ、あるいはタウニュートリノへの変換に対して)

$$\theta_{\text{sol}} \approx \pi/6, \quad \Delta(m^2)_{\text{sol}} \approx 8 \times 10^{-5} (\text{eV}/c^2)^2 \quad (11.11)$$

という値で完全に確かめたということにとどめておこう。

もちろん、太陽がニュートリノの唯一の供給源ではない。地球を起源とするもの(放射性物質や原子炉や粒子加速器)や、大気起源(宇宙線)や、天文的なもの(超新星爆発)もある。実際、ニュートリノ振動の最初の強い証拠は、1990年代初頭に大気ニュートリノを使ったカミオカンデで得られた(スーパーカミオカンデの1世代前のもの)[13]。大気ニュートリノは、宇宙線(地球外から飛来する高エネルギーの陽子)が大気上空の空気分子と衝突して生成されるパイ中間子やミュー粒子の崩壊により生成される。

*6 ちなみに、たんにニュートリノが崩壊したのではないかと思うかもしれない。それにより、間違いなくニュートリノは減るので。しかし、何に崩壊できるのだろうか。もしかしたら、われわれがまだ知らない、より軽いフェルミオンに崩壊するのかもしれない。SNO実験が、たんに電子ニュートリノが消えているだけでなく、他のフレーバーが現れているということを決定的に示すまでは、ニュートリノ崩壊は(信じがたいかもしれないが)実際にあり得るオプションであった。カイザーはこれをニュートリノ振動の「確固たる」証拠だとよんだ。少なくとも一番重いニュートリノが不安定だというのは本当かもしれないが、その寿命はあまりに長く、おそらく現在の実験結果に影響を与えない[11]。

$$\begin{aligned}
 \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, & \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \\
 \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, & \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu
 \end{aligned}
 \tag{11.12}$$

あきらかに、ミューニュートリノ（と反ニュートリノ）は、電子ニュートリノの2倍あるはずだ*7。しかし、実際には、カミオカンデではほぼ同数の電子ニュートリノとミューニュートリノを観測した。これが意味するところは、ミューニュートリノが他の種類のニュートリノに変換しているということだ。じつは、カミオカンデ検出器はニュートリノがどこから飛来しているのか方向を測ることができた。頭上から直接来ているものは10 km 程度しか飛行せず、期待される比は2:1であった。しかし、天頂角が大きくなるに従い（つまり、ニュートリノが生成された地点からの距離が増えると）、その割合は減った（問題 11.4）。これらの結果は、1998年にスーパーカミオカンデで確認され、測定精度が改善された [14]。ミューニュートリノが

$$\theta_{\text{atm}} \approx \pi/4, \quad \Delta(m)_{\text{atm}}^2 \approx 3 \times 10^{-3} (\text{eV}/c^2)^2
 \tag{11.13}$$

という値をもってタウニュートリノに変換しているように見える。（ミューニュートリノ振動に関する）大気ニュートリノ実験では、（電子ニュートリノに関する）太陽ニュートリノ問題については何もわからないが、二つの異なる文脈で同じ現象が起きているのを見るのは安心感がある。

ニュートリノ振動の理想的な試験は、生成地点が固定されていて（原子炉か加速器）、検出器の位置を動かせるものだ。それらの間の距離が増えれば、式 (11.9) で予言される正弦曲線の変動を見ることができるはずだ。不運なことに、ニュートリノ検出器は巨大な傾向があり、また、振動距離は典型的には数百 km のオーダーだ（一方、点源からのフラックスは $1/r^2$ で減る）。よって、固定標的できわめて強度の強いニュートリノ源をつくり、エネルギー依存性を見なければならない。

カムランド実験 [15] はスーパーカミオカンデのあるサイトで新たな検出器を使い、100 km から 200 km 離れたところにあるいくつかの原子力発電所からのニュートリノを観測する。MINOS 実験 [16] はミネソタ州スーダン鉱山にある検出器を使い、750 km 離れたイリノイ州のフェルミラボから加速器によって生成されたニュートリノを観測する。

*7 もちろん、すべてのパイ中間子がミュー粒子に崩壊するわけではないし、すべてのミュー粒子が地上に届く前に崩壊するわけではない。さらに、パイ中間子同様 K 中間子も宇宙線によって生成される。なので、2倍というのは正確ではないが、非常に近い値だ。

11.4 ニュートリノ質量

ニュートリノが3種類あると、三つの質量差は以下になる。

$$\Delta_{21} = m_2^2 - m_1^2, \quad \Delta_{32} = m_3^2 - m_2^2, \quad \Delta_{31} = m_3^2 - m_1^2 \quad (11.14)$$

そのうちの二つだけが独立だ ($\Delta_{31} = \Delta_{21} + \Delta_{32}$)*⁸。振動測定結果 (式 (11.11) と (11.13)) は、質量分離の片方は非常に小さく、もう一方は比較的大きいことを示唆している。質量の近い対を ($m_2 > m_1$ として) ν_1 と ν_2 とよび、質量の離れている方を ν_3 とよぶ。この構造はなんとなく荷電レプトン (e と μ の質量が近く、 τ がずっと重い) や、クォーク (d と s は近くて b は遠く、 u と c は比較的近いが t はずっと重い) を思い出させるので、 ν_3 が他の二つよりも重いと仮定するのは自然だ。しかし、 ν_3 の方が ν_1 と ν_2 よりもはるかに軽いという「逆」スペクトルの可能性もある (図 11.5)。

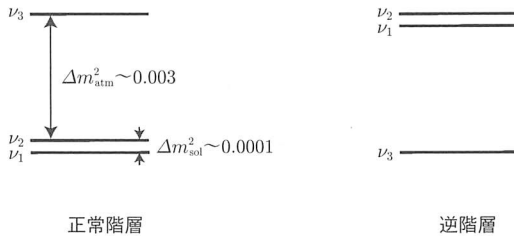


図 11.5 「正常」と「逆」の場合のニュートリノ質量スペクトル。単位は $(\text{eV}/c^2)^2$ である

運の悪いことに振動ではニュートリノの質量の違い (の 2 乗) にのみにしか感度ががないが、測定したいのはニュートリノ個々の質量だ。しかし、これは簡単ではない [19]。通常の方法はトリチウムのベータ崩壊スペクトルの高エネルギー側のカットオフを調べるものだ (9.2 節との類推)。しかし、これらの実験ではニュートリノ質量の上限値を与えたが、今日までに実際の質量の有限値の測定はない。一方で、偶然にも超新星爆発 SN 1987A によって上限値が独立に設定された。超新星爆発で、さまざまなエネルギーをもつ 19 個のニュートリノがたった 10 秒間の間に観測された。質量をもつ粒

*⁸ ロスアラモス研究所での LSND 実験は、3 番目の質量分離がこの制約と一致しないということ報告して [17]、しばらくの間 4 番目のニュートリノの確証だと解釈された。しかしながら、弱い相互作用をする軽いニュートリノは正確に 3 種類だとすでに確定していたので (1.11 節)、その「余計な」ニュートリノは「ステライル」(重力以外の相互作用をしない) だと考えられた。とにかく、フェルミラボの MiniBooNE 実験が LSND の結果を決定的に否定し [18]、それにより、ステライルニュートリノの概念も否定された。

子であれば（当然のことだが）速さはエネルギーの関数になるが、それだけの短時間の間にその 19 個が到達したことから、ニュートリノ質量に約 $20 \text{ eV}/c^2$ という上限値がついた（問題 11.5）。他方、大気ニュートリノ振動（式 (11.13)）は、少なくとも一つのニュートリノの質量は $0.04 \text{ eV}/c^2$ を超えていることを示唆している。これら利用可能な証拠のすべてから、今日（2008 年）いえることは最も重いニュートリノの質量は、 $0.04 \text{ eV}/c^2$ から $0.4 \text{ eV}/c^2$ の間ということだ*9。

11.5 混合行列

11.2 節では、2 種類のニュートリノ（議論のために ν_e と ν_μ としよう）の間での振動について議論した。もちろん、ニュートリノの種類は 3 種類であり、これが代数を少し複雑にしてしまう*10。しかし、本質的なことは変わらない。ニュートリノはフレーバーの固有状態として相互作用をするが（ ν_e は電子の対であり、 ν_μ はミュー粒子の、 ν_τ はタウの対である）、伝播する際には、自由粒子のハミルトニアン、すなわち、質量の固有状態 ν_1, ν_2, ν_3 として伝播する。フレーバーの固有状態は、複雑な、振動的な発展をする。というのも、結合振動子のビートのように互いに張り合っている三つの違った質量をもっているからだ。

同様の混合がクォークにも発生している。ただし、よく知られているフレーバー (d, s, b) が質量の固有状態であるところは、ニュートリノとは異なっていて、ニュートリノの場合に対応する「弱い相互作用の固有状態」(d', s', b') は「回転」されてい

*9 クォークとレプトンの中で、ニュートリノだけはもしかしたら反粒子と粒子の区別のない、すなわち「ディラック」ではなく「マヨラナ」ニュートリノかもしれない（問題 7.51）。1.5 節で、デービスとハマーの実験が $\bar{\nu}_e$ と区別がつくことを示したようにみえる、と言及した。しかし、それは、式 (1.13) を禁止する（反）ニュートリノのヘリシティだったのかもしれない。決定的な試験は、2 個の電子を放出し、ニュートリノを放出しない、原子番号 Z の原子核が原子番号 $Z+2$ になるニュートリノレスダブルベータ崩壊だ。これは、崩壊で出てくる 2 個のニュートリノが消滅してしまうものだ。 $\bar{\nu}_e \equiv \nu_e$ だとすると可能だが、これまで観測されていない、このシナリオが興味深い理由の一つは、マヨラナニュートリノがいわゆる「シーソー」機構で要求されるからだ。シーソー機構では、ニュートリノの質量がとてつもなく小さいことを説明するために、ニュートリノが、その質量に反比例するようなとてつもなく重いニュートリノと対になっていると考える [20]。いずれにせよ、ニュートリノのフレーバー振動は、ディラックに対してもマヨラナニュートリノに対しても同じように作用する。

*10 後でわかるように、三つの質量が互いに十分違っている場合（これまでに見てきたように、実際そうなっているのであるが）は、式 (11.9) で記述された「擬 2 ニュートリノ振動」がきわめてよい近似になっている [21]。

る*¹¹. CKM 行列 (式 (9.86)) は, クォークセクターの質量の固有状態を弱い相互作用の固有状態と関係づける. レプトンについて同じように組み立てられたものは, た
びたび, 「MNS 行列」とよばれる [22].

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (11.15)$$

以前と同じように (式 (9.87)), 三つの角度 ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) と一つの位相因子 (δ) で
書き表すことができる

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (11.16)$$

(ただし, $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$ とする). しかし, クォークの混合角はすべてが
やや小さい (それゆえ, CKM 行列は対角行列とはかけ離れていて, 世代間の結合は
抑制されている) のに対して, レプトンの混合角の二つ ($\theta_{12} \approx \theta_{\text{sol}}$ と $\theta_{23} \approx \theta_{\text{atm}}$)
は大きい. 実験的には $\theta_{\text{sol}} = 34 \pm 2^\circ$ と $\theta_{\text{atm}} = 45 \pm 8^\circ$ だ. 一方で, θ_{13} は 10° より
小さいことが知られている [23].

U はユニタリー行列 ($U^{-1} = U^\dagger$) なので, 式 (11.15) を逆に解くのは簡単で, 質
量固有状態は

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1}^* & U_{\mu 1}^* & U_{\tau 1}^* \\ U_{e2}^* & U_{\mu 2}^* & U_{\tau 2}^* \\ U_{e3}^* & U_{\mu 3}^* & U_{\tau 3}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (11.17)$$

と表現できる. ν_3 は ν_μ と ν_τ のほとんど半分ずつの混ぜ合わせ (プラスわずかな ν_e)
で, ν_2 は 3 種類をほぼ同量ずつ加えたもので, ν_1 はほとんど ν_e であることがわかる
(図 11.6). しかし, MNS 行列成分の正確な数値を得るには数年必要であろう. また,
それらを実際に計算できるようになるまでに何年かかるかは誰にもわからない.

*¹¹ ここには深い意味はない. クォークはおもに強い相互作用で反応する. それは不可知論者で, どちらの状態を使ってもよい. クォークにとっては, フレーバーを質量と一致させるのが自然だ. しかし, ニュートリノは弱い相互作用しかしないので, フレーバーを定義するのに弱い相互作用の固有状態を使う方がより自然だ. 振り返ってみると, 「質量の固有状態」と「弱い相互作用の固有状態」について区別をしない方がよかったのかもしれない. 通常のフレーバーは, クォークでは質量の固有状態と一致するが, レプトンでは弱い相互作用の固有状態と一致するのだ.

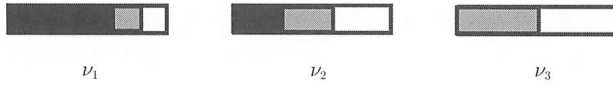


図 11.6 ニュートリノ質量固有状態のフレーバー成分。黒が ν_e で、灰色が ν_μ で、白が ν_τ (ν_3 の電子ニュートリノ成分はこのスケールでは小さすぎて見えない)。

参 考 書

- [1] 太陽ニュートリノ問題についてのおもな論文の一連. J. N. Bahcall (ed) *et al.*: *Solar Neutrinos: The First Thirty Years* (Westview, 2002). ニュートリノ振動についての有用なレビューは以下. (a) S. M. Bilendy and S. T. Petcov: *Reviews Modern Physics*, **59**, 671 (1987); (b) W. C. Haxton and B. R. Holstein: *American Journal of Physics*, **68**, 15 (2000); (c) A. B. McDonald, J. R. Klein and D. L. Wark: *Scientific American*, 40 (April 2003); (d) C. Waltham: *American Journal of Physics*, **72**, 742 (2004).
- [2] R. Davis Jr., D. S. Harmer and K. C. Hoffman: *Physical Review Letters*, **20**, 1205 (1968).
- [3] J. N. Bahcall, N. A. Bahcall and G. Shaviv: *Physical Review Letters*, **20**, 1209 (1968).
- [4] ポンテコルボが K^0 - \bar{K}^0 振動の類推から 1957 年に初めてニュートリノ振動の可能性を議論した. B. Pontecorvo: *Soviet Physics JETP*, **6**, 429 (1958). 彼は 1968 年にそのアイデアを太陽ニュートリノ問題を解決する可能性として復活させた. (a) V. N. Gribov and B. M. Pontecorvo: *Physics Letters*, B **28**, 493 (1969).
- [5] 魅力的な議論が以下でなされている. L. Lyons: *CERN Courier* (June 1999) 32. 相対論的な取り扱いについては, 以下を参照. (a) E. Sassaroli: *American Journal of Physics*, **67**, 869 (1999).
- [6] 公開されていて, ニュートリノ振動についてよく書かれているものとしては, B. Kayser (2004) を参照せよ. この引用は SLAC 夏の学校での講義で, 運動学の非常に注意深い議論がされている. 以下も参照せよ. (a) H. Burkhardt *et al.*: *Physics Letters*, B **566**, 137 (2003).
- [7] L. Wolfenstein: *Physical Review*, D **17**, 2369 (1978); (a) S. Mikheyev and A. Smirnov: *Soviet Journal of Nuclear Physics*, **42**, 913 (1986); *JETP*, **64**, 4 (1986); *Nuovo Cimento*, C **9**, 17 (1986).
- [8] B. Kayser, H. Burkhardt *et al.*: *Physics Letters*, B **566**, 137 (2003).
- [9] S. Fukuda *et al.*: *Physical Review Letters*, **86**, 5651 (2001).
- [10] Q. R. Ahmad *et al.*: *Physical Review Letters*, **87**, 071301 (2001).
- [11] V. Barger *et al.*: *Physics Letters*, B **462**, 109 (1999); (a) J. F. Beacom and N. F. Bell: *Physical Review*, D **65**, 113009 (2002).
- [12] Q. R. Ahmad *et al.*: *Physical Review Letters*, **89**, 011301 (2002). 有用な解説としては (a) B. Schwarzschild: *Physics Today*, 13 (July 2002).
- [13] K. S. Hirata *et al.*: *Physics Letters*, B **280**, 146 (1992).
- [14] K. Eguchi *et al.*: *Physical Review Letters*, **90**, 021802 (2003); (a) E. Kearns, T. Kajita and Y. Totsuka: *Scientific American*, 68 (August 1999).
- [15] Y. Fukuda *et al.*: *Physical Review Letters*, **81**, 1562 (1998). スーパーカミオカンデの大気ニュートリノ実験に関するわかりやすい議論としては以下を参照. (a) B. Schwarzschild: *Physics Today*, 17 (August 1998).
- [16] D. G. Michael *et al.*: *Physical Review Letters*, **97**, 191801 (2006).
- [17] C. Athanassopoulos *et al.*: *Physical Review Letters*, **75**, 2650 (1995).

- [18] B. Schwarzschild: *Physics Today*, 18 (June 2007). よい解説としては, (a) K. C. Cole: *The New Yorker*, 48 (June 2, 2003) を参照せよ.
- [19] ニュートリノ質量の直接測定のもとめとしては, W. C. Haxton and B. R. Holstein: *American Journal of Physics*, **68**, 15 (2000).
- [20] ニュートリノと反ニュートリノの違いに関する興味深い解説は以下. M. Boas: *American Journal of Physics*, **62**, 972 (1994); (a) R. Hammond: *American Journal of Physics*, **63**, 489 (1995); (b) R. G. Wagner: *American Journal of Physics*, **65**, 105 (1997); (c) M. P. Fewell: *American Journal of Physics*, **66**, 751 (1998); (d) B. R. Holstein: *American Journal of Physics*, **66**, 1045 (1998); (e) M. P. Fewell: *American Journal of Physics*, **66**, 751 (1998); (f) L. J. Boya: *American Journal of Physics*, **68**, 193 (2000). ニュートリノを出さないダブルベータ崩壊 $\beta\beta(0\nu)$ については, 以下. (g) S. R. Elliott and P. Vogel: *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, **52**, 115 (2002).
- [21] B. Kayser: *Review of Particle Physics*, 156 (2006).
- [22] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata: *Progress in Theoretical Physics*, **28**, 870 (1962) が名誉ある草分け的な研究で, ニュートリノ振動, そしてタウ粒子の発見のはるか前であった.
- [23] 計画されている θ_{13} 測定実験については, 以下. T. Feder: *Physics Today*, 31 (November 2006).

問題

- 11.1 放射されるエネルギーが (ケルビン脚が行ったように) 重力であると仮定し, 太陽の寿命を概算せよ. 経験的な数字 (太陽によって放射されるパワー, 太陽の質量や半径すべて) については自分で調べること.
- 11.2 (a) $K^0 \rightleftharpoons \bar{K}^0$ の振動 (4.4.3 項) の周期はどれくらいだろうか. [ヒント: 質量固有状態は K_S^0, K_L^0 である. ニュートリノの場合 (式 (11.7)) 粒子は相対論的である. K の場合, 運動エネルギーは静止エネルギーより実質的に小さいと仮定する.]
- (b) (a) の結果を K_S^0, K_L^0 の寿命と比較せよ. 振動が生じる前に, ビームの K_S^0 成分が消滅し K_L^0 のみになることに注意せよ.
- 11.3 ニュートリノ-電子弾性散乱の (a) 電子ニュートリノ, (b) ミューニュートリノ, (c) タウニュートリノに対する最低次のファインマン図を描け.
- 11.4 (a) 大気ニュートリノが高度 h でつくられ, 検出器が海面にあるとする. 天頂角 Θ ($\Theta = 0^\circ$ を真上, $\Theta = 90^\circ$ を真横, $\Theta = 180^\circ$ を真下とする) の関数として, 発生源から検出器までの距離 x を求めよ. 地球の半径を R とする.
- (b) 「上から (地平線より上)」のニュートリノが 95% 検出器に到達し, 「下から (地平線より下) 50% しか検出器に到達しないと仮定する. 振動の式 (11.9) (ここでは, ミューニュートリノがタウニュートリノに変化する) を用いて $\theta, \Delta m^2$ を求めよ. $h = 10 \text{ km}, E = 1 \text{ GeV}$ と仮定する. [この問題はウォルサムによって提示された [1]. 数値解にはコンピューターを要する.]
- 11.5 (a) エネルギー E の超相対論的粒子 (質量 m) の速さは, 近似的に,

$$v \approx c \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 \right]; \quad \frac{1}{v} \approx \frac{1}{c} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 \right]$$

であることを示せ.

- (b) 超新星 SN 1987A は大麦ゼラン星雲 (地球から 1.7×10^5 光年) で発生した. この爆発から

のニュートリノは、20 MeV から 30 MeV の範囲のエネルギーで 10 秒以内に検出された。このことから、ニュートリノ質量の上限はどのくらいと考えられるか。[ニュートリノはすべて同じ瞬間に発生したと仮定する.]

- 11.6 ニュートリノ振動によって、個別のレプトン数 (L_e , L_μ , L_τ) はもはや保存されない。これにより、 $\mu \rightarrow e + \gamma$ の崩壊が原理的に可能となる (これがないので当初は保存則が成り立つと考えられた。式 (1.16) を参照。)

(a) この過程のファインマン図を描け。[注意：ニュートリノ振動は丸で表される.]



- (b) この過程では仮想 W をつくるためにエネルギーを「借りる」必要がある。不確定性原理 (問題 1.2) によるとどれくらい早く「返す」必要があるだろうか。また、この時間でニュートリノはどれくらいの距離を移動できるだろうか。ニュートリノ振動が何 km もの距離スケールで起きるとすれば、 $\mu \rightarrow e + \gamma$ が発生するのに十分な長さのエネルギーを「借りる」ことができるだろうか。