

オルソポジトロニウムの 寿命測定

京都大学理学部

2009 年度前期 課題演習 A2

宇田拓史

江川弘行

菊地悠

栗村朋

橋本敏和

目次

1. 目的
2. 原理
 - 2-1 オルソポジトロニウムの性質
 - 2-2 寿命の測定
 - 2-3 ポジトロニウムの反応
3. 装置と方法
 - 3-1 実験装置
 - 3-2 実験方法
 - 3-3 装置のセットアップ
 - 3-4 回路の配線
 - 3-5 TDC による時間測定
 - 3-6 実験環境
4. 結果・解析
 - 4-1 ADC キャリブレーション
 - 4-2 TDC キャリブレーション
 - 4-3 TQ correction
 - 4-4 データ解析
5. 誤差評価

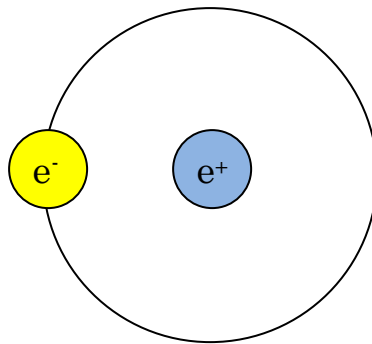
1. 本実験の目的

オルソポジトロニウムの寿命を測定するのが本実験の目的である。また、測定値を QED から予測される値と比較して、QED が正しいことを検証する。

2. 実験原理

2-1 オルソポジトロニウムの性質

まず、ポジトロニウムについて説明する。ポジトロニウムとは陽電子と電子から成るエキゾチック原子である。ちょうど水素原子の陽子を陽電子で置き換えた状態に相当する。



質量： $2 m_e$

図 2-1 ポジトロニウム

このポジトロニウムには、陽電子と電子のスピンの向きの違いによって、異なる二つの基底状態が存在する。このうち、スピンの向きが同じものがオルソポジトロニウム(o-Ps)、スピンが逆になっているものがパラポジトロニウム(p-Ps)である。

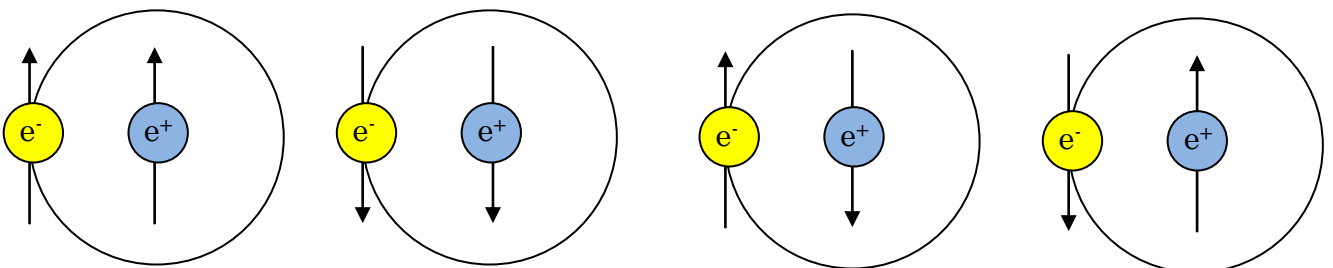


図 2-2 o-Ps と p-Ps

スピンの向きが同じ

スピンの向きが逆

オルソポジトロニウム(o-Ps)

パラポジトロニウム(p-Ps)

全スピン：1

全スピン：0

どちらのポジトロニウムも、いずれ電子と陽電子が対消滅して光子になる。ここで、各運動量保存則より、o-Ps は全スピンの 1 なので奇数個の光子に、p-Ps は全スピンの 0 なので偶数個の光子に崩壊する。ポジトロニウム崩壊後の光子数が 1 増えるごとに、崩壊率は微細構造定数 α (1/137) のオーダーで減少するため、ほとんどの場合 o-Ps は 3 光子に、p-Ps は 2 光子に崩壊する。またこの 2 つは寿命が大きく異なっており、理論では o-Ps の寿命が 142ns、p-Ps の寿命が 0.125ns となっている。今実験ではこの o-Ps の寿命を測定する。

2-2 寿命の測定

ポジトロニウムの寿命 τ は、時刻 t でのポジトロニウムの数 $N(t)$ と $t = 0$ での値 N_0 を用いて以下の式で定義される。

$$N(t) = N_0 \exp(-t/\tau) \quad (2.1)$$

本実験では、崩壊時間 t とその時間での崩壊数を計測し、そのヒストグラムを指数関数で fitting することによって o-Ps の寿命 τ を測定した。

2-3 ポジトロニウムの反応

ポジトロニウムは物質中で様々な反応を起こすため、実際の寿命よりも測定値が小さくなってしまふ。以下に、代表的なポジトロニウムの反応を示す。

・ピックオフ反応

ポジトロニウムが外部の物質と衝突する際、物質中の電子とポジトロニウム内の陽電子が重なり対消滅してしまう反応。

・スピン交換反応

ポジトロニウムが、不対電子を持つ分子と電子のスピンを交換する反応。o-Ps が p-Ps に変化してしまうので、寿命が短くなってしまう。

・化学反応

ポジトロニウムの構造は水素原子に近いので、酸化反応、付加反応、置換反応などが生じる

上記のような反応が起こらないようにするためには完全な真空中で実験を行わなければならないが、そのようなことは現実的には不可能である。よって今回は、実験装置の気圧を変えて測定し、各気圧での測定結果から真空での寿命を外挿して求めた。o-Ps の寿命が短くなるのは、o-Ps が生成してから自然に消滅するまでに他の物質と衝突して、上に記したような反応が起こるためである。ここで、o-Ps は主に周りにある空気と衝突して反応を起こしてしまう。その衝突する確率は、周りにある空気分子の密度、すなわち気圧に比例する。o-Ps と空気が衝突してから崩壊するまでの時間は、o-Ps が自然に崩壊する時間よりもはるかに短いので、十分短い時間間隔ではある気圧化での崩壊する確率は、真空での崩壊確率と、o-Ps が空気と衝突する確率の和として計算できる。この崩壊する確率というのが崩壊定数であり、その逆数が寿命となっているので、各気圧で求めた寿命の逆数を線形に近似することで真空の値を外挿する。以下に導出の式を書く。

$$\lambda = \lambda_v + \alpha P \quad (2.2)$$

$$\lambda = 1/\tau, \quad \lambda_v = 1/\tau_v \quad (2.3)$$

$$\therefore 1/\tau = 1/\tau_v + \alpha P \quad (2.4)$$

λ : 各気圧での崩壊定数 λ_v : 真空での崩壊定数 P : 気圧 α : 定数
 τ : 各気圧での寿命 τ_v : 真空での寿命

3. 装置と方法

3-1 実験装置

本実験では以下の装置を用いた。

・Na22

ベータ崩壊を起こし陽電子を放出する。

本実験では陽電子供給源として用いた。

- シリカパウダー (SiO₂)

二酸化ケイ素を粉末状にしたもの。大気に比べて非常に密度が低い。

陽電子を減速させ、ポジトロニウムを生成することができる。

本実験ではあらかじめオーブンで十分に温め、湿気を取り除いたものを用いた。

- プラスチックシンチレーター

放射線が通過すると微弱な光を発する。

本実験では Na²² を検出する目的で用いた。

- NaI シンチレーター

放射線が通過すると微弱な光を発する。

本実験ではオルソポジトロニウムが崩壊したのち生成する γ 線検出の目的で用いた。

- 光電子増倍管(PMT)

光を検出し、光電効果を利用し強度を増して電気信号を出力する。

本実験ではプラスチックシンチレーターおよび NaI シンチレーターからの微弱な光を検出し、電気信号に変換させ出力させる目的で用いた。

- Negative High Voltage

負の電圧をかけることができる。

本実験では光電子増倍管に対して用いた。

- Amplifier (AMP)

入力信号を 10 倍に増幅し出力する。

- Discriminator (DISCRI)

閾値を設定することができ、入力されたリニアパルスに対してその閾値を超えた信号に対してのみロジックパルスを出力する。ノイズを除去することができる。

本実験では閾値を mV にした。

- Gate Generator (GATE)

ロジックパルスに対してゲートパルスを出力する。また、信号を遅らせることもできる。

- ADC

ゲートパルスが入力されている間に入力された信号の積分値に線形に対応した値を出力する。

本実験では NaI シンチレーターで検出された γ 線のエネルギー値を測定する目的で用いた。

- TDC

Start 信号が入力されてから Stop 信号が入力されるまでの時間間隔に線形に対応した値を出力する。

本実験ではプラスチックシンチレーターからの信号を Start 信号に、NaI シンチレーターからの信号を Stop 信号として用いた。詳しいことは後述する。

- ・真空容器
真空ポンプとつながっており、容器内の真空度を調節することができる。
本実験では中にシリカパウダーを入れ、その周りの真空度を調節する目的で用いた。
- ・真空ポンプ
真空容器内の真空度を調節できる。
- ・鉛、ブラックシート
外部からの放射線を遮断する目的で用いた。

3-2 実験方法

Na22 がベータ崩壊の際放出する β 線をシリカパウダーと反応させてポジトロニウムを生成する。ポジトロニウムに陽電子が入る時刻をプラスチックシンチレーターで測定し、またポジトロニウムが崩壊し、生成した γ 線を NaI シンチレーターで測定する。これらの検出時刻の差の個数分布からオルソポジトロニウムの寿命を求める。この際パラポジトロニウムの崩壊時間も測定してしまうがそれは後述の工夫により除去する。

図 3-1 にその概略を示す。

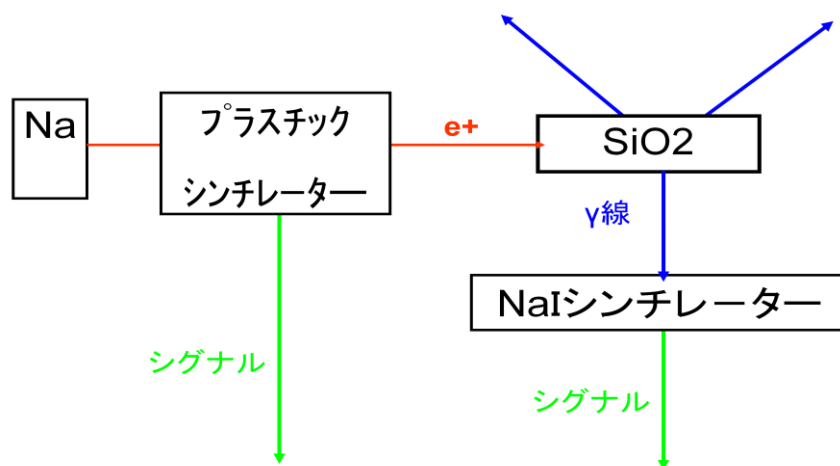


図 3-1

3-3 装置のセットアップ

放射線測定器は 図のように設置した。

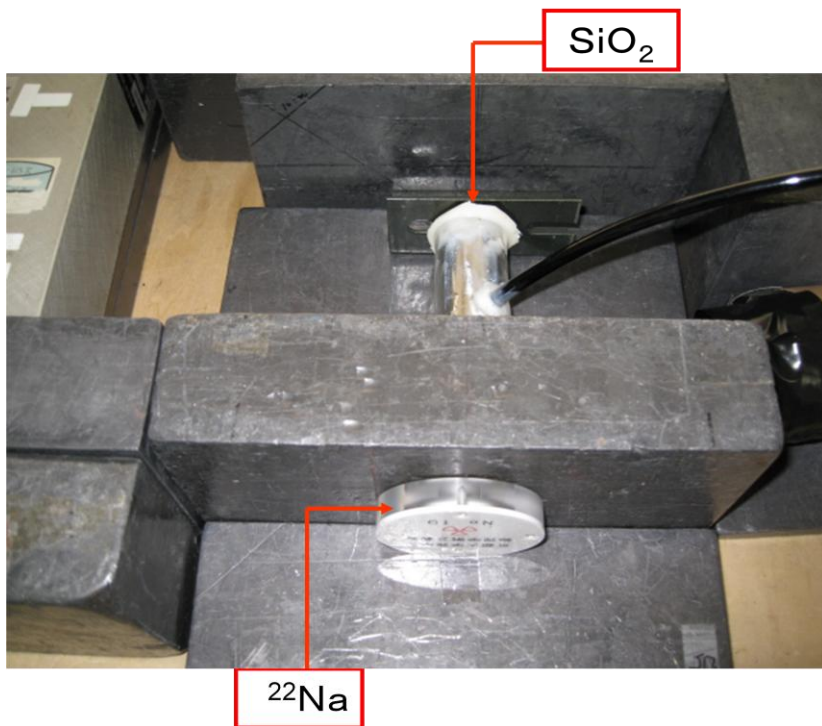


図 3-1

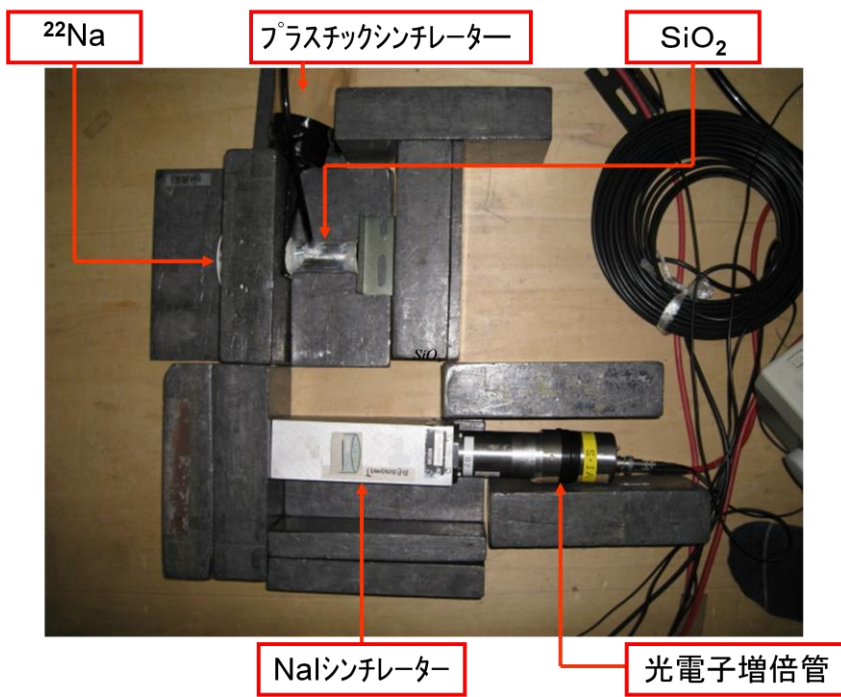


図 3-3

最後に図 3-4 のようにブラックシートをかぶせ、外からの放射線を遮断した。



図 3-4

3-4 回路の配線

プラスチックシンチレーターおよび NaI シンチレーターからの信号は図 3-5 のような回路を通じて測定した。

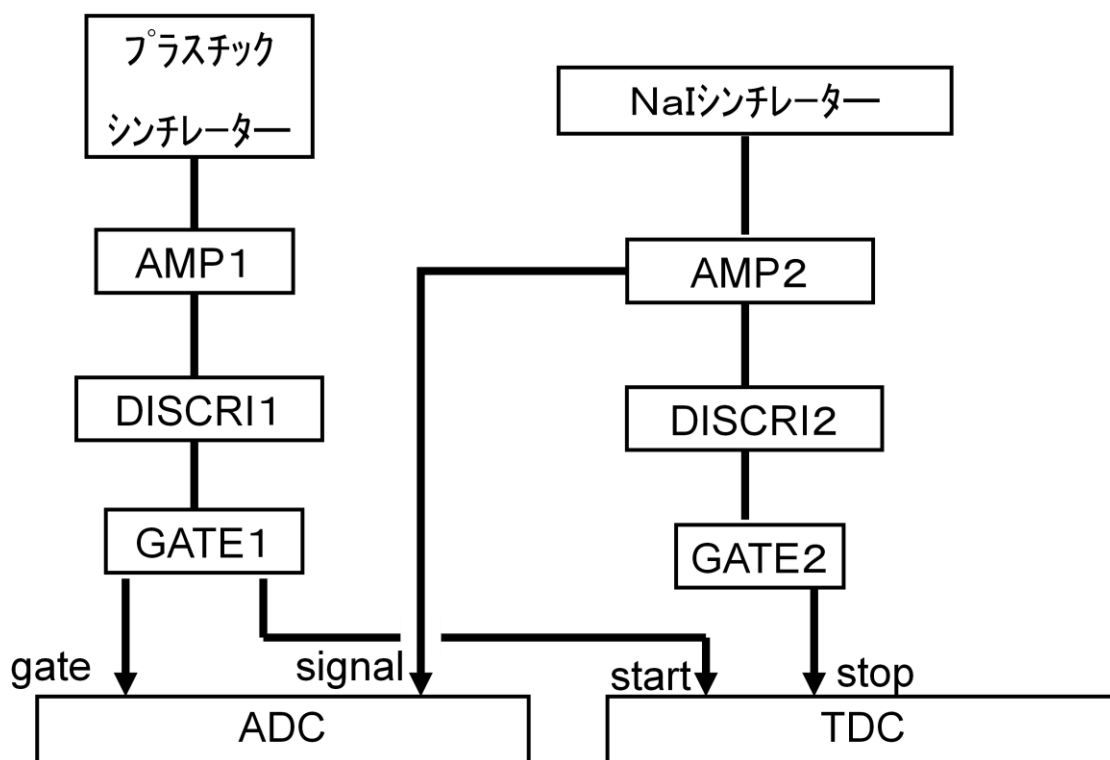


図 3-5

オルソポジトロニウムの寿命の理論値は 142.05ns であるため NaI シンチレーターからの信号が十分に ADC の gate おさまるよう、GATE1 の width は $1\ \mu\text{s}$ にした。この回路により NaI シンチレーターに入ってきた γ 線のエネルギーに線形に対応した値を ADC から読み取ることができる。また、その比例係数については後述する。また、TDC では直接崩壊時間に線形に対応した値を示すことはないが出力された値から寿命を測定することができる。詳細は 3-4 で述べる。

3-5 TDC による崩壊時間の測定

各シンチレーターからの信号の流れは以下のようである。

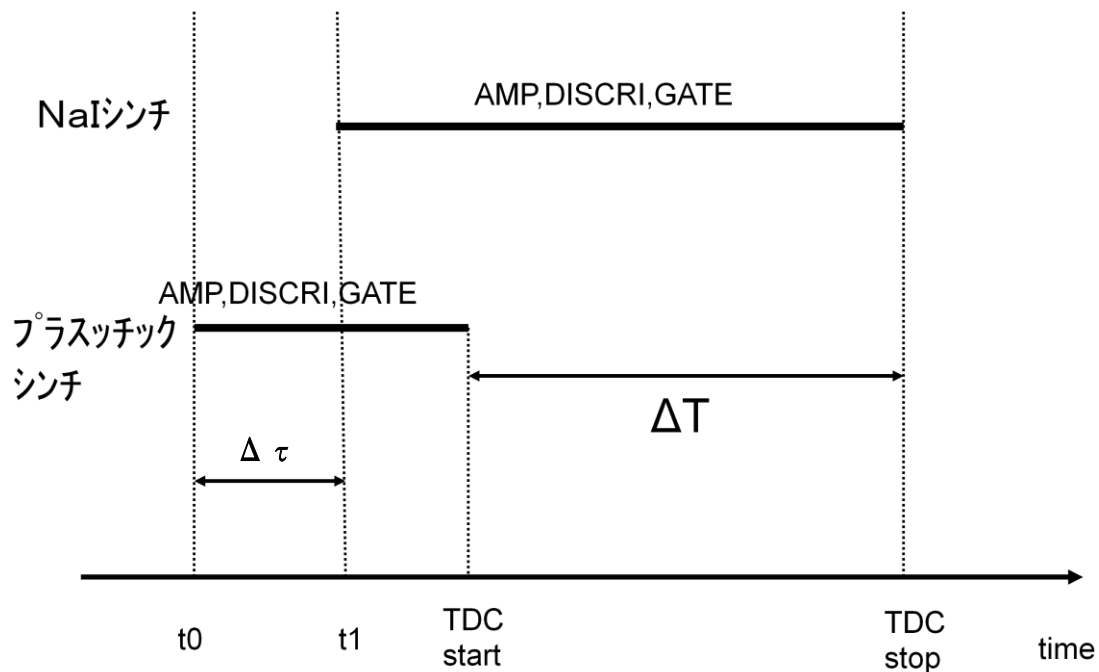


図 3-6

t_0 : プラスチックシンチレーターを Na からの陽電子が通過した時刻。

t_1 : NaI シンチレーターに γ 線が入射した時刻

TDC start : プラスチックシンチレーターからの信号が各回路を通過し
TDC に入力された時刻

TDC stop : NaI シンチレーターからの信号が各回路を通過し TDC に入力された時刻

$\Delta\tau$: オルソポジトロニウムが崩壊するまでにかかった時間

ΔT : TDC start から TDC stop までの時間。TDC で出力される値に線形に対応する。

ΔT と $\Delta\tau$ との間には以下のような関係がある。

$$\Delta T = \Delta\tau + \text{const} + t(\text{ADC})$$

const は各信号が各回路を通過する際生じるもので一定値であり寿命を測定する際影響してこない。また $t(\text{ADC})$ は後述する理由により生じ、また除くことができる。よって、 ΔT を測定していくことでオルソポジトロニウムの寿命を測定することができる。

3-6 実験環境

本実験は上記のような装置を用いて、室温 27°Cの下、真空容器内の気圧を、0.1, 0.25, 0.50, 0.75, 1atm にして実験を行った。

4. 結果・解析

4-1 ADC キャリブレーション

ADC は NaI で検出される γ 線のエネルギーを求めるのに使われるが、その値は 0~4095 である幅をもって出力しているので、実際のエネルギー値そのものを出力しているわけではない。よって実際のエネルギーと ADC で出力される値との対応を考え実際のエネルギー値に直す必要がある。

この対応関係は線形なので定数 a, b を用いて (4.1) 式のように表せる。

$$energy(keV) = a * [ADC] + b \quad (4.1)$$

あらかじめエネルギーのわかっているガンマ線を NaI で検出し、その信号を ADC に入力して出力値との対応を見た。各エネルギーと ADC 出力値は表 4-1 に示す。

ガンマ線のエネルギー(keV)	0	511
ADC カウント数	95	3210

表 4-1

これより関係式 (4.2) のようになる

$$[energy(keV)] = 0.164 * [adc カウント] - 15.6 \quad (4.2)$$

4-2 TDC キャリブレーション

TDC はポジトロニウムの崩壊時間を求めるのに使われるが、その値は 0~4095 である幅

をもって測定しているので実際の時間間隔そのものを測定しているわけではない。よって実際の時間間隔と TDC の値の対応を考えて実時間に直す必要がある。

この対応関係は線形なので定数 a, b を用いて (4.3) 式のように表せる。

$$time(ns) = a * [TDC] + b \quad (4.3)$$

本実験ではあらかじめ時間間隔のわかっている信号を TDC に入力し、出力値との対応を見た。各時間間隔と TDC 出力値は表 4-2 のようであった。

時間間隔(ns)	200	300	500	700	1000
TDC	846.7	1235	2022	2823	3997

表 4-2

これより関係式は (4.5) のようになる。

$$[time(ns)] = 0.254 * [TDC \text{ カウント}] - 13.6 \quad (4.4)$$

4-3 TQ correction

DISCRIMINATOR では不必要なノイズをカットするために threshold を設け、それより高いエネルギーを持つ信号に対して矩形波を出すように設定していた。実際に DISCRIMINATOR に入力される信号は図 の様になっているが、エネルギーの高低により threshold を超えるまでの時間に差ができてしまう。

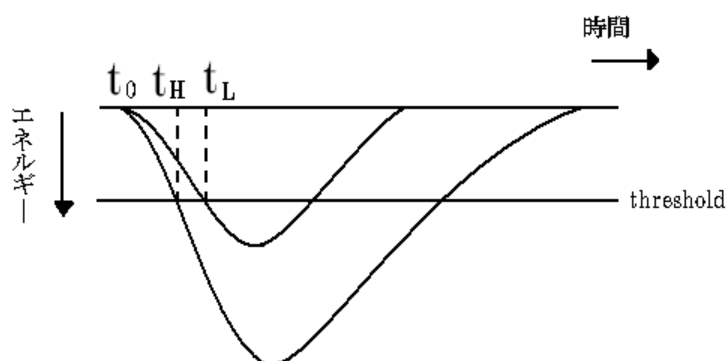


図 4-1 エネルギーの高低による信号の出るタイミングの違い
 2本とも信号の出始めは t_0 であるが、エネルギーの高い信号が
 threshold を越える時刻は t_H 、低い信号のそれは t_L となる。

これを補正するために TQ correction を行った。今回は

- ・波形は三角形
- ・いかなるエネルギーの信号でも、信号が始まってからピークにいたるまでの時間（下図の T ）は同じ

という仮定をおいた。

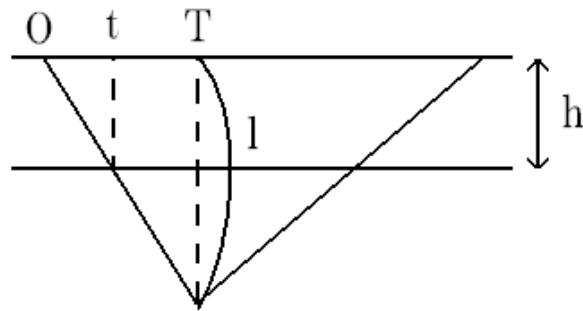


図 4-2 上の仮定の下での信号の模式図

ここで O は時刻の原点、 t は信号が threshold を越える時間、 h は threshold、 l は信号のピークの高さである。また、信号のエネルギーとピークの高さが比例することに注意。

以下で補正式を導出する。

三角形の相似より、

$$h:l = t:T \quad (4.4)$$

$$\therefore t = \frac{hT}{l} \quad (4.5)$$

時間 t は TDC により、エネルギー、すなわち l は ADC によりそれぞれ決められるので、結局

$$(\text{TDC カウント}) \propto 1 / (\text{ADC カウント}) \quad (4.6)$$

したがって、ノイズなどによる不定な定数部分を考慮した補正式は、

$$\Delta t(\text{ns}) = \frac{a}{E(\text{keV})} + b \quad (4.7)$$

(ただし、 Δt は時間間隔(ns)、 E は入射光子のエネルギー(keV))

となる

補正の際にパラポジトロニウムを利用した。パラポジトロニウムはオルソポジトロニウムに比べて寿命が非常に短く、本来 $t=0$ の付近で帯状に分布するが、上記の遅れにより曲線状に分布するので上の補正式を用いて直線状になるように補正した。また図 4-3 で 511keV のピークが時間が大きくなるにつれて湾曲できているように見える。これは ADC のゲートを開いている時間が $1 \mu\text{s}$ なのに対して、シグナルが 400ns 程度の幅を持っているために遅れてきたシグナルは端をカットされて見かけ上エネルギーが小さいように見えるからである。本実験では解析に使ったデータは時間が 250ns 以下のものを用いたので影響はないとした。

補正前後のエネルギーと時間のグラフを以下に載せる。

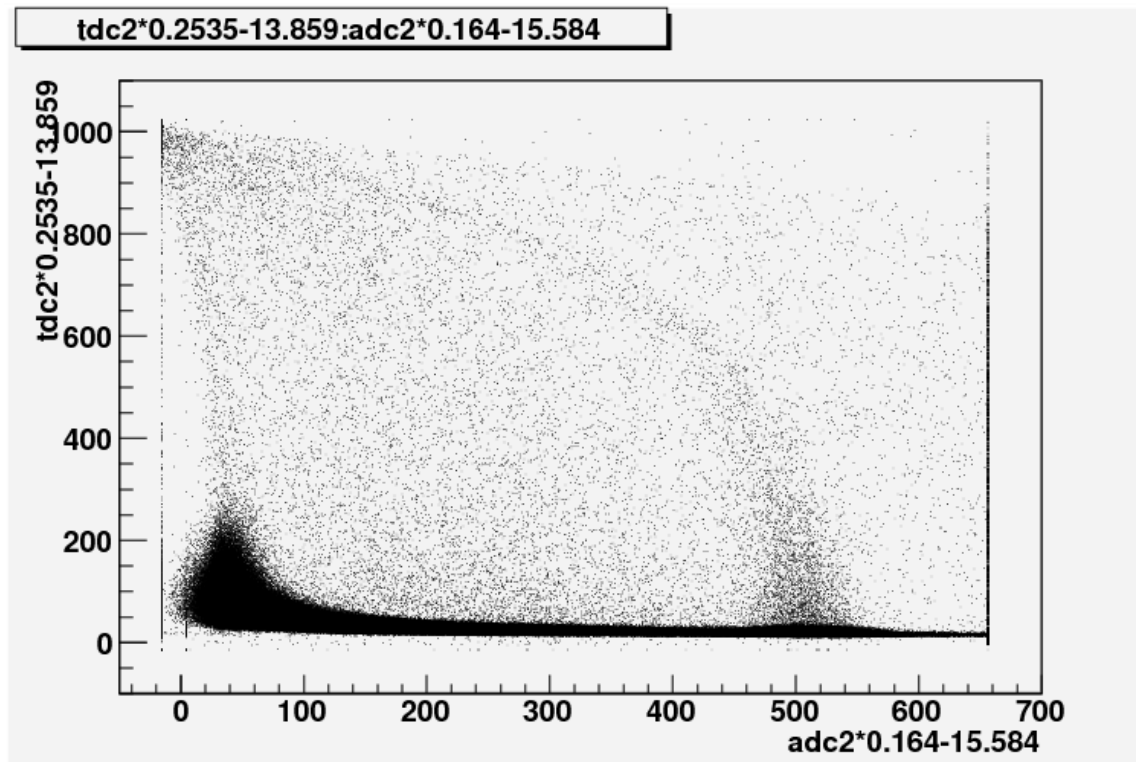


図 4-3 補正前のヒストグラム

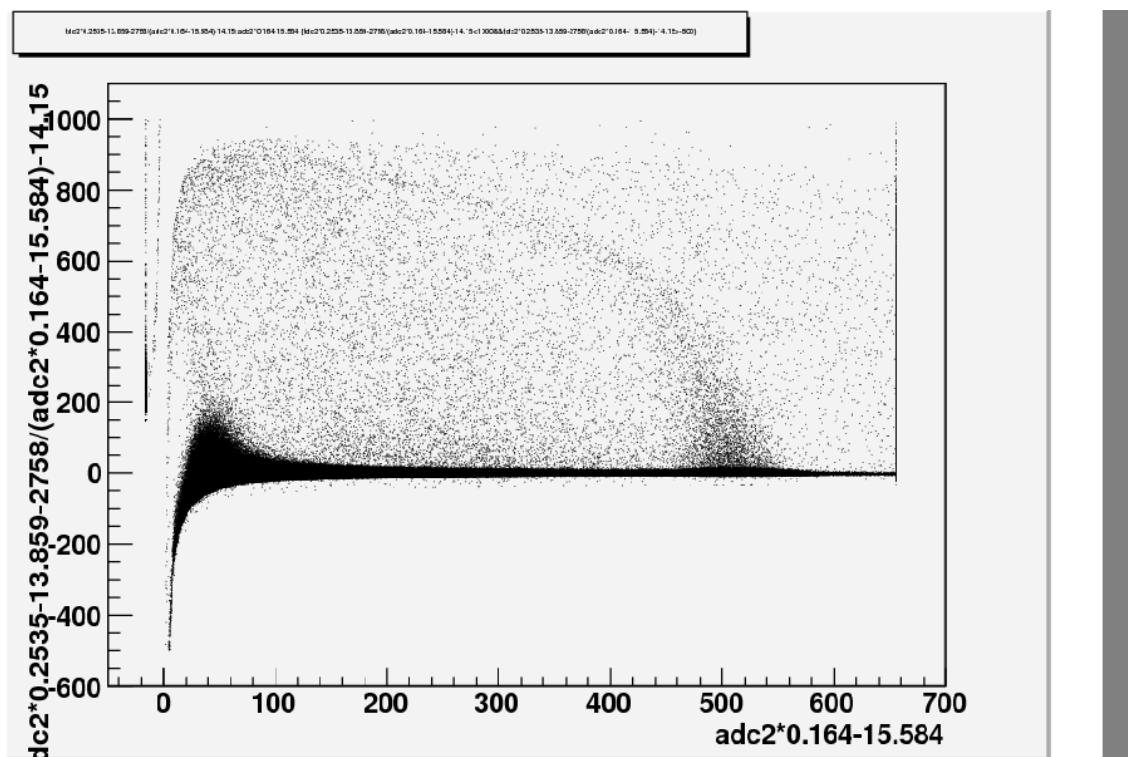


図 4-4 補正後のヒストグラム

データ解析の際にはエネルギーが 148~411keV、時間間隔が-100ns~250ns の領域のみで行った。これはあからさまにパラポジトロニウムの影響が強い $t=0$ 付近と $E=511$ 付近、バックグラウンドが支配的になる $t>250$ 付近、測定精度の低い低エネルギー領域 $E<148$ keV 付近を除いたためである。

4-4 データ解析

本実験では気圧を以下のように変えて測定を行った。

気圧 (atm)	1	0.75	0.50	0.25	0.10
カウント数	1654621	589314	2006300	2240875	1813195

表 4-3

以下では 1atm のときのデータを用いて解析の説明を行う。

図 4-4 には時間とカウント数のヒストグラムを、図 4-5 にはエネルギーとカウント数のヒストグラムを載せた。

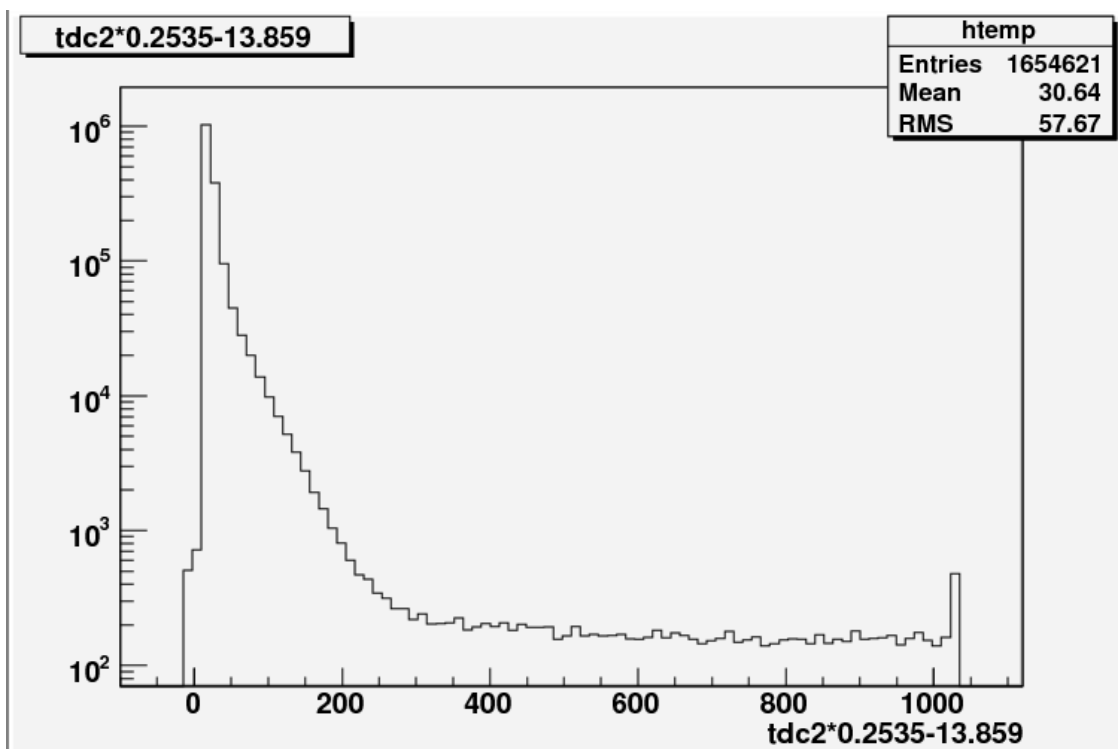


図 4-5

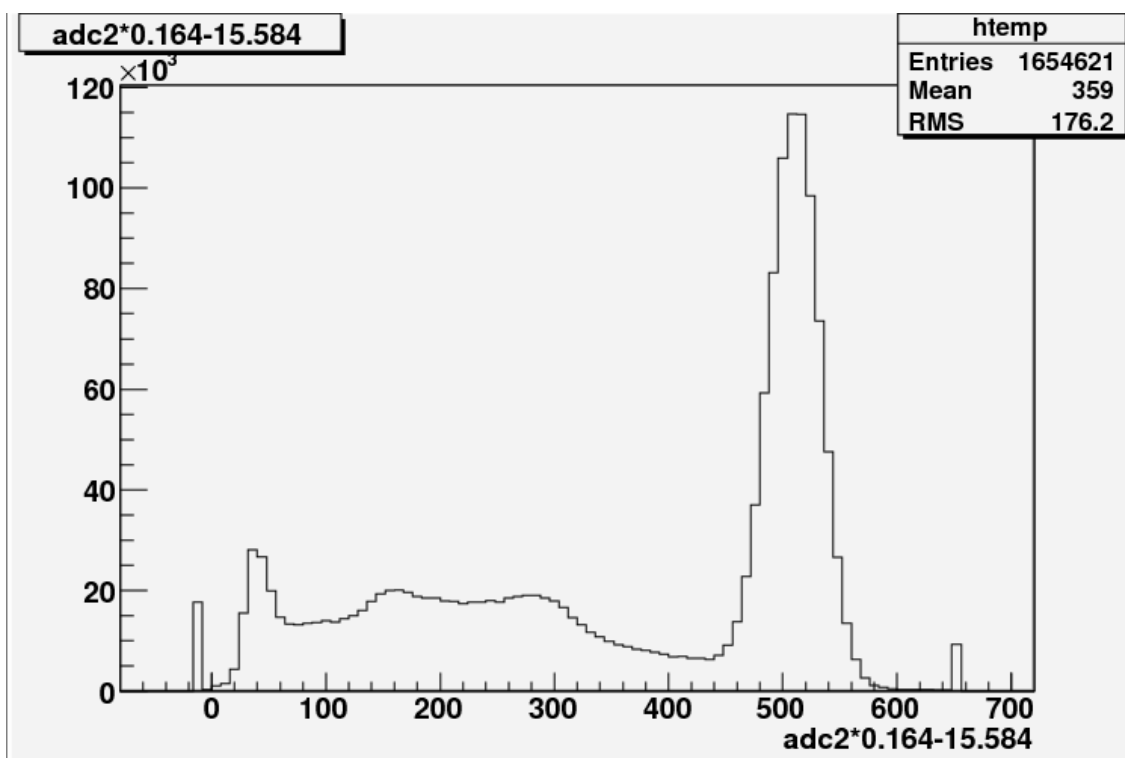


図 4-6

511keV でのピークは 2γ 崩壊によるものである。解析の際のエネルギー範囲は

148~411keV である。

T-Q correction を行った後の時間とカウント数のヒストグラムを載せる。

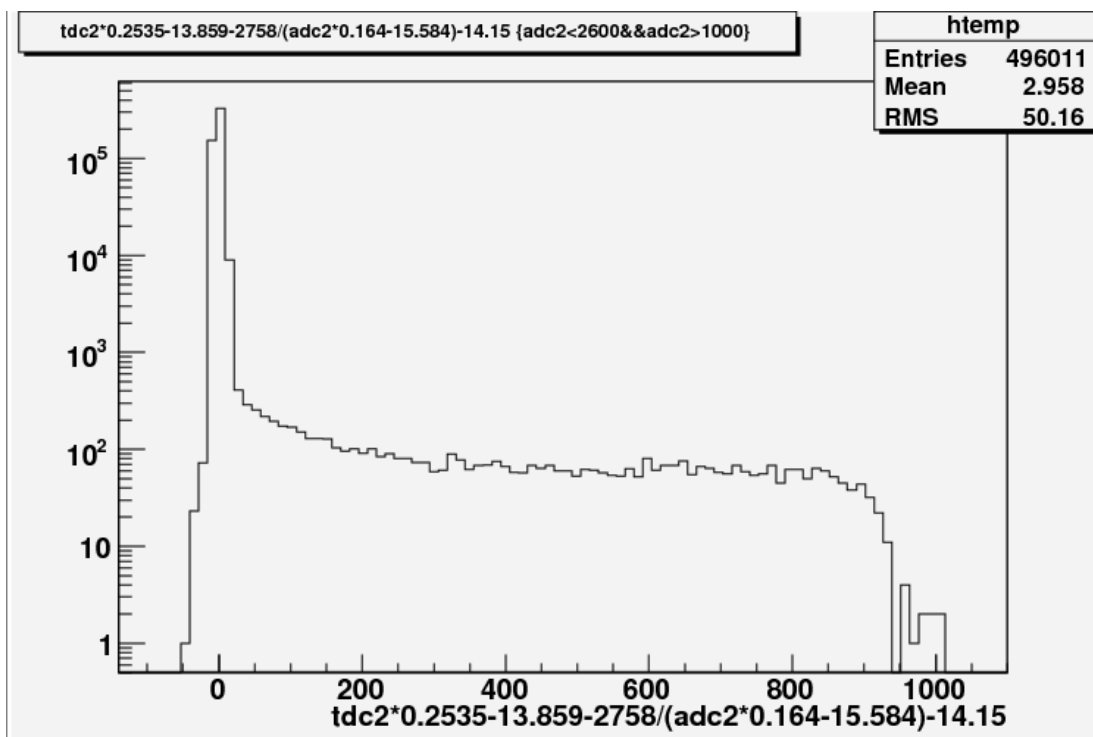


図 4-7

0 付近でのピークはパラポジトロニウムの崩壊と TDC の分解能に悪さに起因するものであると考えられる。解析の際の時間範囲は 30ns~470ns である。

カット後の時間とカウント数のヒストグラムを載せる。

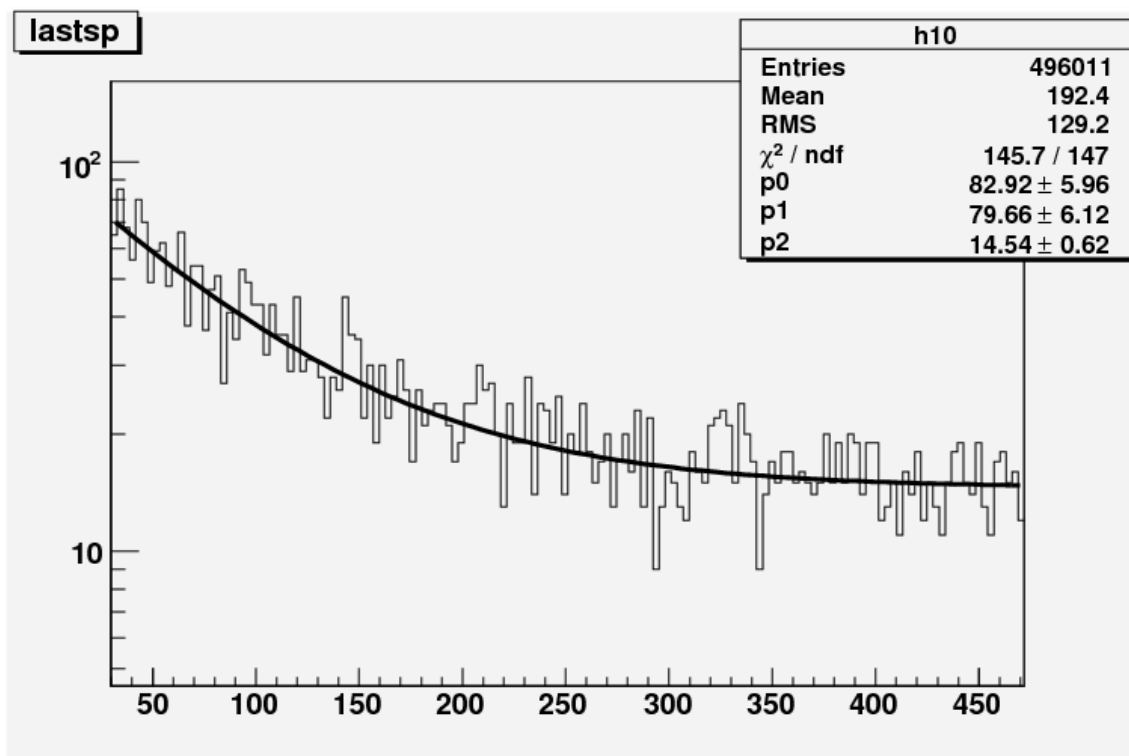


図 4-8

fit 関数には以下の物を用いた。

$$y = p0 * \exp\left(\frac{x}{p1}\right) + p2 \quad (4.8)$$

ここでは p1 の値が寿命である。

4-5 結果

各気圧での寿命は以下のものであった。

気圧 (atm)	1	0.75	0.50	0.25	0.10
寿命 (ns)	79.66±6.12	76.93±9.48	94.84±7.70	90.39±6.30	94.78±7.61

表 4-4

この結果から、真空中でのオルソポジトロニウムの寿命は

97.6±6.7ns

という結果となった。

この結果の導出については次章で説明する。

5.誤差評価

まず、それぞれの気圧に対して寿命を測定したデータを以下に示す。寿命の計算は ROOT という解析ソフトを用いて測定結果を元におこなったものであるが、その計算結果に誤差がついているので、各気圧についての寿命の誤差はそれを元に計算していくことにする。

大気圧に対する 気圧	寿命(ns)	寿命の誤差(ns)
100%	79.66	6.12
75%	76.93	9.48
50%	94.84	7.70
25%	90.39	6.30
10%	94.78	7.61

表 5-1 各気圧に対する寿命とその誤差

まず、寿命と気圧の関係は、寿命の逆数である崩壊率と気圧が線形関係にあることにより求められる。よって寿命の逆数を取り、寿命の誤差に関しても逆数をとる。寿命を τ 、寿命の誤差を t とすると、崩壊率 $\Gamma = \frac{1}{\tau}$ の誤差は、(5.1) 式のようなになる

$$\delta\Gamma = \left| \frac{d\Gamma}{d\tau} \right| t = \frac{t}{\tau^2} \quad (5.1)$$

である。よってそれらをそれぞれ求めたものを以下の表に示す。

大気圧に対する	崩壊率(1/ns)	崩壊率の誤差
---------	-----------	--------

気圧		(1/ns)
100%	0.0126	0.000964
75%	0.0130	0.001600
50%	0.0105	0.000856
25%	0.0111	0.000771
10%	0.0106	0.000847

表 5-2 各気圧に対する崩壊率とその誤差

表の各気圧に対する気圧と崩壊率の関係を、それぞれの崩壊率の誤差で重みをつけて、最小二乗法で1次式にあてはめることにする。気圧を p 、崩壊率を Γ とする。これが、

$$\Gamma = A + Bp \quad (5.2)$$

の関係にしたがうので、 $w_i = \frac{1}{(\delta\Gamma_i)^2}$ とすれば、

$$A = \frac{\sum wp^2 \sum w\Gamma - \sum wp \sum wp\Gamma}{\Delta} \quad (5.3)$$

$$B = \frac{\sum w \sum wp\Gamma - \sum wp \sum w\Gamma}{\Delta} \quad (5.4)$$

ここで、

$$\Delta = \sum w \sum wp^2 - (\sum wp)^2 \quad (5.5)$$

であり、 A, B の誤差は、

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum wp^2}{\Delta}} \quad (5.6)$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{\sum w}{\Delta}} \quad (5.7)$$

である。この計算式にしたがって、気圧と崩壊率の関係が従う関数をもとめると、以下のようになる。

A	0.0102
B	0.00221
σA	0.000703
σB	0.00129

表 5-3 重みつき最小二乗法の結果

ここで、気圧が 0% となるときの崩壊率、つまりこの直線の切片 A が求める真空中の崩壊率である。それにつく誤差は表の σ_A である。これの逆数をとることで寿命が求まる。以下が求めた結果である。

寿命	97.6
寿命の誤差	6.7

表 5-4 寿命と寿命の誤差

これより、オルソポジトロニウムの寿命測定の結果は $97.6 \pm 6.7 \text{ ns}$ となった。以下に上で求めた崩壊率と気圧の関係とその近似直線のグラフを示す。

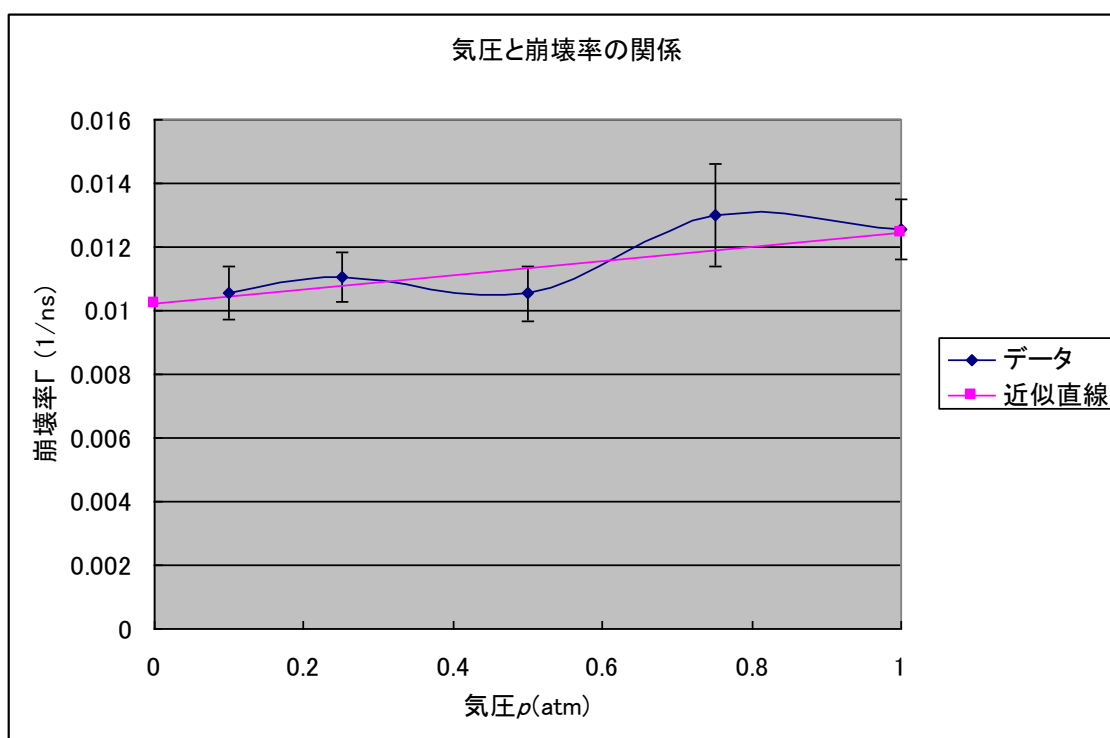


図 5-1 気圧と崩壊率の関係

参考文献

「計測における誤差解析入門」 John R. Taylor 著 林重雄・馬場涼訳 東京化学同人