

2023年度 課題研究P2 中性子磁気モーメント測定班

研究発表資料

京都大学理学部4回生 佐々木駿斗

同

溝添泰隆

実験目的

- 中性子の磁気モーメント、つまりは電荷の偏りを測定することで、中性子を構成するクォークの分布を推測する。
- 中性子磁気共鳴の実験において、磁気シールド用いて箱型フリップ磁場を近似的に実現し、解析を簡略化する。

実験原理

中性子の磁気モーメント

中性子は3つのクォーク(udd)から構成される。中性子自体の電荷は0だが、それを構成するクォークの電荷の偏りにより中性子は磁気モーメントを持つ。

クォークはフレーバー(uds)と、スピン状態($\uparrow\downarrow$)からSU(6)対称性を有しており、中性子の状態 $|n\rangle$ をフレーバー状態とスピン状態で書き下すことができる。中性子の磁気モーメント μ_n は、クォークのスピンが $\frac{1}{2}$ であることから、

$$\mu_n = \langle n | (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) | n \rangle$$

となる。

例えば $|n\rangle$ の項のうち、 $\frac{2}{3\sqrt{2}}|u(\downarrow)d(\uparrow)d(\uparrow)\rangle$ について考えると、

$$(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)|u(\downarrow)d(\uparrow)d(\uparrow)\rangle = (-\mu_u + \mu_d + \mu_d)|u(\downarrow)d(\uparrow)d(\uparrow)\rangle$$

より

$$\left(\frac{2}{3\sqrt{2}}\right)^2 \langle u(\downarrow)d(\uparrow)d(\uparrow)|(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)|u(\downarrow)d(\uparrow)d(\uparrow)\rangle = \frac{2}{9}(2\mu_d - \mu_u)$$

となる。すべての項を合わせると $\mu_n = \frac{4}{3}\mu_d - \frac{1}{3}\mu_u$ が得られる。

各クォークの磁気モーメントはそれぞれの質量に依存し、 $\mu_u = \frac{2e\hbar}{3m_u}$, $\mu_d = -\frac{e\hbar}{6m_d}$ と

表わされるので、 $m_u = m_d = 336\text{MeV}/c^2$ を用いて、

$$\mu_n = 9.405 \times 10^{-26} \text{J/T}$$

を得る。

磁気共鳴(スピンフリップ)

磁気モーメントを持つ粒子の、回転磁場中におけるふるまいを考える。

$$\mathbf{B} = xB_{rf} \cos \omega t + yB_{rf} \sin \omega t + zB_0$$

となる磁場中において、磁気モーメント μ を持つ粒子のシュレディンガー方程式は、

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(t, x)}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + |\mu| \boldsymbol{\sigma} \mathbf{B} \right] \Psi(t, x)$$

となる。

$B_0 \gg B_{rf}$ のもとで、境界面での反射とエネルギー変化を無視すれば、波動関数の x 依存性を取り除くことができ、 $\Psi(x, t) = \exp(ik_0x - iE_0t)\psi(t)$ をもちいて

$$i\frac{d\psi(t)}{dt} = \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\Omega}\psi(t)$$

(ただし $\boldsymbol{\Omega} = (\omega_{rf}, 0, \Omega_0 - \omega/2)$, $\omega_{rf} = \frac{|\mu|B_{rf}}{\hbar}$, $\Omega_0 = \frac{|\mu|B_0}{\hbar}$)

これを解くことによって

$$\psi(t) = e^{-i\omega\sigma_z t} e^{-i\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\sigma}t} \psi(0) = e^{-i\omega\sigma_z t} \left[\cos \Omega t - i \frac{\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\sigma}}{\Omega} \sin \Omega t \right] \psi(0)$$

(ただし $\Omega = \sqrt{\omega_{rf}^2 + \epsilon^2}$, $\epsilon = \Omega_0 - \omega/2$)

つまり速度 v 、初期状態 $\psi(0)$ の中性子が距離 l の区間で回転磁場を感じた場合の遷移行列 M は、

$$M(B_{rf}) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\Omega l}{v} - i \frac{\epsilon}{\Omega} \sin \frac{\Omega l}{v} & -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin \frac{\Omega l}{v} \\ -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin \frac{\Omega l}{v} & \cos \frac{\Omega l}{v} + i \frac{\epsilon}{\Omega} \sin \frac{\Omega l}{v} \end{pmatrix}$$

と書ける。

つまり上向きスピン状態 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ の反転確率は

$$P = \frac{\omega_{rf}^2}{\Omega^2} \sin^2 \frac{\Omega l}{v}$$

これは $\frac{\Omega l}{v} = \frac{(2n+1)\pi}{2}$ となるように設定すると、 $\epsilon = 0$ で共鳴条件を満たすときに最大値1を取る。

交流磁場 $\mathbf{B} = 2\mathbf{x}B_{rf} \cos \omega t$ は、二つの回転磁場の和として表せる。

$$\mathbf{B} = \left(\mathbf{x}B_{rf} \cos \omega t + \mathbf{y}B_{rf} \sin \omega t \right) + \left(\mathbf{x}B_{rf} \cos (-\omega t) + \mathbf{y}B_{rf} \sin (-\omega t) \right)$$

これまでの議論で $\omega \rightarrow -\omega$ として、第二項の回転磁場の反転確率について考えると、 $\epsilon = \Omega_0 + \omega/2$ となり、 $B_0 \gg B_{rf}$ のもとで

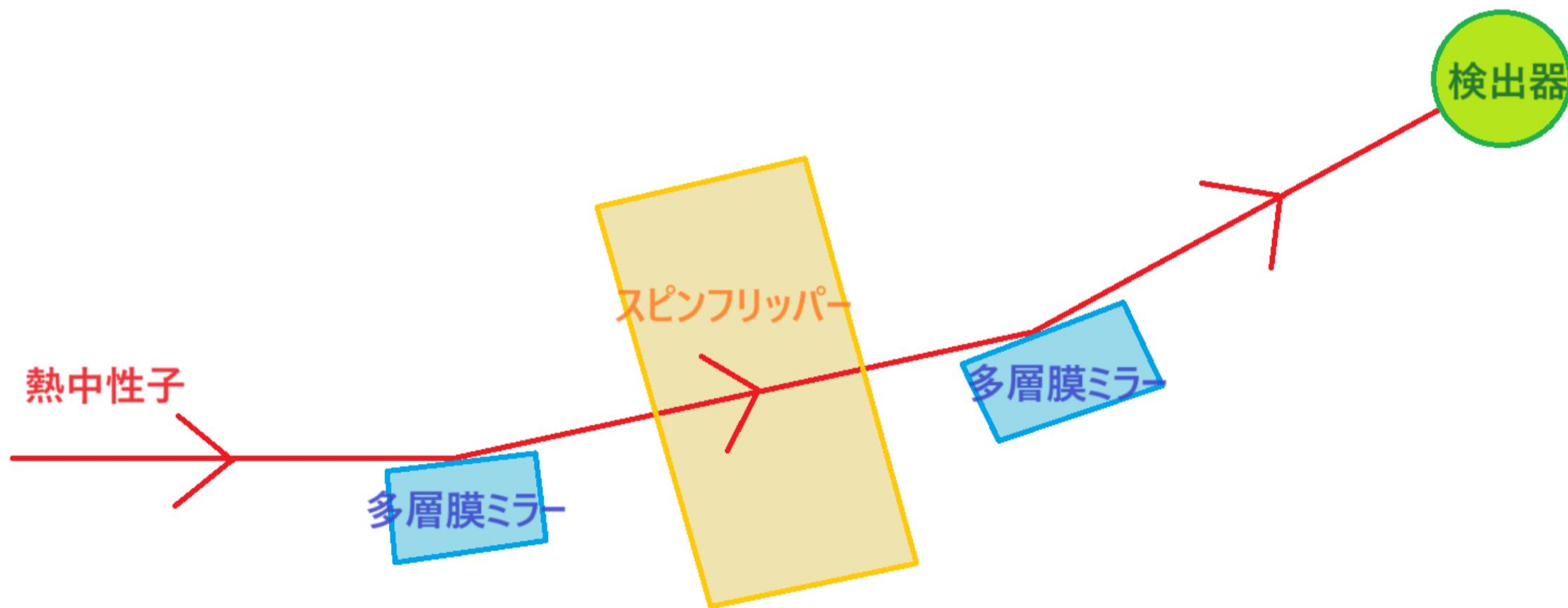
$$\frac{\omega_{rf}^2}{\Omega^2} = \frac{\omega_{rf}^2}{\omega_{rf}^2 + \epsilon^2} \ll 1$$

となり、この寄与は無視できる。

以降この交流磁場 $\mathbf{B} = 2\mathbf{x}B_{rf} \cos \omega t$ を回転磁場の代用として用いる。

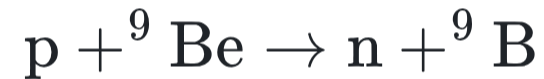
実験装置

セットアップ(概念図)



熱中性子源:KUANS

本実験に用いる熱中性子源は、京都大学理学研究科のKUANSを使用した。線形陽子加速器からの陽子ビームをBeターゲットに当て、



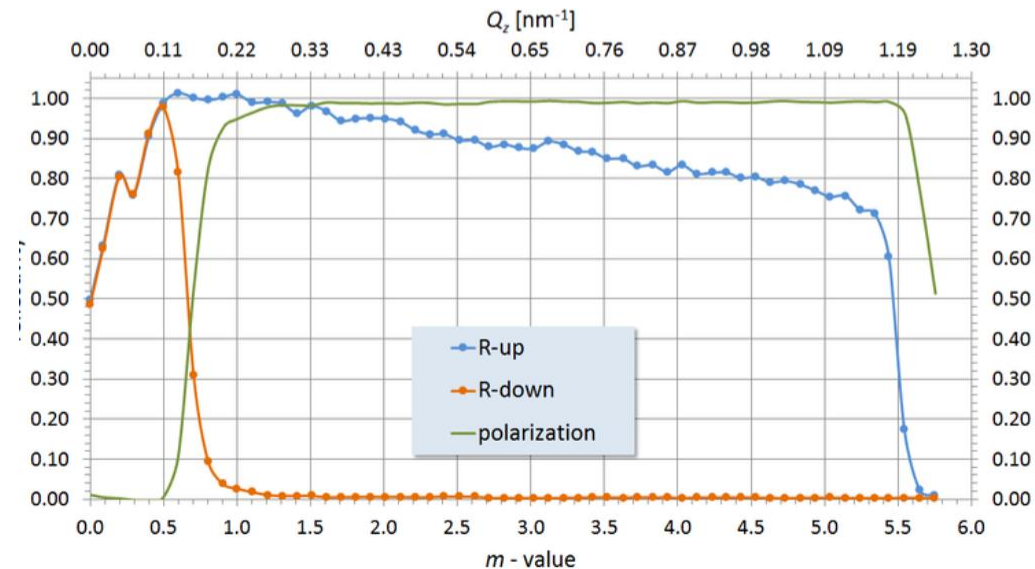
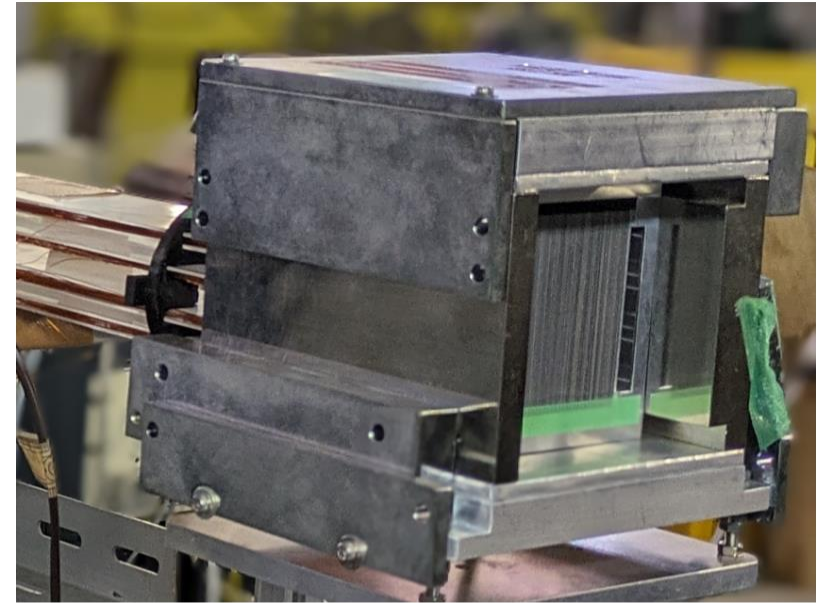
の核反応により熱中性子を発生させる。これを冷却したポリエチレンに当てることで1000m/s程度にまで減速させた熱中性子を実験に用いる。

今回の実験装置は1300m/s($\lambda = 3\text{\AA}$)あたりの中性をフリップするよう設計を行った。

磁気多層膜ミラー

中性子のスピン選択にはSwiss Neutronics 製 Fe/Si polarising supermirrorsを用いた。これは中性子のスピン状態によって、磁場中のFe層で中性子が感じるポテンシャルが異なることを利用し、スピン上向きの中性子のみを選択的に反射する多層膜ミラーである。

実験にはスピン選択精度のよりよい、反射中性子を用いた。層の間は1mm、ミラーの長さは75mmなので、もっともよく中性子を反射する入射角は $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{75}$ radとなる。角度の調整にはレーザーを用いた。

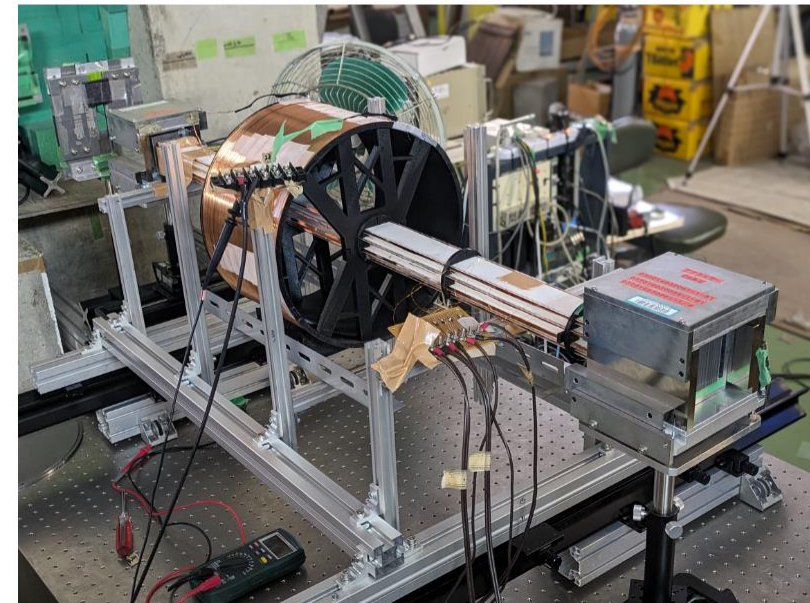
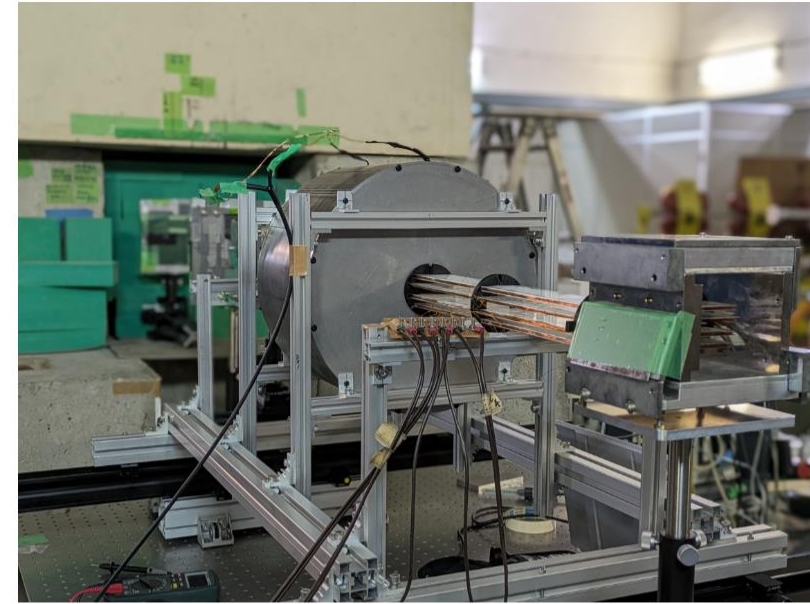
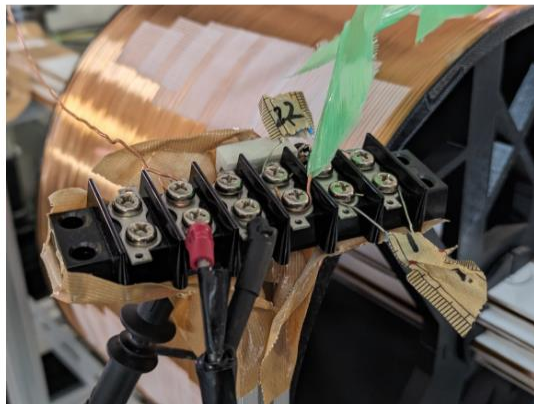


スピントリッパーとガイドコイル

スピントリッパー用のコイルには、長さ200mm、 ϕ =300mm、巻き数181の円形コイルを用い、これを鉄製の容器で囲うことで、交流磁場の分布を箱型に近づける工夫をした。(後述する理由によりこの工夫はうまく働かなかった)

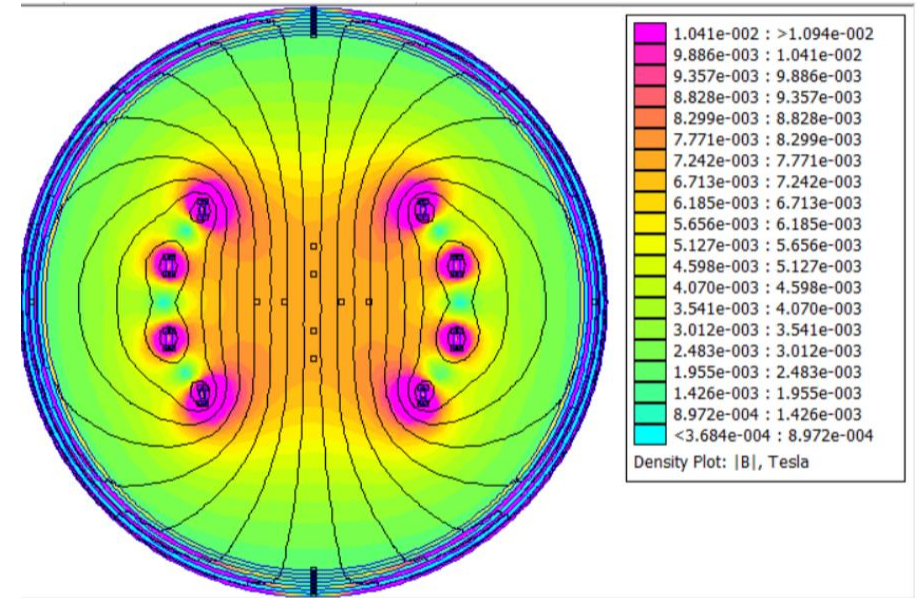
鉄容器内部でもガイド磁場が一定になるよう、ガイド用のコイルをトリッパーコイルの中に通した。

トリッパーに流れる電流は、 0.1Ω の抵抗を直列につなぎ、その両端の電圧をモニターすることで計測した。



さらに中性子を通す10mm × 20mmの経路上でのガイド磁場の均一性を一定に保つため、マクスウェルコイルを参考に4つの、幅と巻き数の異なるコイルを並列に配置した。

このセットアップでFEMMにてシミュレーションを行うと、以下のように経路内ではガイド磁場の変化が1%程度にまで抑えられる結果が得られた。ガイド磁場の強さは2.2mTになるよう電流を流し、フリップ磁場の周波数が67kHzの時にスピン共鳴が起こるようセッティングした。



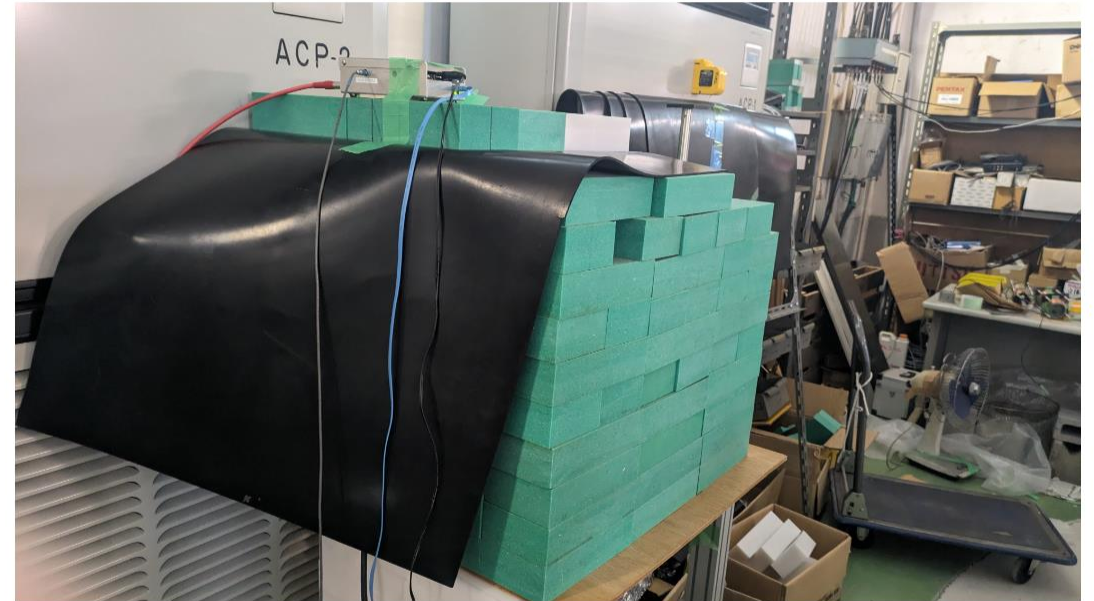
検出器:³He比例計数管

計数管中の³Heと中性子の反応



によるエネルギーを用いて、中性子を計数する。

実験中はバックグラウンド(主に陽子加速器からのもの)を防ぐため、想定しているビーム経路以外を遮蔽材で覆った。



実験結果

2/5～2/8に1度目の測定、2/26～2/28に2度目の測定を行った。

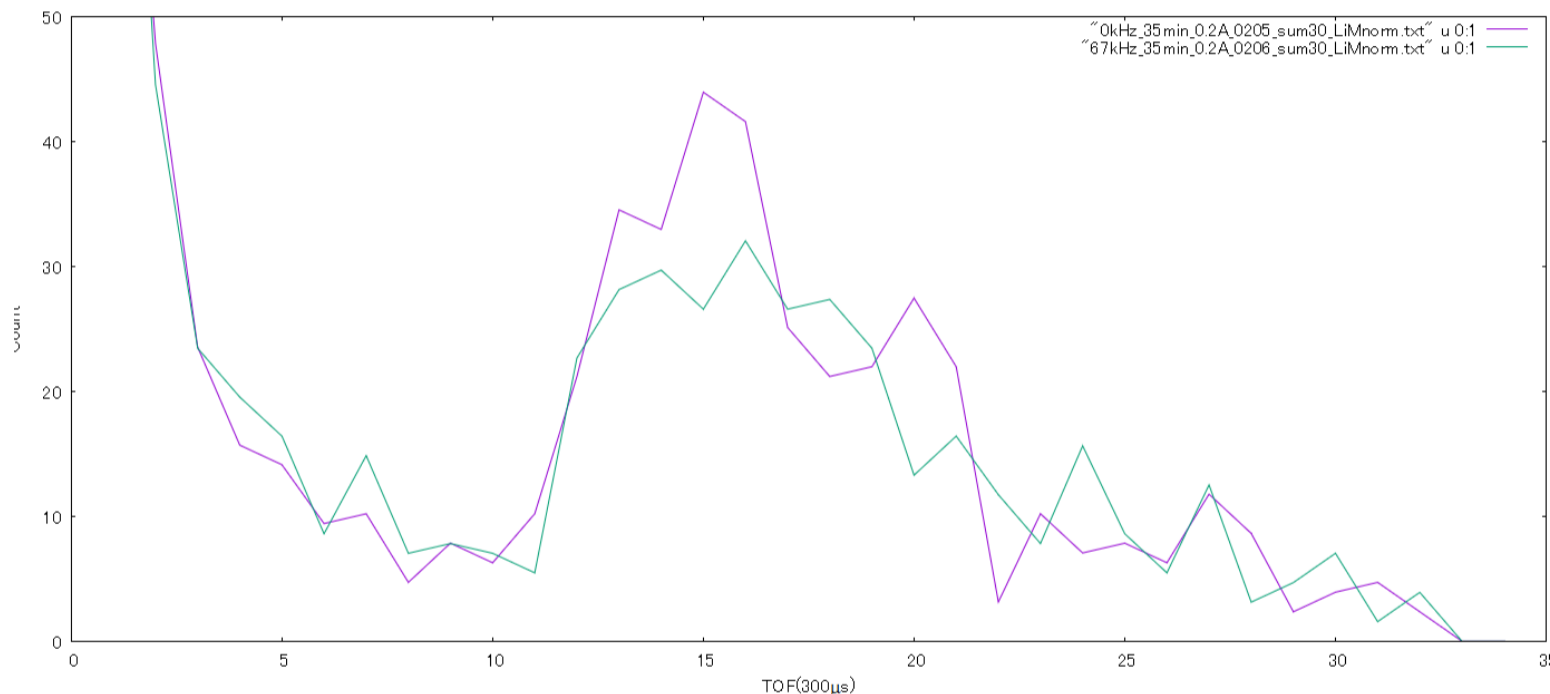
前半にシールド有りでの測定データを、後半にシールド無しでの測定データを示す。

全てのデータは、TOFに関して30分解能($300\mu\text{s}$)ごとにカウント数を合計したものを示している。

断りが無い場合、フリッパーコイルに流した交流電流の振幅は0.2A ($\lambda = 0.3\text{nm}$ を最もよくフリップさせる大きさの磁場を作る)である。

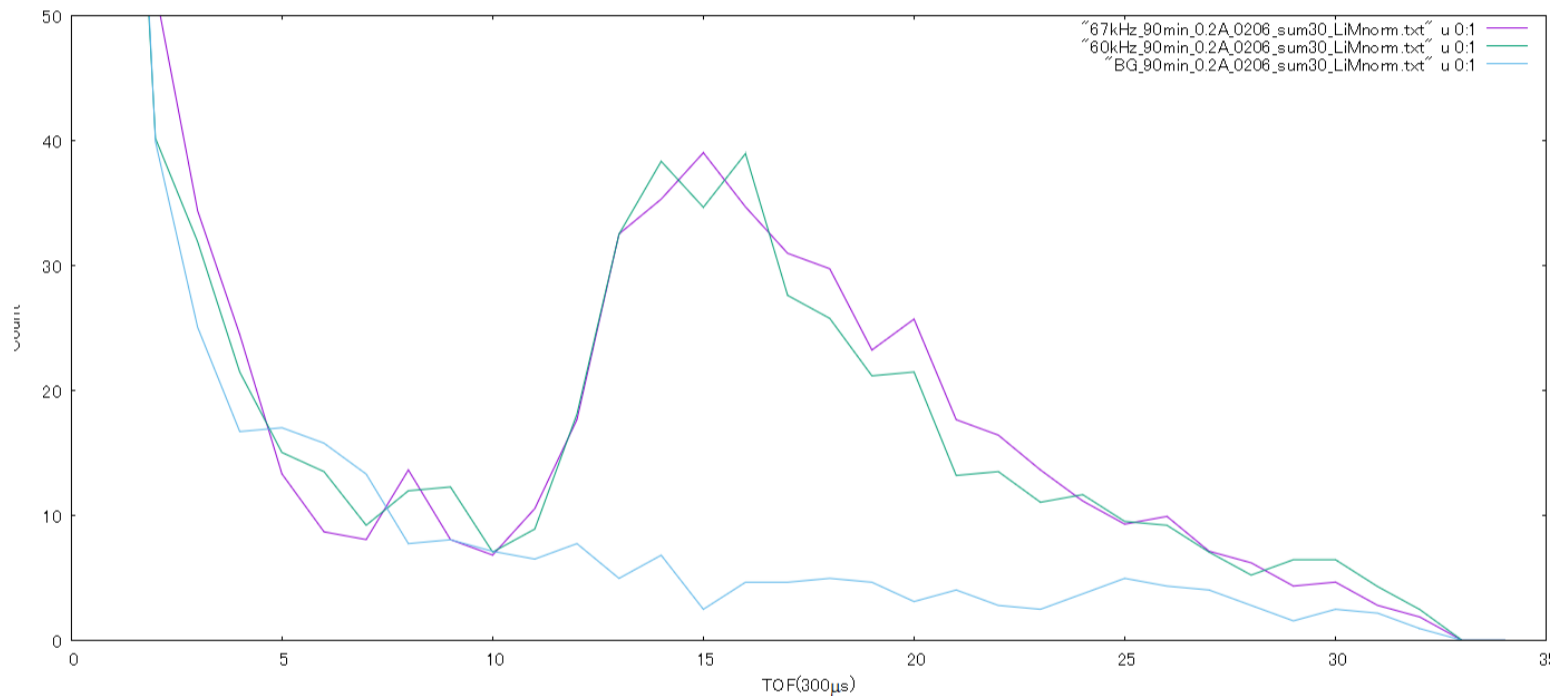
まず、交流磁場無しの場合と、67kHzの交流磁場を印加した場合でそれぞれ30min程度取得したデータを右図に示す。

この時点で有意とも思える67kHzでの減少が確認できたので、引き続き長時間での測定を行った。



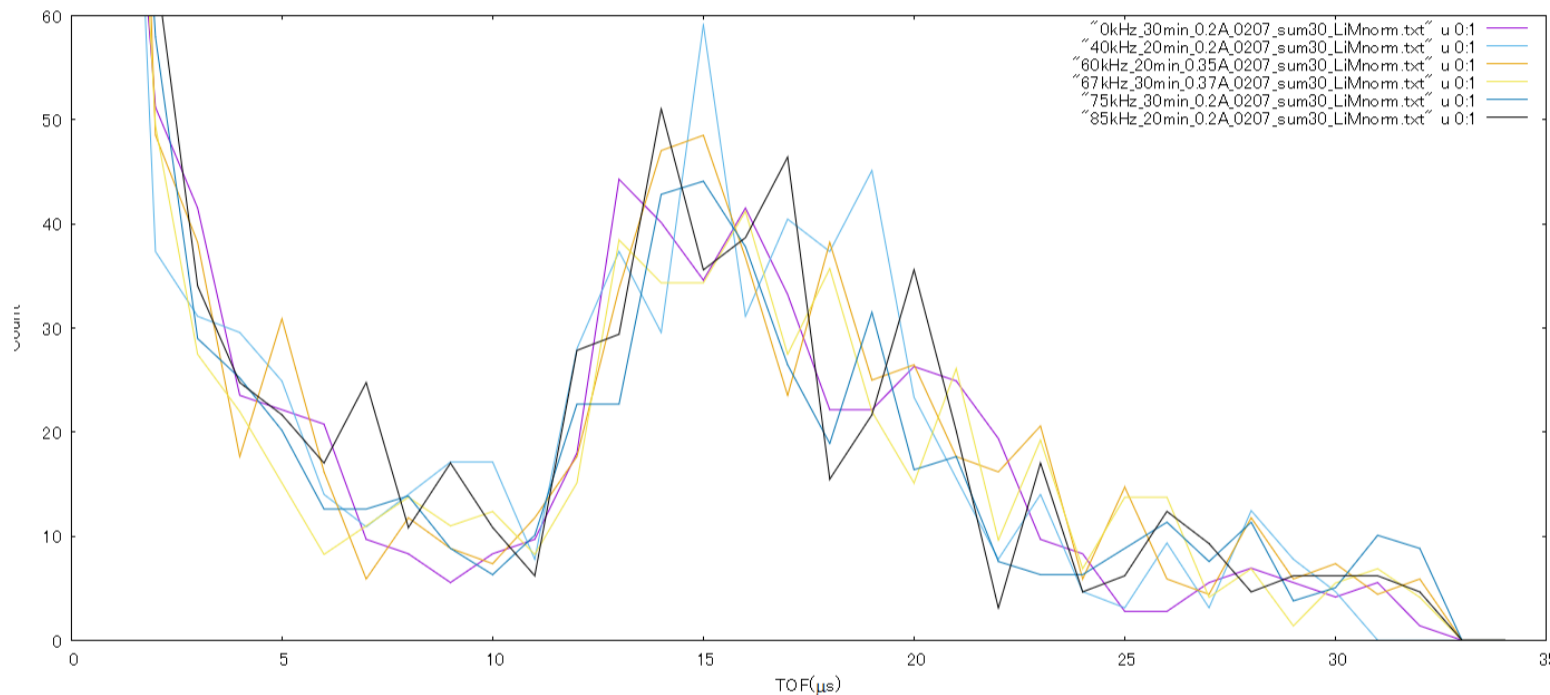
60kHz、67kHz、バックグ
ラウンドについて90minず
つ取得したデータが右図

差が見えていない。



以後、40～85kHzの範囲
で電流の大きさも変えなが
ら探索を行った。右図は一
部を抜粋したものである。

有意な差は認められ
ず・・・

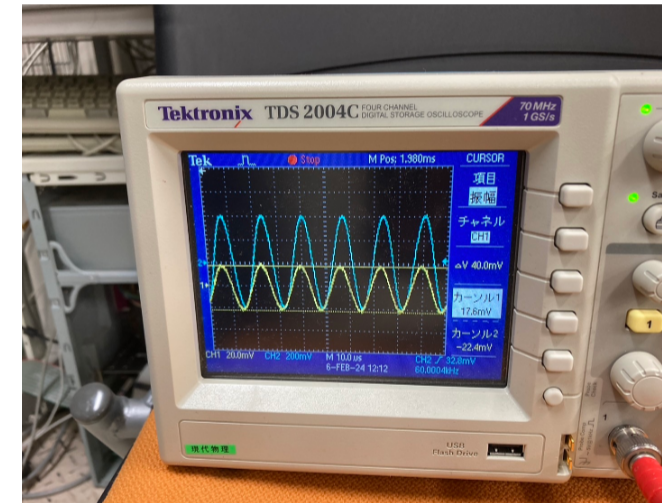


鉄のシールドが悪影響を及ぼしている可能性

装置の設計の段階において、交流電流が作る磁場の振幅は直流電流の場合にできる磁場の大きさに一致すると仮定した。実際、付近に磁性体が無い場合ではこれは成り立つ。

シールド有りで測定を行っている際、オシロスコープでのモニターの様子(右図)が通常のLCR回路で予想されるような大きな変動を見せなかった。

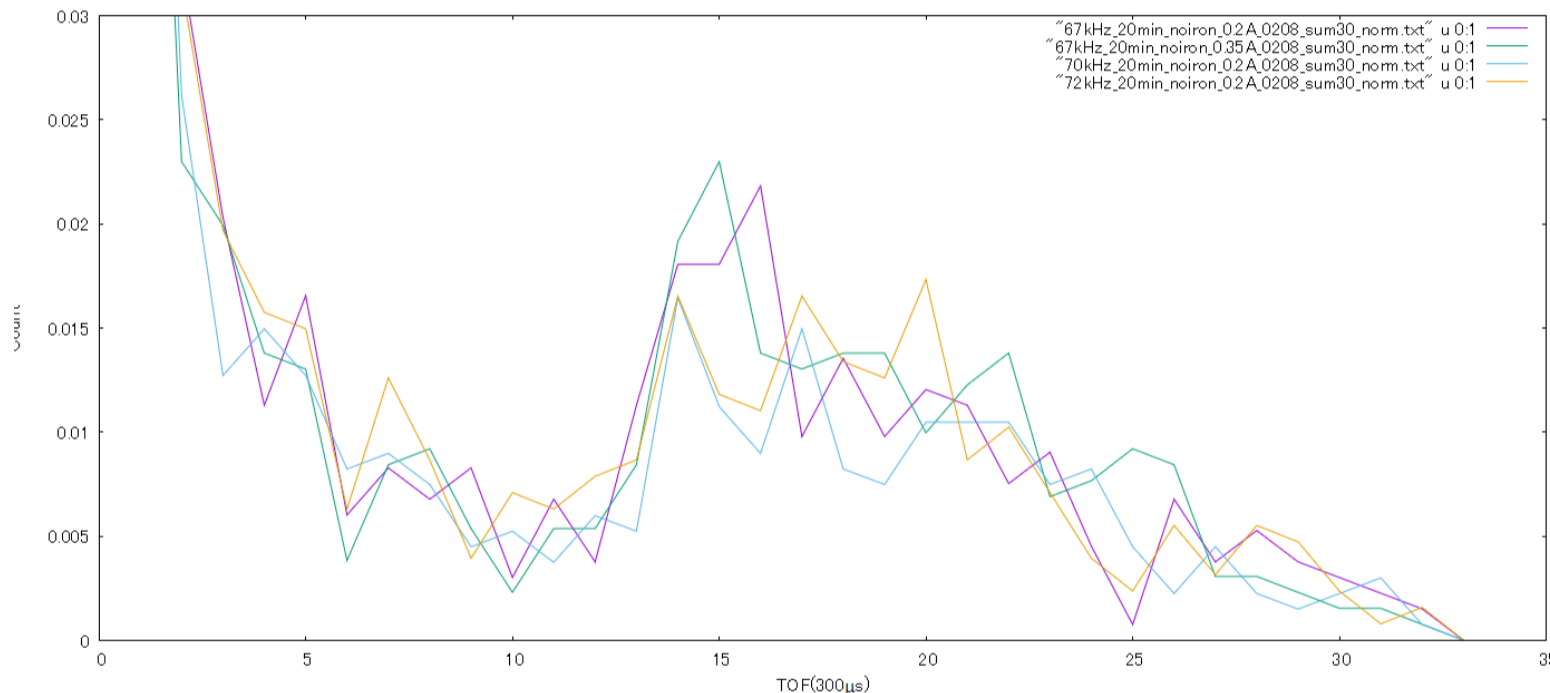
このことから、シールドがコイルの自己インダクタンス(作る磁束)を乱している可能性があると考え、以後、シールドを取り外して測定を行った。



シールド無しで20minずつ
取得した67kHz、
67kHz(0.35A)、70kHz、
72kHzのデータが右図

70kHz(青線)、72kHz(黄
線)で減少が見えている。

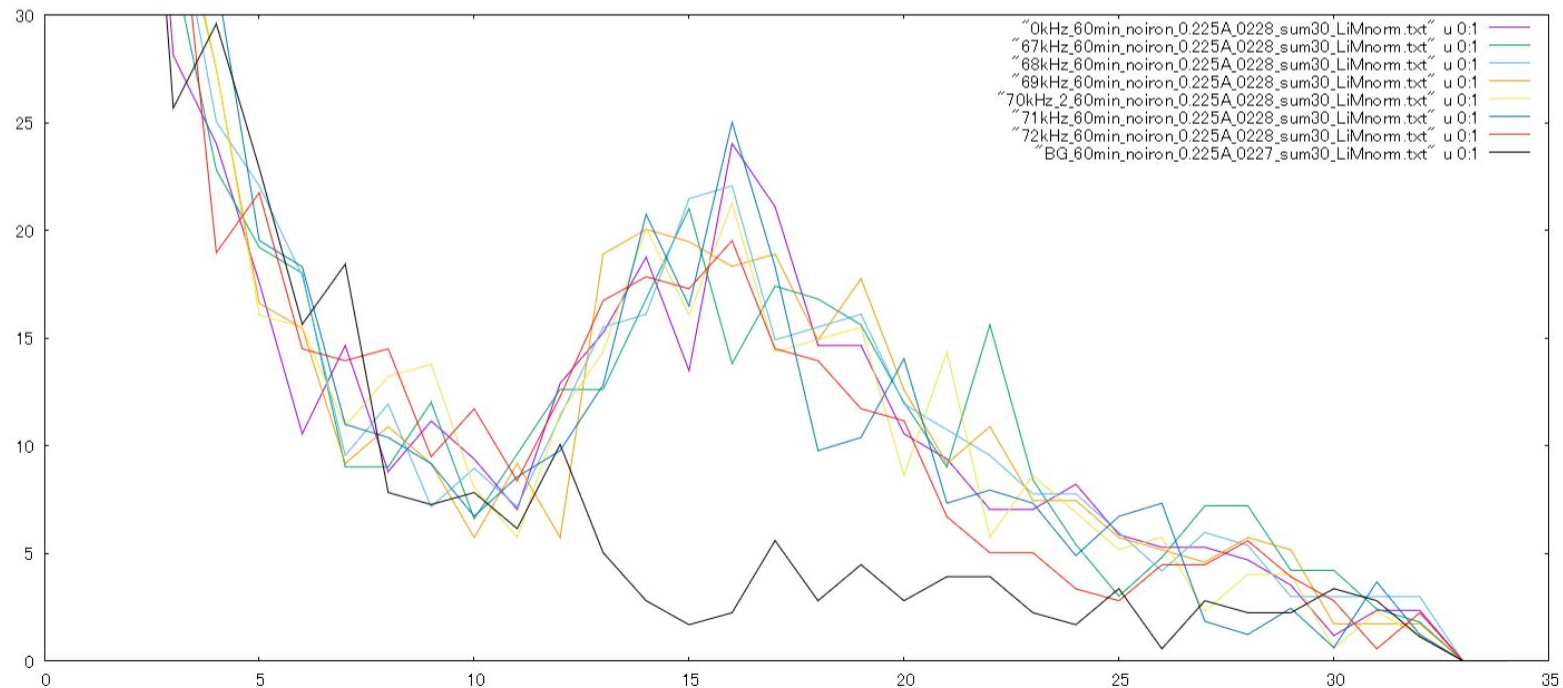
ビームタイムの関係でここ
ではこれ以上のデータは取
得できなかった。



2度目の実験にて、前回減少が見えた70kHzを中心として再度測定を行った。
結果は下図(黒線はバックグラウンド)

今回は見えた差が見えていない・・・

1度目の実験は測定条件が揃った一連のデータとして集まっているものが少ないため、
解析はこのデータセットに対して行った。



解析

シールドを取り外して計測したデータに関して解析を行った。

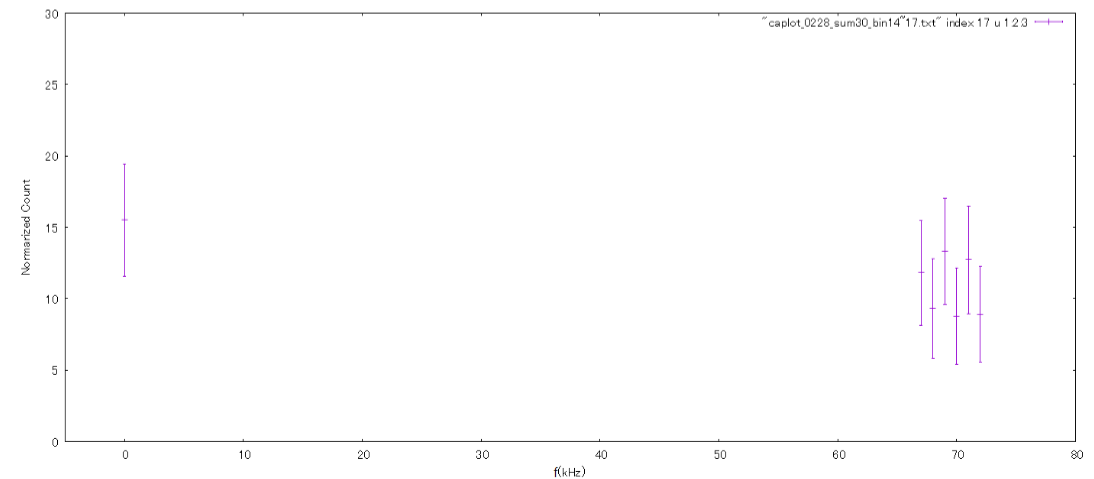
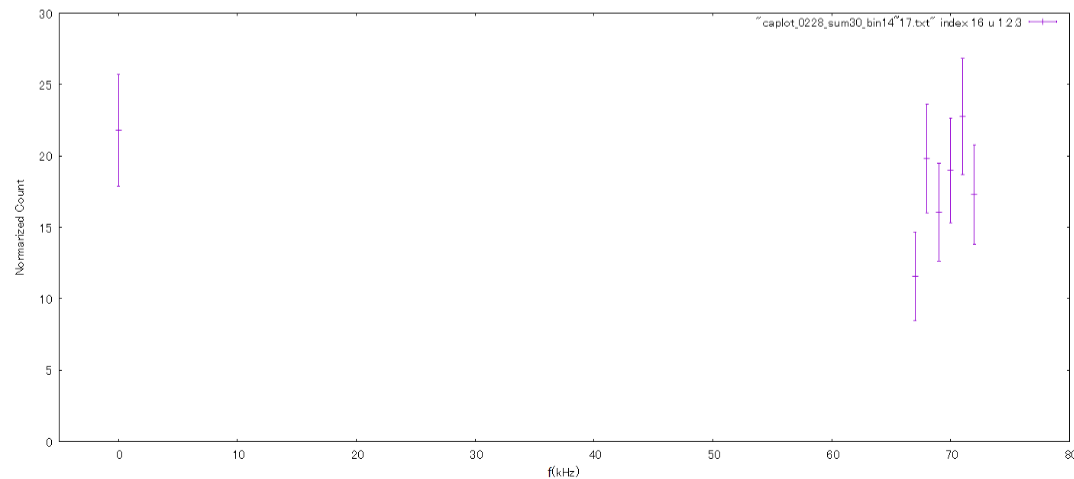
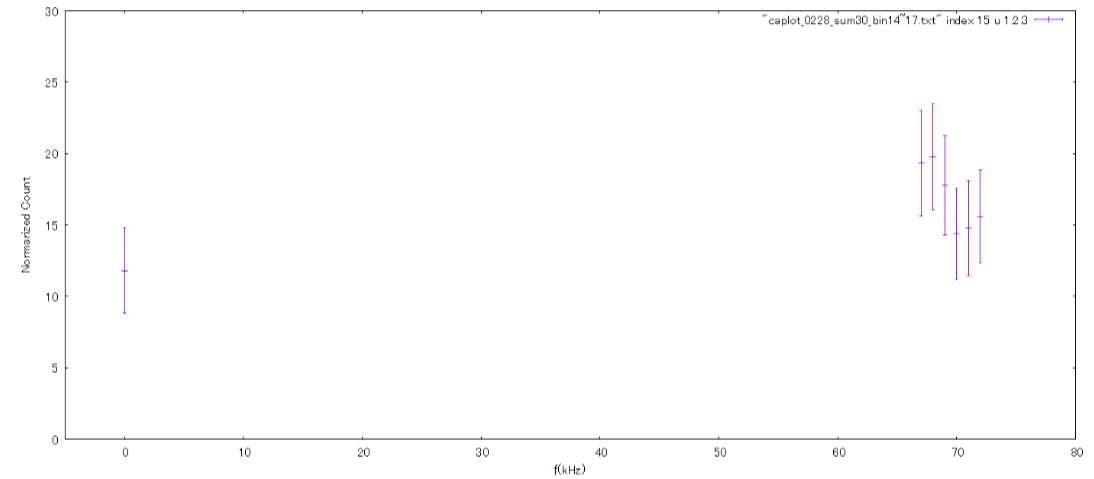
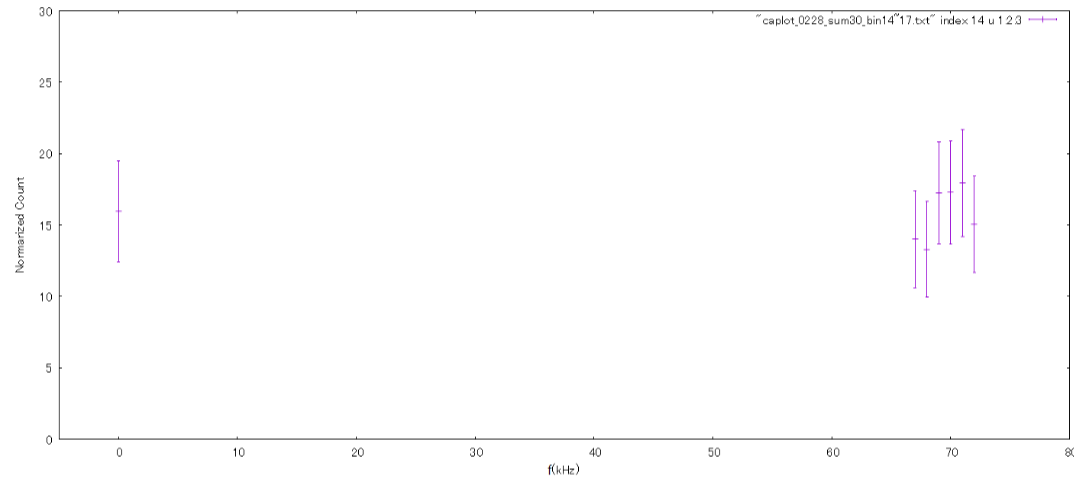
データの規格化

KUANSではビームの一部を取り出して強度を計測するLithium Monitor(LiM)を用いている。

これによりビーム強度の時間変化を計測し、以下のような規格化処理を行った。

$$\frac{\text{(生データのカウンント数)}}{\text{(対応するLiMカウンント数)}} - \frac{\text{(バックグラウンドのカウンント数)}}{\text{(対応するLiMカウンント数)}}$$

それぞれの周波数について、スペクトルのピーク付近で30分解能(TOF $300\mu\text{s}$)のカウント数の合計を示した図(左上から $\lambda = 0.30\text{nm}$, 0.33nm , 0.35nm , 0.37nm 付近に対応)



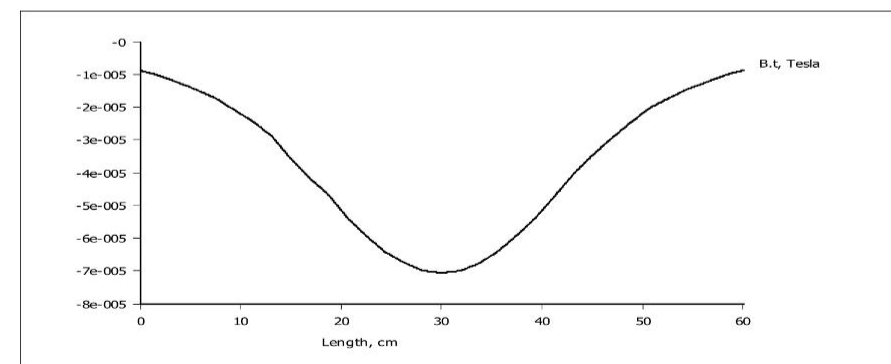
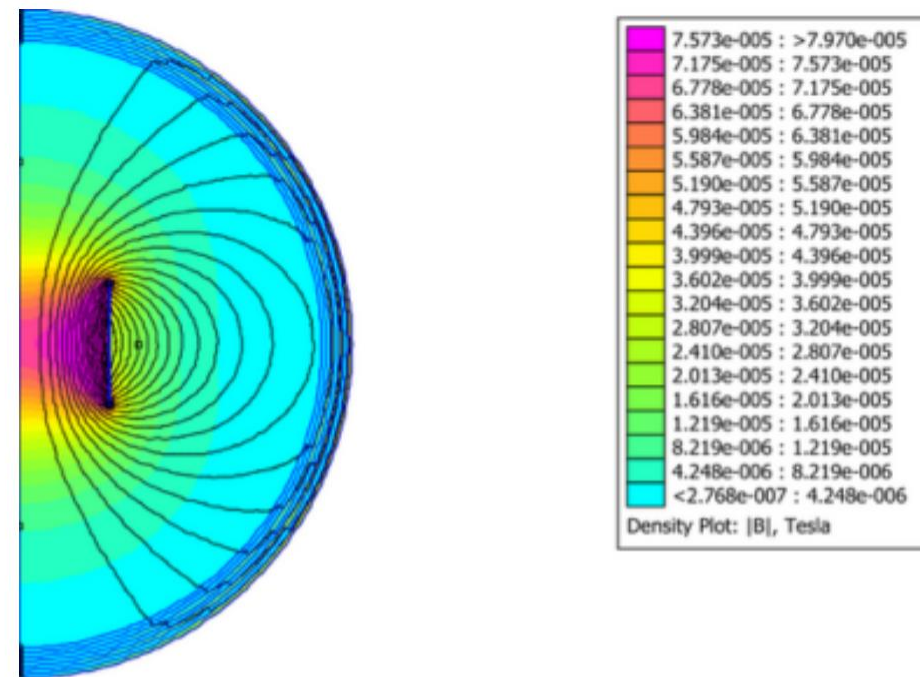
周波数に対して一貫性のある変化が見えているとは言えない・・・

Fitting関数の構築

μ_n を求めるにあたり、Fittingに用いることができる簡便な形の関数が必要。

フリップ磁場 B_{rf} が不均一(右図はFEMMによる計算結果)なため、解析的な理論計算からは決定できない。

→数値計算に対し関数を当てはめる。



B_{rf} が一定としたときの理論的な測定強度(反転しない確率)の式
(以下、 μ_n で磁気モーメントの絶対値を表す)

$$I(f, \mu_n) = 1 - \frac{\omega_{rf}^2}{\Omega^2} \sin^2(\Omega T) = 1 - \frac{\omega_{rf}^2}{\Omega^2} \frac{1 - \cos(2\Omega T)}{2}$$
$$\omega_{rf} = \frac{\mu_n B_{rf}}{\hbar}, \Omega_0 = \frac{\mu_n B_0}{\hbar}, \Omega = \sqrt{\Omega_{rf}^2 + (\Omega_0 - \pi f)^2}$$

B_0 は一定、 T は波長 λ に依存

→解析対象は $\lambda = 0.30\text{nm}, 0.35\text{nm}$ に限定し、それぞれの場合で実効的な B_{rf} と T を求めてFitting関数とする。

データの取り扱い上の問題から、 $\lambda = 0.30\text{nm}$ を含むTOF4200~4500 μs での平均0.304nm、0.35nmを含むTOF4800~5100 μs での平均0.346nmを実際には用いた。

$B_0 = 1.89\text{mT}$ (実測値)、 $dt = 0.0004\text{m} / v$ 、 $v = 396 / \lambda[\text{nm}] \text{ m/s}$ (非相対論換算)
で、細分化した磁場領域での遷移行列の積を $f : -10 \sim 100\text{kHz}$ 、
 $\mu_n : 6 \sim 12 \times 10^{-27} \text{ J/T}$ について計算

$$\begin{pmatrix} \cos \Omega dt - i \frac{\Omega_0 - \pi f}{\Omega} \sin \Omega dt & -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin \Omega dt \\ -i \frac{\omega_{rf}}{\Omega} \sin \Omega dt & \cos \Omega dt + i \frac{\Omega_0 - \pi f}{\Omega} \sin \Omega dt \end{pmatrix}$$

B_{rf} の入力値はFEMMでのシミュレーション結果による

Fittingにより実効値
を求めた結果が右図
(上側が0.304nm、
下側が0.346nm)
 p_0 が B_{rf} (mT)、
 p_4 が T (10^{-4} s)
に対応

```
Chi2 = 203.213
Ndf = 659998
Edm = 4.1563e-11
NCalls = 48
p0 = 0.051298 +/- 1.52267e-05
p1 = 1.05457 (fixed)
p2 = 1.89 (fixed)
p3 = 3.14159 (fixed)
p4 = 3.13414 +/- 0.000621262
```

```
Chi2 = 309.498
Ndf = 659998
Edm = 8.53559e-10
NCalls = 60
p0 = 0.0503274 +/- 2.00969e-05
p1 = 1.05457 (fixed)
p2 = 1.89 (fixed)
p3 = 3.14159 (fixed)
p4 = 3.66347 +/- 0.00101389
```

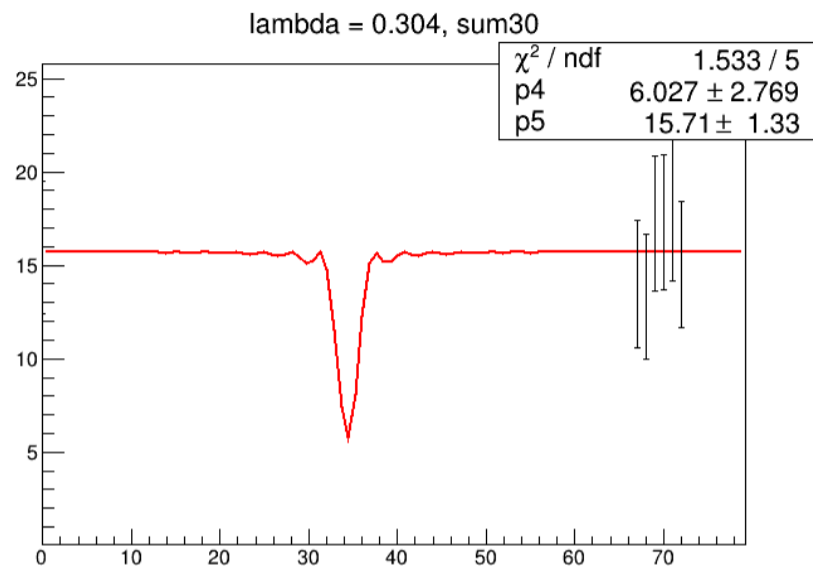
Fittingの実行

算出した実効 B_{rf} 、 T を取り込んだ $I(f, \mu_n)$ によりFittingを行った。

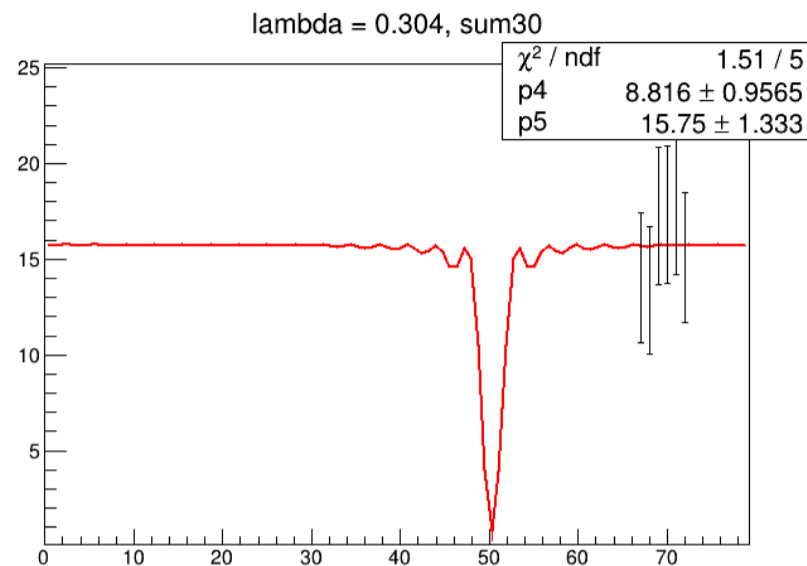
μ_n の初期値を変えた複数の場合の結果を次に示す。

$p4$ が $\mu_n(10^{-27} \text{ J/T})$ 、 $p5$ が ビーム強度(全体の係数)に対応

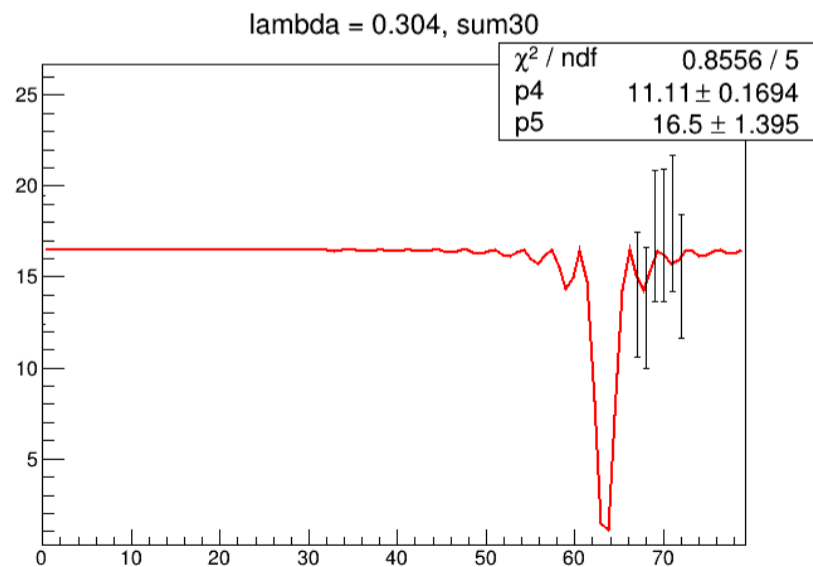
$\lambda = 0.304\text{nm}$



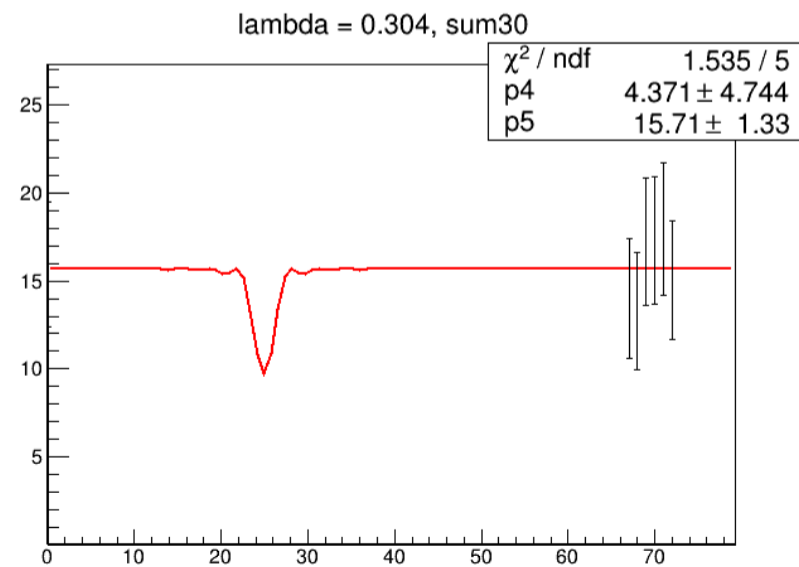
初期値8



初期値9

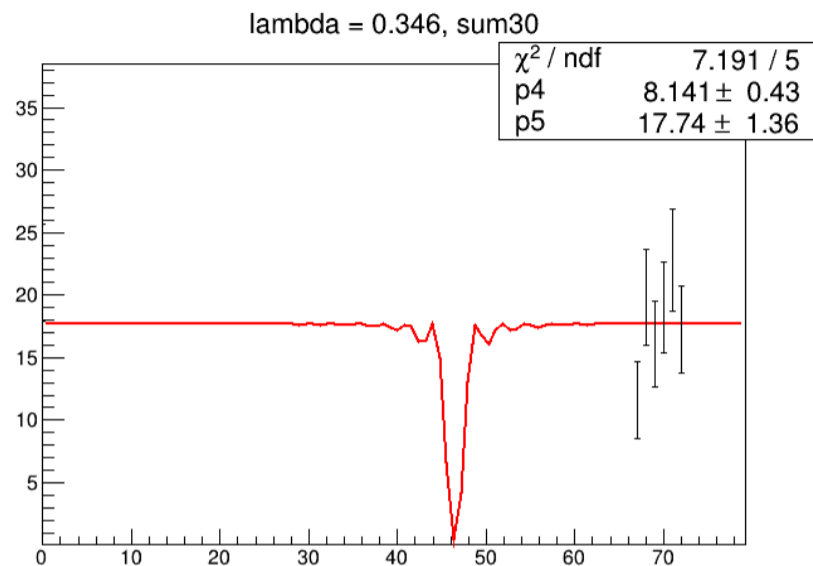


初期値10

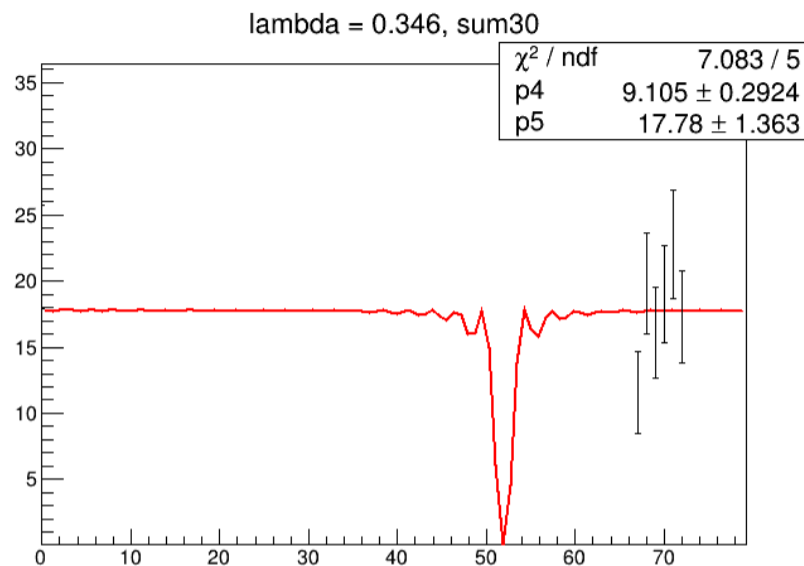


初期値11

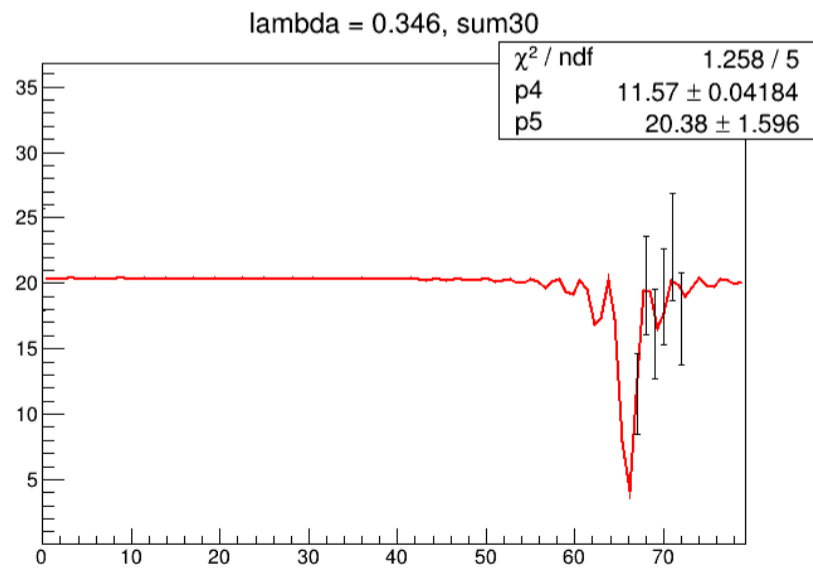
$\lambda = 0.346\text{nm}$



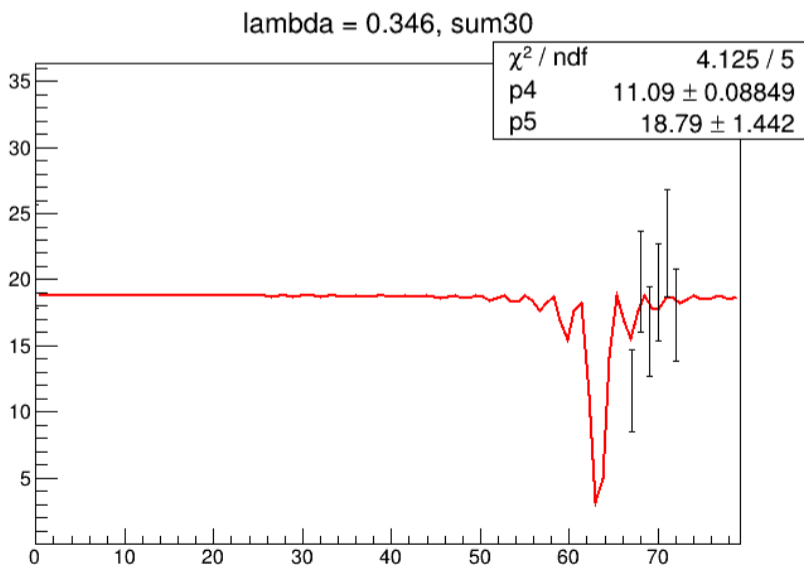
初期値8



初期値9



初期値10



初期値11

初期値に大きく依存しており、本質的な結果が得られたとは言い難い

考察

結果は物理的な事実の示唆に乏しいが、実験が上手くいかなかった要因・改善策として考えられることをいくつか述べる。

磁気シールドがうまく働かなかった要因

今回の実験では、磁気シールドに鉄を用いたが、鉄は電流が流れる金属であるため高周波磁場により相互誘導が発生し、フリッパーに流れている電流に対して発生している磁場が小さかったと思われる。

発生する磁場が小さくなっているため電流が流れやすく、コンデンサーによるインピーダンス調整をせずとも電流が流せたのだと予想される。

解決策としては、磁気シールドにフェライトなどを用いることが考えられるが、今回の実験スケールで制作するのは困難に思われる。

70kHz付近での測定結果に再現性が無い

1度目の実験で見えた70kHz付近での共鳴と思われる有意な差が、2度目の実験で見えなくなったことがかなり不可解である。

気になる点として、実験後に改めてガイド磁場の大きさを測定したところ、1.89mTと想定よりもかなり小さかった。

μ_n の文献値 9.66×10^{-27} J/T を用いると、このガイド磁場における共鳴周波数は55kHz付近となってしまう。

実験後にガイド磁場コイルを調べたところ、4つのコイルのうち同形状の2つのコイルで、抵抗値(正確には等しい電流を流した時の電圧)に違いが見られた。

コイル	巻き数	電気抵抗(Ω)	磁場(mT)
1	80	114.4	0.44
2	64	86.8	0.51
3	64	86.8	0.52
4	80	96.0	0.38

1度目と2度目の実験の間に、何らかの原因でコイルの劣化・短絡などが起き、磁場の値が小さくなったために、共鳴が見えなくなった可能性がある。

フリッパーコイルの改善

今回用いた設計のフリッパーコイルでは、自己インダクタンスが非常に大きく、電流の制御に困難を要した。特に、コンデンサーの挿入によるRLC共振の付近では回路の振る舞いが不安定となり、正確な入力パラメーターの制御に不安が残った。

また、コイルは高周波帯では浮遊容量と呼ばれるコンデンサー的な性質が無視できなくなるが、この値も大きくなってしまいう設計であったため、自己インダクタンス L の値も正確に把握できず、電流に対して作られる磁場の値が不確かであった。

これらの点を改善した設計のコイルを用いれば、実験の進行が大幅にスムーズになることが期待できる。

統計数の少なさ

今回用いた装置では、コイルの形状のためにビームをかなり小さく絞る必要が生じた。

このために統計数が大きく削られ、解析が難航・不正確になったほか、ビームの性質・セットアップの簡単なチェックのためにも長時間の測定を要し、本実験に割ける時間が少なくなってしまった。

今回重視した磁場の閉じ込め及び均一性と、広いビームの通過面積を両立した装置を設計できれば、目標であった磁気モーメントの測定に大きく近づくであろう。

結論

実験の過程で核磁気共鳴のような振る舞いは確認できたが、磁気モーメントの詳細な値については特定には至らなかった。

謝辞

本研究の遂行にあたり、KUANSの使用と実験内容に関し多大なる助力をいただいた、京都大学工学部工学研究科准教授 田崎誠司先生、並びに同大学理学部理学研究科タンデム技官 廣瀬昌憲氏には心より感謝申し上げます。また、指導教官として終始多大なご指導を賜った、京都大学理学部理学研究科高エネルギー物理学研究室教授 中家剛先生、同研究室助教授 木河達也先生に深謝致します。またTAとして多くの助言をいただきました同研究室D1 有元隼太氏、M1 星野大輝氏に感謝いたします。最後に、理学研究科課題研究P1,P2の皆様には、本研究の遂行にあたり多大なご助言、ご協力頂きました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- ウラジミール・イグナトビッチ著, 宇津呂雄彦訳 (2009) 『中性子光学-理論による量子力学の展開-』 株)吉岡書店
- D.J.グリフィス著, 花垣和則,波場直之訳 (2019) 『グリフィス 素粒子物理学』 丸善出版(株)
- H.ジョージアイ著, 久後汰一郎訳 (2010) 『物理学におけるリー代数 (原著第2版)』 株)吉岡書店
- エリ・ランダウ,イェ・リフシッツ著, 好村滋洋,井上健男訳 (1983) 『量子力学 [改訂新版] 2』 東京図書(株)
- 過去のP3レポート
 - 2016 荒木隼人 安藤翼 大湊浩明 鷺見響太郎 寺内健太
 - 2019 加須屋春樹 近藤寛記 鈴木一輝 間宮章 藤井涼平