$$= \left(\frac{2\omega}{i}\delta(t) - \omega^2\right) e^{-i\omega|t|}$$

$$\therefore \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega^2\right) G(t) = \delta(t) .$$

次に、ここまでの結果を使ってn点 Green's fn. を計算する.

$$\langle 0|T Q(t_1)\cdots|0\rangle = \int \Delta q\, q(t_1)\cdots e^{iS + i\int dt\, fq}$$
$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(t_1)}\cdots \int \Delta q\, e^{iS+i\int dt\, fq}\Big|_{f=0}$$
$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(t_1)}\cdots \langle 0|0\rangle_f \Big|_{f=0}$$

であることを思い出せば、例えば

$$\langle 0|T Q(t_1)Q(t_2)|0\rangle$$
$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(t_1)}\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(t_2)} \exp\left[\frac{i}{2}\int dt\,dt'\, f(t)\, G(t-t')\, f(t')\right]\Big|_{f=0} .$$
$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(t_1)}\frac{1}{i}\left(\frac{\delta}{\delta f(t_2)}\frac{i}{2}\int dt\,dt'\, f(t)\, G(t-t')\, f(t')\right)\langle 0|0\rangle_f \Big|_{f=0}$$
$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(t_1)}\int dt\, f(t)\, G(t_2-t)\, \langle 0|0\rangle_f\Big|_{f=0} \quad (\because \text{Leibniz則})$$
$$= \left(\frac{1}{i}G(t_2-t_1) + (f\text{を含む項})\right)\langle 0|0\rangle_f\Big|_{f=0} .$$
$$= \frac{1}{i}G(t_2-t_1) .$$

を得る.

ここからわかるように、$\langle 0|T \underbrace{Q(t_1)\cdots Q(t_n)}_{\text{奇数}}|0\rangle$ は $f=0$ としたときに

すべての項が消えるのでゼロ.

また、4点は、

$$\langle 0|T Q(t_1)\cdots Q(t_4)|0\rangle$$
$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f_1}\cdots\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f_4} e^{\frac{i}{2}f\cdot G\cdot f}\Big|_{f=0} .$$
$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f_1}\cdots\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f_3} G_4\cdot f\, e^{\frac{i}{2}f\cdot G\cdot f}\Big|_{f=0}$$
$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f_1}\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f_2}\left(\frac{G_{34}}{i} + G_4\cdot f\; G_3\cdot f\right) e^{\frac{i}{2}f\cdot G\cdot f}\Big|_{f=0}$$
$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f_1}\left(\frac{G_{24}}{i} G_3\cdot f + G_4\cdot f\; G_{23} + \frac{G_{34}}{i} G_2\cdot f + O(f^3)\right) e^{\frac{i}{2}f\cdot G\cdot f}\Big|$$