## 0.1　チャネリング

Bethe-Bloch の式が適用できなくなる例の一つとして、原子が空間的に対称的に配置された構造、つまり、結晶が挙げられる。これは結晶軸に対してある角度よりも小さい角度で粒子が入射した時にだけ起きる。結晶面を通過するにつれ、格子の開けた通路へ導かれる相関的な小角度散乱を繰り返す。(図 2.6.)。

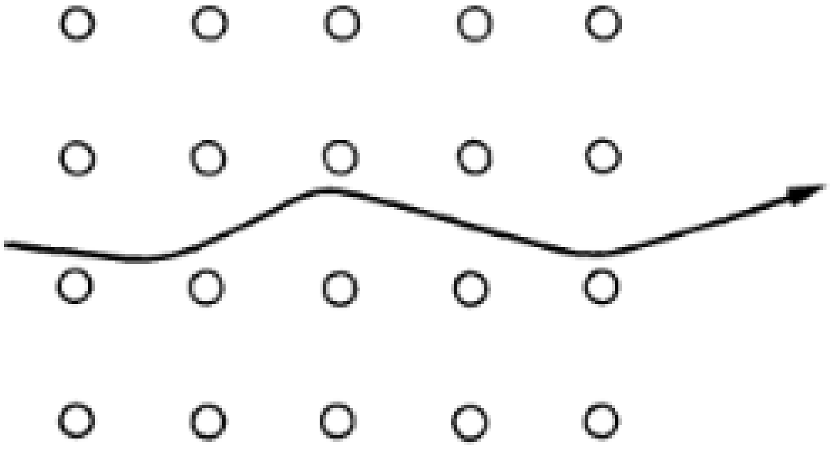

図 1　結晶中の channeling の様子

図を見てわかるように、標的電子との相互関係により起こる小角度散乱によって、入射粒子は緩やかな振動の軌跡を描きながら開けた通路を比較的長い距離を進むことができる。軌跡の描く波長は、一般的に格子長に等しい。この効果のもとでは、入射粒子と電子との衝突が Bethe-Bloch の式で見積もれるような非晶体に比べて小さくなる。入射粒子が開けた通路を通ることでエネルギー損失は大きく削減される。それゆえ、標的に結晶を使用するときは結晶の向きを考慮して入射粒子が channeling の影響を受けるか否かを実験目的に合わせて決める必要がある。

一般的に channeling が起こるための角度は小さく（$\beta \simeq 0.1$ のとき $\simeq 1°$）、エネルギーが大きくなると小さくなり、次の式で見積もられる。

$$\phi_c \simeq \frac{\sqrt{zZa_0Ad}}{1670\beta\sqrt{\gamma}} \tag{1}$$

$a_0$ : ボーア半径、$d$ : 原子間距離である。$\phi > \phi_c$ のとき channeling は起こらず、非晶体と同じように扱える。

## 0.2 レンジ

我々は荷電粒子が物質内を通るときにエネルギーを落とすことを知った。では入射粒子が全エネルギーを失って停止するまでに、物質中をどのくらい深くまで潜るのだろうか？さらに言うと、エネルギーの損失が連続的であるならば同じエネルギーを持った同一粒子を同じ標的に入射すればそこで止まるような、ある決まった長さが定義できるはずである。この量を粒子のレンジとよび、入射粒子の種類とエネルギー、標的の種類によって決まる。実験的にレンジは標的の厚みごとに粒子が透過する比率を測定することで定義される。

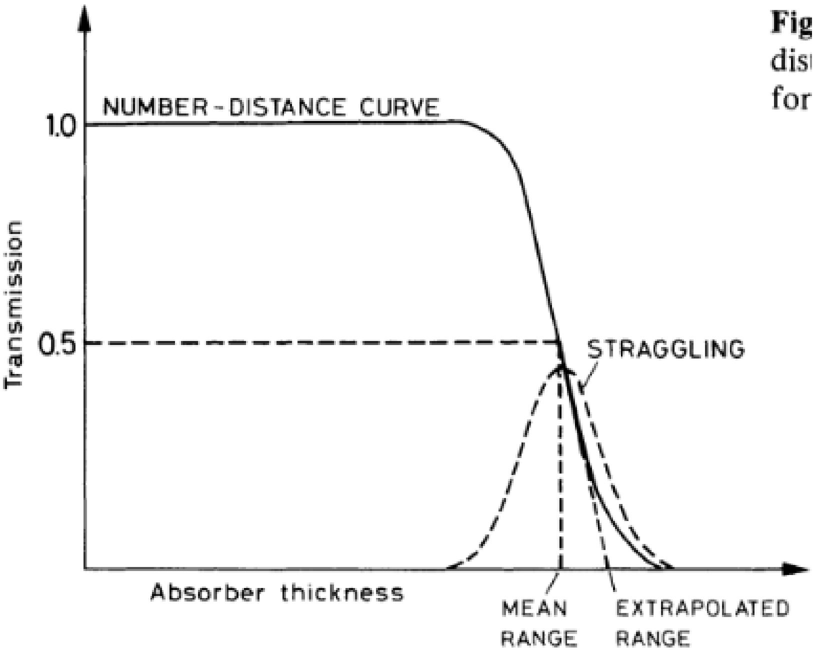


図 2　標的の厚みと透過率の関係、レンジの分布はおおよそガウス分布に従う

上の図 2 で示した透過率と吸収体の厚みの比を表す特性曲線は *range number-distance* curve 呼ばれる。透過率が落ち始めるまでの、吸収体の厚みが小さい範囲ではほぼすべての粒子が吸収体を通り抜ける。驚くべきことに透過率はバックグラウンドレベルまで急激に落ちず、ある幅を持って緩やかに落ちている。このことはエネルギー損失が正確に連続的ではなく統計的なゆらぎがあることによる。これは実際には初期エネルギーが同じ粒子がいつも同じ衝突を受け同じエネルギー損失を受けるわけではないためである。それゆえに同一粒子の集団のレンジはある平均値のまわりで統計的な広がりをもつ。この現象は「レンジ　ストラグリング」と呼ばれる。このゆらぎはおおよそガウス分布に従う。分布の平均は平均飛程と呼ばれ図 2 の降下曲線の中心になっている。これは吸収体が入射粒子のうち約半分を吸収する厚みになる。もっと一般に我々が知りたいのは全ての粒子が吸収される厚みである。この量は曲線の中点における接線を横軸まで伸ばしたもので、外挿飛程と呼ばれる。理論的な観点からすると、$dE/dx$ を積分することで決まったエネルギー $T_0$ をもつ粒子の平均飛程を求めたくなるだろう。

$$S(T_0) = \int_0^{T_0} \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \tag{2}$$

上式によって、およその粒子の到達距離が分かる。この式は吸収体の中で粒子が何度もクーロン散乱してジグザグに進むことが考慮されていない。そのためこの長さは straight-line thickness と呼ばれ、一般的にジグザグ軌道の総和よりも小さい値を示す。クーロン散乱による軌道のふらつきが少ない重荷電粒子に関しては比較的良い近似となっている。実際には、半経験的な次の式が用いられる。

$$R(T_0) = R_0(T_{\min}) + \int_{T_{\min}}^{T_0} \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \tag{3}$$

$T_{\min}$ は Bethe-Bloch の式が適用できる最小のエネルギー、$R_0(T_{\min})$ は低エネルギーでのエネルギー損失のふるまいによって経験的に決められる定数。この式を使えば数パーセントの精度で飛程を見積もることができる。

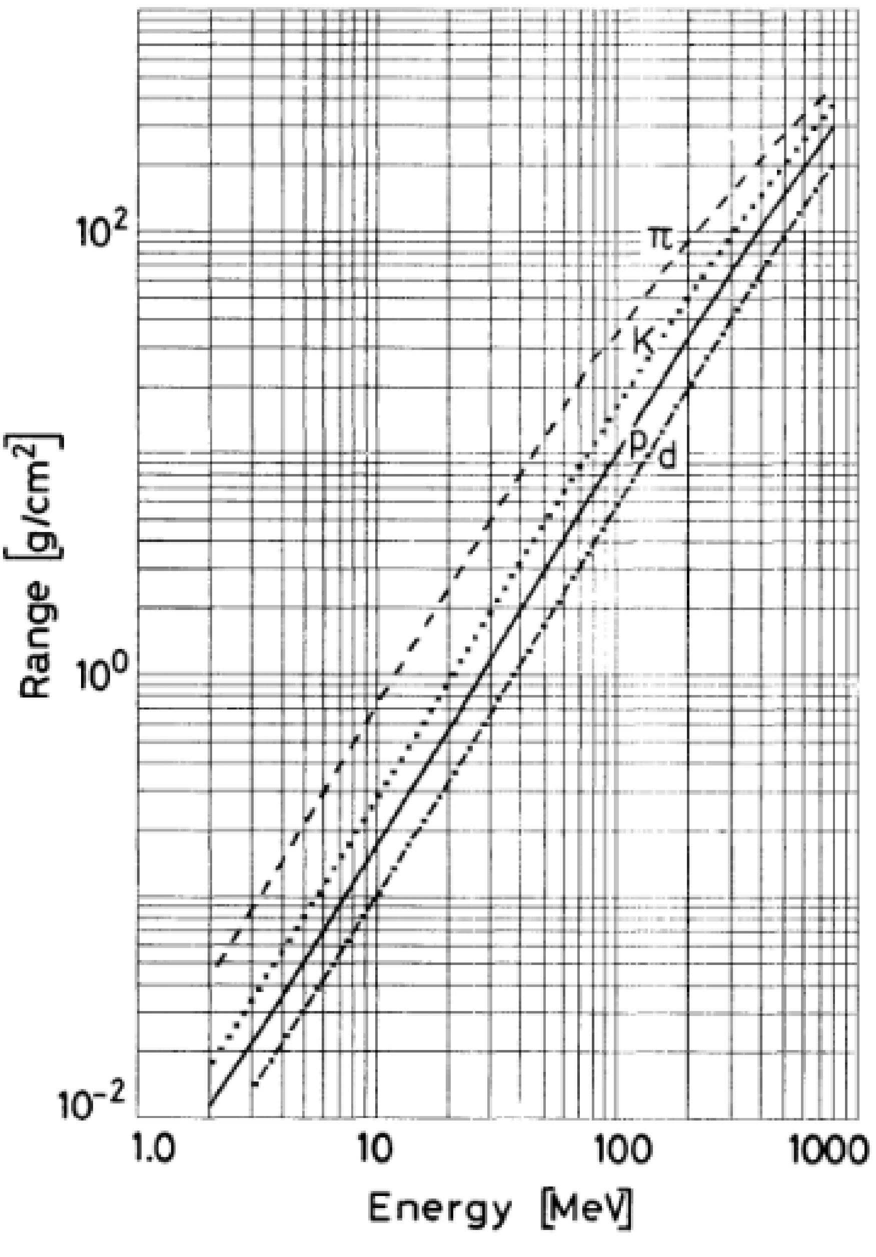


図３　計算されたアルミニウム中の重粒子の飛程曲線

図 2.8 に数々の粒子について計算された飛程-エネルギー曲線を示した。両対数グラフ上で、飛程とエネルギーの関係がほぼ線形であることから次の関係が考えられる。

$$R \propto E^b \tag{4}$$

Bethe-Bloch の式の低エネルギー部分では $\beta^{-2}$ が支配的ゆえ、次の関係が予想できる。

$$-dE/dx \propto \beta^{-2} \propto T^{-1} \tag{5}$$

$T$ は運動エネルギー。$R$ はこれを積分した形で、

$$R \propto T^2 \tag{6}$$

の関係が予想される。より正確に実際の結果に合わせるならば、

$$R \propto T^{1.75} \tag{7}$$

がより良い近似となっている。　2.2.4 節でみた $dE/dx$ のスケーリング則により、同じ吸収体中の異なる粒子の飛程の関係

$$R_2(T_2) = \frac{M_2}{M_1}\frac{z_1^2}{z_2^2} R_1\left(T_2\frac{M_1}{M_2}\right) \tag{8}$$

が得られる。　同一粒子に関して、吸収体が異なる場合には、Bragg-Kleeman 則として知られる次の関係式で大まかに見積もることができる。

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{\sqrt{A_1}}{\sqrt{A_2}} \tag{9}$$

$\rho$ は密度、$A$ は原子量である。　化合物が吸収体の場合にはおおまかに、

$$R_{\mathrm{comp}} = \frac{A_{\mathrm{comp}}}{\sum \frac{a_i A_i}{R_i}} \tag{10}$$

と見積もれる。$A_{\mathrm{comp}}$ は分子量、$A_i$ は原子量、$R_i$ は飛程、$a_i$ は構成物質中の元素 i の原子数。(添字 $i$ は化合物を構成するそれぞれの原素を示す。)