11.3 他の相互作用？

髙橋 樹

• minimal gauge theories

QED $\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}^\ell(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_\ell)\psi^\ell$ $\partial_\mu \rightsquigarrow D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$

$\mathcal{L} = \bar{\psi}^\ell(i\gamma^\mu D_\mu - m_\ell)\psi^\ell = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I$ 、$\mathcal{L}_I = e\bar{\psi}^\ell\gamma^\mu\psi^\ell A_\mu$

minimal substitution

QCD $\mathcal{L}_0 = \bar{\Psi}^f(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_f)\Psi^f$ $\partial_\mu \rightsquigarrow D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2}g_s\lambda_j A_{j\mu}$

$\mathcal{L} = \bar{\Psi}^f(i\gamma^\mu D_\mu - m_f)\Psi^f = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I$ 、$\mathcal{L}_I = -\frac{1}{2}g_s\bar{\Psi}^f\gamma^\mu\lambda_j\Psi^f A_{j\mu}$

$\mathcal{L}$は(局所的)ゲージ変換で不変。QEDとQCDは繰り込み可能。 ※ゲージ場だけの項を省いた。

• non-minimal な相互作用の例

$$\mathcal{L}_I = e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu + g_1\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi\partial_\nu A_\mu \qquad (11.43)$$

これもゲージ不変なローレンツスカラーである。(∵ $g_1\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi\partial_\nu A_\mu = \frac{g_1}{2}\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi F_{\mu\nu}$)

• S行列展開

相互作用描像を用いると、

$$S = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n!}\int d^4x_1\cdots\int d^4x_n\, T\left[\mathcal{H}_I(x_1)\mathcal{H}_I(x_2)\cdots\mathcal{H}_I(x_n)\right] \qquad (6.23)$$

ここで、相互作用ハミルトニアン密度： $\mathcal{H}_I = \frac{\partial\mathcal{L}_I}{\partial\dot{\phi}_\alpha}\dot{\phi}_\alpha - \mathcal{L}_I$ （ϕ_α：任意の場）

QEDやQCDでは、$\mathcal{L}_I$は場の微分を含まないので $\mathcal{H}_I = -\mathcal{L}_I$ が成り立つ。

ところが、$\mathcal{L}_I$が場の微分を含む場合でも、

$$S = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{i^n}{n!}\int d^4x_1\cdots\int d^4x_n\, T\left[\mathcal{L}_I(x_1)\mathcal{L}_I(x_2)\cdots\mathcal{L}_I(x_n)\right] \qquad (11.40)$$

となることが知られている。

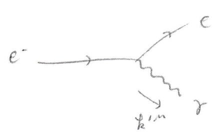
これを用いると、non-minimal な場合のファインマン規則が容易に導ける。

※この結果は、電弱標準理論でも使うことになる。(式(19.19))

• 結節点因子と結合定数の次元

minimal QED ……… $ie\gamma^\mu$ $[e]=0$

non-minimal (11.43) ……… $ie\gamma^\mu - g_1\sigma^{\mu\nu}k_\nu$ $[e]=0$ 、$[g_1]=-1$



一般に、minimal 相互作用の結合定数は $[g_i]=0$ 、non-minimal 相互作用は $[g_i]<0$ となる。
(∵微分や場の因子を余分に含むから)

• 発散次数 K

$K = K_0(b_E, f_E) - \sum_i n_i[g_i]$ n_i：摂動次数(頂点の数)、K_0：次数n_iによらない項

基本発散グラフ(primitive divergence) $\Longrightarrow$ $K \geq 0$ (9.9節)

基本発散グラフの種類が有限個 $\Longleftrightarrow$ 繰り込み可能

non-minimal な項を含むと、$[g_i]<0$であるためにn_iが増えるにつれてあらゆるグラフが発散する。

non-minimal 相互作用は、繰り込み可能性を課すと排除される。