

2023 年度課題研究 P2
中性子磁気モーメント測定

佐々木駿斗 溝添泰隆

2024 年 5 月 10 日

目次

1	目的	3
2	理論	3
2.1	中性子磁気モーメントの理論的計算	3
2.2	中性子の磁気共鳴	4
3	セットアップ	8
3.1	実験装置概要	8
3.2	熱中性子源:KUANS	8
3.3	LiM カウント	8
3.4	磁気多層膜ミラー	8
3.5	スピントリッパー	9
3.6	ガイドコイル	10
3.7	検出器: 比例計数管	10
4	結果	12
4.1	1 度目の測定結果	12
4.2	交流電流の大きさの最適化	15
4.3	2 度目の測定結果	17
5	解析	18
5.1	バックグラウンドの処理	19
5.2	周波数に対する変化	19
5.3	Fitting 関数の構築	20
5.4	Fitting の実行	21
6	考察	23
6.1	鉄容器磁気シールドの影響	23
6.2	ガイド磁場の大きさ	24
6.3	1 度目の測定データの解析	25
6.4	改善点	26
7	謝辞	28
8	参考文献	28

1 目的

中性子は電荷をもたず、一見は電氣的な特性を持たないが、それを構成する3種のクォークの構成により、内部に電氣的な偏りがあるため磁気モーメントを持っている。磁気モーメントを実験的に測定することにより中性子の内部構造の探求を試みる。

2 理論

2.1 中性子磁気モーメントの理論的計算

中性子は3つのクォーク (udd) から構成される。中性子自体の電荷は0だが、それを構成するクォークの電荷の偏りにより中性子は磁気モーメントを持つ。バリオンを構成するクォークは、フレーバー (uds) とスピン状態 ($\uparrow\downarrow$) から SU(6) 対称性を有しており、バリオンの状態はそれを構成するクォークのフレーバー状態とスピン状態で書き下すことができる。中性子はスピン $\frac{1}{2}$ のバリオンであるためバリオン八重項を構成し、その状態 $|n\rangle_s$ はクォークの状態を用いて

$$|n\rangle = \frac{\sqrt{2}}{6} \left[|ddu\rangle (2|+-\rangle - |-+\rangle - |-++\rangle) \right. \\ \left. + |dud\rangle (2|+-\rangle - |-+\rangle - |++\rangle) \right. \\ \left. + |udd\rangle (2|-+\rangle - |+-\rangle - |++\rangle) \right] \quad (2.1)$$

と書ける。このとき第一項に着目すると、dクォーク同士の交換で対称性を保つため $|+-\rangle$ と $|-+\rangle$ の符号は等しく、 $|+-\rangle$ では対称性は保証される為、他の二項との係数に制約はない。今回の式 2.1 ではバリオン十重項をなすスピン $\frac{3}{2}$ のバリオン状態との直行性を保証するために係数和が0になるように設定した。上向スピンの中性子の磁気モーメント μ_{n_+} は、その状態を用いて、

$$\mu_{n_+} = \langle n(+) | (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) | n(+) \rangle \quad (2.2)$$

と書くことができる。

例えば $|n\rangle$ の項のうち、 $\frac{\sqrt{2}}{3} |d(+)d(+)u(-)\rangle$ について考えると、

$$(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) |d(+)d(+)u(-)\rangle = (+\mu_d + \mu_d - \mu_u) |d(+)d(+)u(-)\rangle \quad (2.3)$$

より

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 \langle d(+)d(+)u(-) | (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) | d(+)d(+)u(-) \rangle = \frac{2}{9} (+\mu_d + \mu_d - \mu_u) \\ = \frac{2}{9} (2\mu_d - \mu_u) \quad (2.4)$$

となる。同様の計算をすべての項について行くと、中性子の磁気モーメントがクォークの磁気モーメントを用いた形で表される。

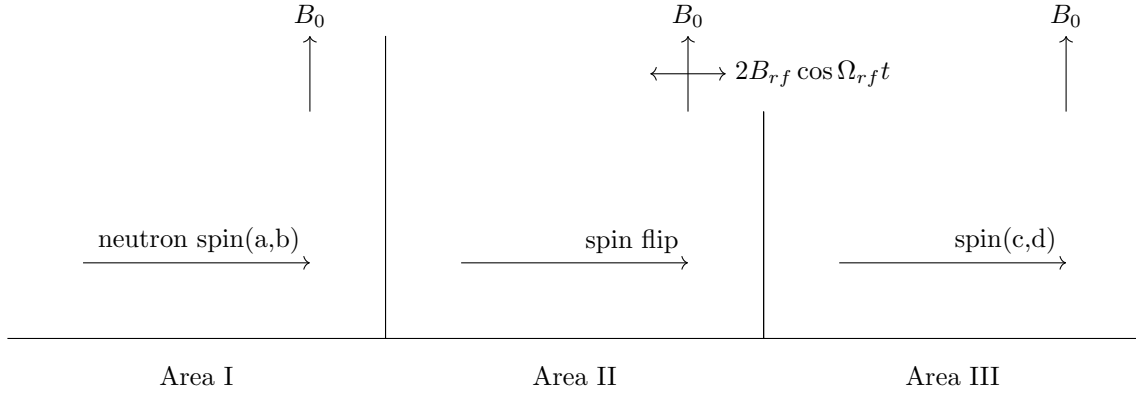


図 1: 状況の概略図

$$\begin{aligned}\mu_n &= \left[\frac{2}{9}(2\mu_d - \mu_u) + \frac{1}{18}\mu_u + \frac{1}{18}\mu_u \right] \times 3 \\ &= \frac{1}{3}(4\mu_d - \mu_u)\end{aligned}\tag{2.5}$$

クォークが点粒子であると考え、クォークの磁気モーメントは近似的に $\frac{Q}{m}\vec{S}$ と表せる。クォークはスピン $\frac{1}{2}$ の粒子なので、これを用いれば $\mu_u = \frac{e\hbar}{3m_u}$, $\mu_d = -\frac{e\hbar}{6m_d}$ が得られる。ここで u クォークと d クォークの質量が共に $336\text{MeV}/c^2$ だとすると、中性子の磁気モーメントは、

$$\begin{aligned}\mu_n &= \frac{4}{3} \times \left[-\frac{e\hbar}{6m_d} \right] - \frac{1}{3} \frac{e\hbar}{3m_u} \\ &= -\frac{1}{9} \times \frac{e\hbar}{336\text{MeV}/c^2} \\ &= 9.405 \times 10^{-26} \text{J/T}\end{aligned}\tag{2.6}$$

と求まる。

2.2 中性子の磁気共鳴

2.2.1 概要

磁気ミラーの反射によってスピン状態を選別した中性子ビームを、フリッパーコイルの交流磁場によって磁気共鳴を発生させ、スピン状態を変化させる。共鳴が起きる周波数でスピンの $\pi/2$ 回転するように交流磁場の大きさを調整すれば、フリッパー後の中性子を再度磁気ミラーに入射させると、反射成分のビーム強度が理論的には 0 になるはずである。周波数を少しずつ変えながら反射ビーム強度を計測し、磁気共鳴が起こった周波数から中性子の磁気モーメントを測定することができる。

2.2.2 原理

波長 λ の中性子ビームが、フリッパー磁場 $2B_{rf} \cos \omega t$ が x 方向 (中性子ビーム進行方向) に、ガイド磁場 B_0 が z 方向にかかっている、長さ l の領域を通過することを考える。(図 1 参照)

回転磁場

まず初めに、フリップ磁場が回転磁場だったとして、Area II での中性子スピンの変化を考える。

$$\vec{B} = \vec{x}B_{rf} \cos \omega t + \vec{y}B_{rf} \sin \omega t + \vec{z}B_0 \quad (2.7)$$

となる磁場中において、磁気モーメント μ を持つ粒子のシュレディンガー方程式は、スピノル表記を用いて

$$\begin{aligned} i\hbar\Psi(\dot{x}, t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + |\mu| \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \right] \Psi(x, t) \\ &= \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + |\mu| (\sigma_x B_{rf} \cos \omega t + \sigma_y B_{rf} \sin \omega t + \sigma_z B_0) \right) \Psi(x, t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

と書ける。ここで回転磁場と共に回るユニタリ変換 $\tilde{\psi} \equiv \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} \psi$ を用いると、

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{\tilde{\psi}} &= i\hbar \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} \dot{\psi} - \frac{\hbar\omega}{2} \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & -\exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} \psi \\ &= i\hbar \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} \dot{\psi} - \frac{\hbar\omega}{2} \sigma_z \tilde{\psi} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} &= \begin{pmatrix} 0 & \exp(\frac{i\omega t}{2}) B_x - i \exp(\frac{i\omega t}{2}) B_y \\ \exp(\frac{-i\omega t}{2}) B_x + i \exp(\frac{-i\omega t}{2}) B_y & 0 \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} \sigma_z B_z \\ &= \begin{pmatrix} 0 & B_{rf} \\ B_{rf} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} + \sigma_z B_0 \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} \\ &= \left[\vec{\sigma} \cdot \begin{pmatrix} B_{rf} \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} \\ &\equiv \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

に気をつければ式 2.8 は、

$$\begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} (\text{式 2.8 左辺}) = i\hbar\dot{\tilde{\psi}} + \frac{\hbar\omega}{2} \sigma_z \tilde{\psi} \quad (2.11)$$

$$\begin{pmatrix} \exp(\frac{i\omega t}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(\frac{-i\omega t}{2}) \end{pmatrix} (\text{式 2.8 右辺}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \tilde{\psi} + |\mu| \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \tilde{\psi} \quad (2.12)$$

よって

$$\begin{aligned} i\dot{\tilde{\psi}} &= \left[-\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{|\mu|}{\hbar} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} - \frac{\omega}{2} \sigma_z \right] \tilde{\psi} \\ &= \left[-\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{|\mu| B_{rf}}{\hbar} \sigma_x + \left(\frac{|\mu| B_0}{\hbar} - \frac{\omega}{2} \right) \sigma_z \right] \tilde{\psi} \end{aligned} \quad (2.13)$$

が得られる。

ここで磁場の大きさが $B_{rf} \ll B_0$ であると仮定すると、領域境界面での反射波とエネルギー変化を無視することができる。このとき $\tilde{\psi}(x, t) =: \exp(ik_0x - iE_0t)\Psi(t)$ とすることで、波動関数の時間依存性のみを抜き出すことができる。実際、

$$(\text{式 2.13 左辺}) = i \exp(ik_0x - iE_0t) \left[-iE_0\Psi + \dot{\Psi} \right] \quad (2.14)$$

$$(\text{式 2.13 右辺}) = \exp(ik_0x - iE_0t) \left[\frac{\hbar k_0^2}{2m} + \frac{|\mu|B_{rf}}{\hbar} \sigma_x + \left(\frac{|\mu|B_0}{\hbar} - \frac{\omega}{2} \right) \sigma_z \right] \Psi \quad (2.15)$$

なので

$$i\dot{\Psi} = \left[\frac{\hbar k_0^2}{2m} - E_0 + \frac{|\mu|B_{rf}}{\hbar} \sigma_x + \left(\frac{|\mu|B_0}{\hbar} - \frac{\omega}{2} \right) \sigma_z \right] \Psi \quad (2.16)$$

ここで $\vec{\Omega} = (\omega_{rf}, 0, \Omega_0 - \omega/2)$, $\omega_{rf} = \frac{|\mu|B_{rf}}{\hbar}$, $\Omega_0 = \frac{|\mu|B_0}{\hbar}$ を導入し、 $E_0 = \frac{p^2}{2m\hbar} = \frac{\hbar k_0^2}{2m}$ を用いることで、

$$(\text{式 2.16}) \Leftrightarrow i\dot{\Psi}(t) = \vec{\sigma} \cdot \vec{\Omega} \Psi(t) \quad (2.17)$$

が得られる。

これを解くことで

$$\Psi(t) = \exp\left(-i\vec{\sigma} \cdot \vec{\Omega} t\right) \Psi(0) \quad (2.18)$$

$$= \left[\cos \Omega t - i \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\Omega}}{\Omega} \sin \Omega t \right] \Psi(0) \quad (2.19)$$

(ただしここで、 $\epsilon = \Omega_0 - \frac{\omega}{2}$, $\Omega = \sqrt{\omega_{rf}^2 + \epsilon^2}$)

が得られる。

実際に書き下すと、

$$\Psi(t) = \begin{pmatrix} \cos(\Omega t) - i \frac{\epsilon}{\Omega} \sin(\Omega t) & -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin(\Omega t) \\ -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) + i \frac{\epsilon}{\Omega} \sin(\Omega t) \end{pmatrix} \Psi(0) \quad (2.20)$$

であり、反転行列として

$$M(B_{rf}, t) \equiv \begin{pmatrix} \cos(\Omega t) - i \frac{\epsilon}{\Omega} \sin(\Omega t) & -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin(\Omega t) \\ -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) + i \frac{\epsilon}{\Omega} \sin(\Omega t) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

を定義する。このとき図 1 の AreaII での反転行列は $M(B_{rf}, l/v)$ と書き表せる。具体的に入射粒子が全てスピン上向きだと仮定した際のスピントリップは、

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{AreaIII}} &= M(B_{rf}, l/v) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\Omega l}{v}\right) - i \frac{\epsilon}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega l}{v}\right) \\ -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega l}{v}\right) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.22)$$

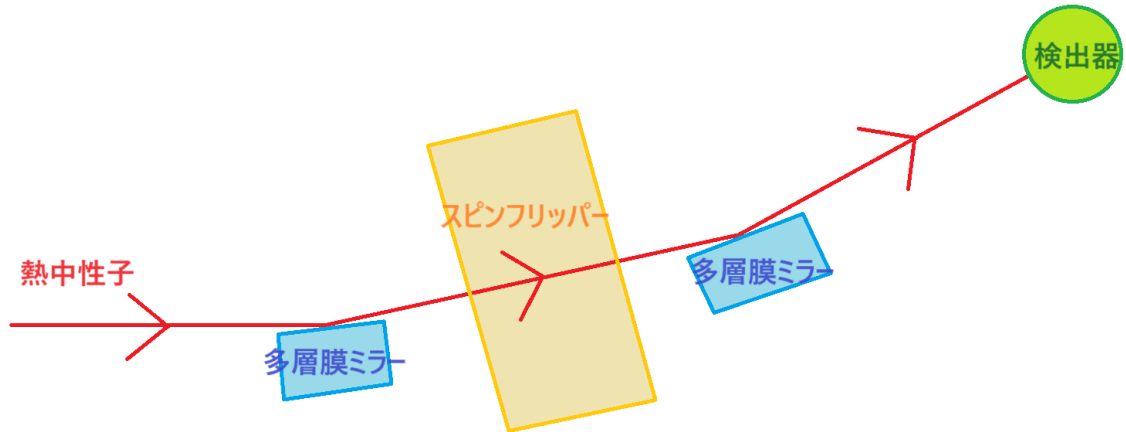


図 2: 実験装置全体のセットアップ概念図

となる。つまりスピンの反転確率 $P(B_{rf}, l, v)$ は、

$$P(B_{rf}, l, v) = \frac{\omega_{rf}^2}{\Omega^2} \sin^2 \frac{\Omega l}{v} \quad (2.23)$$

これは $\frac{\Omega l}{v} = \frac{(2n+1)\pi}{2}$ となるように設定すると、 $\epsilon = 0$ で共鳴条件を満たすときに最大値 1 を取る。

交流磁場

交流磁場 $\vec{B} = 2\vec{x}B_{rf} \cos \omega t$ は、二つの回転磁場の和として表せる。

$$\vec{B} = \left(\vec{x}B_{rf} \cos \omega t + \vec{y}B_{rf} \sin \omega t \right) + \left(\vec{x}B_{rf} \cos (-\omega t) + \vec{y}B_{rf} \sin (-\omega t) \right) \quad (2.24)$$

これまでの議論で $\omega \rightarrow -\omega$ として、式 2.24 第二項の回転磁場の反転確率について考えると、 $\epsilon = \Omega_0 + \omega/2$ となり、 $B_0 \gg B_{rf}$ のもとで

$$\begin{aligned} P(B_{rf}, l, v) &= \frac{\omega_{rf}^2}{\Omega^2} \sin^2 \frac{\Omega l}{v} \\ &= \frac{\omega_{rf}^2}{\omega_{rf}^2 + \epsilon^2} \sin^2 \frac{\Omega l}{v} \ll 1 \end{aligned} \quad (2.25)$$

となり、この寄与は無視できる。以降実験においてはこの交流磁場 $\vec{B} = 2\vec{x}B_{rf} \cos \omega t$ を回転磁場の代用として用いる。

実際に実験ではフリップ磁場 B_{rf} を少しずつ変化させながら、図 1 の AreaI から入射したスピン上向きに選択した中性子ビームが AreaIII に出てきたときのスピン上向き成分を測定することで、スピン反転確率が 1 となる様な B_{rf} を探索する。

3 セットアップ

3.1 実験装置概要

図2に実験装置の概要を示した。熱中性子ビームを磁気多層膜ミラーに入射させ、上向きスピンのみを選択的に反射させる。反射ビームを交流磁場を作るスピNFLリッパーを通し、その後再び磁気多層膜ミラーに入射させる。ミラーで2回反射させたビームの経路上に検出器を置くことで、スピNが反転していないビーム成分を計測する。前章でも述べたスピN反転確率が最大になるとき、検出器の計数が最小になることを用いて、スピN反転条件を満たす交流磁場周波数を探索する。

3.2 熱中性子源:KUANS

本実験に用いる熱中性子源は、京都大学理学研究科のKUANSを使用した。線形陽子加速器からの陽子ビームをBeターゲットに当て、



の核反応により熱中性子を発生させる。これを冷却したポリエチレンに当てることで1000m/s程度にまで減速させた熱中性子を実験に用いる。今回の実験装置は1300m/s($\lambda = 3\text{\AA}$)あたりの中性子をフリップするよう装置の設計を行った。

3.3 LiM カウント

KUANSではビーム強度が時間変化するため、入射中性子数が正確にわからないという問題がある。それを解決するために、陽子ビームのターゲットである ${}^9\text{Be}$ のすぐ近くに比例計数管を置き、その計数をLiMカウントとしてビーム強度に比例する指標として用いる。

3.4 磁気多層膜ミラー

中性子のスピN選択にはSwiss Neutronics製Fe/Si polarising supermirrorsを用いた。これは中性子のスピN状態によって、磁場中のFe層で中性子が感じるポテンシャルが異なることを利用し、スピN上向きの中性子のみを選択的に反射する多層膜ミラーである。特に今回利用したスーパーミラーは、層間の距離を少しずつ変化させることで広範囲の波長帯にわたって中性子を反射できるよう工夫されている。また、下流側のミラーには透過中性子の吸収剤が用いられており、ミラーを出てくるのは反射中性子だけになる。

実験にはスピN選択精度のよりよい、反射中性子を用いた。層の間は1mm、ミラーの長さは75mmなので、もっともよく中性子を反射する入射角は $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{15}\text{rad}$ となる。

ミラーの角度の調整にはミラーと並行に取り付けられたアルミ板とレーザーを用いて行う。中性子ビーム経路を通るレーザーを照射し、アルミ板でレーザーの半分を反射させるようにして擬似的に中性子の透過ビームと反射ビームの経路を見ることができる。このレーザーを利用し、各ミラーから2m程度離れた位置で透過ビームと反射ビームの距離を測定しながら角度の調整を行なった。

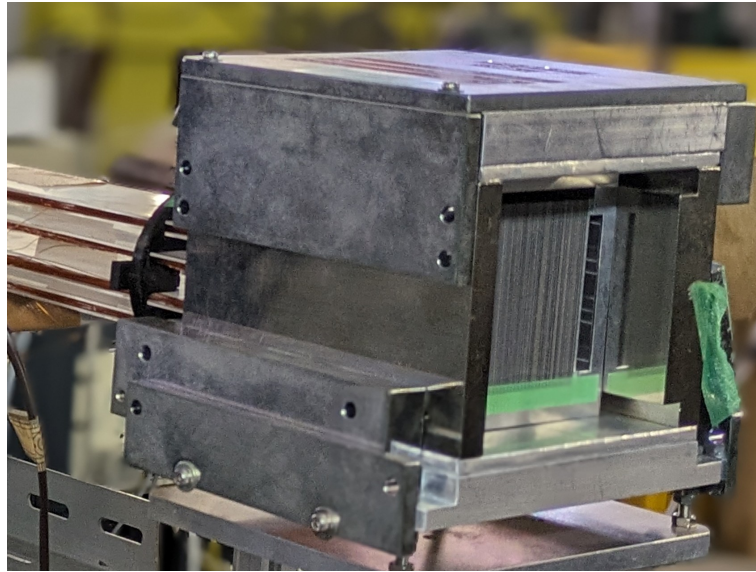


図 3: Swiss Neutronics 製 Fe/Si polarising supermirrors : 画像は下流側のもの

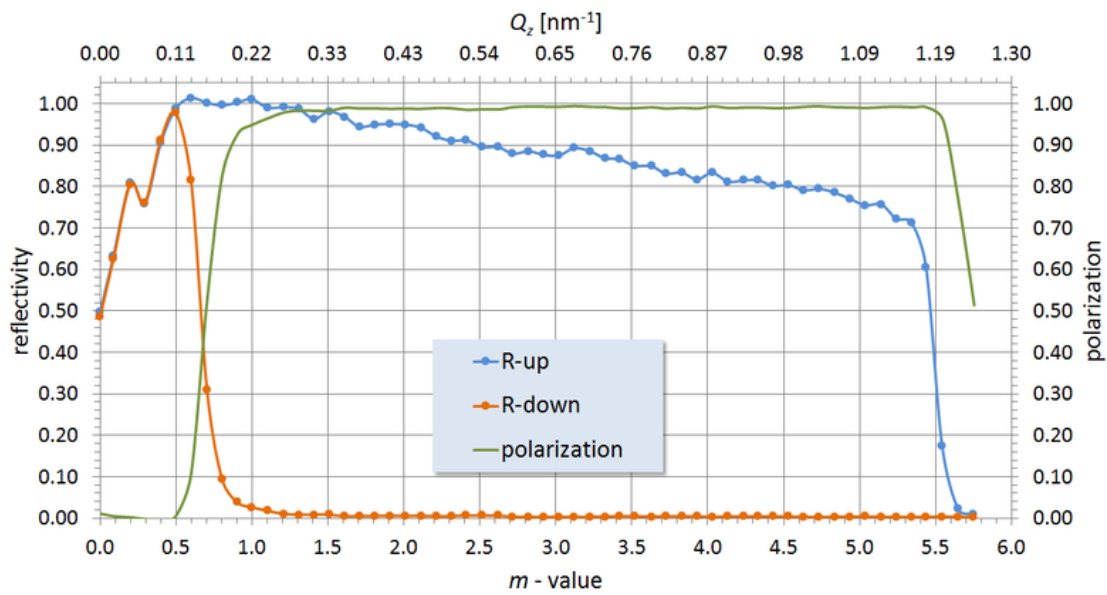
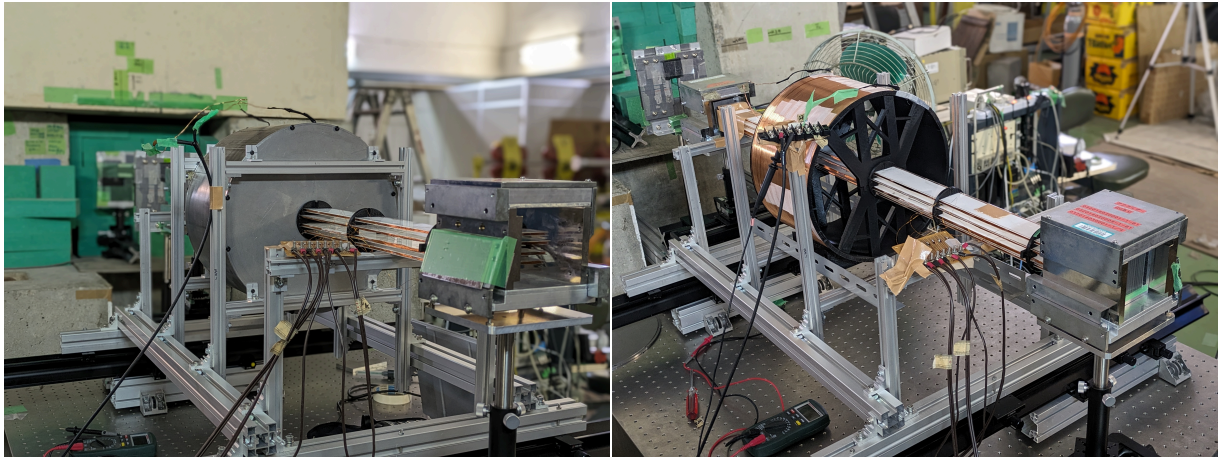


図 4: スーパーミラーのスピンの選択率 : <https://www.swissneutronics.ch> より

3.5 スピンドリッパー

スピンドリッパー用のコイルには、長さ 200mm、 $\phi=300$ mm、巻き数 181 の円形コイルを用い、これを鉄製の容器で囲うことで、交流磁場の分布をビーム進行方向に対して箱型に近づける工夫をした。(後述する理由によりこの工夫はうまく働かなかった) フリッパーに流れる電流は、 0.1Ω の抵抗を直列につなぎ、その両端の電圧をモニターすることで計測し、さらにコンデンサを直列に繋ぐことで、高周波電圧でインピーダンスが



(a) 鉄容器による磁気シールドを施した状態

(b) 磁気シールドを取り外した状態

図 5: スピンフリップパーコイルとガイドコイルのセッティングの様子

大きくなり電流が流れなく問題を解消した。

3.6 ガイドコイル

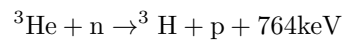
中性子を通す 10mm × 20mm の経路上でのガイド磁場の均一性を一定に保つため、マクスウェルコイルを参考に 4 つの、長方形で幅と巻き数の異なるコイルを並列に配置した。(図 5 を参照。巻き数は表 1) 過去の実験のセットアップでは、フリップパーコイルを覆うようにガイドコイルを配置することが多いが、今回の実験では磁気シールドを用いる都合上、ガイドコイルの内部にガイドコイルが通るよう設計した。このセットアップで FEMM にてシミュレーションを行うと、図 6 のように経路内ではガイド磁場の変化が 1% 程度にまで抑えられる結果が得られた。ガイド磁場の強さは 2.2mT になるよう電流を流し、フリップ磁場の周波数が 67kHz の時にスピン共鳴が起こるようセッティングした。

表 1: ガイドコイルの巻き数

コイル (上から)	巻き数
1	80
2	64
3	64
4	80

3.7 検出器: 比例計数管

計数管中の ^3He と中性子の反応



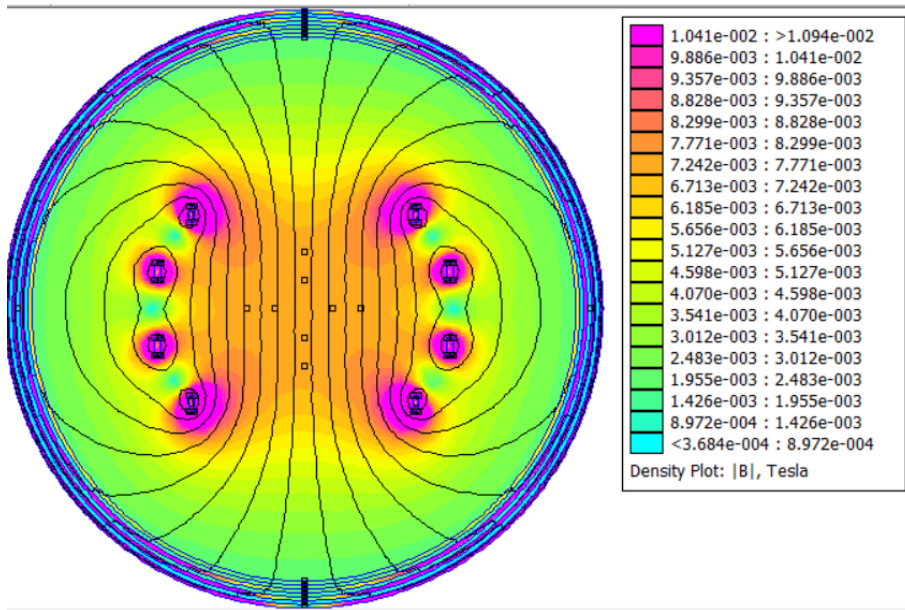


図 6: 無限直線電流によるガイドコイルの磁場分布シミュレーション結果

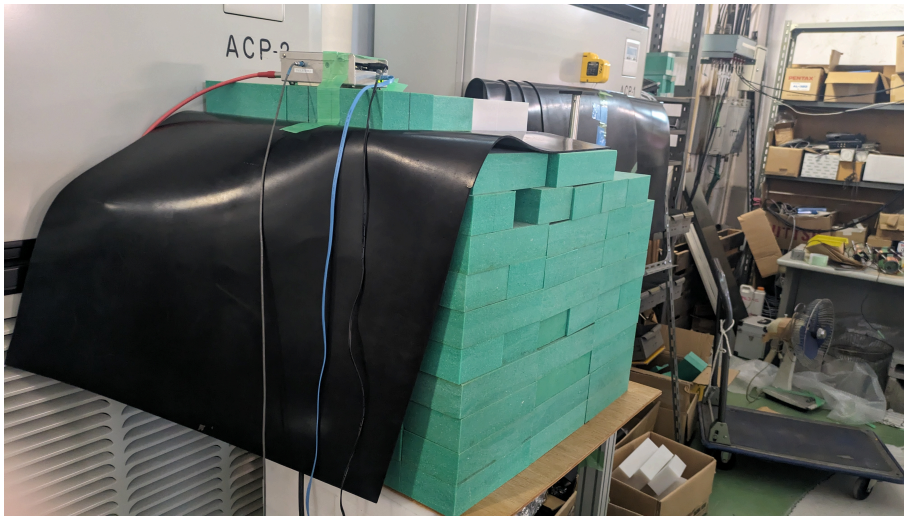


図 7: 比例計数管を遮蔽剤で覆った様子

によるエネルギーを用いて、中性子を計数する。実験中はバックグラウンド (主に陽子加速器からのもの) を防ぐため、2回磁気多層膜ミラーで反射されたビーム経路以外を遮蔽材で覆った。

4 結果

2/5~2/8 に 1 度目、2/26~2/28 に 2 度目の本測定を行った。以下に示していく測定データは、特に断りが無い限り LiM カウントによる規格化を行っており、また、交流電流の振幅は 0.2 A ($\lambda = 0.3 \text{ nm}$ の中性子を最もよくフリップさせる磁場を作る) である。

$$\frac{(\text{生データのカウント数})}{(\text{対応する測定期間での LiM カウント数の合計})} \times (\text{定数}) \quad (4.1)$$

4.1 1 度目の測定結果

まず、最初に交流電流を流さず 35 分程度取得した際の生データを図 8 に示す。

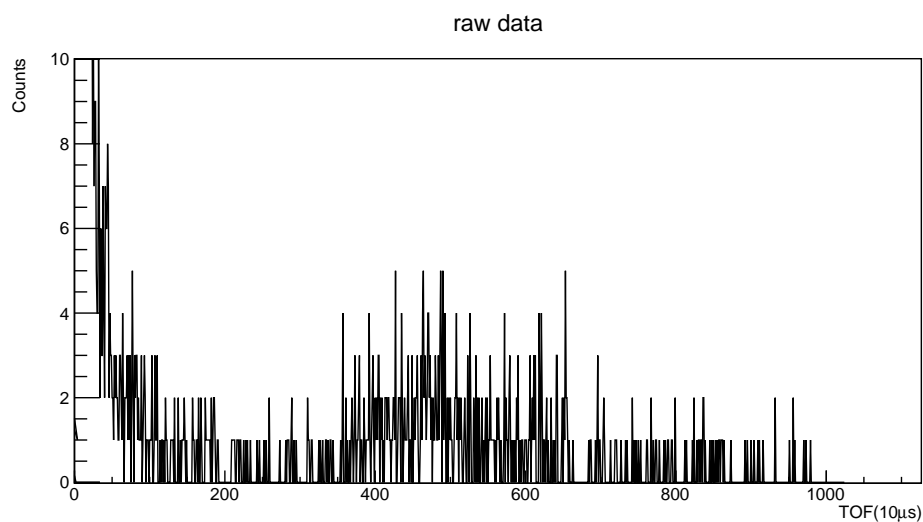


図 8: 電流なしでの生データ

測定値の分解能は 10 μs である。このままだとそれぞれの bin でのカウント数が少なくスペクトルが明瞭に見えないので、ある程度の bin 数ごとにカウント数をまとめる必要がある。

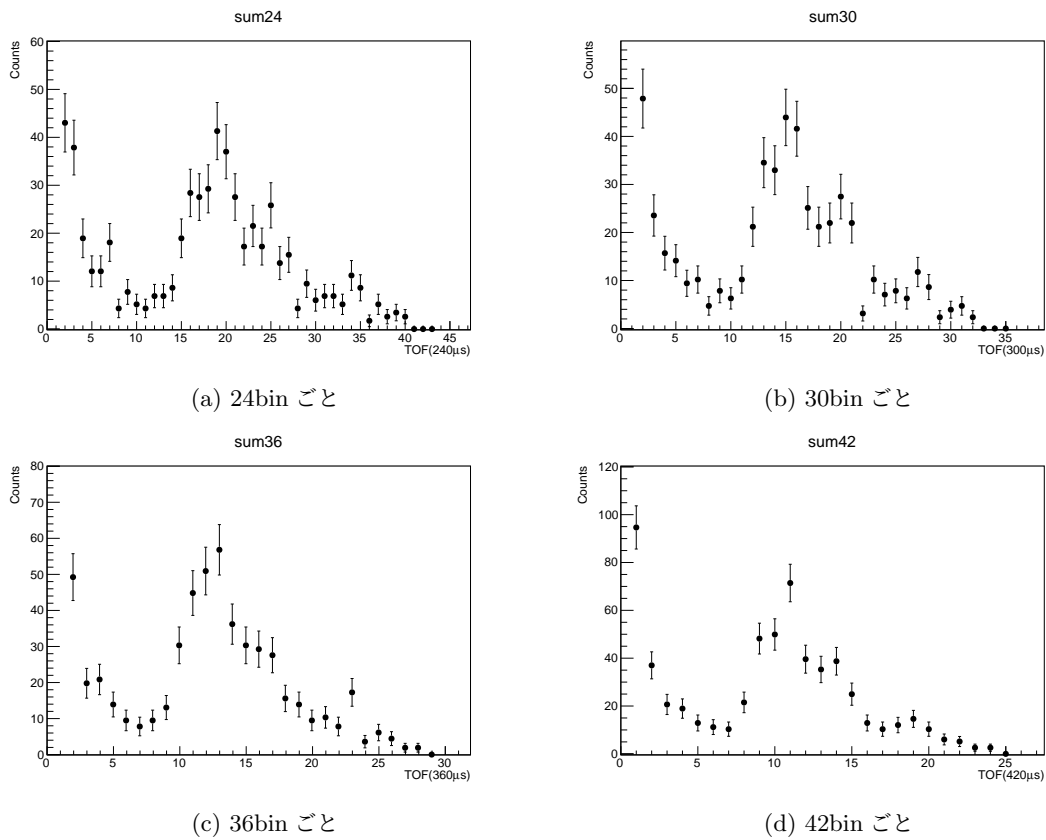


図 9: 電流なしでの測定結果

熱中性子のスペクトルが確認できる。以後、この 30bin ごとでまとめたデータを用いて結果を見ていく。

まず 67 kHz の交流電流を 35 分ほど流したときのデータと上述のデータを重ねたものを図??に示す。

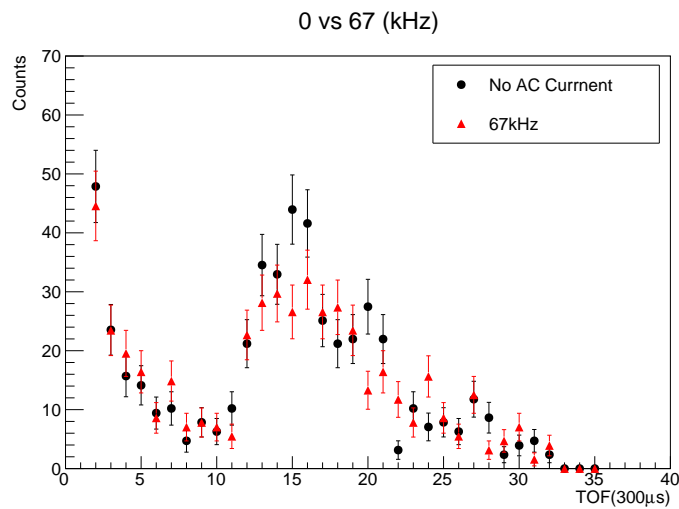


図 10: 電流なしと 67kHz の比較

ピーク付近に有意な差が見えている。続いて、60 kHz、67 kHz、バックグラウンドのそれぞれで 90 分ずつデータを取得した。結果を図 11 に示す。

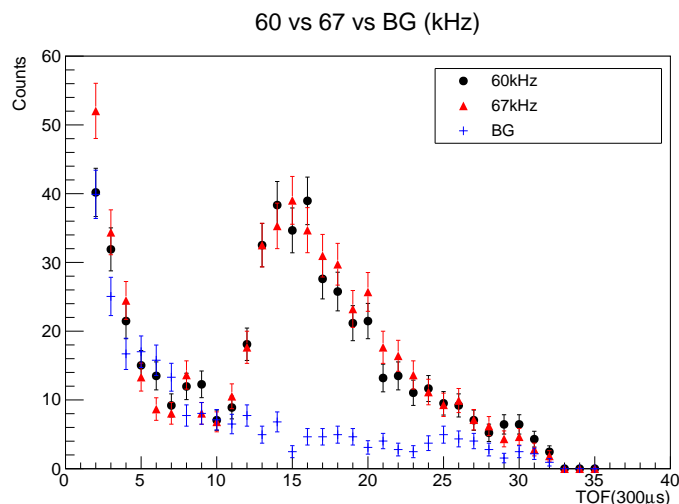


図 11: 長時間測定した 60 kHz、67 kHz

有意な差が見えなくなってしまっている。その後 40 kHz~85 kHz の範囲で、交流電流の大きさも変えながら 20 分ほどずつ共鳴が見えないか探索したが、有意な結果は得られなかった。いくつかのデータを抜粋したものを図 12 に示す（電流の大きさが 0.2 A でないものは凡例に示している）。

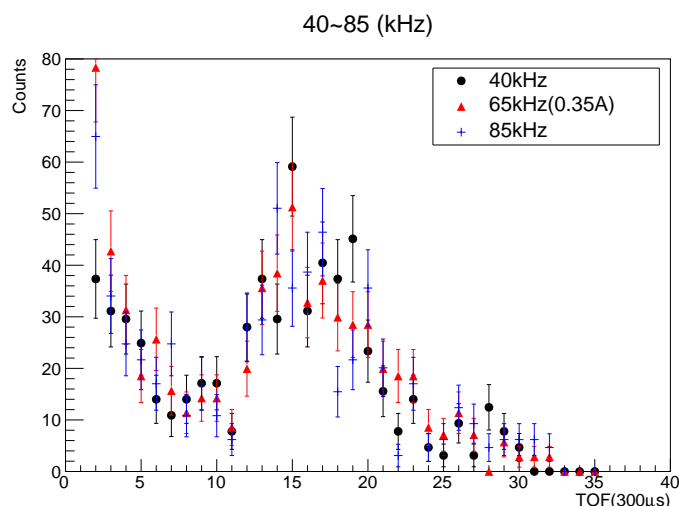


図 12: 40 kHz~85 kHz からの抜粋

いくつかエラーバーから外れている場合があるが、前後の状況やデータの様子から統計的なふらつきだと考えられる。このタイミングで鉄容器有りでの測定を断念し、以後これを取り外した状態で測定を行った。鉄容器に関しては後に詳しく考察する。

鉄容器無しで測定を続けたところ、70 kHz 付近で有意な減少が見えた。67 kHz との比較をいくつかの場合について図 13 に示す。

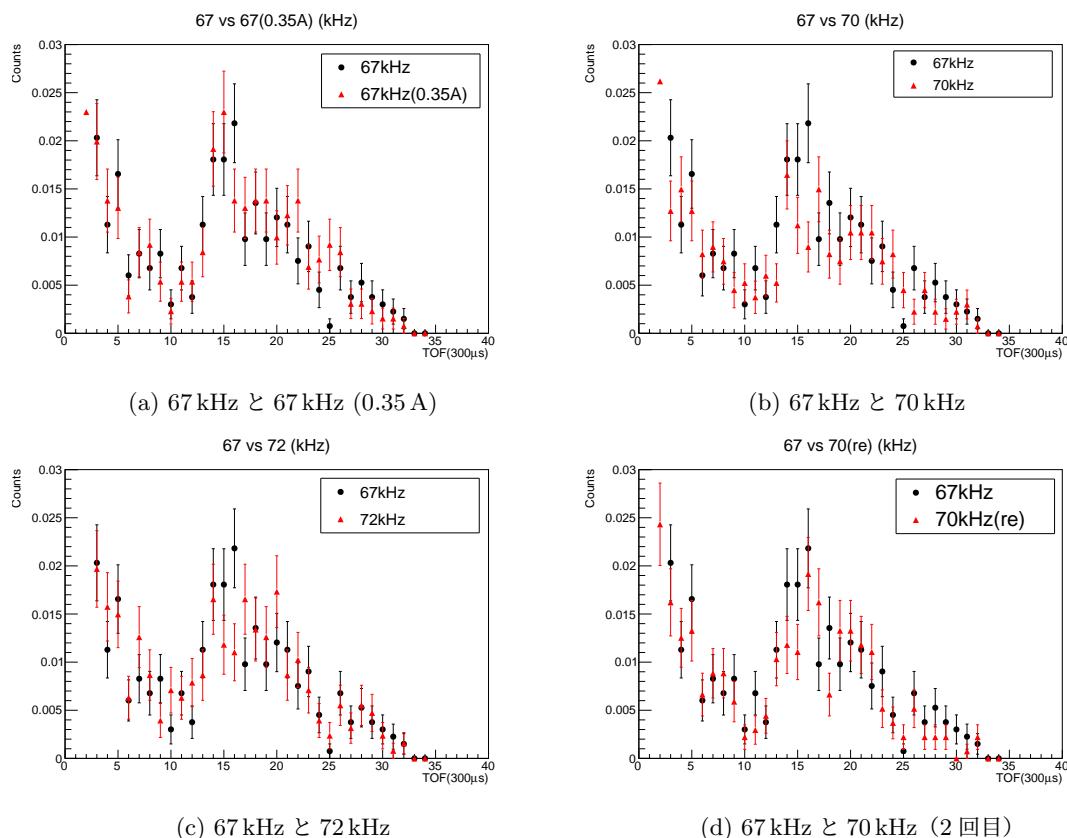


図 13: 70 kHz 付近での結果

これらの測定の際、LiM カウントが正常に機能していなかったため、規格化は TOF が小さい領域でのカウント数の合計により行った。これらは主として加速器から直接飛んでくるエネルギーの大きい中性子が検出されているものであり、ビーム強度には比例するが磁場の影響を受けておらず、かつカウント数が大きいので規格化に適している。このカウント数を Y 、規格化の対象となるデータを x としたとき、統計誤差 σ は次で与えられる。

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_x^2 x^2}{x^2 Y^2} + \frac{\sigma_Y^2 x^2}{Y^2 Y^2} = \frac{x}{Y^2} + \frac{x^2}{Y^3} \quad (4.2)$$

図 13 のエラーバーはこれに基づく。時間的な制約により、1 度目の本実験はここで終了した。

4.2 交流電流の大きさの最適化

1 度目と 2 度目の測定の間、 $\lambda = 0.3 \text{ nm}$ の中性子を最もよくフリップさせるように交流電流の大きさの最適化を行った。これは、鉄容器有り無しの場合でコイル内部の磁場の様子に違いが生じるため、鉄容器有りに対して最適化した振幅 0.2 A の電流では最低化されていないからである。まず、鉄容器無しのコイルの磁場の FEMM によるシミュレーションを図 14、15 に示す。



図 14: コイルの磁場シミュレーション

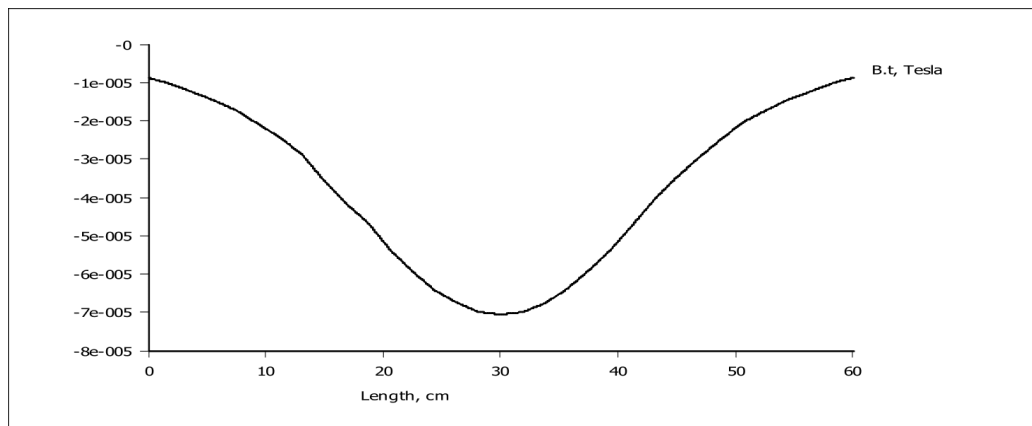


図 15: 進行方向の磁場の大きさ

(式 5.5) の反転行列に細分化した領域での磁場の値を代入し積を取ることで、実効的な磁場の値が得られ、これにより最適化ができる。

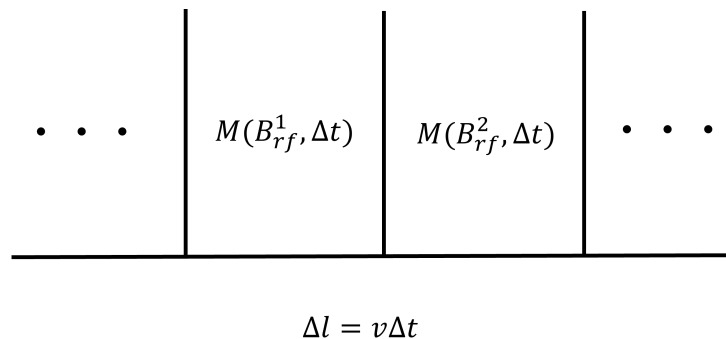


図 16: 行列と磁場の細分化

v は中性子の波長 0.3 nm に対応する。 Δl は FEMM の出力により、0.4 mm である。ここでは共鳴が起き

る時を考えるので、 $\epsilon = 0$ であり、1つの細分化領域に対して反転行列は次のようになる。

$$M(B_{rf}, \Delta t) \equiv \begin{pmatrix} \cos(\omega_{rf} \Delta t) & -i \sin(\omega_{rf} \Delta t) \\ -i \sin(\omega_{rf} \Delta t) & \cos(\omega_{rf} \Delta t) \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

電流の大きさ（つまり、全体的な磁場の大きさの倍率）の変化に対して、反転確率を表したのが図 17 である。

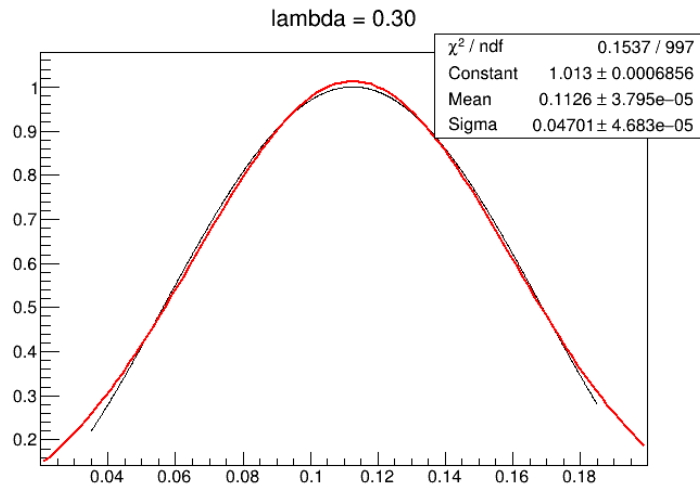


図 17: 行列と磁場の細分化

ガウシアンで Fitting しピークを求めると、最適な交流電流の振幅は 0.225 A となった。

4.3 2 度目の測定結果

交流電流の振幅 0.225 A、鉄容器なしの状態、70 kHz 付近を中心に 60 分ずつ探索を行った。図 18 に、2 度目に改めて測定した交流電流無し及びバックグラウンドとの比較を示す。

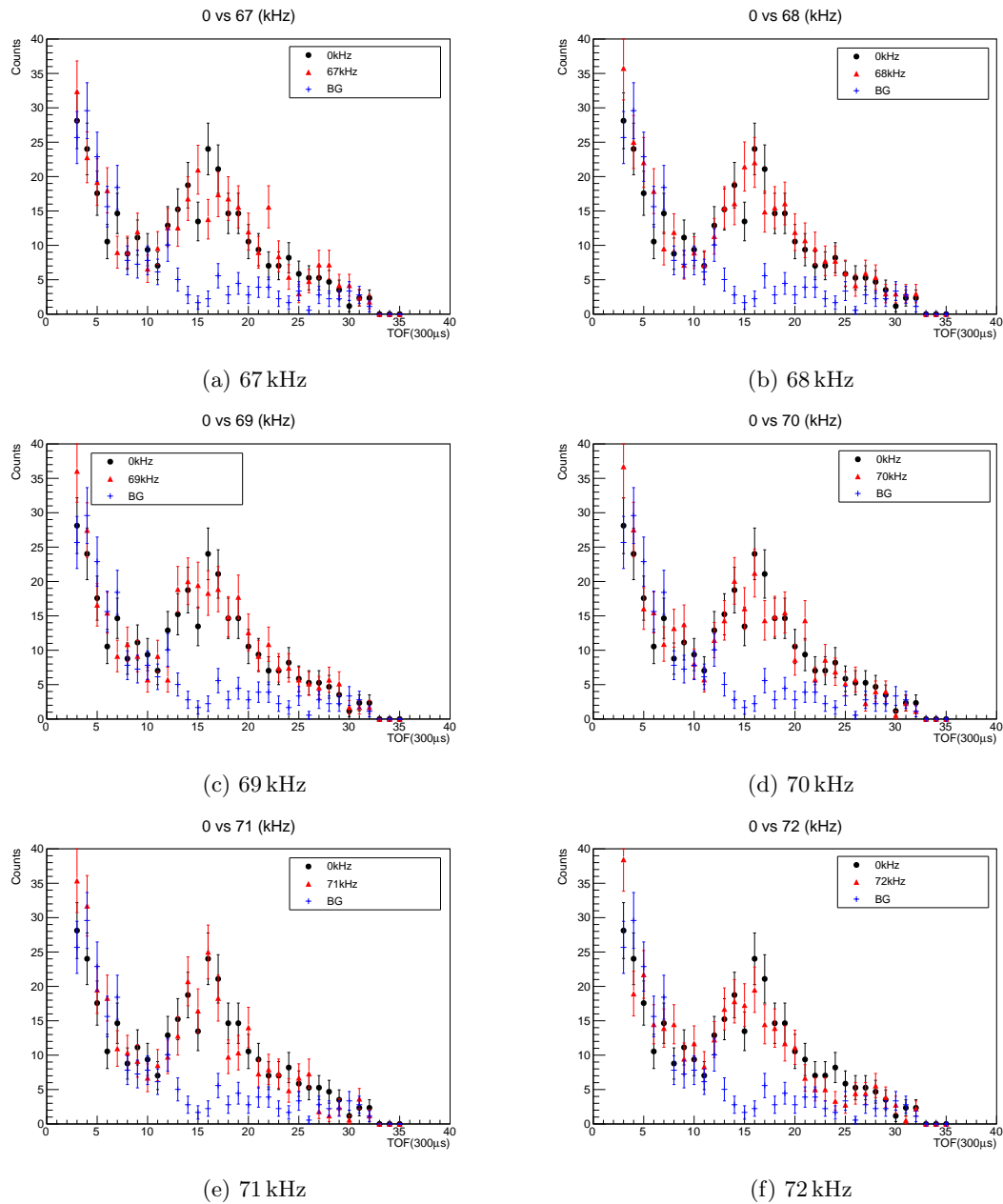


図 18: 2 度目の測定結果

周波数に対して有意な依存性が見えているとは言い難い。1 度目の測定の最後に見えた有意差がこちらには見えていないように思えるが、1 度目は測定条件の揃った一連のデータセットとして集まっているものが少ないため、次章の解析は 2 度目の測定のデータについて行った。

5 解析

鉄シールドを取り外して測定したデータに対し解析を行なった。

5.1 バックグラウンドの処理

データの解析に際し、理論的な予測との差を取り除くためにバックグラウンドを減算する処理を以下のように行う。

$$\frac{(\text{生データのカウンタ数})}{(\text{対応する LiM カウンタ数})} - \frac{(\text{バックグラウンドのカウンタ数})}{(\text{対応する LiM カウンタ数})} \quad (5.1)$$

このとき統計誤差は次のように計算できる。LiM カウントを L で表し、対象データを x 、バックグラウンドを B とする。

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_x^2}{L_x^2} + \frac{\sigma_B^2}{L_B^2} = \frac{x}{L_x^2} + \frac{B}{L_B^2} \quad (5.2)$$

このような処理を行なったデータを一部図 19 に示す。

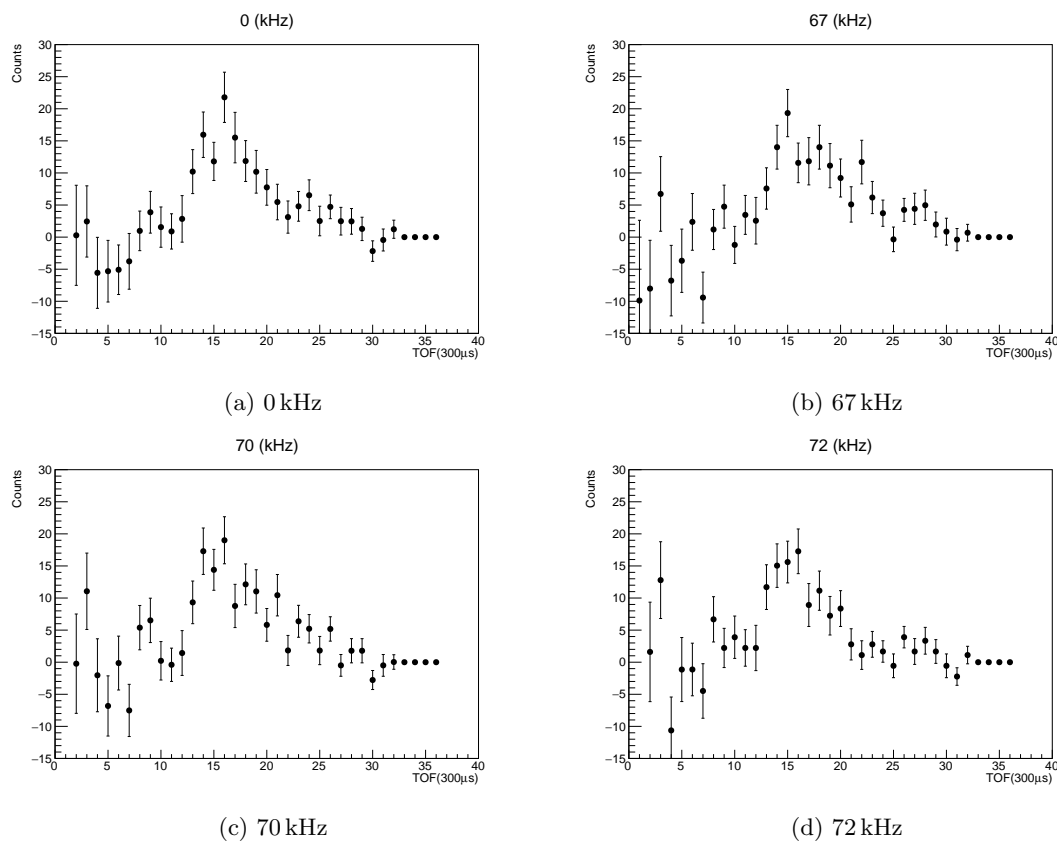


図 19: バックグラウンドを差し引いたデータ

5.2 周波数に対する変化

ここまではある周波数のときに中性子のスペクトルがどうなるかを見てきたが、必要な解析はある波長の中性子の周波数に対する変化を調べることである。図 20、 $\lambda = 0.30 \text{ nm}$ 、 0.33 nm 、 0.35 nm 、 0.37 nm の中性子を含む bin のカウンタ数を周波数に対する変化として示す。

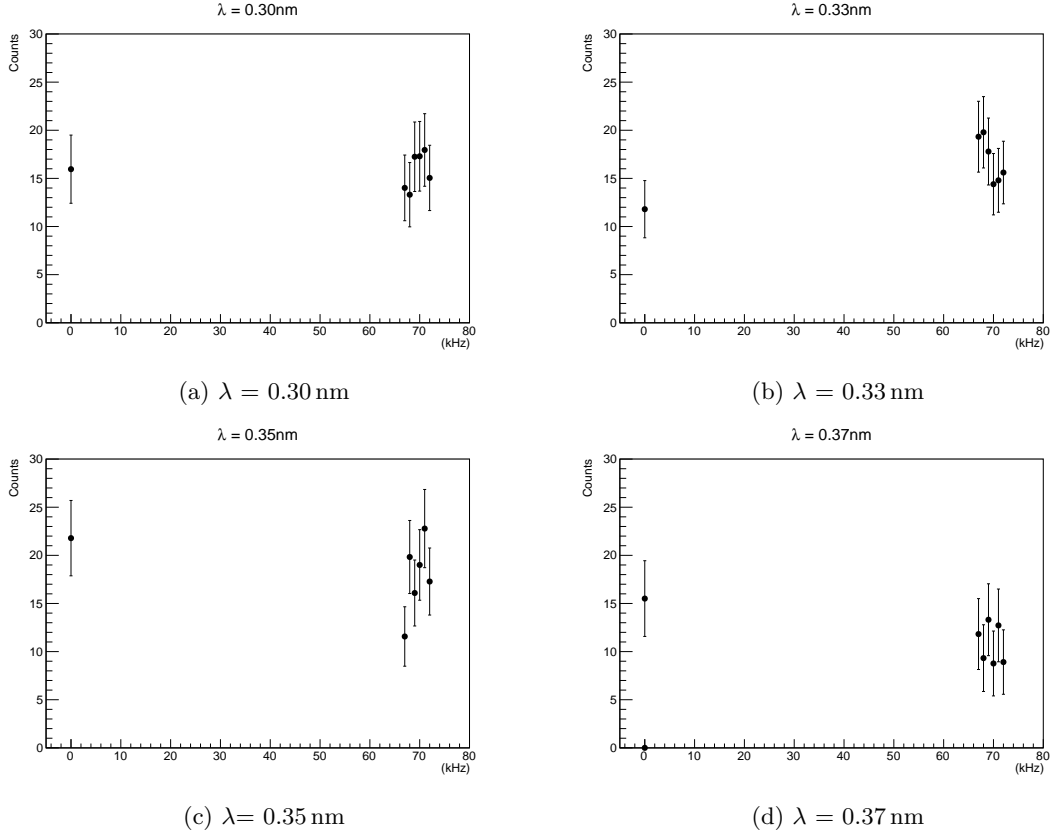


図 20: 同じ bin ごとの周波数に対する変化

やはり周波数依存の一貫性のある変化は見えていないように思える。

5.3 Fitting 関数の構築

磁気モーメントの値のは 5.2 節のようなプロットに対して理論式 (2.23) を Fitting することで求められるが、鉄容器が無いことにより磁場の分布が一樣ではなく、実際の Fitting 関数は自明ではない。そこで、変数である f と μ_n に変化に対して (2.23) を数値的に計算し、その結果を一貫して説明する実行的な B_{rf} 及び T (中性子の通過時間) を求め、その値を用いて Fitting 関数とする。具体的には以下のような測定強度 f を考える。

$$I(f, \mu_n) = 1 - P(B_{rf}, l, v) = \frac{\omega_{rf}^2}{\Omega^2} \sin^2 \frac{\Omega l}{v} = 1 - \frac{\omega_{rf}^2}{\Omega^2} \frac{1 - \cos 2\Omega T}{2} \quad (5.3)$$

$$\Omega = \sqrt{\omega_{rf}^2 + \epsilon^2}, \quad \epsilon = \Omega_0 - \frac{\omega}{2}, \quad \omega_{rf} = \frac{|\mu| B_{rf}}{\hbar}, \quad \Omega_0 = \frac{|\mu| B_0}{\hbar}, \quad \frac{\omega}{2} = \pi f \quad (5.4)$$

まず、4.2 節と同様に細分化した領域での反転行列を考える。

$$M(B_{rf}, \Delta t) \equiv \begin{pmatrix} \cos(\Omega \Delta t) - i \frac{\epsilon}{\Omega} \sin(\Omega \Delta t) & -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin(\Omega \Delta t) \\ -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin(\Omega \Delta t) & \cos(\Omega \Delta t) + i \frac{\epsilon}{\Omega} \sin(\Omega \Delta t) \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

FEMM の数値出力に基づきこの積を計算する。 B_0 は実測値により 1.9 mT する。また、解析対象は $\lambda = 0.3 \text{ nm}$ 、 0.35 nm とし、波長と速度の関係式

$$v = \frac{396}{\lambda[\text{nm}]} \quad (5.6)$$

に基づき、 $\Delta t = 0.4 \text{ mm}/v$ とする。実際はデータの処理上の問題により、 $\lambda = 0.3 \text{ nm}$ 、 0.35 nm を含む bin での平均値 $\lambda = 0.304 \text{ nm}$ 、 0.346 nm を用いた。計算範囲は $f : -10 \sim 100 \text{ kHz}$ 、 $\mu_n : 6 \sim 12 \times 10 \times 10^{-27} \text{ J/T}$ とする。この計算結果に対して、 $I(f, \mu_n)$ を 2 次元 Fitting することで実効 $B_{r,f}$ 、 T を求める。結果を図 21、22 に示す。

Chi2	=	203.213		
Ndf	=	659998		
Edm	=	4.1563e-11		
NCalls	=	48		
p0	=	0.051298	+/-	1.52267e-05
p1	=	1.05457		(fixed)
p2	=	1.89		(fixed)
p3	=	3.14159		(fixed)
p4	=	3.13414	+/-	0.000621262

図 21: 0.304 nm

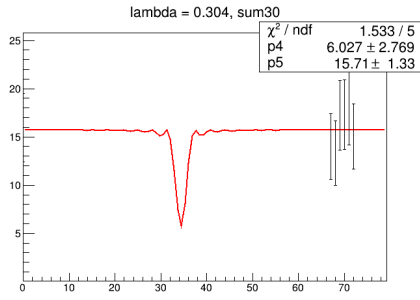
Chi2	=	309.498		
Ndf	=	659998		
Edm	=	8.53559e-10		
NCalls	=	60		
p0	=	0.0503274	+/-	2.00969e-05
p1	=	1.05457		(fixed)
p2	=	1.89		(fixed)
p3	=	3.14159		(fixed)
p4	=	3.66347	+/-	0.00101389

図 22: 0.346 nm

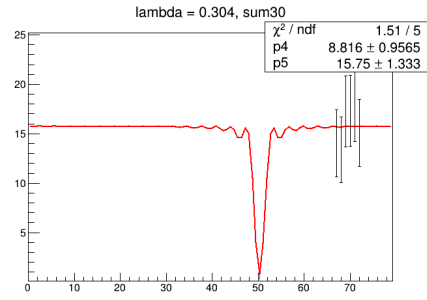
Fitting 結果の p_0 が $B_{r,f}(\text{mT})$ 、 p_4 が $T(10^{-4} \text{ s})$ に対応する。

5.4 Fitting の実行

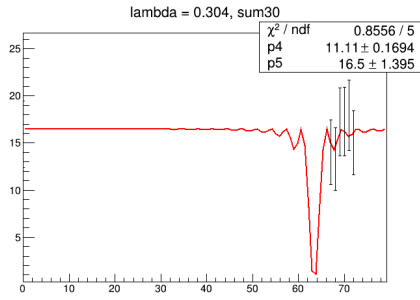
5.3 節で求めた実効値を取り込んだ $I(f, \mu_n)$ に全体の強度に該当する変数をかいた関数を用いて Fitting を行った。 $\lambda = 0.304 \text{ nm}$ の場合を図 23、 $\lambda = 0.346 \text{ nm}$ の場合を図 24 に示す。



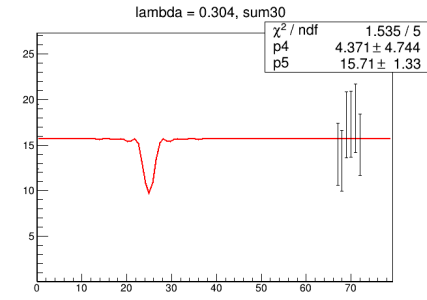
(a) 初期値 $\mu_n = 8 \times 10^{-27}$ J/T



(b) 初期値 $\mu_n = 9 \times 10^{-27}$ J/T

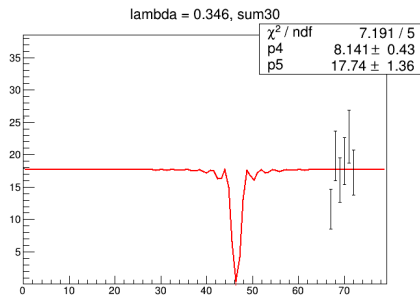


(c) 初期値 $\mu_n = 10 \times 10^{-27}$ J/T

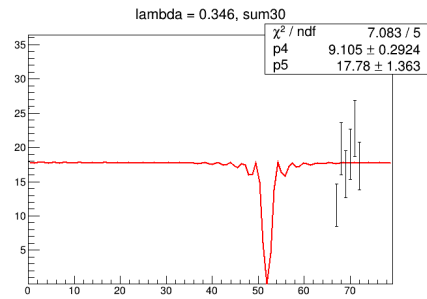


(d) 初期値 $\mu_n = 11 \times 10^{-27}$ J/T

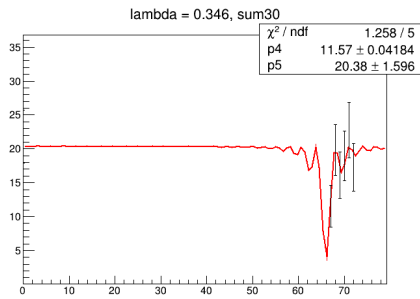
図 23: $\lambda = 0.304$ nm の Fitting 結果



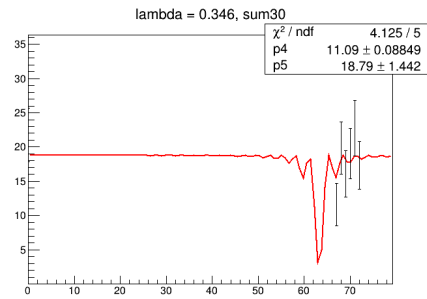
(a) 初期値 $\mu_n = 8 \times 10^{-27}$ J/T



(b) 初期値 $\mu_n = 9 \times 10^{-27}$ J/T



(c) 初期値 $\mu_n = 10 \times 10^{-27}$ J/T



(d) 初期値 $\mu_n = 11 \times 10^{-27}$ J/T

図 24: $\lambda = 0.346$ nm の Fitting 結果

p_4 が磁気モーメント $\mu_n 10^{-27}$ J/T、 p_5 は全体の係数である。図中に記したが、Fitting の際に設定した μ_n の初期値によって結果が大きく変動しており、物理的な結果を表しているとは考えにくい。Fitting 関数が最低値を取るのがどの周波数に対応するかが結果に支配的な影響を持つはずであるが、Fitting が最低値に被っていないことも実効的な解析とは言えない。

6 考察

6.1 鉄容器磁気シールドの影響

4.1 節で鉄容器を使用することを断念したと述べた。これについて詳しく考察する。

6.1.1 鉄容器有りでの自己インダクタンス

フリッパーコイルに電流を流そうとする際に、コイルの自己インダクタンス L が大きかったために、回路にコンデンサーを挿入することで対処した。この際、回路が通常の LCR 回路で見られるような大きな共振の振る舞いを見せなかった。回路電圧のモニターの様子は図 25。

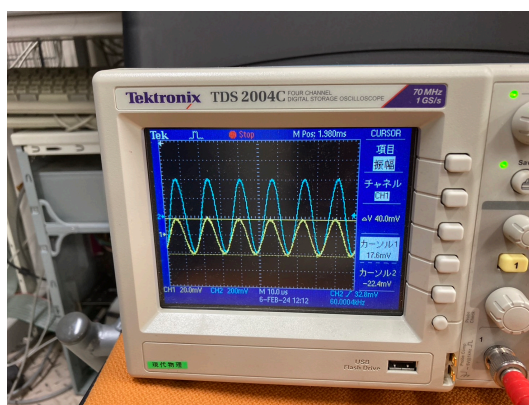


図 25: オシロスコープによる電圧モニター

1 度目と 2 度目の本実験の間に、フリッパーコイルの自己インダクタンスを単純な LCR 回路の測定により調べたところ、鉄容器無しでの自己インダクタンス L_0 と有りの L_1 が以下ようになった。

$$L_0 \approx 6 \text{ mH}, L_1 \approx 1 \text{ mH} \quad (6.1)$$

磁束数 ϕ と自己インダクタンスの関係は電磁気学の基本的な結果として知られている。

$$\phi = \frac{LI}{N}, \quad \phi = \int B_{rf} dS \quad (6.2)$$

つまり、同じ大きさの I に対して L が小さい程磁束も小さくなり、十分な磁場が得られないことが考えられる。今回は式 (6.1) の L_1 で十分な磁場を作るほどの交流電流を流すことが装置の制約上不可能であったため、鉄容器の使用を断念した。

6.1.2 原因の考察

コイルの交流電流に対する応答を調べていたところ、低周波帯 (~ 10 Hz) では L_1 が小さい値とはならなかった。また、高周波帯において L_1 が f が大きくなるにつれて漸減していくような振る舞いが見られた (図 26)。

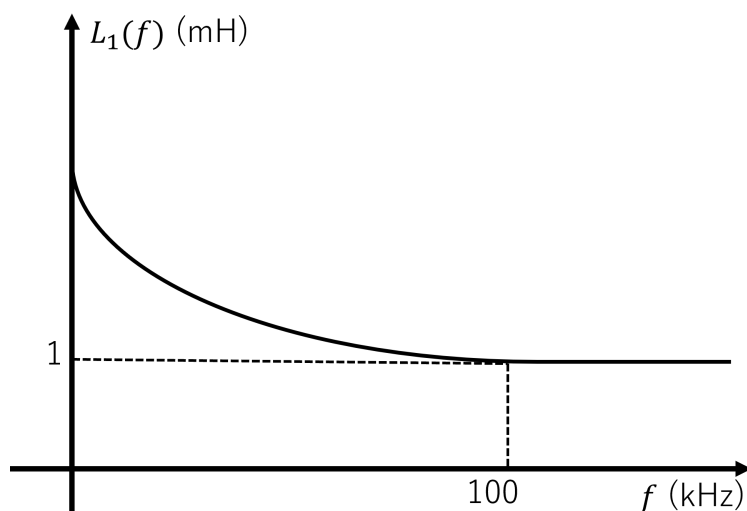


図 26: 自己インダクタンスの周波数依存性

このことから、高周波になるほど内部の磁場を打ち消すような作用を鉄シールドが及ぼしていると考えられる。これは、鉄が導体であるために、鉄内部の磁場の変動が激しくなるほど誘導電流が鉄に流れ、その結果内部の磁場が打ち消されるということが起きていたと思われる。実際、鉄は高周波帯に及ばないような交流電流を流す際のコイル芯としては広く用いられる一方で、高周波電流では素材として適さなくなるという情報を得た。逆に、高周波電流を用いる際にその磁場の影響を抑える目的でこのことを利用する例もある。

6.2 ガイド磁場の大きさ

1 度目の測定で見えていた 70 kHz 付近の有意な減少が 2 度目の測定で見えなくなったのは何故であろうか。2 度目の実験後に測定したガイド磁場の値を表 2 に示す。

表 2: ガイド磁場の測定値

コイル (上から)	巻き数	電気抵抗 (Ω)	磁場 (mT)
1	80	114.4	0.44
2	64	86.8	0.51
3	64	86.8	0.52
4	80	96.0	0.38

形状が同じであるはずの 1 番目と 4 番目のコイルで抵抗値・磁場がかなり違っていることが分かる。このこ

とから、1 度目と 2 度目の実験の間に 4 つ目のコイルで劣化や短絡などが起き、ガイド磁場の大きさが変化したため、測定結果の再現性が失われた可能性はある。4 つのコイル全てに電流を流して測定した値 1.89 mT に対して、中性子磁気モーメントの文献値 9.66×10^{-27} J/T を用いて共鳴周波数を予測すると、55 kHz 程度となる。これは 70 kHz と大きな乖離があり、2 度目の実験で探索しなかった領域である。

6.3 1 度目の測定データの解析

5 章においては 2 度目の測定データのみの解析を行ったが、ここでは 1 度目の測定データを解析することを試みる。

6.3.1 鉄容器とガイド磁場

1 度目の測定データの解析が困難である理由として、実験手順において失念していたことがある。鉄容器の有無はガイド磁場の大きさにも若干の影響を与える。1 度目の実験前に鉄容器有りでガイド磁場を測定すると、値は 2.2 mT であった。この状態からガイドコイルに流す電流の大きさを変えないまま鉄容器無しでの測定に移行してしまい、2 度目の測定後に鉄容器無しでガイド磁場の大きさを測定する（この時点で劣化や短絡が起きていた可能性がある）までガイド磁場の大きさを測定していない。そのため、1 度目の測定で有意な減少が見えていた時のガイド磁場の大きさが不明瞭であり、ガイド磁場の大きさは Fitting に支配的な影響を持つ (式 (2.23) などを参照) ために、解析が難しくなってしまった。

6.3.2 解析の実行

ガイド磁場の大きさを 1.89 mT、2.2 mT としたそれぞれの場合で、5 章と同様の解析を行う。解析対象は減少が最もよく見えている $\lambda = 0.35$ nm (実際は 0.346 nm) に限る。1.89 mT の結果を図 27、2.2 mT の結果を図 28 に示す。

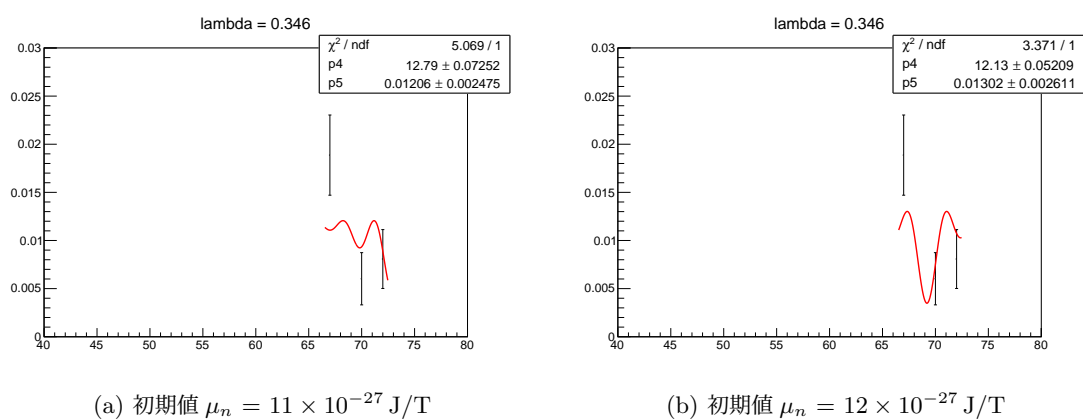


図 27: 1.89 mT の場合

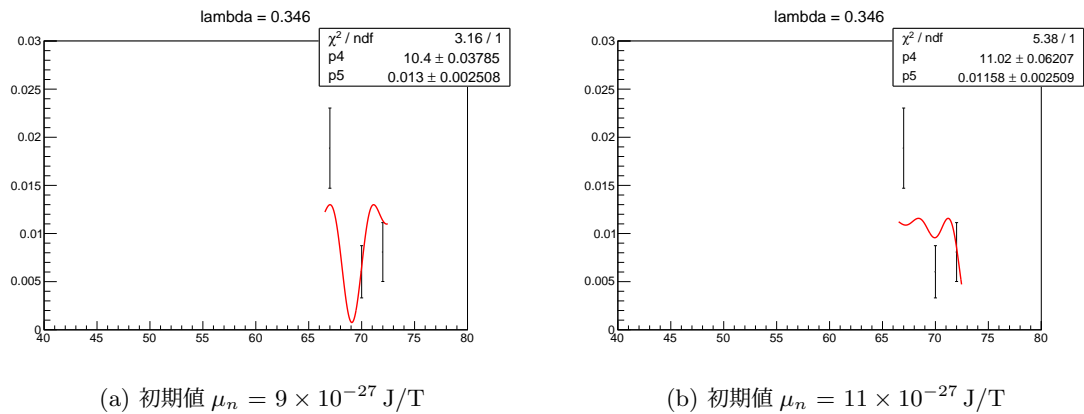


図 28: 2.2 mT の場合

やはり初期値依存性を持ち、データ数が少ないことも効果的な解析を困難にしている。この有意差が磁気共鳴によるものかどうかはこの解析だけでは判断が難しい。

6.4 改善点

中性子磁気モーメントの測定を行うために今回の状況から改善できそうな点をまとめる。

6.4.1 磁気シールド

6.1 で考察したように、高周波電流を用いる際に導体である鉄を磁気シールドとして用いることは難しい。同様の設計で実験を行う場合、磁性体でありかつ電流を通さないフェライトなどの素材を用いることが考えられる。

6.4.2 統計数の改善

今回用いた KUANS のビームはかなり強度が低く、加えて制作した装置は設計上ビームを絞らなければならなかった。そのために統計数が少なく解析が難航・不正確になったほか、ビームの性質・セットアップの簡単なチェックのためにも長時間の測定を要し、本実験に割ける時間が少なくなってしまった。どのような実験でも言えることだが、統計数を増やすような工夫が重要である。

6.4.3 フリッパーコイルの改善

磁場の閉じ込めと統計数の確保を両立したフリッパーコイルが理想的である。加えて、今回のコイルは自己インダクタンスが大きく、電流の制御に困難を要した。これらの問題点を改善したコイルの設計として、次のようなものを考えた。

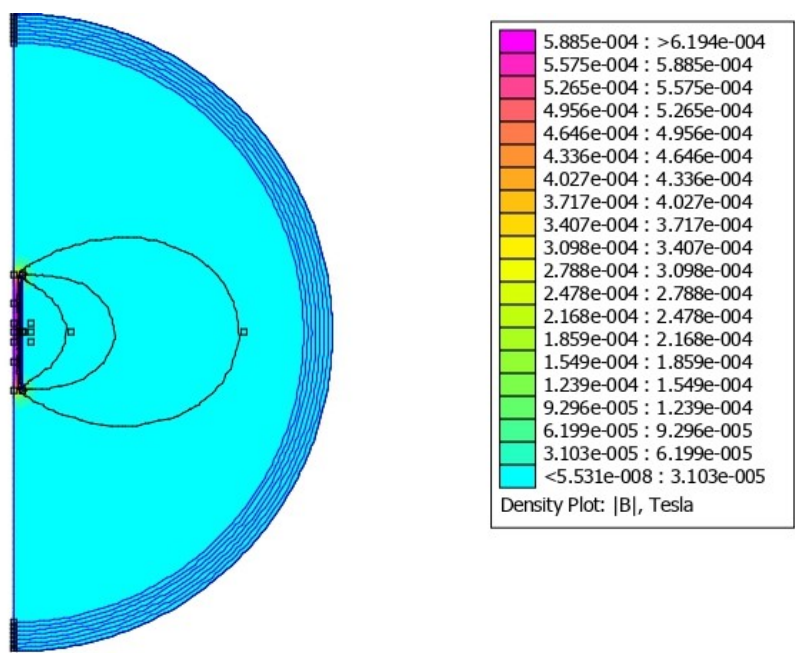


図 29: コイルの設計案

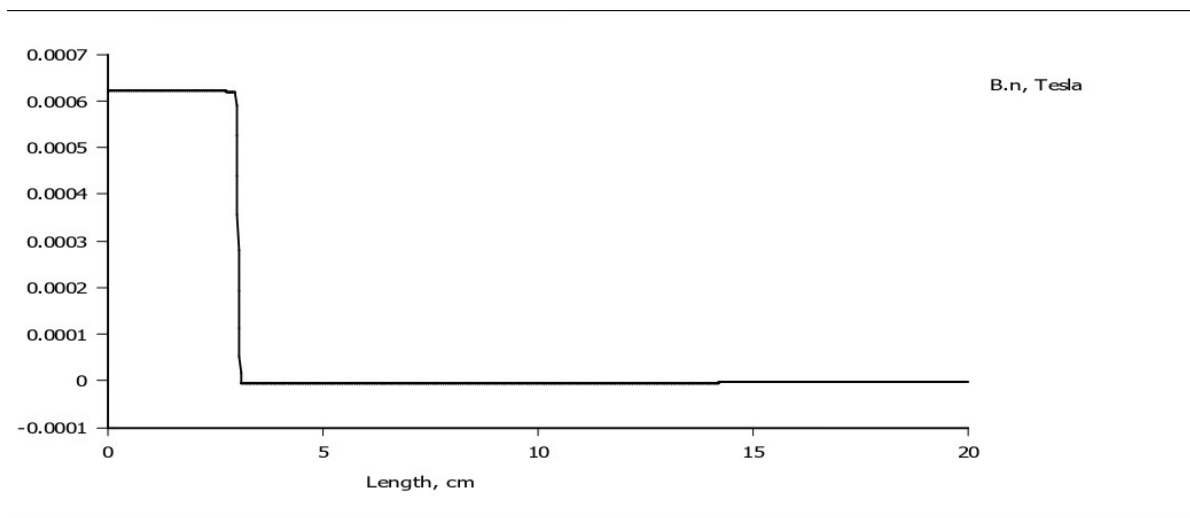


図 30: 磁場分布

図 29 において、コイルを巻く方向は縦方向、中性子の入射は横方向で想定する。コイルの導線間隔を広くし、導線にアルミなどを用いれば、自己インダクタンスを小さくし、中性子の散乱が少ないまま統計数も増やすことができる。図 30 を見ると磁場の閉じ込めもよく達成されていることが分かる。

7 謝辞

本研究の遂行にあたり、KUANSの使用と実験内容に関し多大なる助力をいただいた、京都大学工学部工学研究科准教授 田崎誠司先生、並びに同大学理学部理学研究科タンデム技官 廣瀬昌憲氏には心より感謝申し上げます。また、指導教官として終始多大なご指導を賜った、京都大学理学部理学研究科高エネルギー物理学研究室教授 中家剛先生、同研究室助教授 木河達也先生に深謝致します。また TA として多くの助言をいただきました同研究室 D1 有元隼太氏、M1 星野大輝氏に感謝いたします。最後に、理学研究科課題研究 P1,P2 の皆様には、本研究の遂行にあたり多大なご助言、ご協力頂きました。ここに感謝の意を表します。

8 参考文献

- ウラジミール・イグナトビッチ著, 宇津呂雄彦訳 (2009) 『中性子光学-理論による量子力学の展開-』 (株) 吉岡書店
- D.J. グリフィス著, 花垣和則, 波場直之訳 (2019) 『グリフィス 素粒子物理学』 丸善出版 (株)
- H. ジョージアイ著, 久後汰一郎訳 (2010) 『物理学におけるリー代数 (原著第2版)』 (株) 吉岡書店
- エリ・ランダウ, イェ・リフシッツ著, 好村滋洋, 井上健男訳 (1983) 『量子力学 [改訂新版] 2』 東京図書 (株)
- 過去の P3 レポート
 - 2016 荒木 隼人 安藤 翼 大湊 浩明 鷲見 響太郎 寺内 健太
 - 2019 加須屋春樹 近藤寛記 鈴木一輝 間宮章 藤井涼平