$$- a^*(k_1)\, a(k_2)\, e^{i(k_2-k_1)x} + b(k_1)\, b^*(k_2)\, e^{-i(k_2-k_1)x} \Big\}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}\varphi^\dagger = \left(\frac{\partial \varphi^\dagger}{\partial t}\varphi\right)^*$$ であるから

$$\left[\frac{\partial \varphi^\dagger}{\partial t}\varphi - \frac{\partial \varphi}{\partial t}\varphi^\dagger\right]$$

$$= \int \widetilde{dk_1}\, \widetilde{dk_2}\; i k_1^0 \left\{ 2 e^{-i(k_2-k_1)x}\, b(k_1)\, b^*(k_2) - 2 e^{i(k_2-k_1)x}\, a^*(k_1)\, a(k_2) \right\}$$

よって

$$Q = \int \widetilde{dk} \int \widetilde{dk_1}\; k_1^0\; 2 \left\{ a^*(k_1)\, a(k) - b^*(k)\, b(k_1) \right\} \cdot \underbrace{\int dx^3\; e^{i(k_2-k_1)x}}_{\text{少し略し}\;\; (2\pi)^3\, \delta^3(k_1 - k_2)}$$

$$= \int \widetilde{dk}\; \frac{(2\pi)^3\, k^0 \cdot 2}{(2\pi)^3\; k^0\; 2} \left\{ a^\dagger(k)\, a(k) - b^*(k)\, b(k) \right\}$$

$$\hat{Q} = \int \widetilde{dk} \left[ a^*(k)\, a(k) - b^*(k)\, b(k) \right] \quad (22.19) \quad //$$

量子論でこれは、粒子Aの数－粒子Bの数を導く演算子

それ故 $\left\{ \boxed{\begin{array}{l} Q \text{ は保存する} \\ Q \text{ を変更するいかなる反応の} \\ \text{散乱振幅も } 0 \text{ になる（起こらない）} \end{array}} \right.$

次にネーターカレントを見るために、経路積分を考える

$$Z(J) = \int D\varphi \; e^{i\left[S + \int d^4x \; J_a \varphi_a\right]} \quad (22.20)$$

$D\varphi$ を一定にするような微小変換

$\varphi_a(x) \rightarrow \varphi_a(x) + \delta\varphi_a(x)$ について

$Z(J)$ は変化しない

$$0 = \delta Z(J)$$

$$= \int D\varphi \, i \frac{\delta}{\delta \varphi_a} \left[ S + \int d^4x \, J_a \varphi_a \right] e^{i\left[S + \int d^4y \, J_b \varphi_b\right]} \cdot \delta\varphi_a$$

$$= i \int D\varphi \, e^{i\left[S + \int d^4y \, J_b \varphi_b\right]} \int d^4x \left( \frac{\delta S}{\delta \varphi_a(x)} + J_a(x) \right) \delta \varphi_a(x)$$

$$0 = \int D\varphi \, e^{iS} \, e^{i J_b \cdot \varphi_b} \int d^4x \left( \frac{\delta S}{\delta \varphi_a} + J_a \right) \delta\varphi_a \quad (22.21)$$

☆

$J_{a_j}(x_j)$ に関する $n$ 回の汎関数微分を行い、$J=0$ とすることで、

$$0 = \int D\varphi \, e^{iS} \int d^4x \left[ i \frac{\delta S}{\delta \varphi_a(x)} \varphi_{a_1}(x_1) \cdots \varphi_{a_n}(x_n) + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{a_1}(x_1) \cdots \delta_{a a_j} \delta^4(x - x_j) \cdots \varphi_{a_n}(x_n) \right] \delta\varphi_a(x)$$

$$(22.22)$$

$\delta\varphi_a(x)$ は任意であり、

また経路積分は T 積の真空期待値を導くので

$$\boxed{\begin{aligned}0 = i\langle 0|T\frac{\delta S}{\delta\varphi_a(x)}\varphi_{a_1}(x_1)\cdots\cdots\varphi_{a_n}(x_n)|0\rangle \\ +\sum_{j=1}^{n}\langle 0|T\varphi_{a_1}(x_1)\cdots\delta_{aa_j}\delta^4(x-x_j)\cdots\varphi_{a_n}(x_n)|0\rangle\end{aligned}}$$

(22.23)

これは、Schwinger-Dyson eq.

- イメージを掴むため

free field theory における実スカラー粒子1つの例を考える

このとき $\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)} = (\partial_x^2 - m^2)\varphi(x)$ が成り立つとする

$n=1$ のとき (22.23) は、

$$(-\partial_x^2+m^2)\, i\langle 0|T\varphi(x)\varphi(x_1)|0\rangle = \delta^4(x-x_1) \quad (22.24)$$

これを見れば、$\Delta(x-x_1) = i\langle 0|T\varphi(x)\varphi(x_1)|0\rangle$

が K-G eq の Green's function になっていると分かる。(§8)

一般の $n$ についても同様にして

$$\langle 0| T \frac{\delta S}{\delta \varphi_a(x)} \varphi_{a_1}(x_1)\cdots\varphi_{a_n}(x_n)|0\rangle = 0$$

$$(x \neq x_1, x_2, \cdots, x_n) \qquad (22.25)$$

- 時空変数 $x$ が他の全ての場のものと異なる場合、関数内の量子場は古典的なEoMを満たす
- そうでない場合、追加の境界条件を得る.

- 次に、連続的な対称性とそれに関連するネーターカレントが存在するような場合を考える.

(22.22) において $\varphi_a$ の変分 $\delta\varphi_a$ をラグランジアン密度は変えないようにとる.

Schwinger - Dyson eq に (22.7) を代入すると

$$0 = \partial_\mu \langle 0|T j^\mu(x)\varphi_{a_1}(x_1)\cdots\varphi_{a_n}(x_n)|0\rangle$$
$$+ i\sum_{j=1}^{n}\langle 0|T\varphi_{a_1}(x_1)\cdots\delta\varphi_{a_j}(x)\delta^4(x-x_j)\cdots\varphi_{a_n}(x_n)|0\rangle$$

$$(22.26)$$

この・ネーターカレントおよび微小変換に依存する境界条件は保存する.