

# P2 $\beta$ 崩壊から見る ニュートリノ質量測定

2023年度 課題研究P2

鴛原 泰輝 林 洸樹 三木 幸大

# 目次

1. 実験の目的
2. 実験の概要
3. 実験装置
4. シミュレーション
5. 較正
6. 本実験
7. 結果
8. 考察

# 1 実験の目的

$\beta$ 線スペクトルの測定により反電子ニュートリノ質量の寄与が現れていることを確認し、測定からその質量に制限を与える。

ニュートリノ質量が電子質量に対し十分小さいことを確認し、レプトン内で異なる質量獲得メカニズムがあることへ示唆を与える。

## 2 実験の概要

### 2.1 理論

#### $\beta^-$ 線スペクトル

スペクトルの式としては低エネルギー有効理論であるFermi理論のものを用いる. 本実験では系のエネルギーが $E \leq 224.1\text{keV}$ のものを扱うので,  $W$ ボソンの質量 $M_W$ に対し $E/M_W \lesssim 10^{-5}$ で十分有効.

またFermi理論では $G_F E^2$ で摂動展開するが( $G_F 10^{-5}(\text{GeV})^{-2}$  : Fermi結合定数)  
 $G_F E^2 \sim 10^{-13}$ であり, 1次近似のみで十分.

そのためFermiの黄金律によりスペクトルを導出.

## スペクトルの式

$$N(E_e) = p_e W_e (Q - E_e) [(Q - E_e)^2 - m_\nu^2]^{1/2} F(Z, W_e) C(E_e)$$

$m_e$  : 電子質量

$m_\nu$  : 反電子ニュートリノの質量

$p_e$  : 電子の運動量

$W_e \equiv \frac{E_e + m_e c^2}{m_e c^2}$  : (規格化した)電子のエネルギー

$Q$  : 崩壊の $Q$ 値.

$E_e$  : 電子の運動エネルギー

$F(Z, W_e)$  : Fermi関数. 原子核内のcoulomb相互作用の効果を補正.

$Z$  : 生成核種の原子番号

$C(E_e)$  : スペクトル補正因子. 実験で扱う $^{147}\text{Pm}$ では $C(E_e) = 1$

Fermi関数は次式で与えられる<sup>[2]</sup>

$$F(Z, W_e) = 2(1 + \gamma)(2p_e R)^{2\gamma-2} e^{\pi y} \frac{|\Gamma(\gamma + iy)|^2}{(\Gamma(2\gamma + 1))^2}$$

$$\gamma \equiv [1 - (\alpha Z)^2]^{1/2}$$

$$y \equiv \frac{\alpha Z W_e}{p_e} \quad (\beta^+ \text{崩壊では負符号が付く})$$

$\alpha = 1/137.04$  : 微細構造定数

$R \equiv 1.43 \times 10^{-13} A^{1/3}$  : 娘核の半径

ここでガンマ関数の漸近展開

$$\Gamma(z) = \sqrt{\frac{2\pi}{z}} z^z e^{-z} \left( 1 + \frac{1}{12z} + o(z^{-2}) \right)$$

より

$$\ln\Gamma(z) = \left(z - \frac{1}{2}\right)\ln z - z + \frac{1}{2}\ln 2\pi + \frac{1}{12z} + o(z^{-2})$$

を用いて

$$\ln|\Gamma(x + iy)|^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)\ln(x^2 + y^2) - 2y \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - 2x + \ln 2\pi + \frac{x}{6(x^2 + y^2)} + o(z^{-2})$$

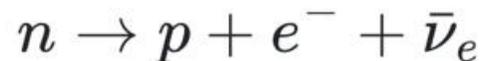
つまり

$$|\Gamma(\gamma + iy)|^2 = \exp \left[ \left(x - \frac{1}{2}\right)\ln(x^2 + y^2) - 2y \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - 2x + \ln 2\pi + \frac{x}{6(x^2 + y^2)} \right] + o(z^{-2})$$

これを用いて理論曲線を数値計算した。

## 質量制限の概論

重心系で $\beta^-$ 崩壊



の $Q$ 値は

$$Q = m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2 - m_\nu c^2 = E_e + E_\nu$$

ゆえに

$$\begin{aligned} m_\nu &= m_n - m_p - m_e - Q/c^2 \\ &= Q_{m_\nu=0}/c^2 - E_{e_{\max}}/c^2 - E_{\nu_{\min}}/c^2 \\ &\leq Q_{m_\nu=0}/c^2 - E_{e_{\max}}/c^2 \end{aligned}$$

$Q_{m_\nu=0}/c^2 = 782\text{keV}/c^2$ なので $E_{e_{\max}}$ を測定することで $m_\nu$ の上限が与えられる。

実際にはニュートリノのフレーバー固有状態と質量固有状態は異なる。本実験は実際にはPNMS行列のパラメーター及びニュートリノ質量固有値への制限を与える。

## PNMS行列

ニュートリノのフレーバー固有状態を $|\nu_f\rangle$ , 質量固有状態を $|\nu_i\rangle$ とすると

$$|\nu_f\rangle = U_{fi}|\nu_i\rangle$$

ここで

$$\begin{aligned} U_{\text{PMNS}} &= (U_{fi}) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{23} & S_{23} \\ 0 & -S_{23} & C_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{13} & 0 & S_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_{13}e^{i\delta} & 0 & C_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 \\ -S_{12} & C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} C_{12}C_{13} & S_{12}C_{13} & S_{13}e^{-i\delta} \\ -S_{12}C_{23} - C_{12}S_{23}S_{13}e^{i\delta} & C_{13}C_{23} - S_{12}S_{23}S_{13}e^{i\delta} & S_{23}C_{13} \\ S_{12}S_{23} - C_{12}C_{23}S_{13}e^{i\delta} & -C_{12}S_{23} - S_{12}C_{23}S_{13}e^{i\delta} & C_{23}C_{13} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ただし $C_{ij} \equiv \cos\theta_{ij}$ ,  $S_{ij} \equiv \sin\theta_{ij}$ . パラメーターは $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}, \delta$

質量行列を  $M$  とすると, 本実験で制限を与える  $m_\nu$  と  $\bar{\nu}_e$  の質量固有値  $m_i$  は次の関係にある

$$\begin{aligned} m_\nu &= \langle \psi_{\bar{\nu}_e} | M | \psi_{\bar{\nu}_e} \rangle \\ &= \sum_{i=1}^3 |U_{ei}^*|^2 m_i \\ &= (C_{12}C_{13})^2 m_1 + (S_{12}C_{13})^2 m_2 + (S_{13})^2 m_3 \end{aligned}$$

ゆえに  $m_\nu$  への制限はPMNS行列のパラメーター及びニュートリノ質量固有値への制限となる.

## 2 実験の概要

実験は次の3段階で行った

1. NaIシンチレータの較正
2. プラスチックシンチレータの較正
3.  $\beta$ 崩壊の測定実験

# 3 実験装置

実験には主に以下を用いた

- ・プラスチックシンチレータ
- ・光電子増倍管(PMT)
- ・NaIシンチレータ
- ・CAENデジタルイザ―DT5740
- ・ $\beta$ 線源( $^{147}\text{Pm}$ )
- ・遮蔽材(鉛, 鉄)

## 3.1 プラスチックシンチレータ

$\beta$ 線の検出のため, EJ-200プラスチックシンチレータを使用. 直径が30mm, 厚さが5mmの円柱型.

プラスチックシンチレータの表面に厚さ $12\mu\text{m}$ のアルミマイラーシートを光学セメントで接着し光の収集率を高めた.



プラスチックシンチレータ



アルミマイラーシート

## 3.2 光電子増倍管(PMT)

プラスチックシンチレータによるシンチレーション光を捉える.

浜松ホトニクス社製のH8643EGPMODを使用した.

光電子増倍管とプラスチックシンチレータはオプティカルグリッド(シリコンオイル)で接着した.



H8643EGPMOD

## 3.3 ADC

アナログ信号をデジタル信号に変換.

CAEN社製のDT5740を使用した.

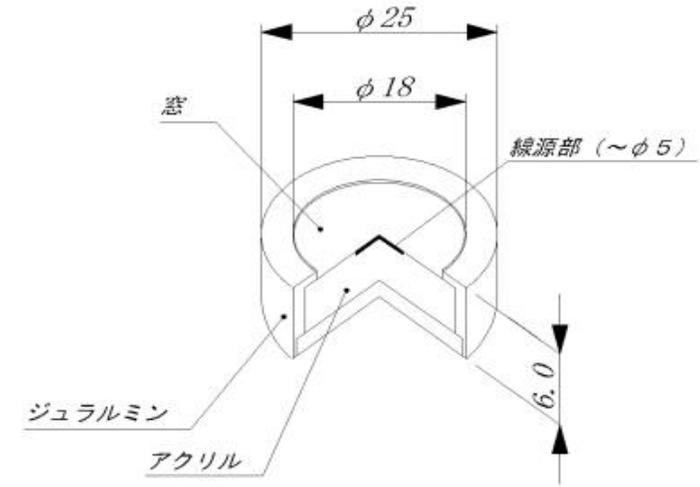
32チャンネル62.5 MS/s のデスクトップ波形デジタルタイザ.



## 3.4 $\beta$ 線源( $^{147}\text{Pm}$ )

$\beta$  線源として $^{147}\text{Pm}$ を使用した.

$^{147}\text{Pm}$ の $\beta$ 崩壊はQ値は224.1keVの崩壊が99.99%で, 他の利用可能な線源と比べてQ値が小さく, ほぼ単一の崩壊.

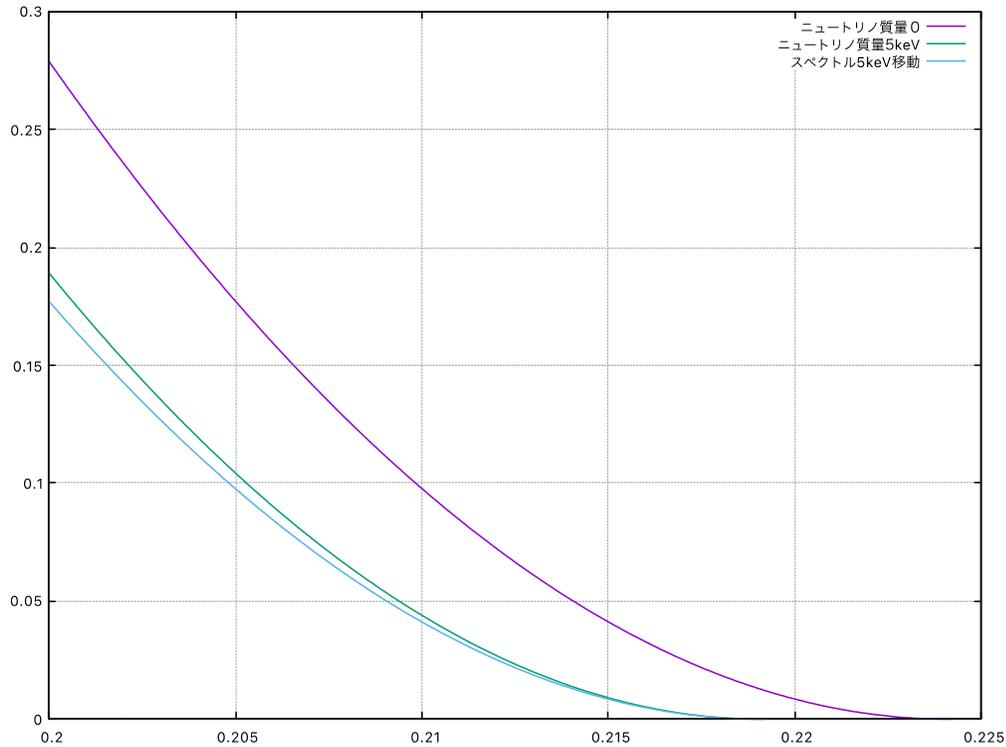


## 4 シミュレーション

実験を行うにあたり、ニュートリノの質量がスペクトルにどのような影響を与えるのかを見積もった。

$\beta$ 崩壊の理論に基づき、作成した数値計算プログラムにより観測される電子の運動エネルギー分布を計算した。

# 4 シミュレーション



ニュートリノ質量0として計算したスペクトル



ニュートリノ質量5keVとして計算したスペクトル



ニュートリノ質量0のスペクトルを5keV左へ移動したものの

横軸:エネルギー[MeV], 縦軸:観測数[1/MeV/Event]

## 4 シミュレーション

電子のエネルギーが高い領域ではニュートリノ質量によるスペクトルの変化は質量エネルギー分の並行移動で近似できる.

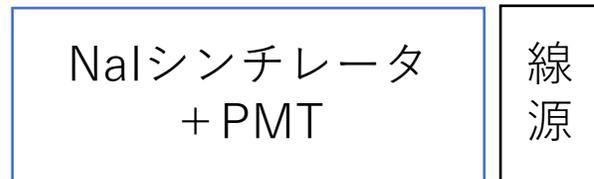
シミュレーションで得た理想的なスペクトルを並行移動して, 観測結果と一致するような移動 = 質量を探す.

# 5 較正

## 5.1 NaI較正

NaIシンチレータの較正を行った。

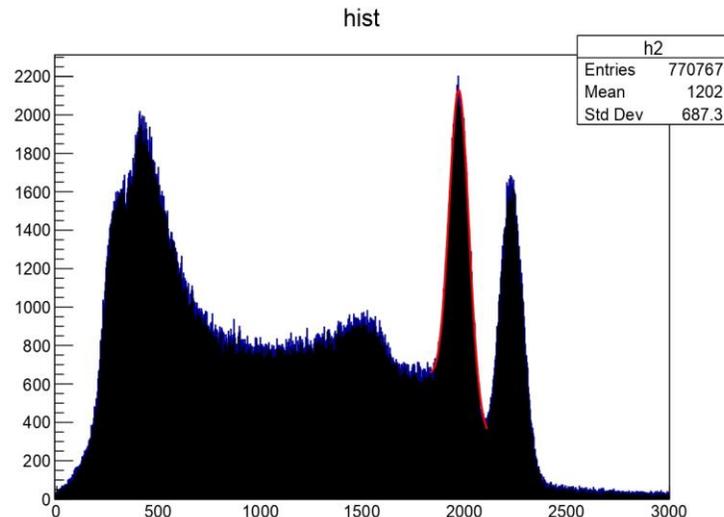
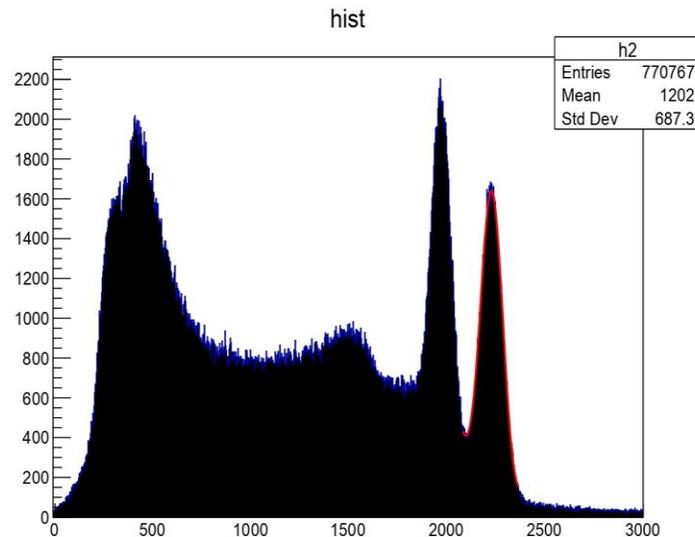
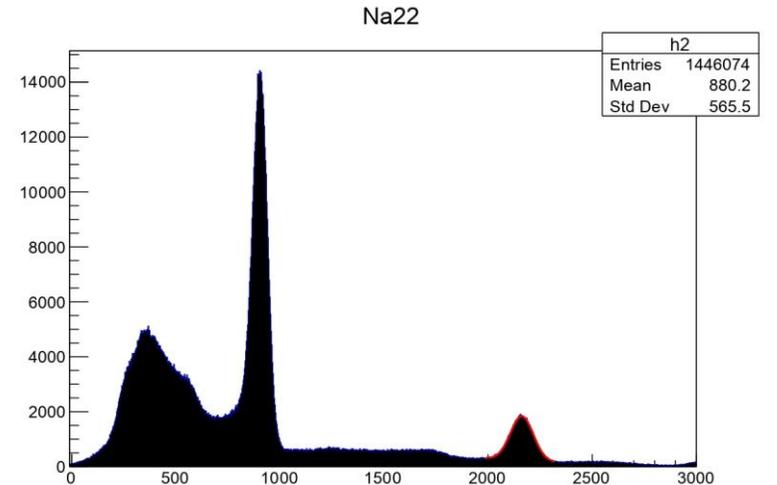
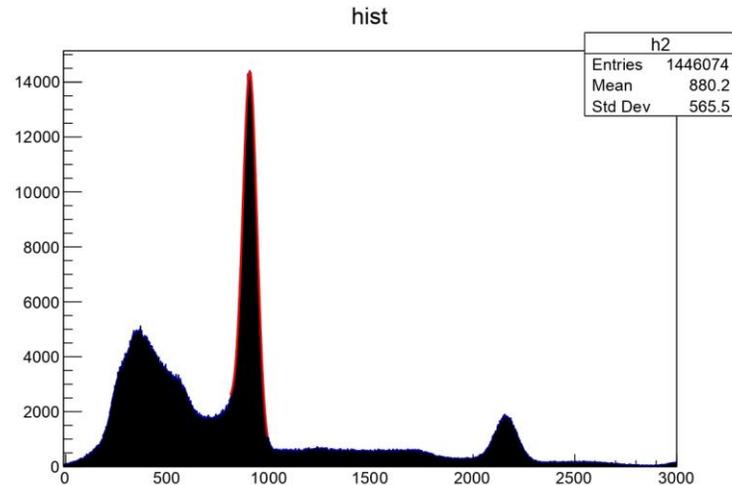
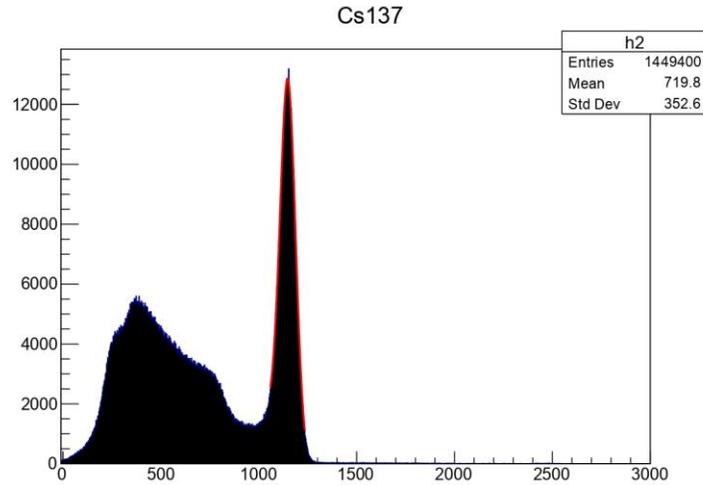
セットアップ



利用線源	対応エネルギー
$^{22}\text{Na}$ 電子対消滅	511.0 keV
$^{137}\text{Cs}$ ガンマ線	661.6 keV
$^{60}\text{Co}$ ガンマ線	1173.2 keV
$^{22}\text{Na}$ ガンマ線	1274.5 keV
$^{60}\text{Co}$ ガンマ線	1332.5 keV

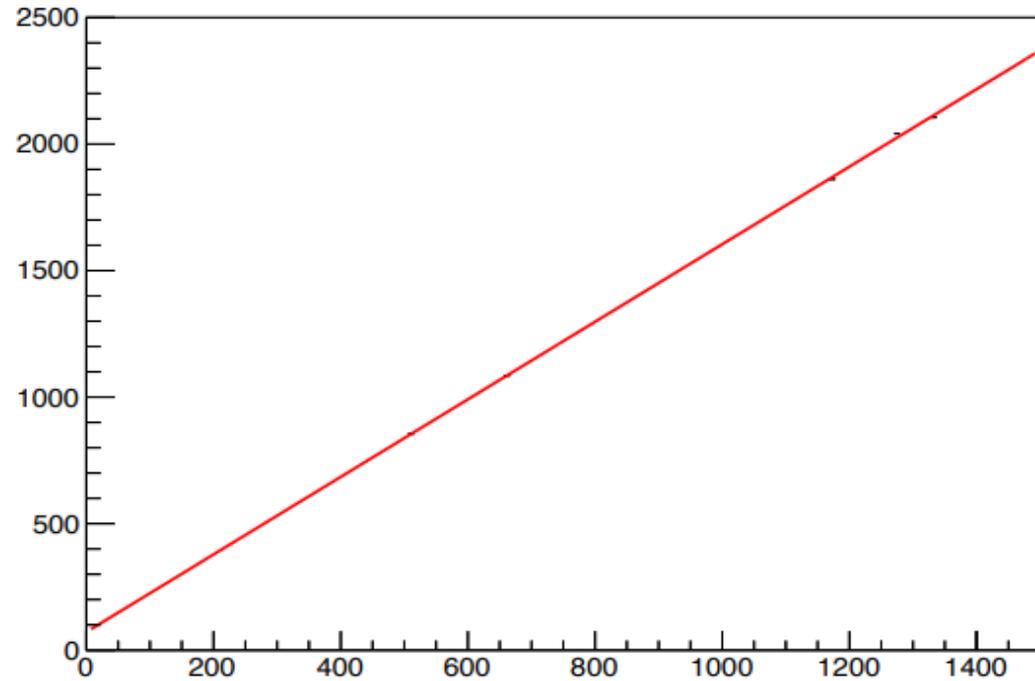
光電ピークを (gaussian)+(n次関数) で Fitting.

nは  $\chi^2$  の変化が見えなくなる最低次.



左上  $^{137}\text{Cs}$   
中上と右上  $^{22}\text{Na}$   
下  $^{60}\text{Co}$

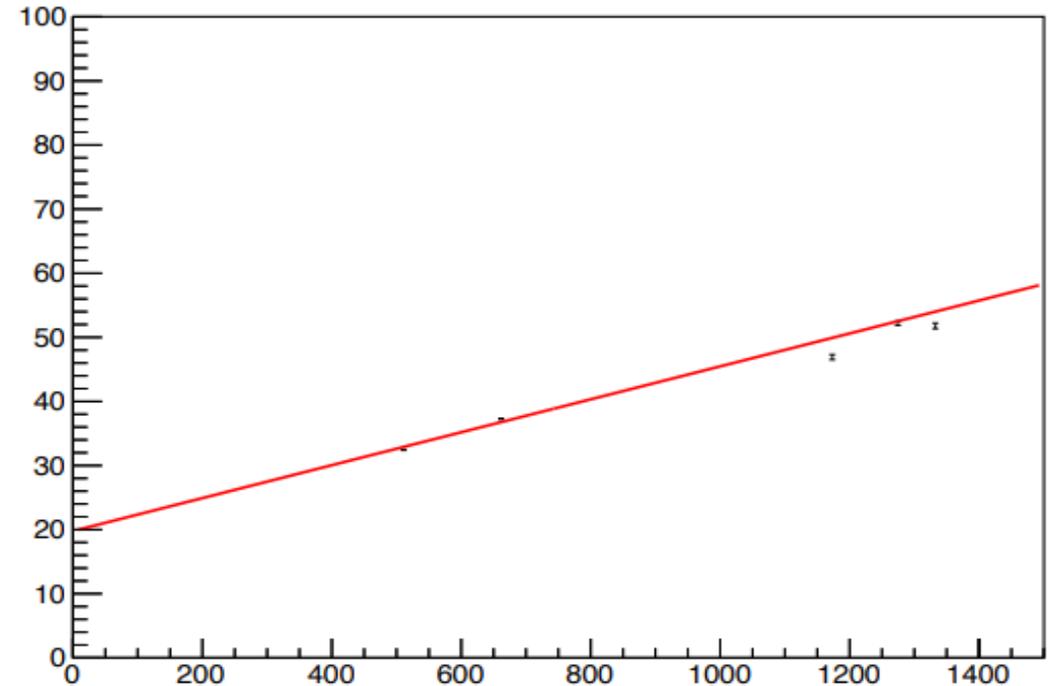
各線源のNaI信号のFitting結果のmean及びsigmaをそれぞれ  
 $y=ax+b$ の形でFitting



横軸 エネルギー[keV]  
縦軸 NaI 信号

$$(\text{NaI 信号})=1.5327 \cdot E[\text{keV}]+71.4093$$

( $\pm 0.826\%$ )



横軸 エネルギー[keV]  
縦軸 NaI信号分散

$$(\text{NaI 信号分散})=0.0256875 \cdot E[\text{keV}]+19.7759$$

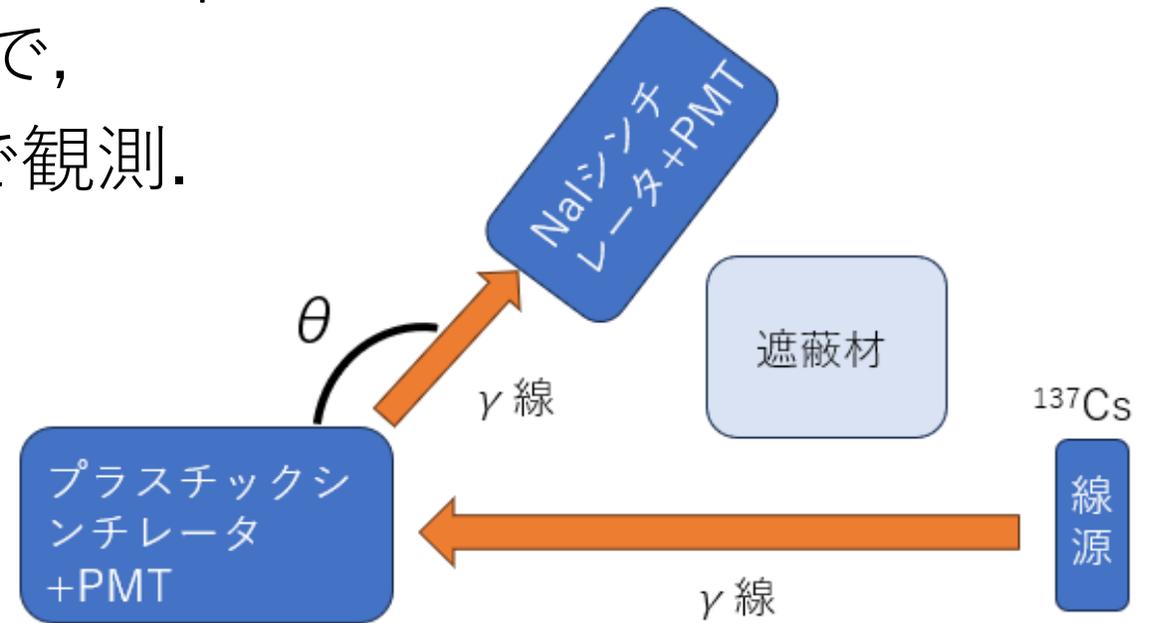
( $\pm 6.014\%$ )

## 5.2 プラスチックシンチレータ校正

$\gamma$ 線をプラスチックシンチレータに入射させ  
コンプトン散乱を起こし, 反跳電子のエネルギーをプラスチックシンチレータで,  
散乱後の $\gamma$ 線のエネルギーをNaIで観測.  
これを様々な $\theta$ で行う.

$$E_{pla} = E_{\gamma} - E_{NaI}$$

によりプラスチックシンチレータ  
の信号を校正.  $^{137}\text{Cs}$ では $E_{\gamma}=661.6$  keV.



# 実際のセットアップ

全体を暗幕で覆った.

線源由来の $\beta$ 線は厚さ1cmのプラスチックにより遮蔽.

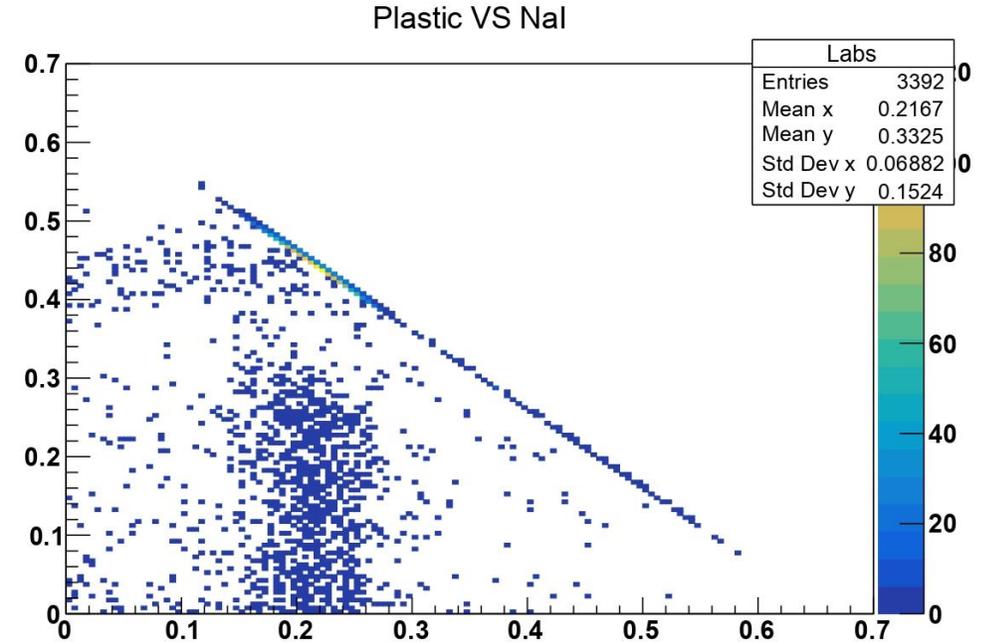
線源からプラスチックシンチレータまでの距離とプラスチックシンチレータからNaIシンチレータまでの距離は事前の計算で決定した



## $E_{pla}$ 及び $E_{NaI}$ の決定

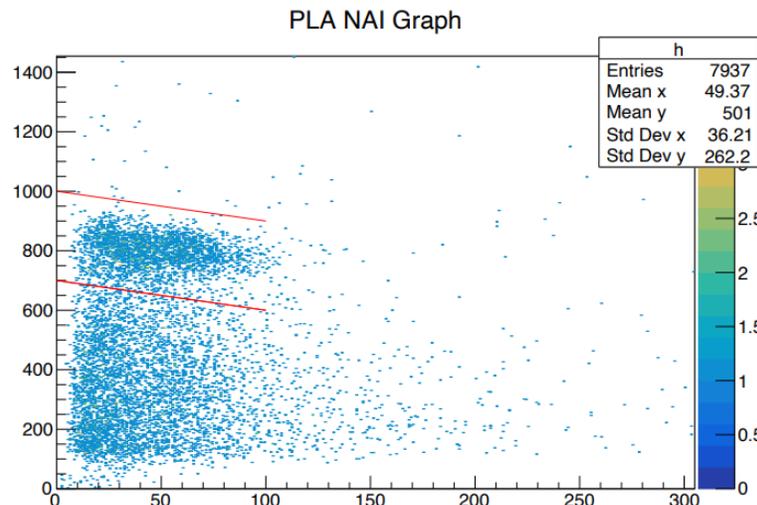
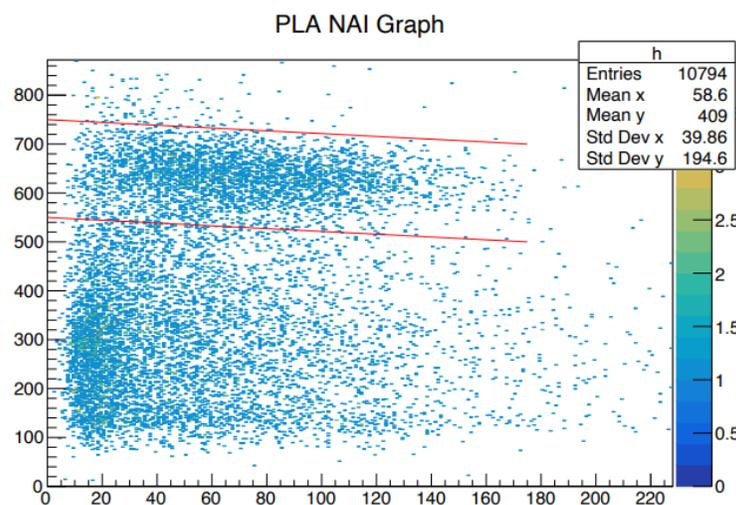
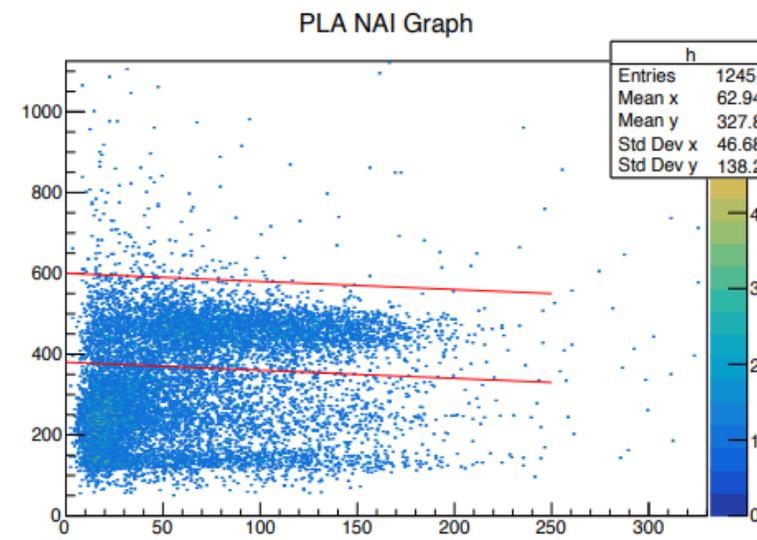
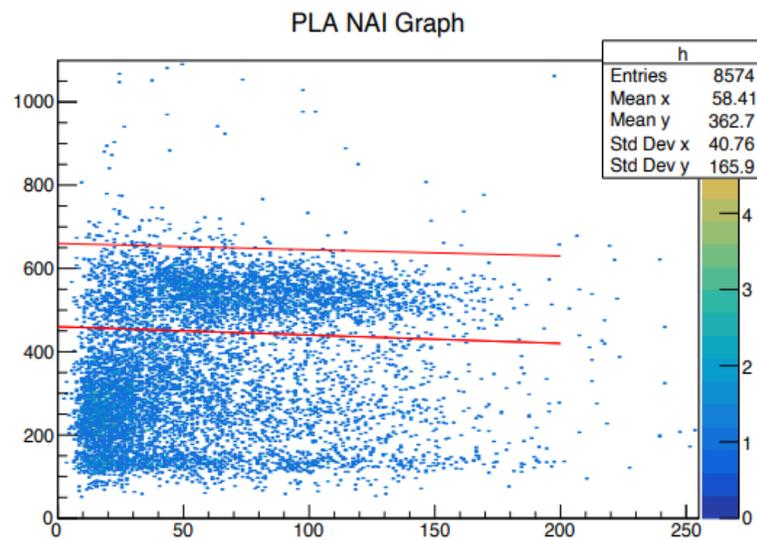
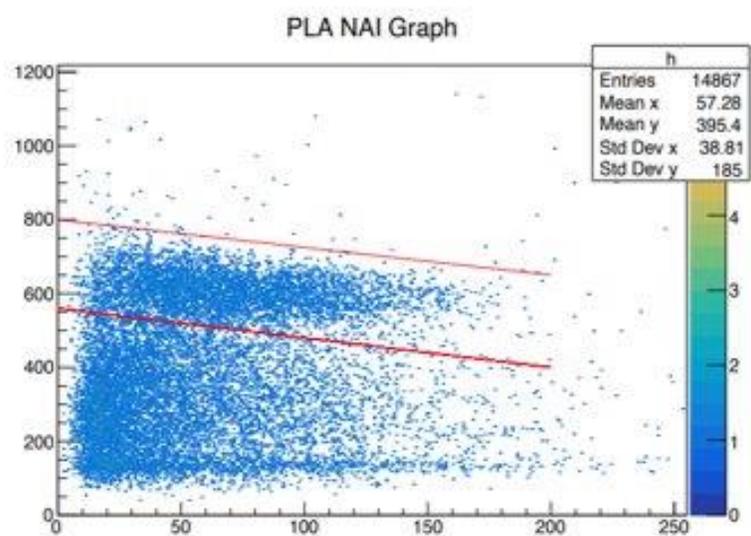
NaIシンチレータとプラスチックシンチレータで同時に発光が観測されたイベントを抽出.

さらに NaIシンチレータで光電効果によりほとんどロスなくエネルギーが計測されたイベントを選ぶ.



Geant4によるシミュレーション

# Nal光電効果に対応する信号の抽出

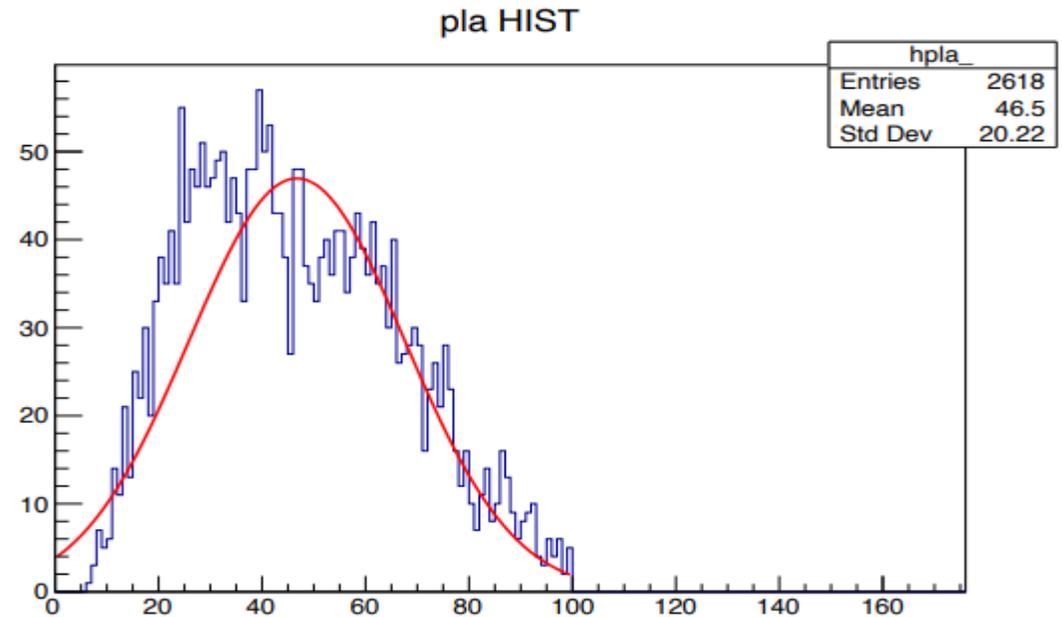
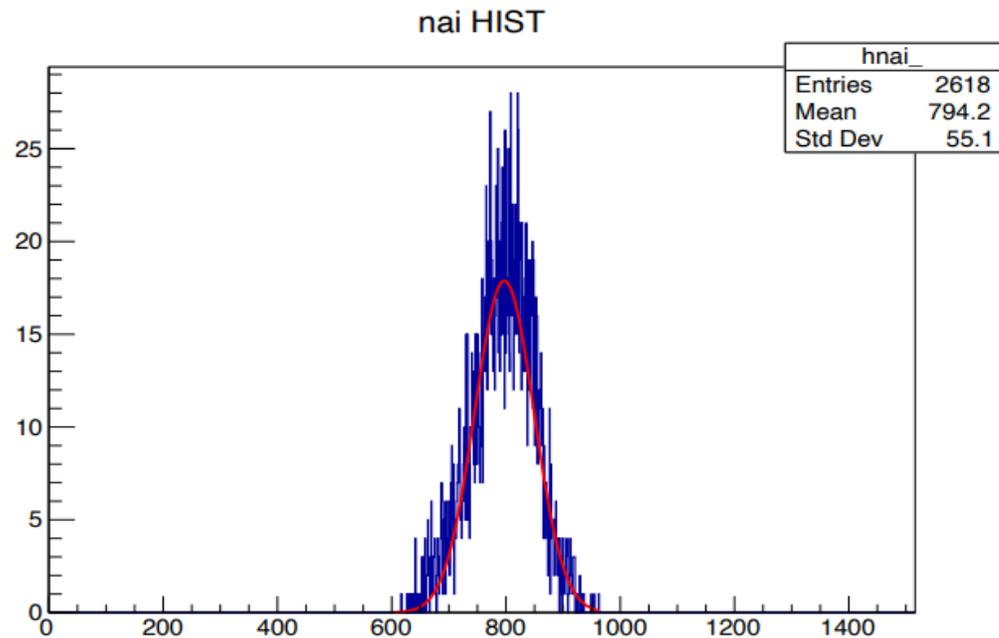


左上からセットアップの角度  
65度, 75度, 90度, 50度, 30度の  
観測データ

横軸：プラスチックシンチレータの信号  
縦軸：NaIの信号

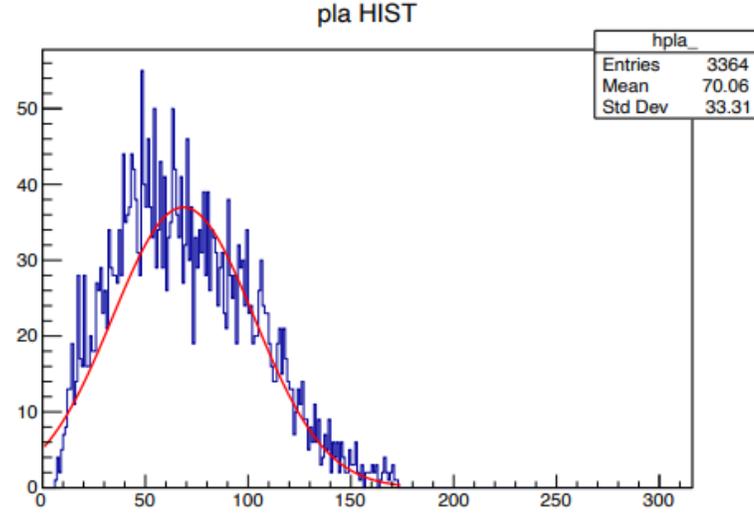
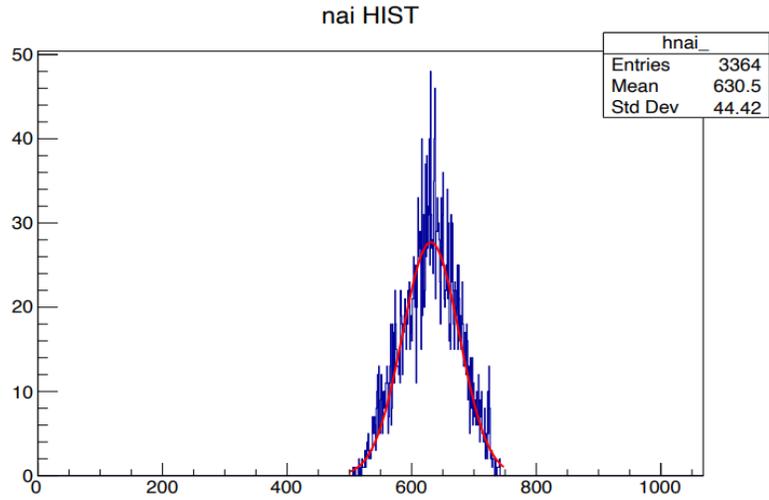
# 光電効果に対応するイベントの光量分布

30度のセットアップでの計測データ

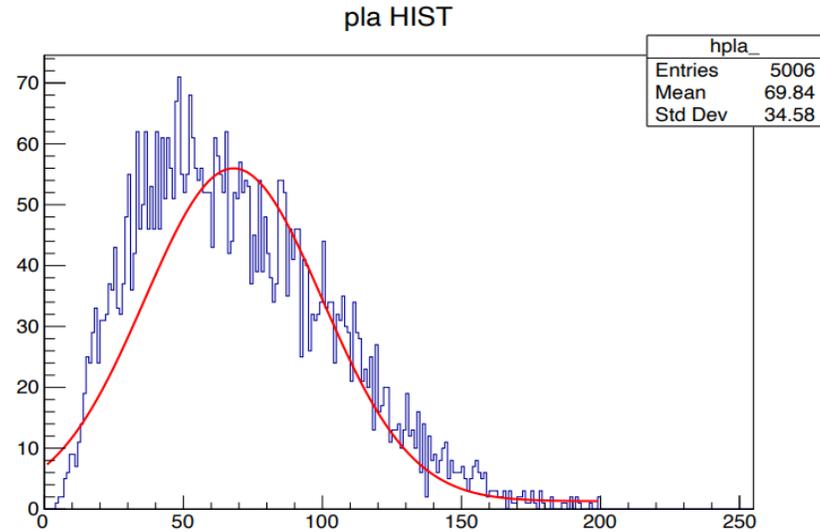
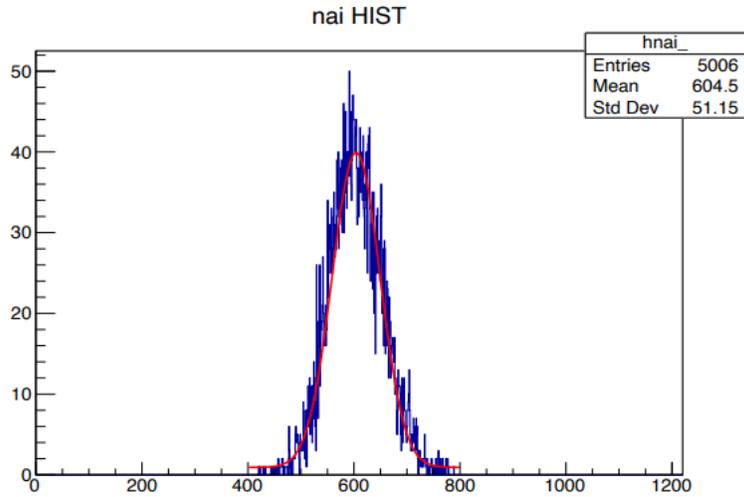


分布のFitting関数はガウス分布, またはそれに定数項を加えたもの

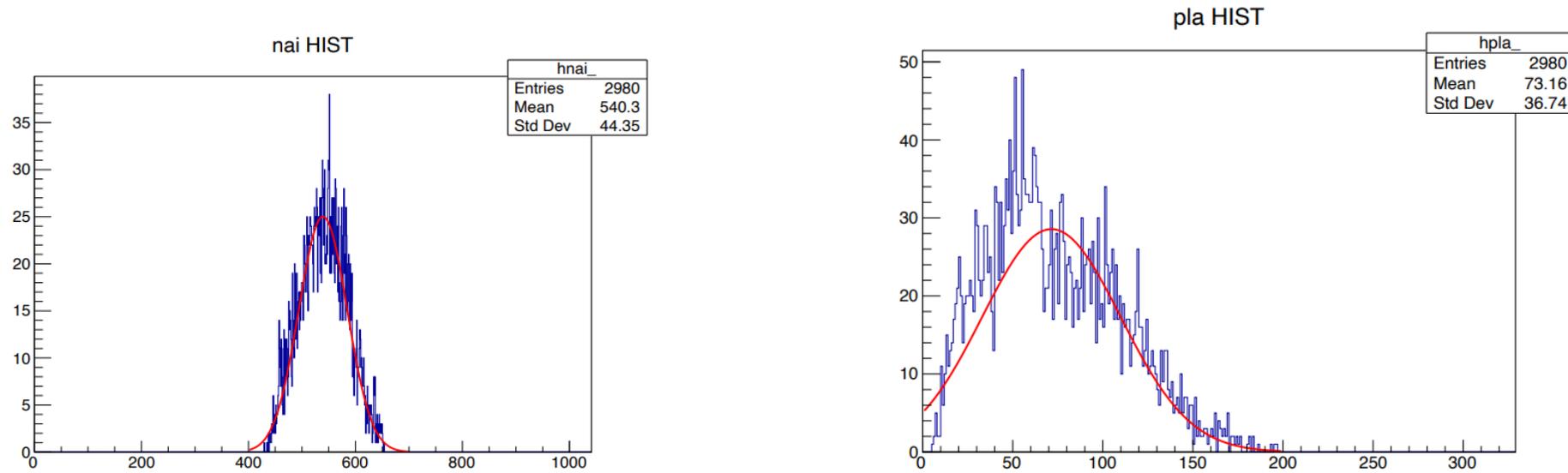
# 50度のセットアップでの観測データ



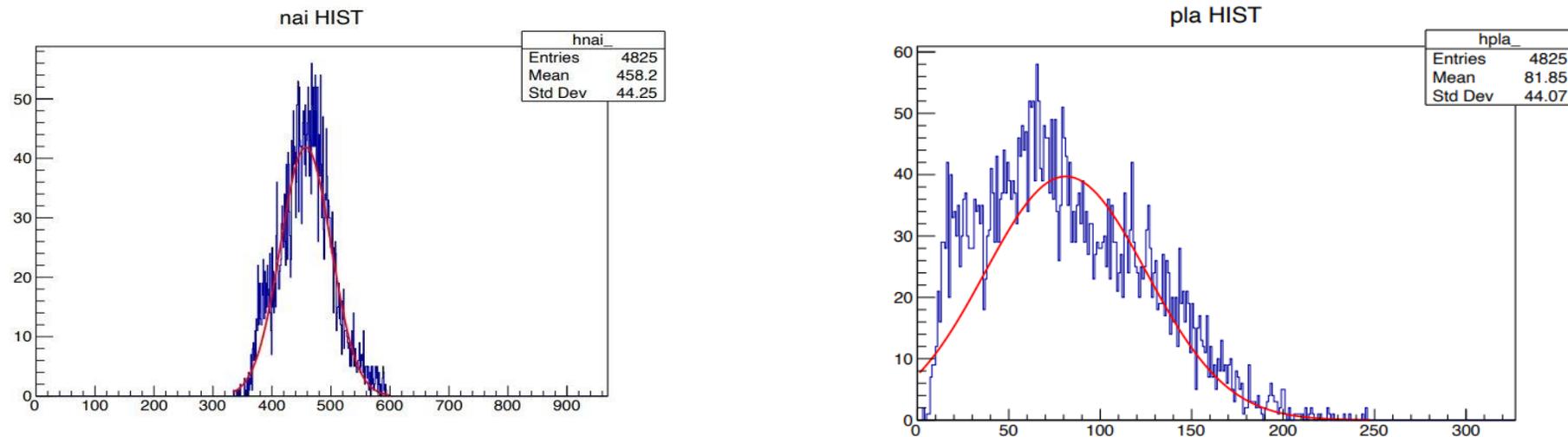
# 65度のセットアップでの観測データ



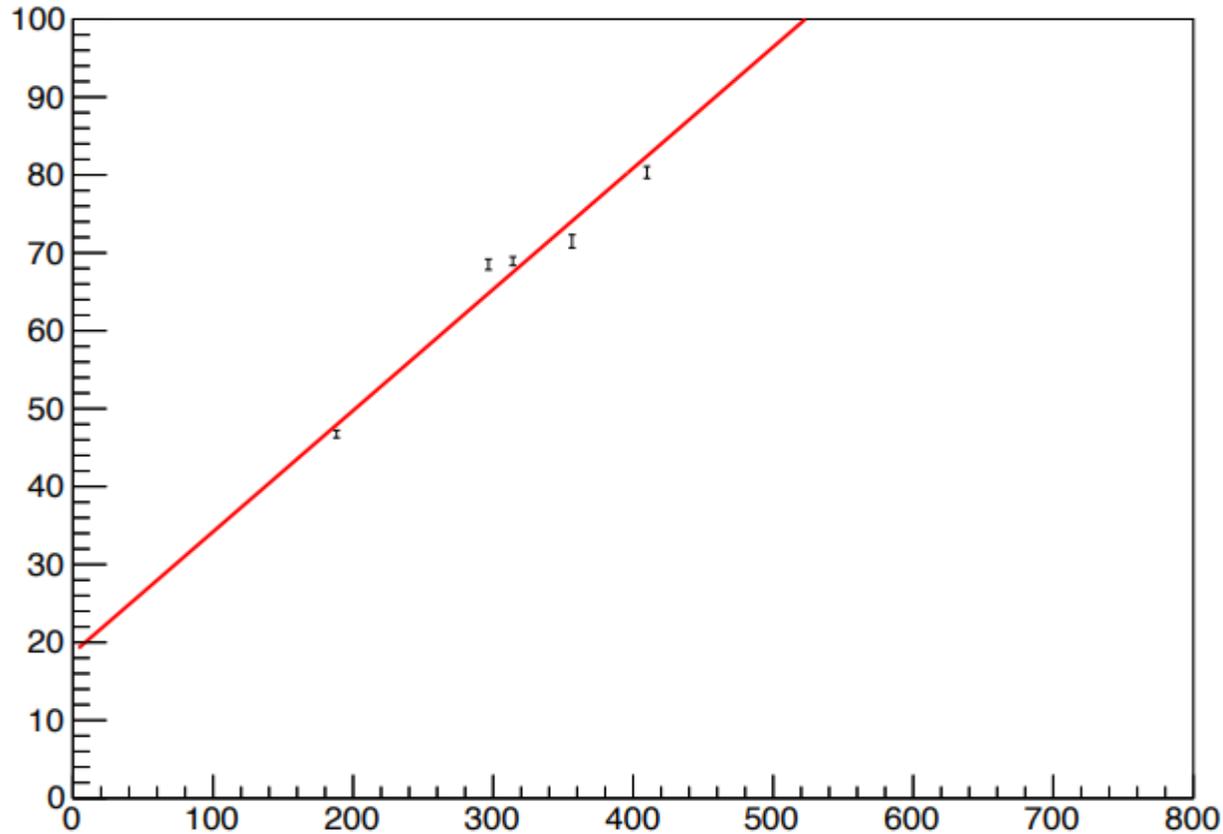
# 75度のセットアップでの観測データ



# 90度のセットアップでの観測データ



# NaIシンチレータでの光量分布と プラスチックシンチレータでの光量分布を比較



横軸  $E_{pla}$  [keV]  
縦軸 pla信号

プラスチックシンチレータでの検出エネルギーとプラスチックシンチレータでの検出信号の対応関係を得た.

結果

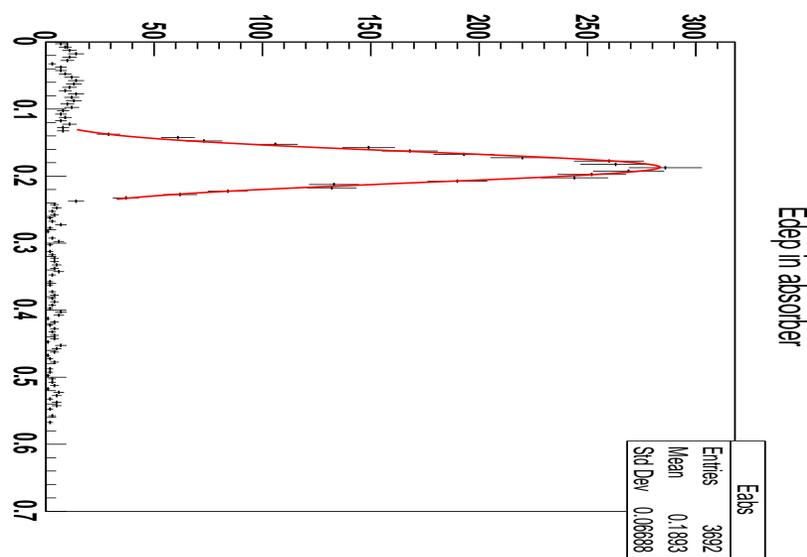
$$\text{信号} = E[\text{keV}] * p_0 + p_1$$

$$p_0 = 0.15586 \pm 0.00357$$

$$p_1 = 18.6429 \pm 1.05982$$

## 各セットアップの実験データについて

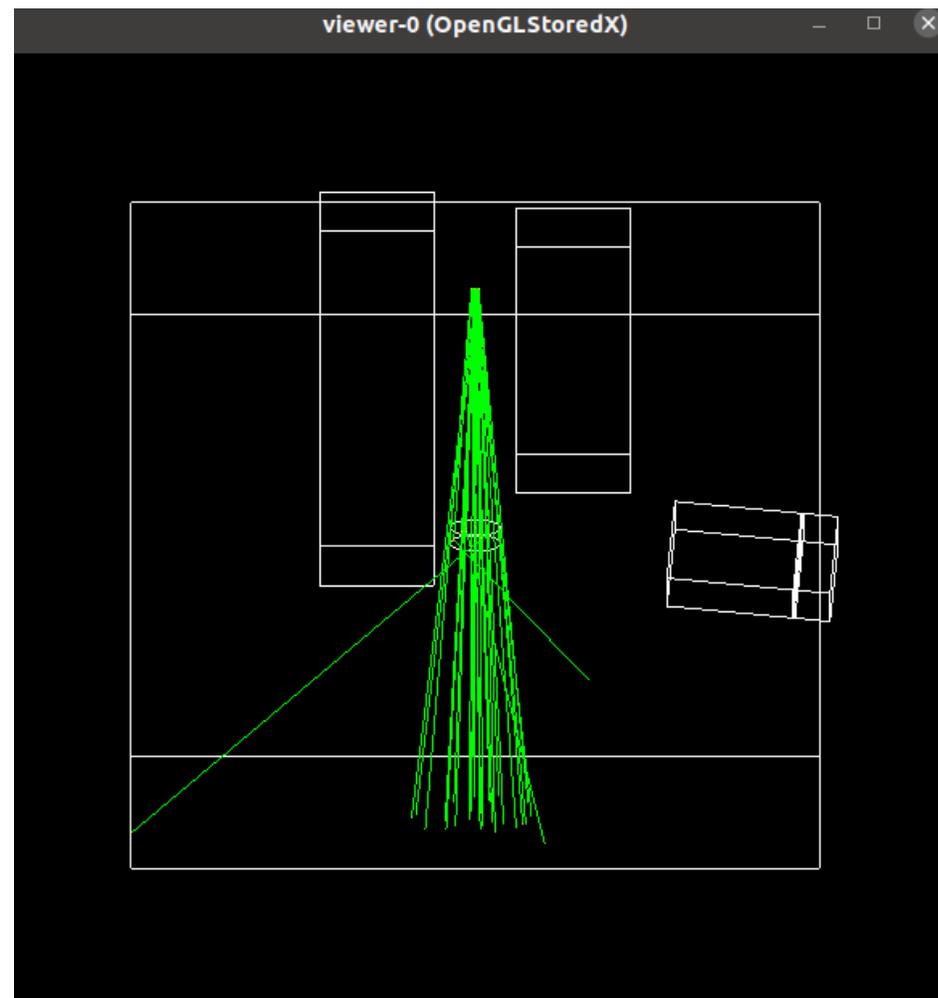
NaIシンチレータでの光量分布を再現するようなセットアップをGeant4シミュレーション上で作成し, その結果からプラスチックシンチレータでのエネルギー分布を得た

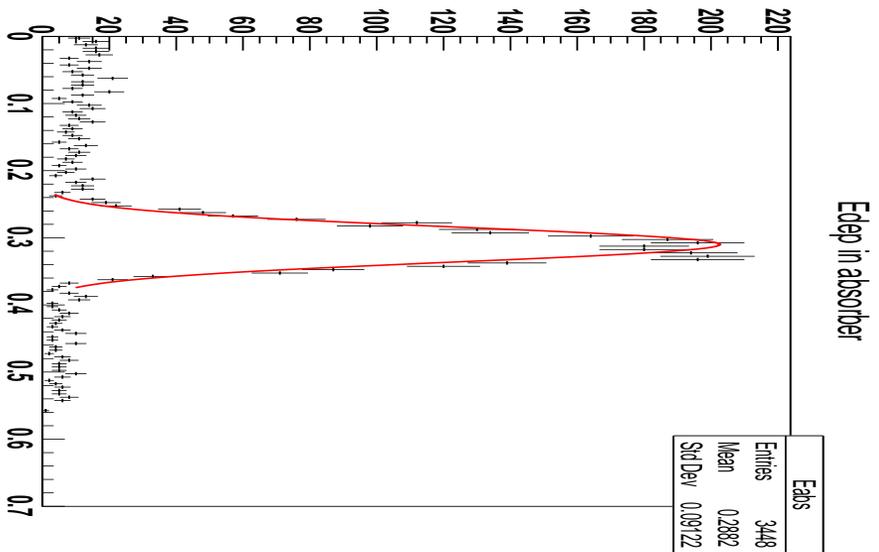


30度セットアップについて  
プラスチックシンチレータでのエネルギー損失を  
Geantでシミュレートしたもの

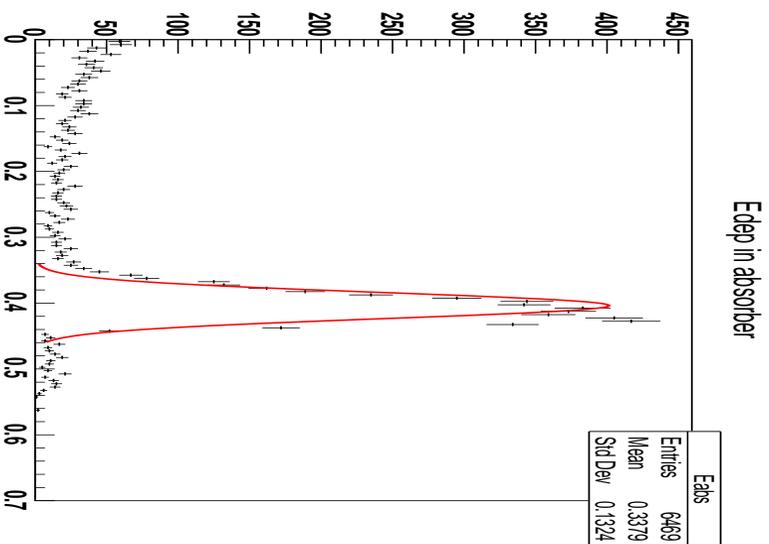
横軸：エネルギー[MeV] 縦軸：カウント数

Geant4のシミュレーションでは幾何的な広がりを再現することが可能.

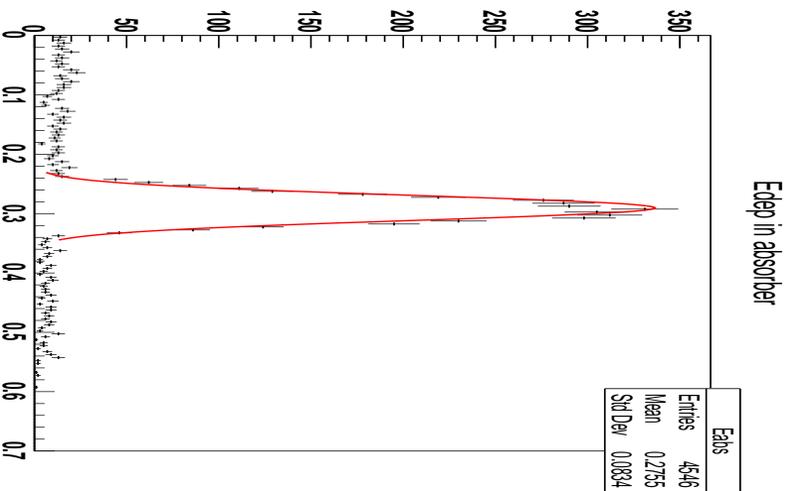




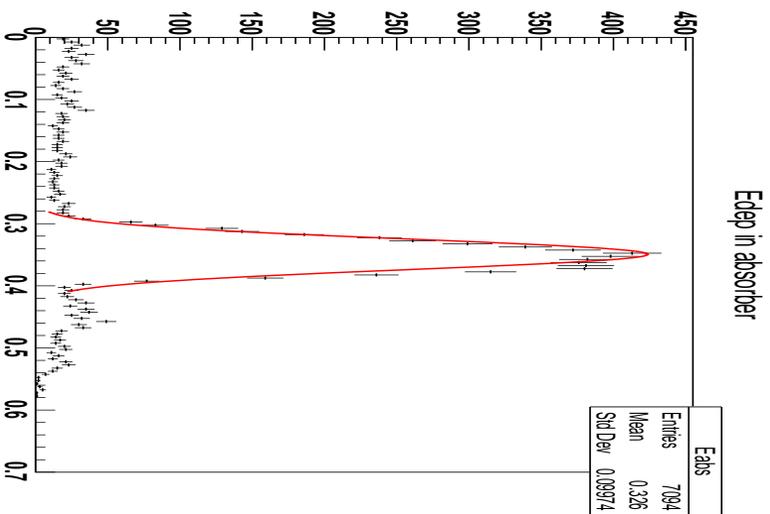
65度のセットアップ



90度のセットアップ

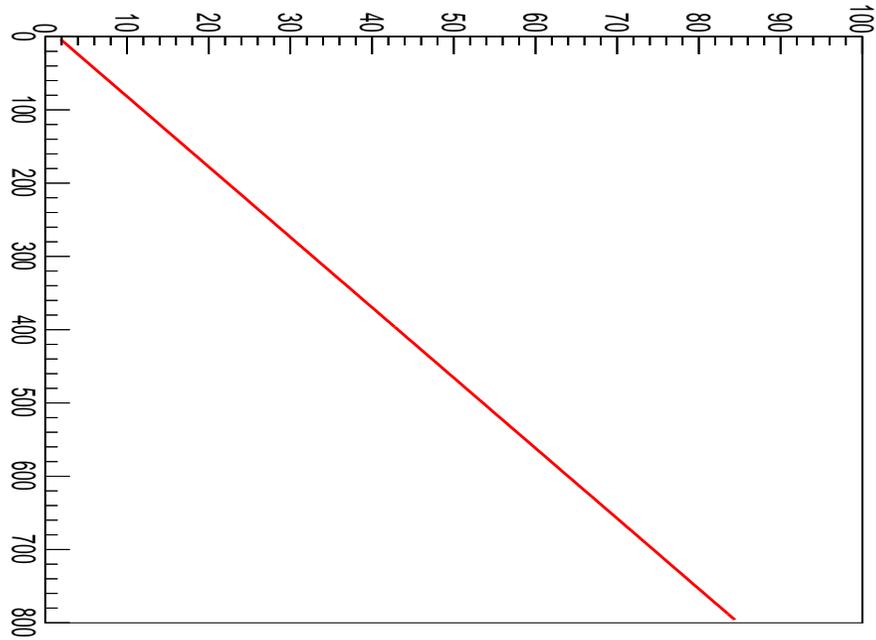


50度のセットアップ



75度のセットアップ

# プラスチックシンチレータにおける信号の広がりエネルギー依存性



横軸：エネルギー[keV]

縦軸：観測装置で広がる分布のsigma

各セットアップデータについて

プラスチックシンチレータで観測されるエネルギーの中心値をX軸に、観測光量の広がりを表すパラメータをY軸にとり、線形関係を仮定した上で、最小二乗法でFittingした。

# 6 本実験

$^{147}\text{Pm}$ から放出される $\beta$ 線エネルギーを測定した

セットアップ

プラスチックシンチレータ  
+PMT

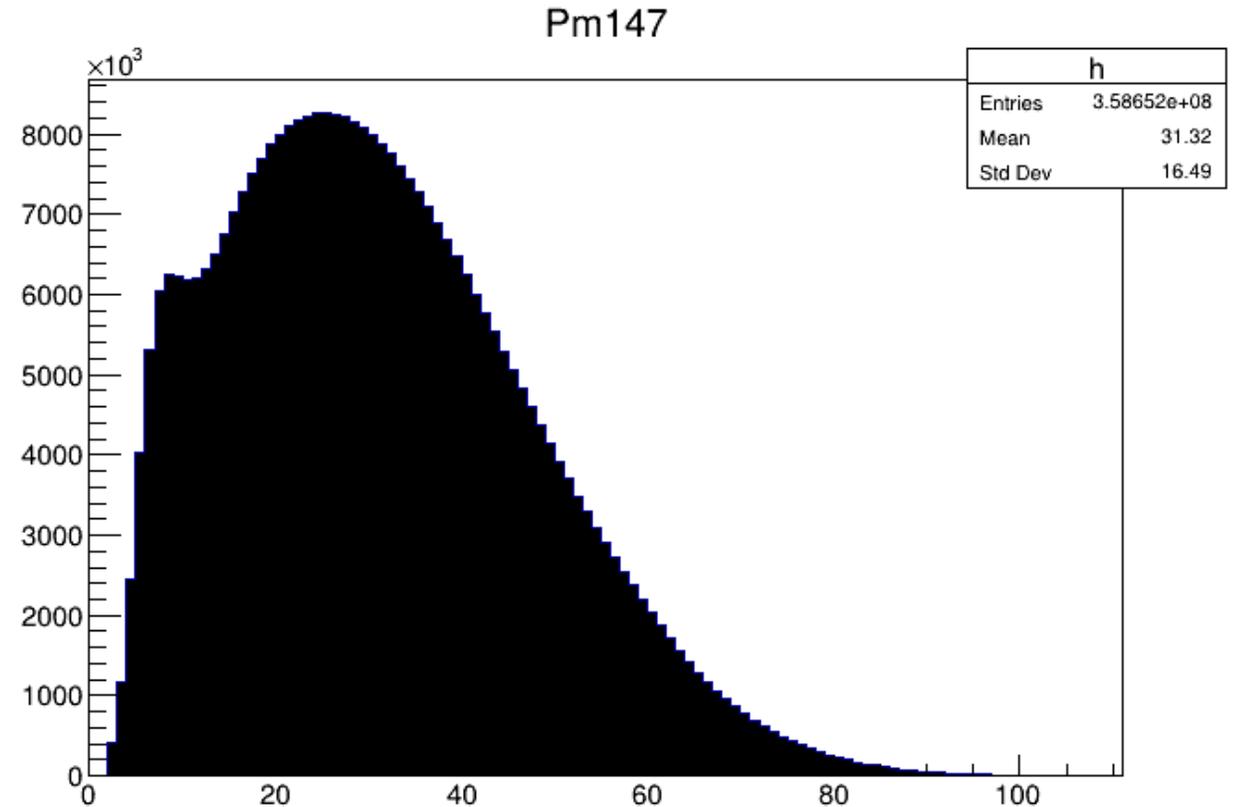
線源



## 1h × 72回の72時間計測

信号の位置がおかしいもの、信号が2つあるものなどの不適切なデータを除き、信号のヒストグラム作成.

統計数がかかなり多いため、このヒストグラムの統計誤差は無視することにした.



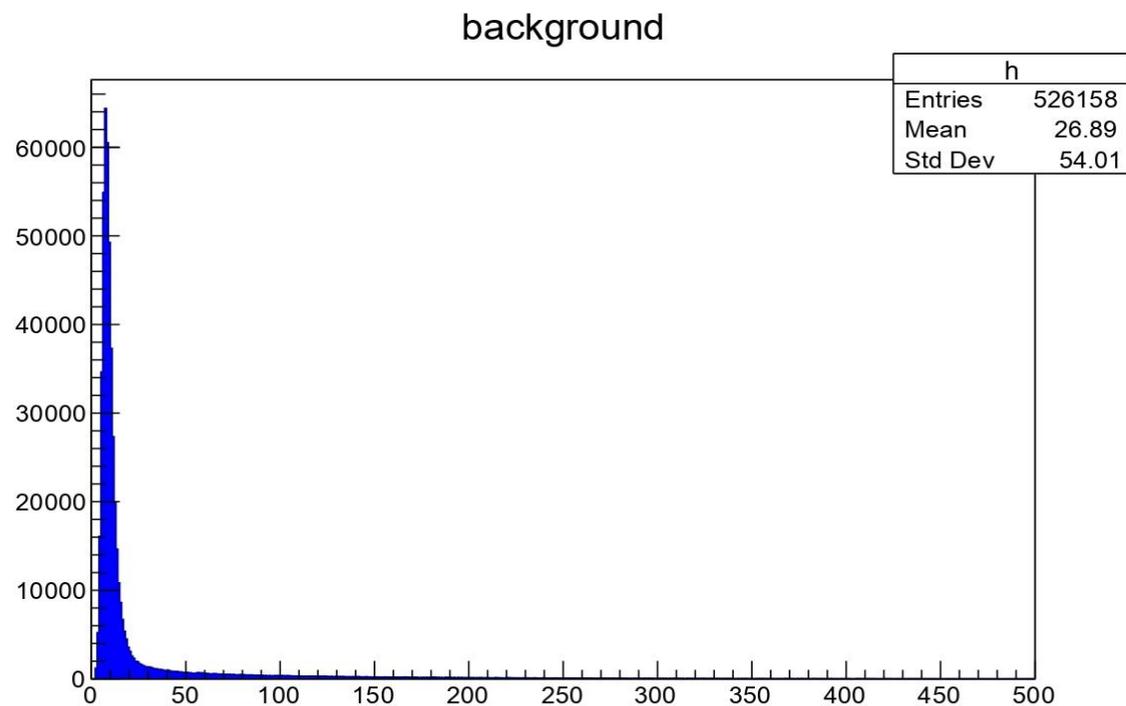
## 背景ノイズの測定

セットアップは $^{147}\text{Pm}$ の測定から線源を抜いたものと同様である。

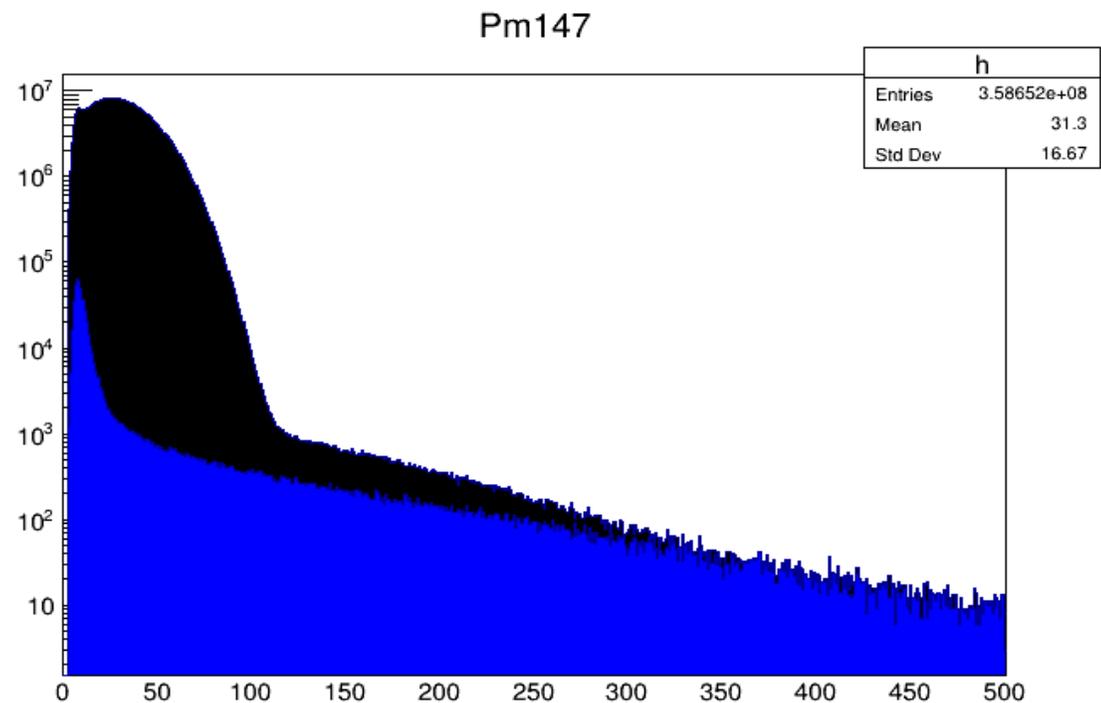
本実験と同様に72時間測定した



# 背景ノイズの計測結果



解析は本データから  
ノイズを引いて行う



黒色が $^{147}\text{Pm}$ , 青色がノイズのデータ.  
y軸はlogスケール

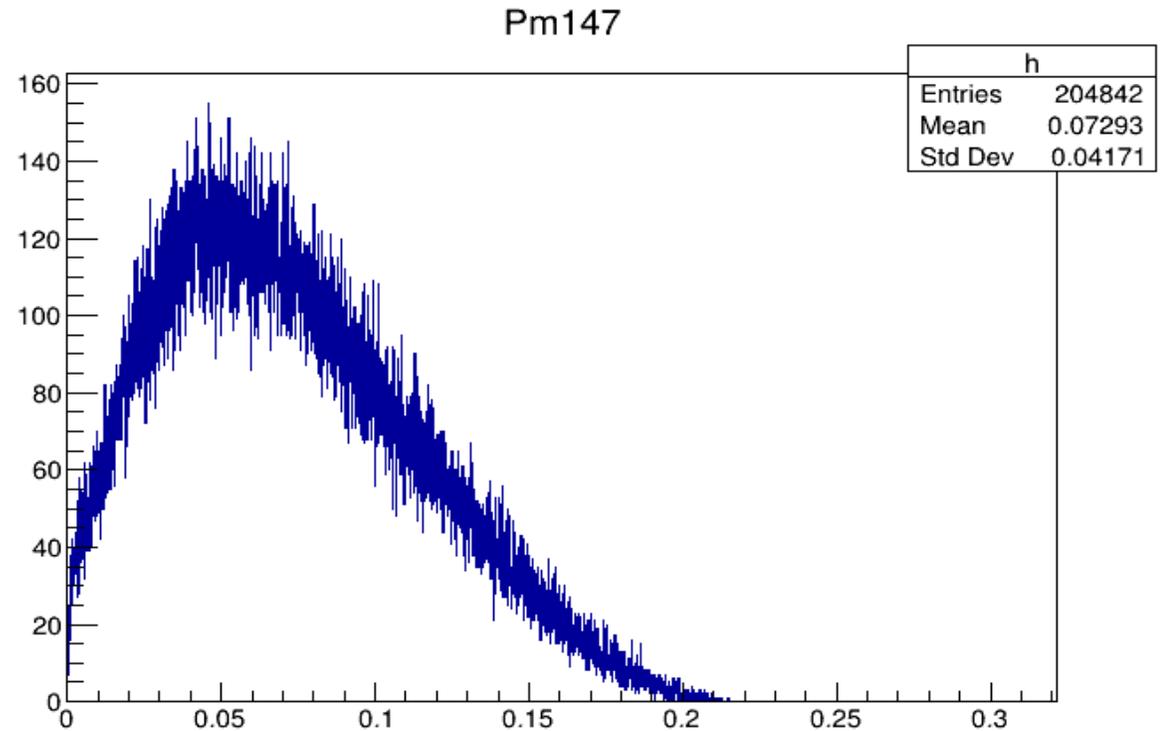
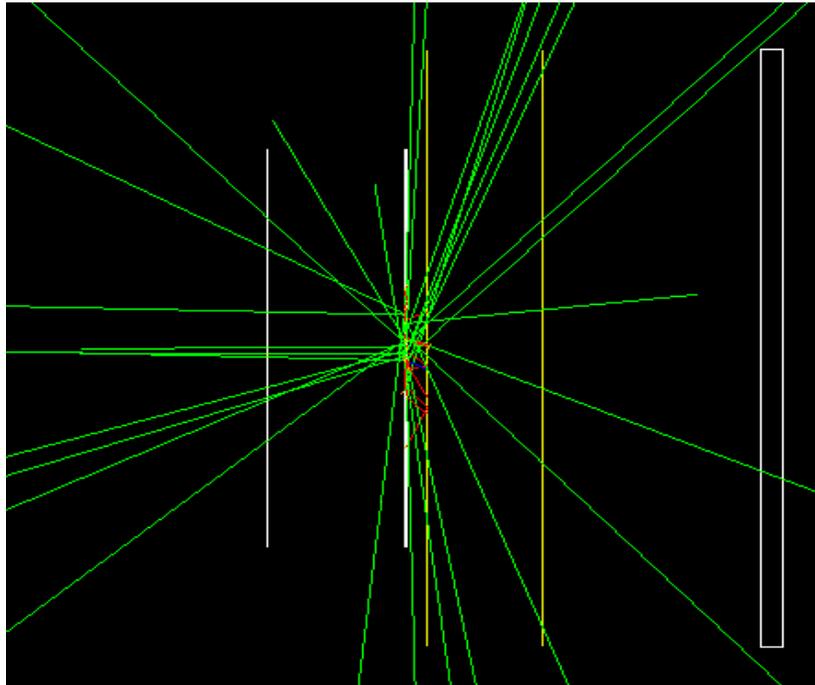
# 7 解析と結果

## 方針

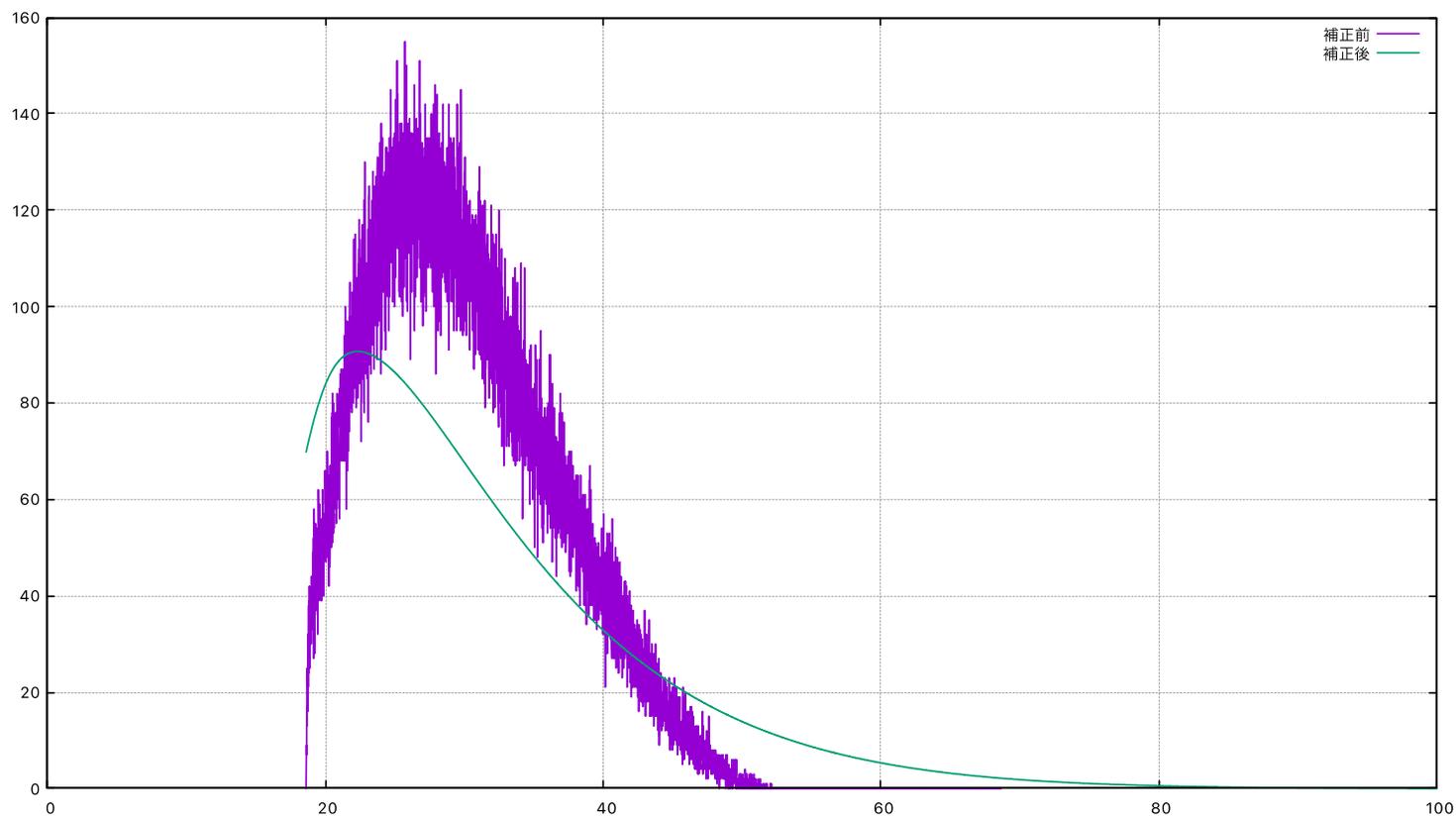
1. Geant4上でニュートリノ質量が0の条件で $^{147}\text{Pm}$ の $\beta$ 崩壊から現れる電子のエネルギースペクトルを再現する
2. エネルギーの分布から観測する光量の分布に変換する
3. シミュレーション結果に観測装置によって生じる信号の歪みの効果を加えて補正する
4. 最終的な観測信号の分布モデルを移動し、実際の観測データからbackgroundを差し引いたものとの一致度を見ることでニュートリノの質量を推測した

# Geant4によるシミュレーションと比較

Geant4はニュートリノ質量0の条件でシミュレーションする



観測装置の影響による補正でスペクトルは  
このように変化する



補正前



補正後

横軸：光量 縦軸：カウント数[100/光量]

# 7 解析と結果

我々は

1h-18hの観測データの統合データ (データ 1)

19h-36hの観測データの統合データ (データ 2)

37h-54hの観測データの統合データ (データ 3)

55h-72hの観測データの統合データ (データ 4)

それぞれについて質量の検定を行った

# 7 解析と結果

質量0ニュートリノに対応するシミュレーション分布を

高エネルギー側、低エネルギー側にそれぞれ200keVまで0.1keVずつ動かし、観測データとKolmogorov-Smirnov検定を行うことでその適合度を見た。

最も適合した値を観測で検出したニュートリノ質量とした

# 7 解析と結果

データセット	観測質量[keV]	KS検定の適合度
データ 1	-81.5keV	2.430
データ 2	-106.2keV	2.606
データ 3	-124.8keV	2.593
データ 4	-141.0keV	2.393

最終的な結果はこのようになった。

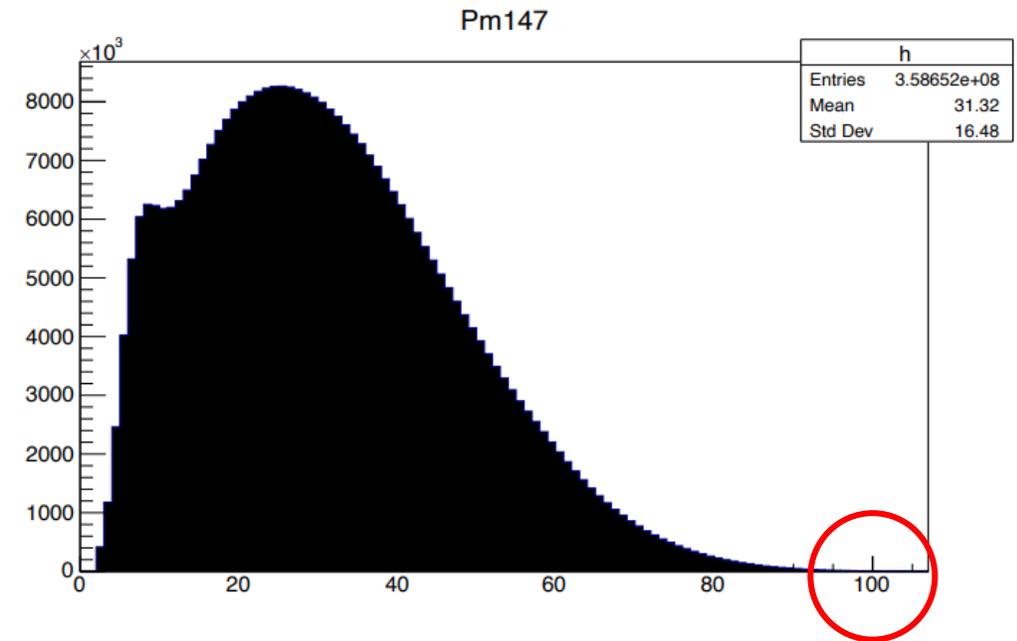
当初予想していたものとは異なる結果となり、その要因は複数考えられるがその内容は後に考察で述べる。

# 8 考察と展望

## 8.1 プラスチックシンチレータの光量不足

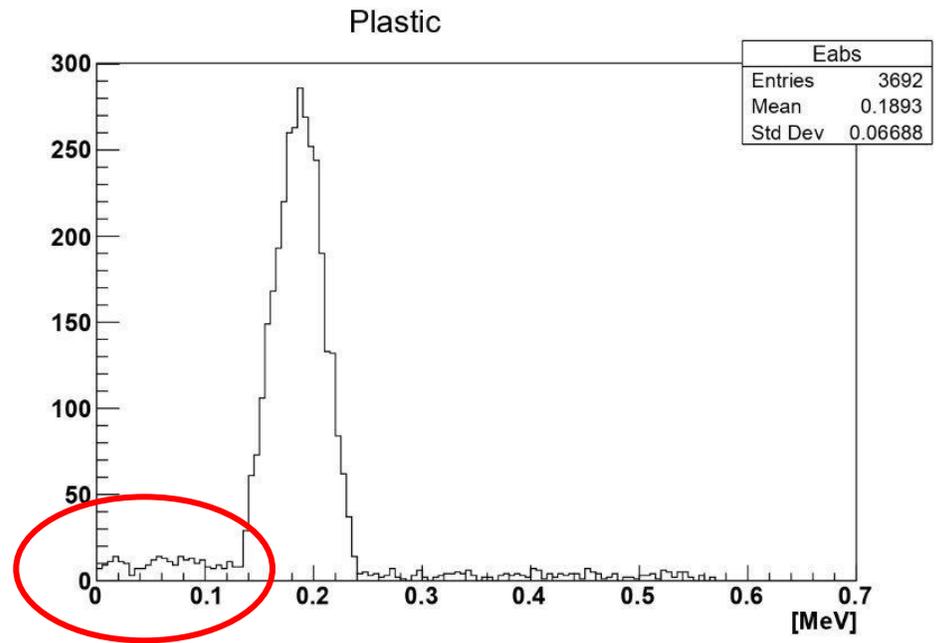
$^{147}\text{Pm}$ から現れる $\beta$ 線の観測で見られる信号は整数値で記録され, 最も大きいものでも100程度となる.

解像度がよくない.

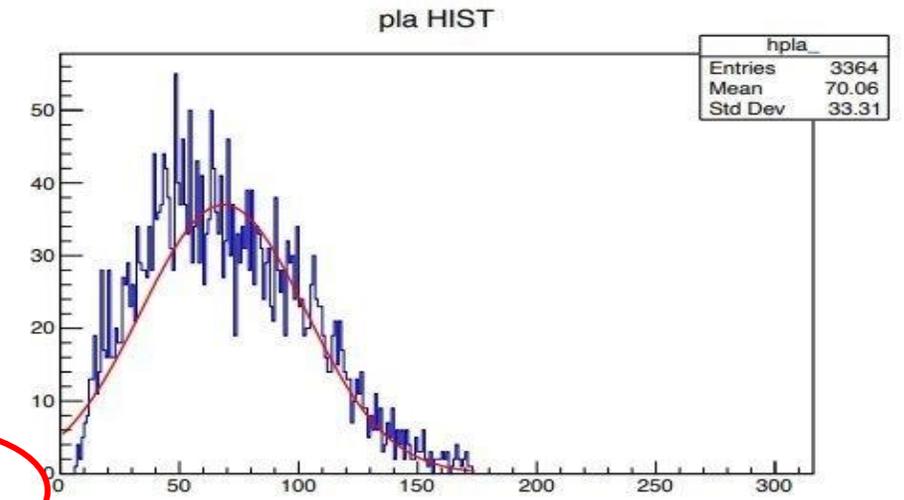
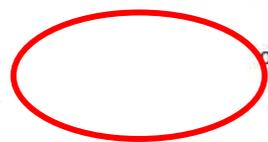


横軸光量、縦軸カウント数

低エネルギーの信号が見えず上手く較正できなかったのではないか。

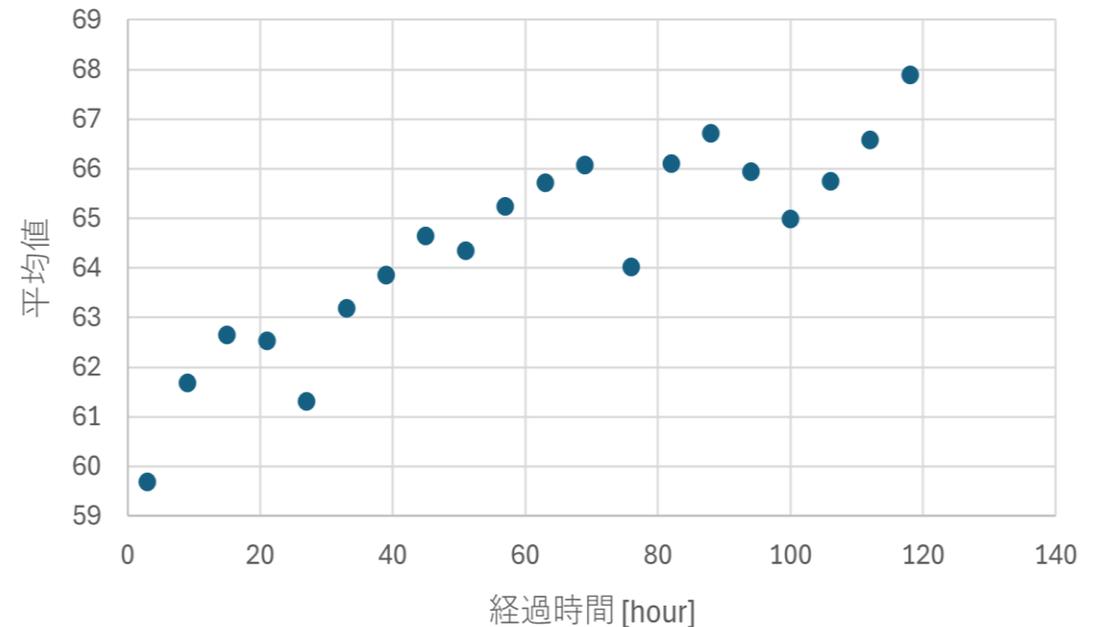
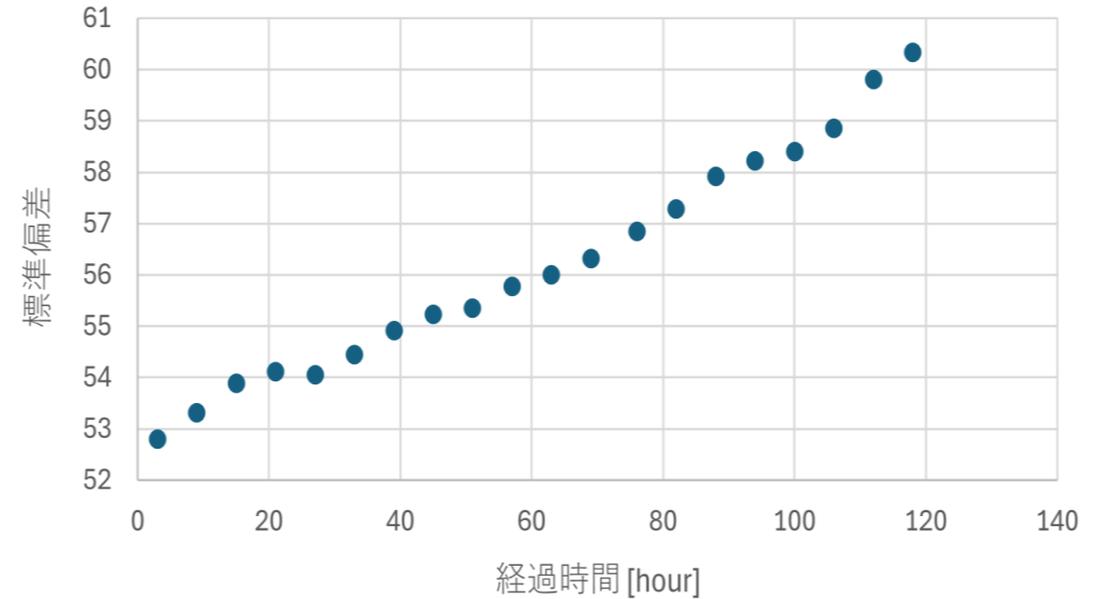


見えない→



## 8.2 信号の時間変動

- 較正実験のプラスチックシンチレータの信号の平均値と標準偏差の時間変化を求めた.
- プラスチックシンチレータの較正段階では信号は安定しているという前提で計算したが, 信号の時間変化を考慮する必要があった.



## 8.3 シミュレーションとの不一致

	30°	50°	65°	75°	90°
シミュレーションのmean	563.9 keV	452.5 keV	381.5 keV	340.3 keV	290.3 keV
実際のmean	473.5 keV	365.0 keV	347.5 keV	305.23 keV	251.8 keV
シミュレーションのsigma	18.9 keV	18.4 keV	22.95 keV	19.02 keV	13.21 keV
実際のsigma	26.566 keV	22.792 keV	25.298 keV	23.255 keV	22.163 keV

meanが40~100 keV近くずれている。

NaI光量の誤差は数 keV程度しか影響がなく，原因とは考えられない。

sigmaもかなりずれている。

現時点では原因不明である。

## 8.4 適合度から見る解析の妥当性

- 今回は観測データと、シミュレーションデータとの整合性から質量を特定するという解析を行った

2分布が完全に一致すれば、解析は成功している見込みが高い

適合度はKS統計量を用いて判断したが、いずれの場合も最良の質量パラメータについてその分布の一致は有意水準1%で棄却された

解析には何らかの不備があるか、見逃した条件があると言える

## 8.5 データ取得頻度で見る解析の妥当性

我々は100kBqの $^{147}\text{Pm}$ 線源をプラスチックシンチレータにほとんど密着させて $\beta$ 線を測定した

事前の予想では、少なくとも30kBq程度の頻度で $\beta$ 線が観測されると考えていたが実際に観測された信号の頻度は1.5kHz程度のものであった。

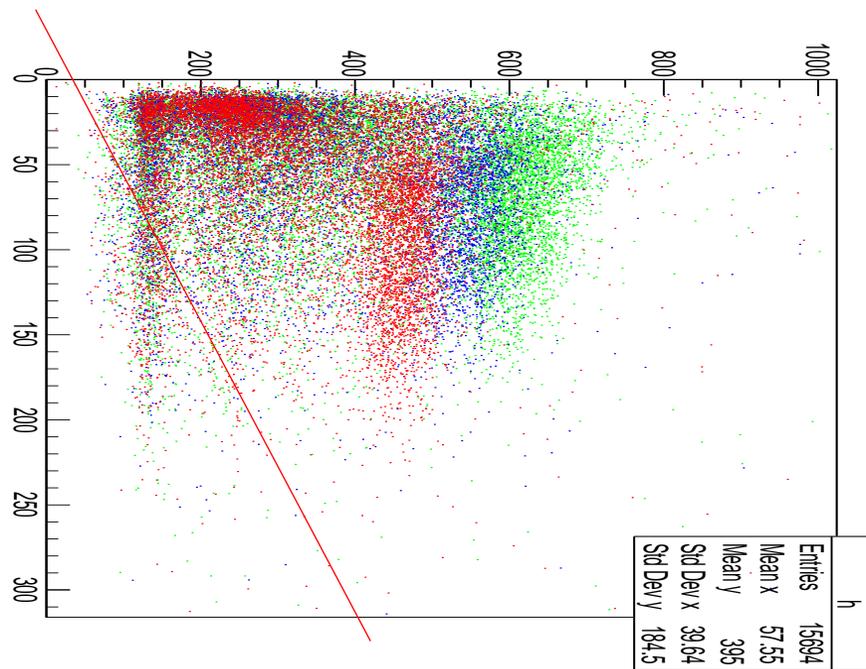
観測された信号に何らかの強いバイアス効果が存在する可能性も考えられる。



本実験セットアップの様子

## 8.6 改善可能な点について

- プラスチックシンチレータのキャリブレーション



横軸：NaI光量 縦軸：プラシン光量

緑：65度のセットアップ  
青：75度のセットアップ  
赤：90度のセットアップ

PLANAL Graph

今回のシンチレータ較正が適切であった場合、理想的に信号は赤線上に分布することが期待される。

それと比較するとプラスチックシンチレータの光量は広がりすぎておりこの原因を解明する必要がある。

## 8.6 改善可能な点について

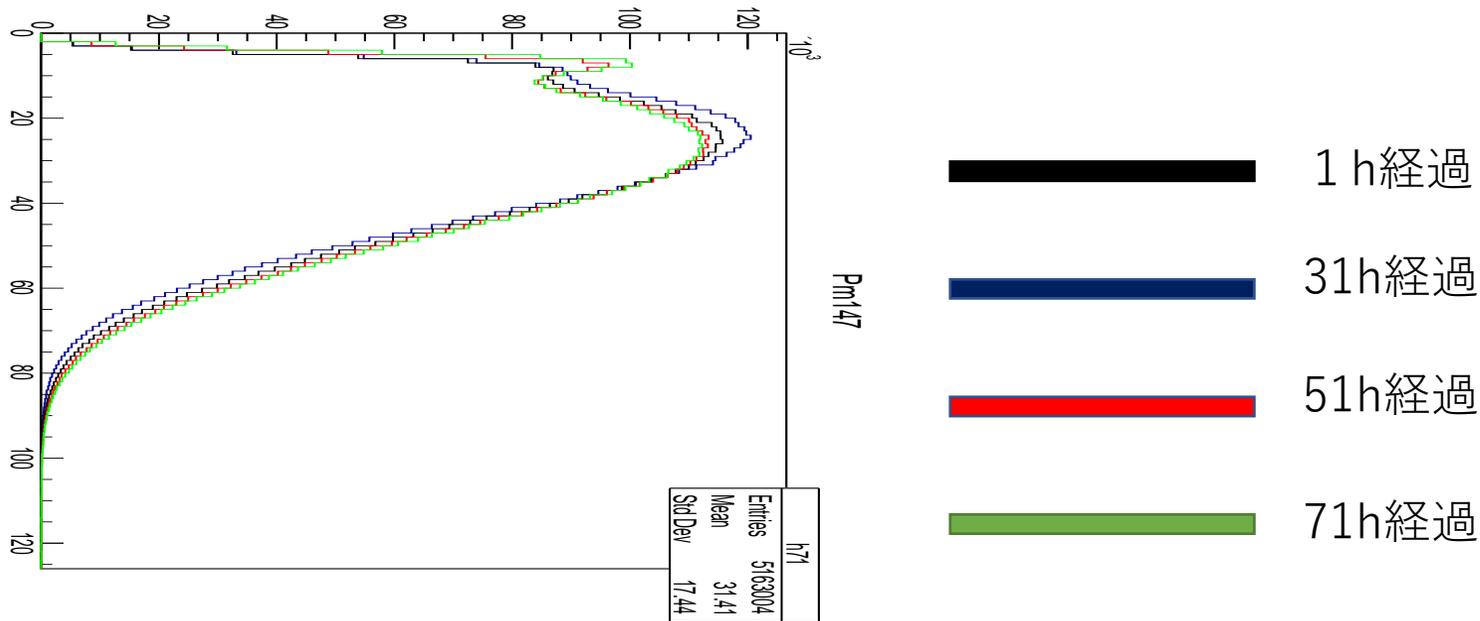
今回のように信号が観測装置上で大きく歪むような場合,

我々が注目したいQ値付近のエネルギーを持つ $\beta$ 線の分布は, より低エネルギーの $\beta$ 線の分布に支配的な影響を受けることになる.

スペクトルの変化が並行移動で近似できるという仮定に疑問が生じる.

## 8.6 改善可能な点について

- プラスチックシンチレータの変質による分布の変化



$\beta$ 線のエネルギー分布がこのような変動する場合、ニュートリノの質量を正確に測定することは極めて困難

時間経過に伴う分布の変化

## 8.6 改善可能な点について

- NaIシンチレータ較正の不安定性

本実験終了後, NaIシンチレータの較正を再び行った

ピーク名	較正データ	検証、起動直後	検証、30分経過
Na 511keV	855	847	836
Cs 662keV	1084	1092	1076
Co 1173keV	1861	1833	1831
Na 1275keV	2041	2027	2000
Co 1333keV	2105	2073	2070

NaIシンチレータは時間経過で光量が減少している  
特に起動から30分までは変化の程度が激しい  
：この影響は一定の補正が可能かもしれない

## 8.6 改善可能な点について

- ヒストグラムの検定法について

シミュレーションにより作成したモデル分布と、観測データの度数は統一されておらずその差の補正に必要な操作がFITの精度を悪化させた可能性がある。

度数を統一する良い方法を考えたい。

## 8.6 改善可能な点について

- 観測装置での信号分散効果の誤差影響，時間変化を計測する

$\beta$ 線エネルギースペクトルで重要な高エネルギー部分は観測装置による信号分散から受ける効果が大い

今回は計測による変動効果や計測値の誤差を考慮した解析が出来なかった。

## 8.7 展望

今回,

観測を行うことによって生じる観測装置の変質という現象が実験結果に大きな影響をもたらしていることが推測される.

この影響を補正することを最優先課題として実験を継続することで, 飛躍的に向上した結果を得ることができらるだろう.

# 謝辞

本実験を行うにあたり  
指導教官の中家教授, 木河助教をはじめ  
TAの有元さん, 星野さんから多くの助言や協力をいただき  
大変お世話になりました.  
この場をかりて御礼申し上げます.