

# ポジトリウム<sup>o</sup>の寿命測定

三輪 出水 辻本 久永 武藤 上田

# 1.序論

# 実験の目的

QED(Quantum ElectroDynamics)から計算される  
o-ポジトロニウムの寿命を実測値と比較

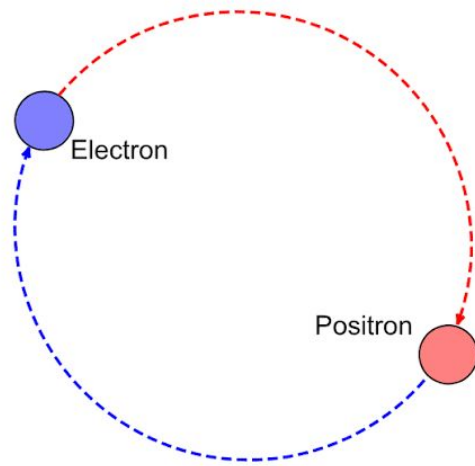
→ QEDを検証

## 2.理論

# ポジトロニウムとは何か

電子と陽電子が対になった、QEDにおける共鳴状態  
(ある種のエキゾチック原子)

→ 有限時間で複数光子に崩壊



# 理論計算の方針

$\Gamma$ : 粒子1個あたり、単位時間あたりの全崩壊確率

$$dN(t) = -\Gamma dt N(t) \Rightarrow N(t) = N(0)e^{-\Gamma t}$$

→ 寿命  $\tau = 1/\Gamma$

→  $\Gamma$ を求めれば寿命が求まる

※  $\Gamma$ は量子論における遷移振幅から求まる

# 理論計算の方針

$|Ps\rangle$  : ポジトロニウム状態

$|ny\rangle$  :  $n$ 光子状態(崩壊先)

$\langle Ps|ny\rangle$  を求めれば良い

→ それぞれの状態をどう定式化するかが問題

# **$|\text{Ps}\rangle$ の定式化**

電子・陽電子が1粒子ずつの2粒子状態の空間に含まれると仮定する(厳密なやり方ではない)

$$|\text{Ps}\rangle = \int \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2p_1^0} \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0} f_1(p_1^2) f_2(p_2^2) \sum_{\sigma, \sigma'} s_{\sigma, \sigma'} b_{\sigma, \mathbf{p}_1}^\dagger d_{\sigma', \mathbf{p}_2}^\dagger |0\rangle$$

**o-ポジトロニウム : スピン3重項  $\rightarrow$  C-parity偶**

**p-ポジトロニウム : スピン1重項  $\rightarrow$  C-parity奇**

# $|\eta\rangle$ の定式化

$|\eta\rangle$  の C-parity は  $(-1)^n$

→ o-ポジトロニウムは  $(2k - 1)$  光子に崩壊

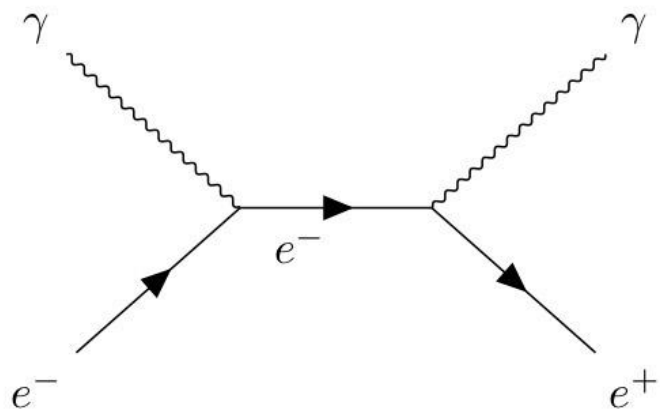
p-ポジトロニウム  $2k$  光子に崩壊

※ o-ポジトロニウム : スピン 3 重項 → C-parity 奇

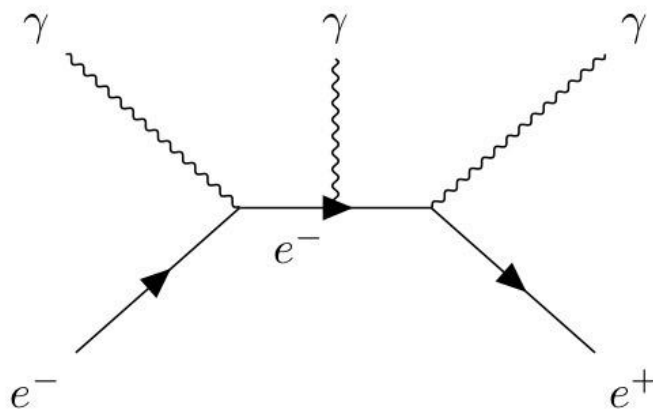
p-ポジトロニウム : スピン 1 重項 → C-parity 偶

# 最低次の寄与

※ 運動量保存から、1光子への崩壊はない



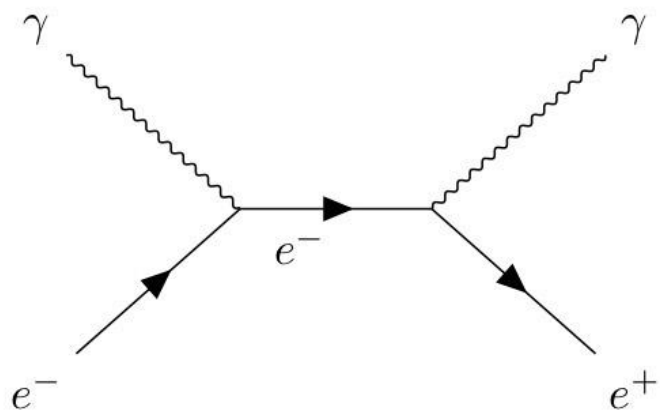
p-ポジトロニウム



o-ポジトロニウム

# 最低次の寄与による寿命の理論値

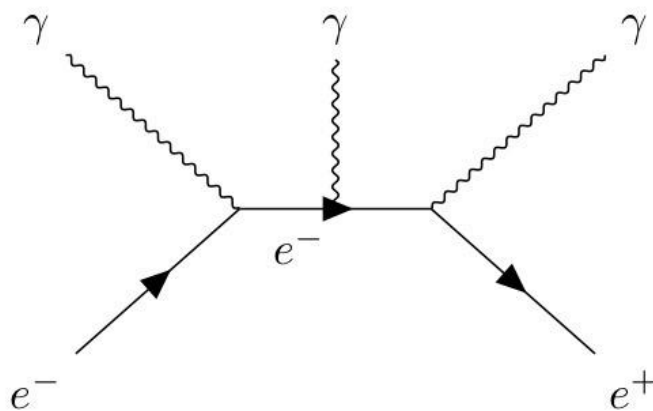
p-ポジトロニウム



約124 ps

$\ll$

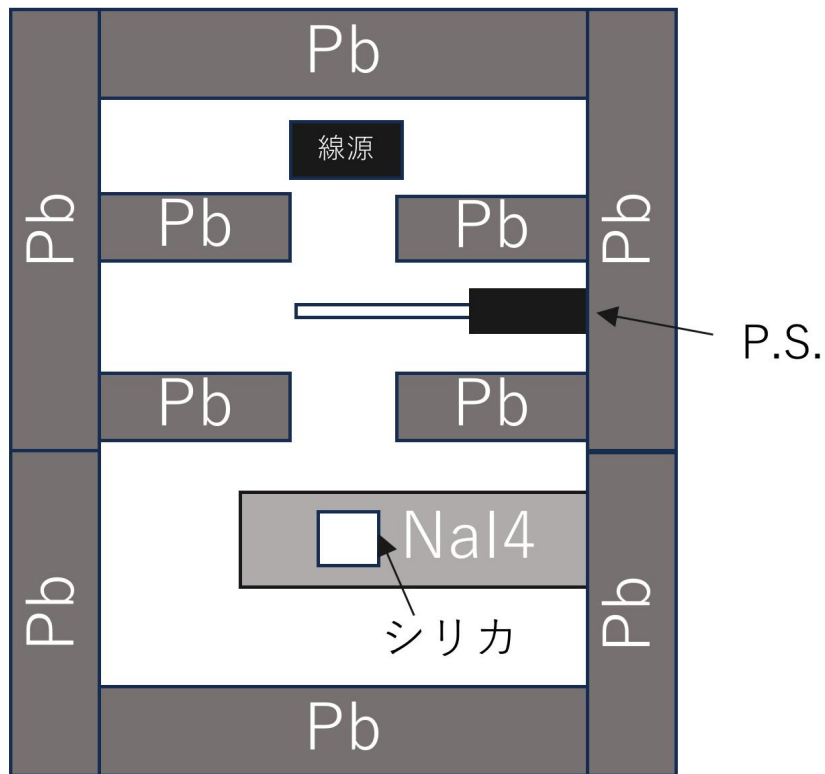
o-ポジトロニウム



約142 ns

# 3.実験方法

# 実験原理



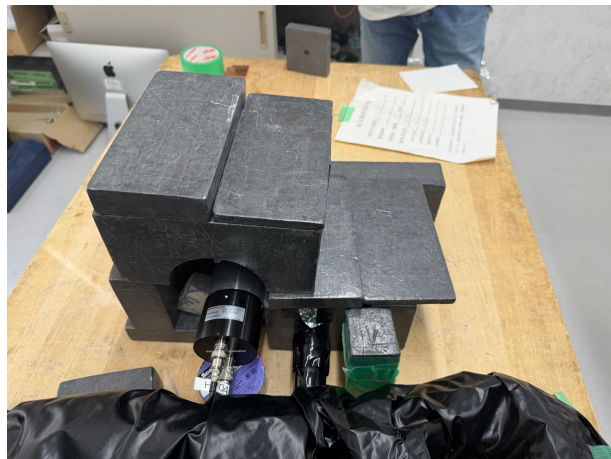
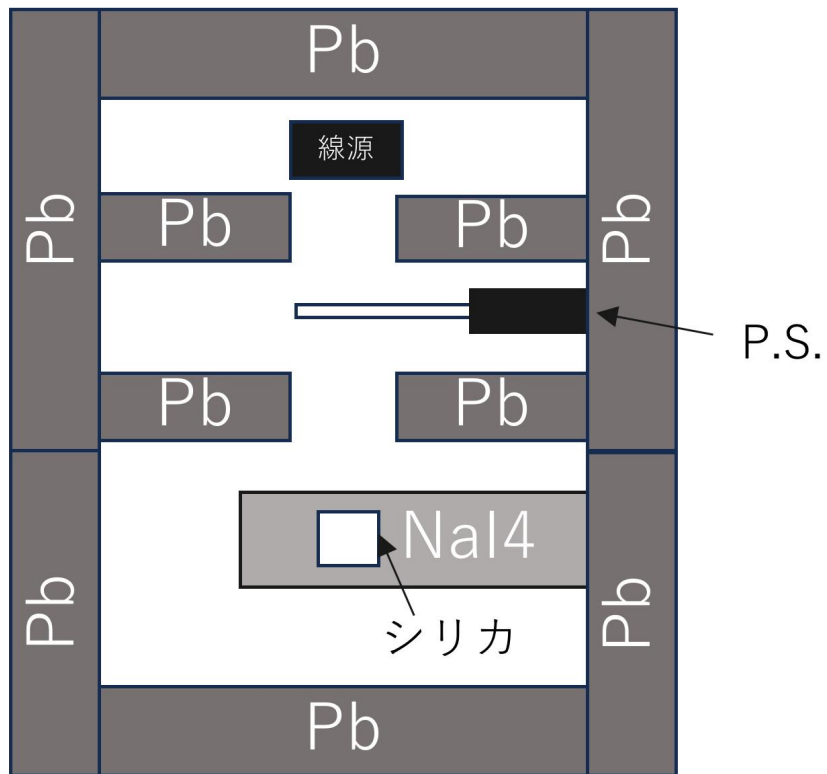
① $^{22}\text{Na}$ の $\beta^+$ 崩壊より陽電子が放出



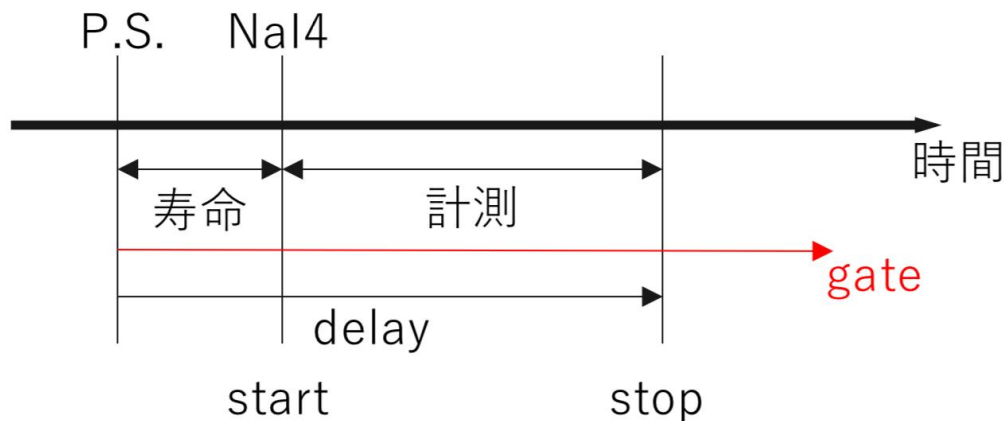
②陽電子がシリカエアロゲル中の電子と結びついてポジトロニウムが生成

③ポジトロニウムの崩壊によって $\gamma$ 線が放出

# 実験装置



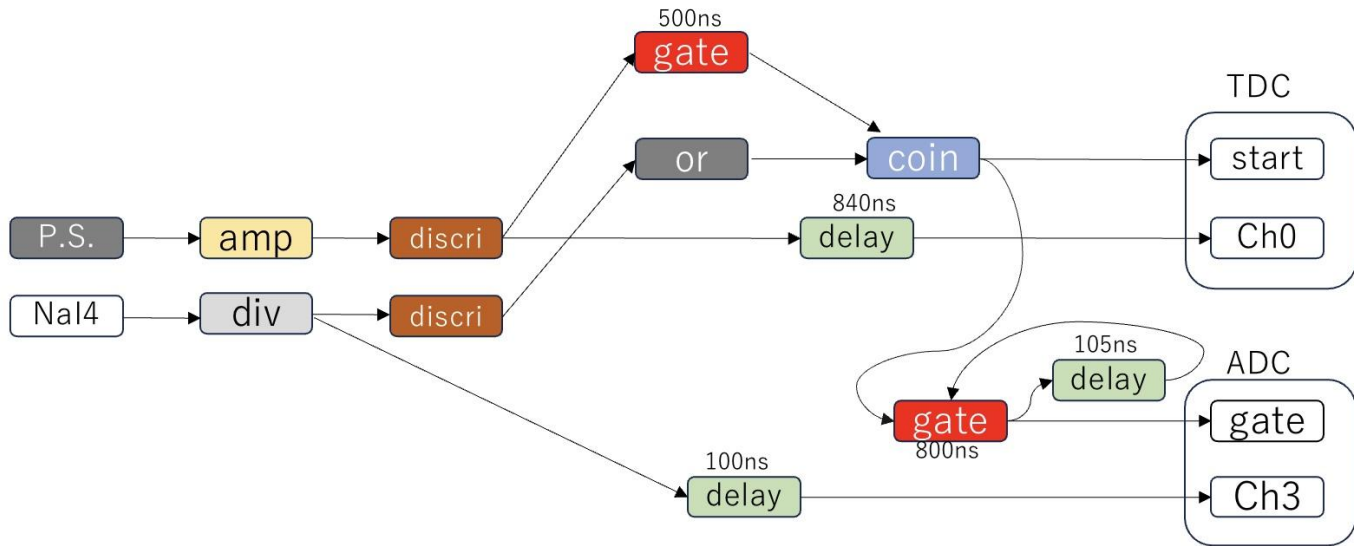
# 実験方法



NaIの信号で計測スタートし、遅らせたP.S.の信号で計測ストップする。  
(gateで明らかにo-Posでないものを除外)

$$(\text{寿命}) = (\text{delay}) - (\text{計測時間})$$

# 回路図



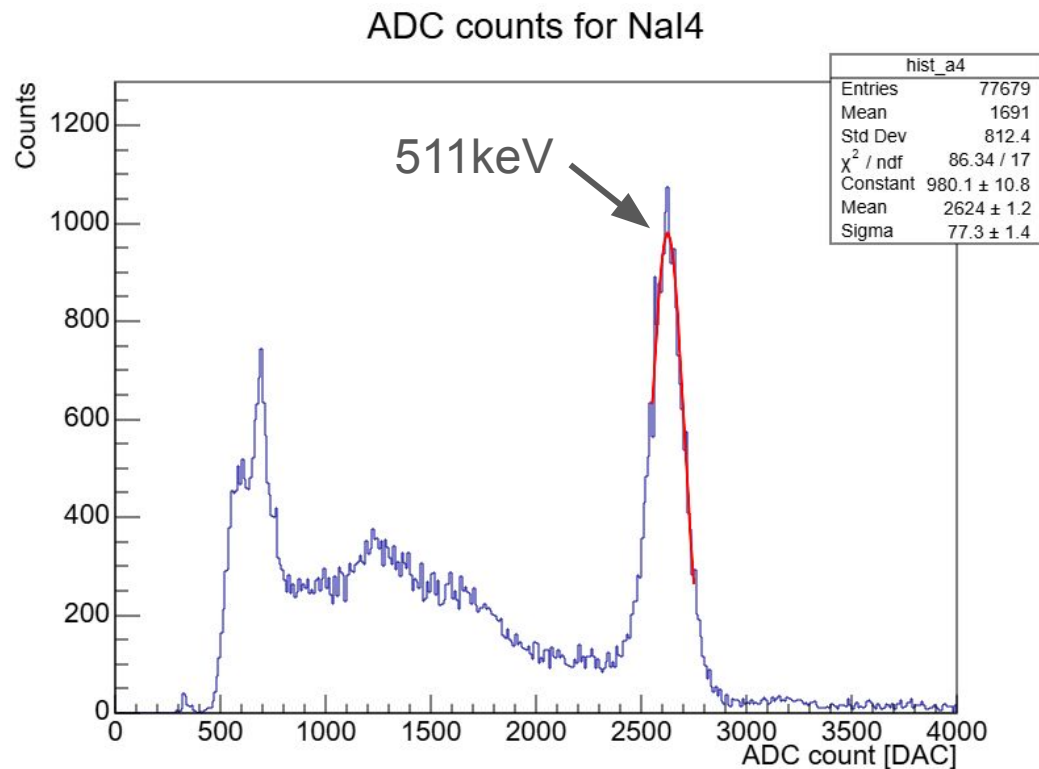
寿命測定

エネルギー測定(補正し、o-Psの寿命だけを取り出すため)

## 4.結果・解析

# ADC校正

- ・0keVを入力がないときのADC値、511keVは該当するピークをGaussianでfittingしその頂点のADC値とした。

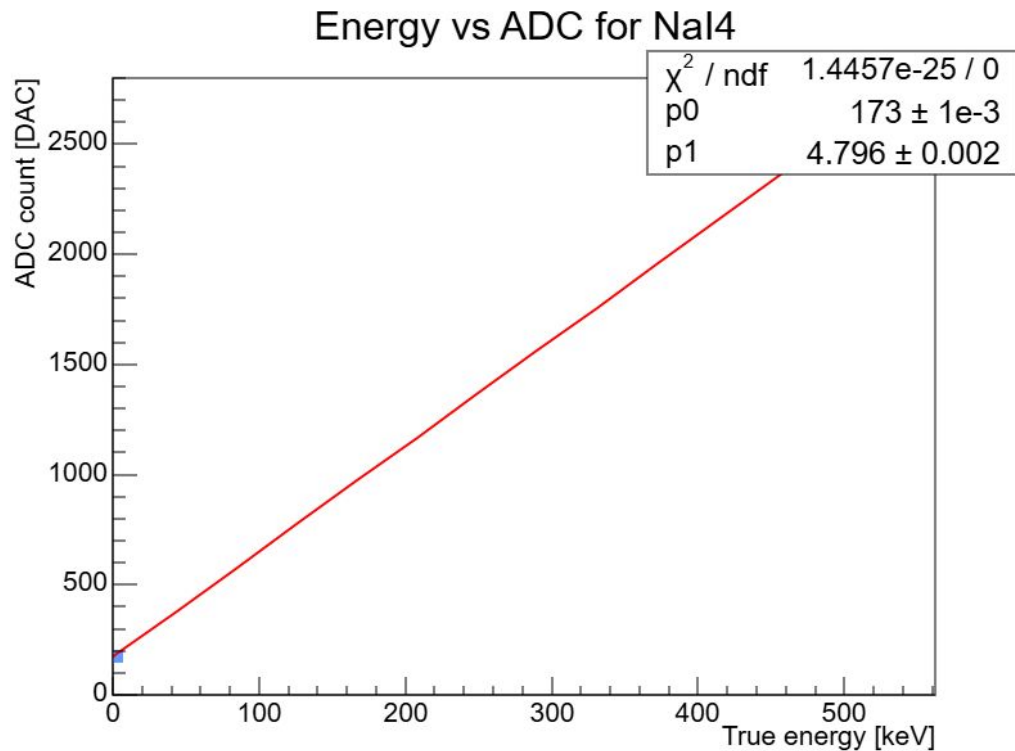


# ADC較正

- ・直線でfittingをした

$$Energy = p_0 + p_1 \times ADCcount$$

$p_0=173 \pm 0.001$ 、 $p_1=4.796 \pm 0.002$

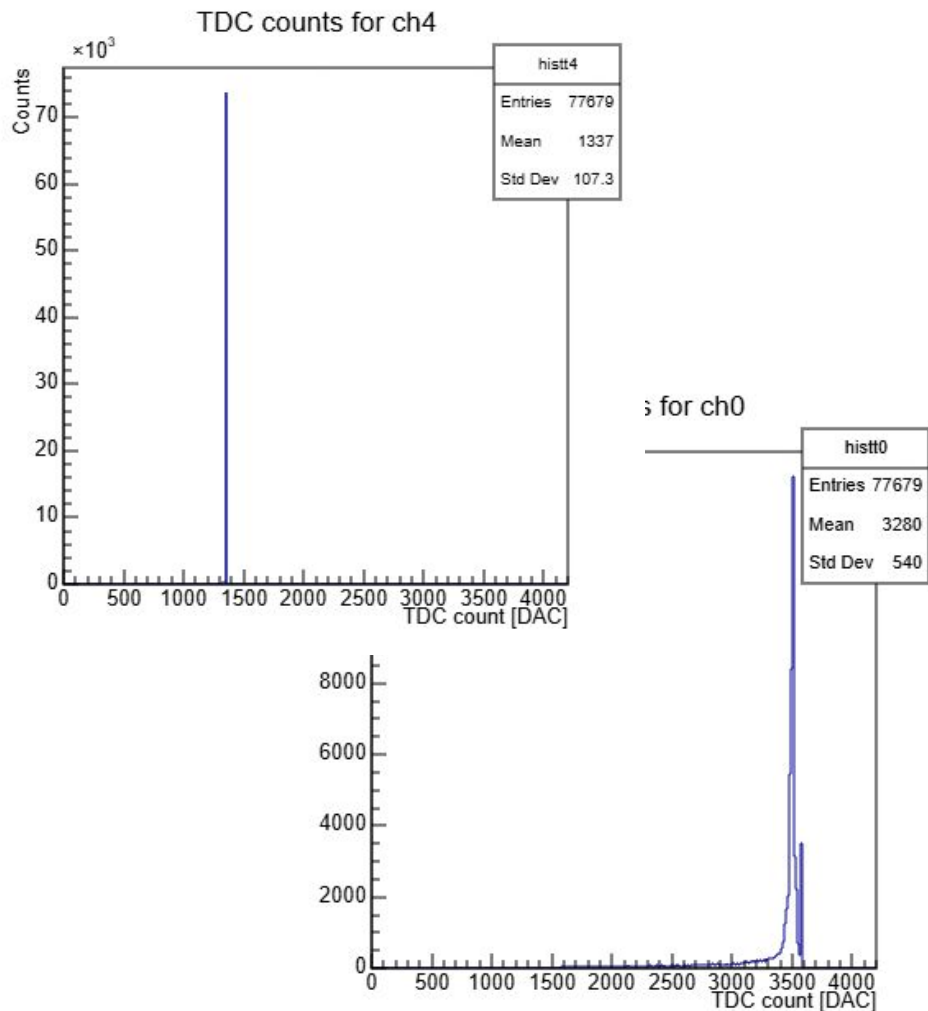


# TDC較正

- ・105nsのdelayモジュールを用いてdelayを生成
- ・delayの量を変えて直線でfittingした
- ・ゆらぎがほとんどないので最頻値を目視で採用した
- ・回路のdelayを差し引いて

$$T_0 = 840 - (t_0 - 51.26) / 4.321$$

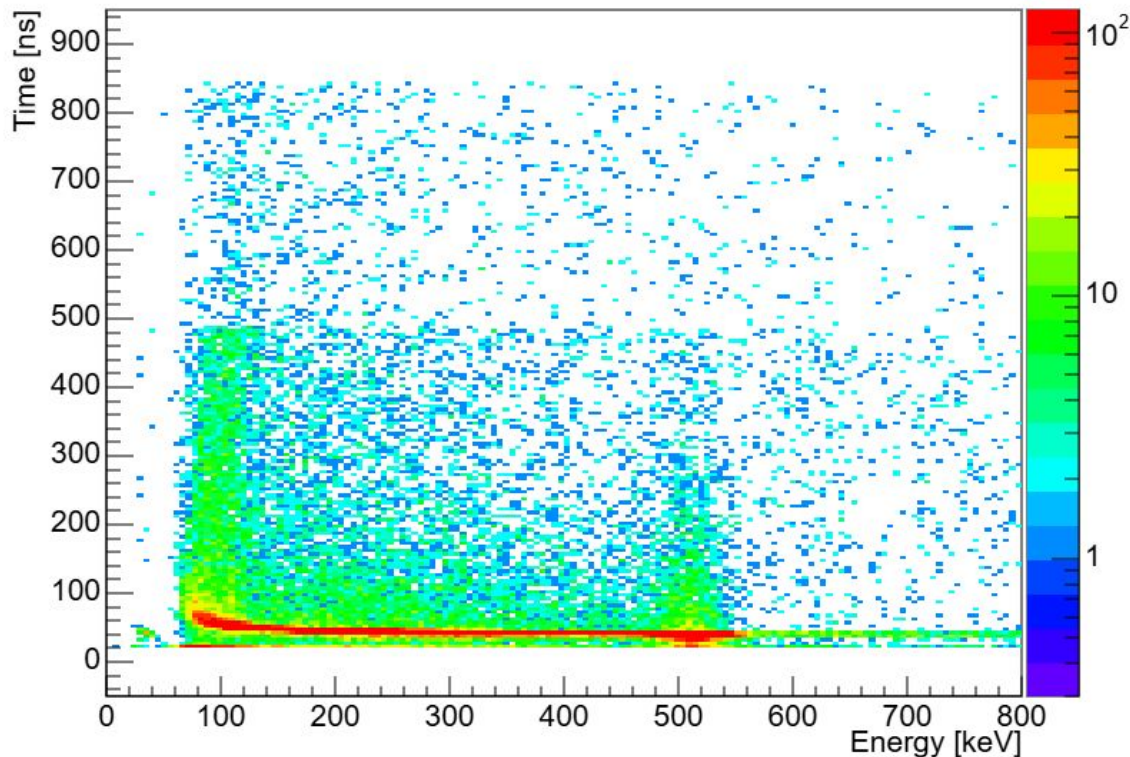
$$T_4 = (t_4 - 58.) / 4.37 - 315$$



# TQ補正

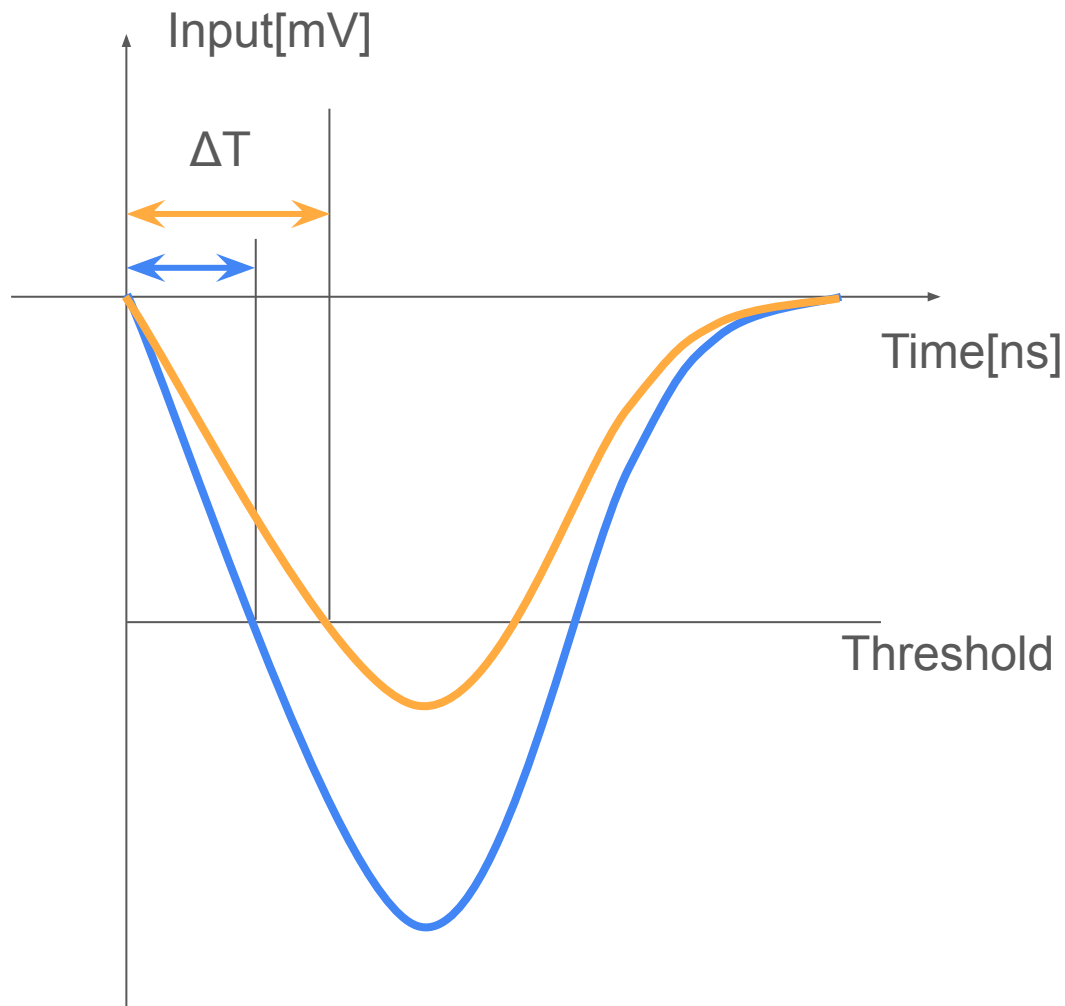
- ・最も信号の多い時刻は時刻0のはず。(P-Psの反応)
- ・エネルギーによってピークの時刻に差が出ている
- ・gateの設定を間違えていた

Energy vs Time for NaI4



# TQ補正

- ・同時刻に発生した信号でも波の高さ(エネルギー)に差があれば検知されるタイミングに差がでる



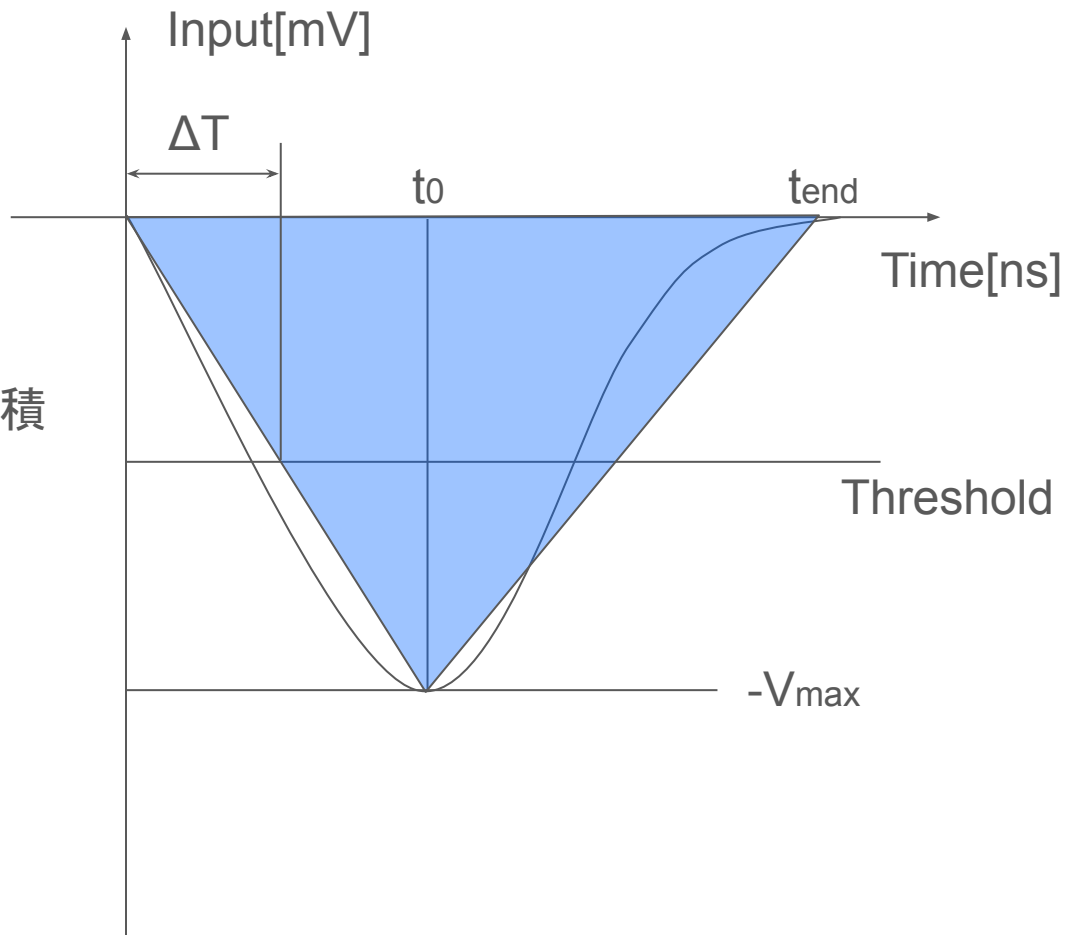
# TQ補正

- ・波をおおまかに三角形で近似する
- ・ $t_0$ 、 $t_{end}$ は一定とする
- ・エネルギーは波の面積に比例し、面積は高さに比例する

→ $\Delta T \propto 1/E$

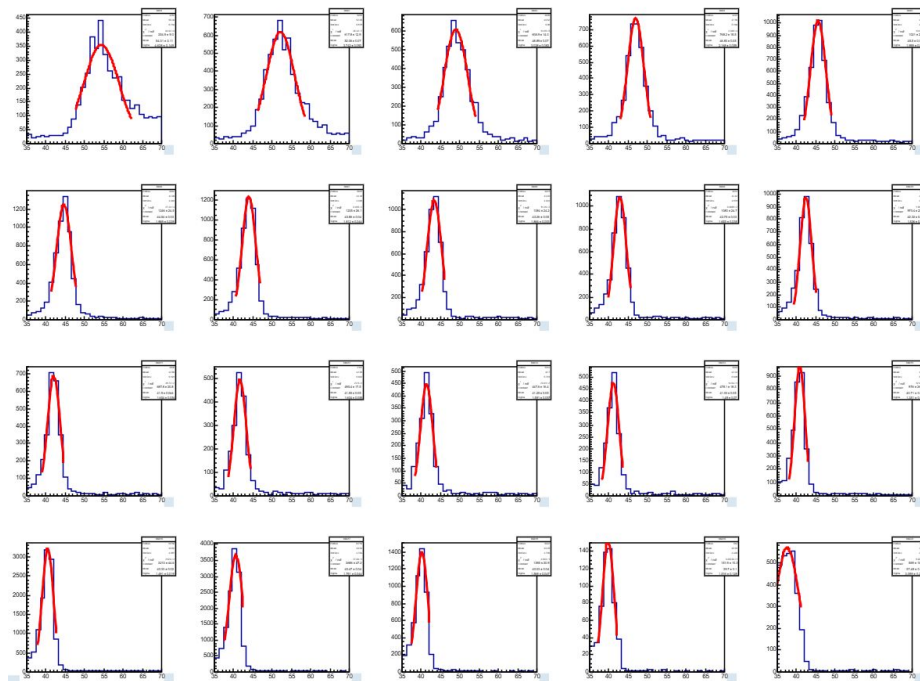
これはかなり荒い近似なので

$$\Delta T = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3$$



# TQ補正

- ・エネルギーごとに細かくデータを分けて Gaussianでfitし、各エネルギーごとの $\Delta T$ を決定



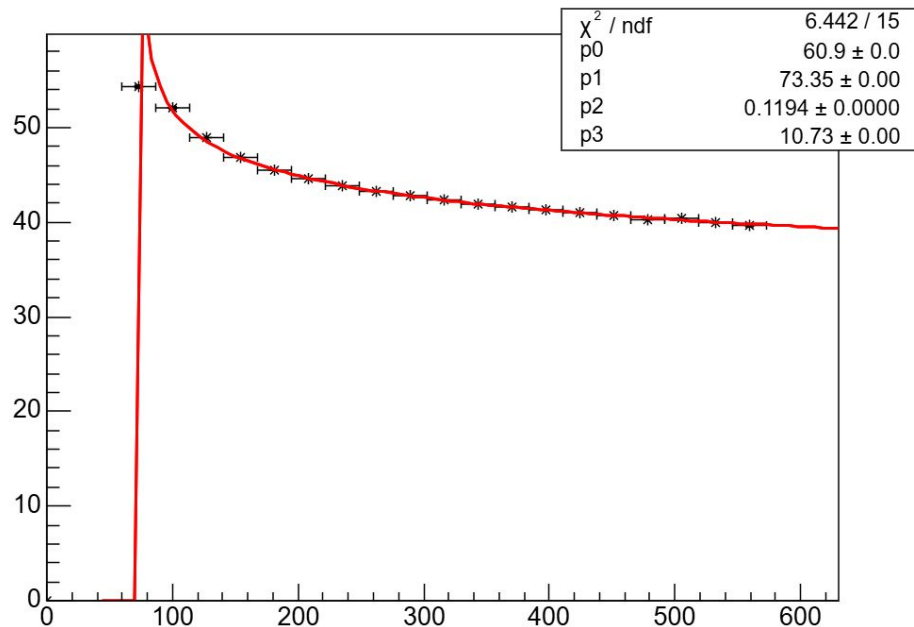
# TQ補正

- 各エネルギーでの $\Delta T$ をプロットし、

$$\Delta T = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3$$

でfitした

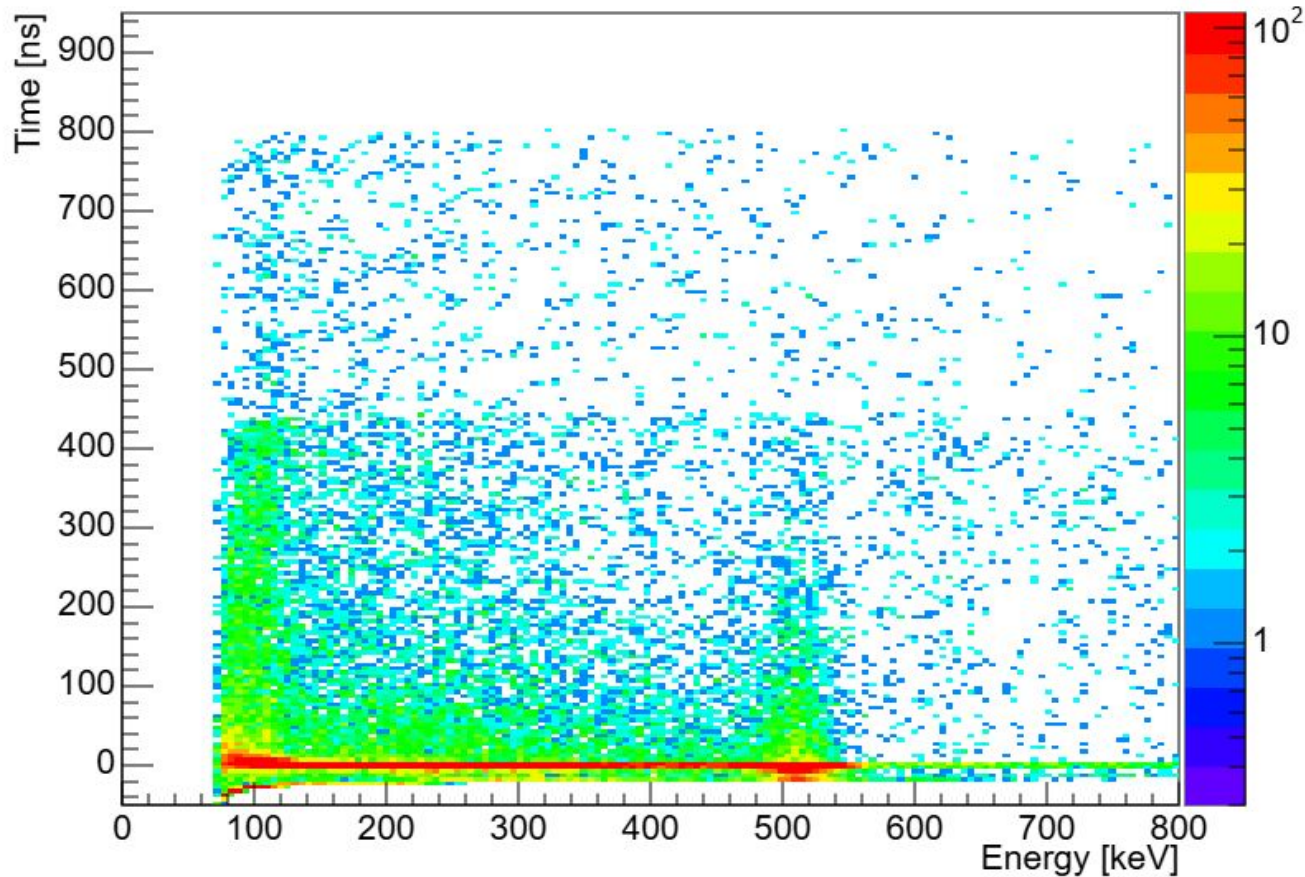
- 100keV以下ではfitが上手くいっていないが、これ以降は使わないので無視する



# TQ補正

補正した結果

## Energy vs Time for NaI4



## o-Ps崩壊の時間分布

時刻tに生きているo-Psの数は、単位時間当たりの崩壊確率 $\Gamma$ を用いて

$$N(t) = N_0 e^{-(\Gamma_{2\gamma} + \Gamma_{3\gamma})t}$$

と表される。ここで、240~450keVのsignal region, 480~530keVのcontrol regionの二つの領域の計数の時間変化は

$$\frac{dN_{CR}}{dt} = -(A_{CR}^{2\gamma}\Gamma_{2\gamma} + A_{CR}^{3\gamma}\Gamma_{3\gamma})N(t) + BG_{CR}$$

$$\frac{dN_{SR}}{dt} = -(A_{SR}^{2\gamma}\Gamma_{2\gamma} + A_{SR}^{3\gamma}\Gamma_{3\gamma})N(t) + BG_{SR}$$

と表される。係数A(acceptance)は $2\gamma, 3\gamma$ 崩壊が起きて、それがCR(SR)に入る確率であり、BGは時間依存しない偶然の背景事象である。

## 寿命の計算

シミュレーションを行うことで係数Aを決定し、実験データからBGとを求め(る)ことで、SR, CRにおける $2\gamma, 3\gamma$ の発生比率が求まり、最終的に寿命を計算することができ(る)る。



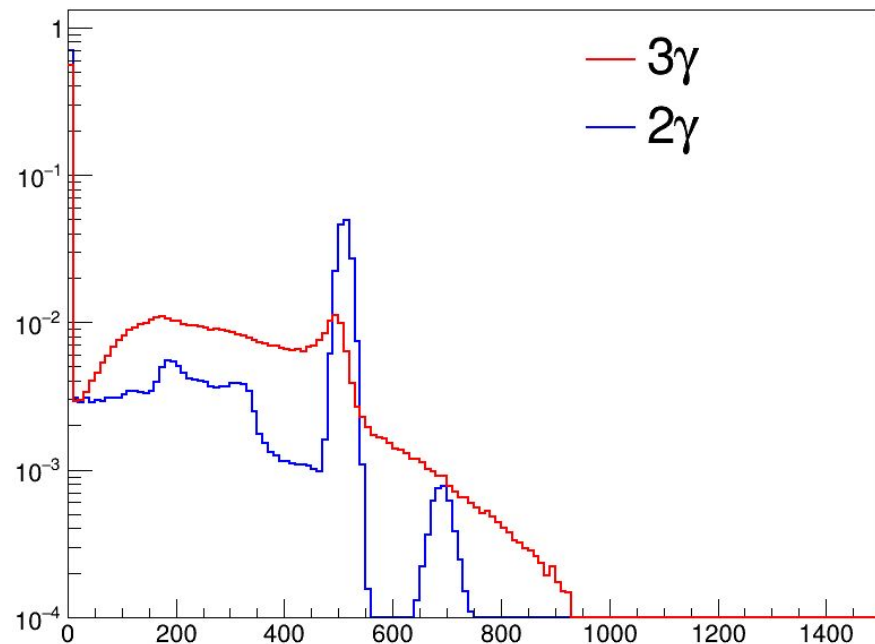
# acceptance Aの決定

100万イベントでシミュレーションを行い、 $2\gamma, 3\gamma$ がSR、CRのエネルギー帯に入った数を数えることで、係数Aを求めた。

結果は以下のとおりである。

$$A_{SR}^{2\gamma} = 0.0713, A_{CR}^{2\gamma} = 0.1583$$

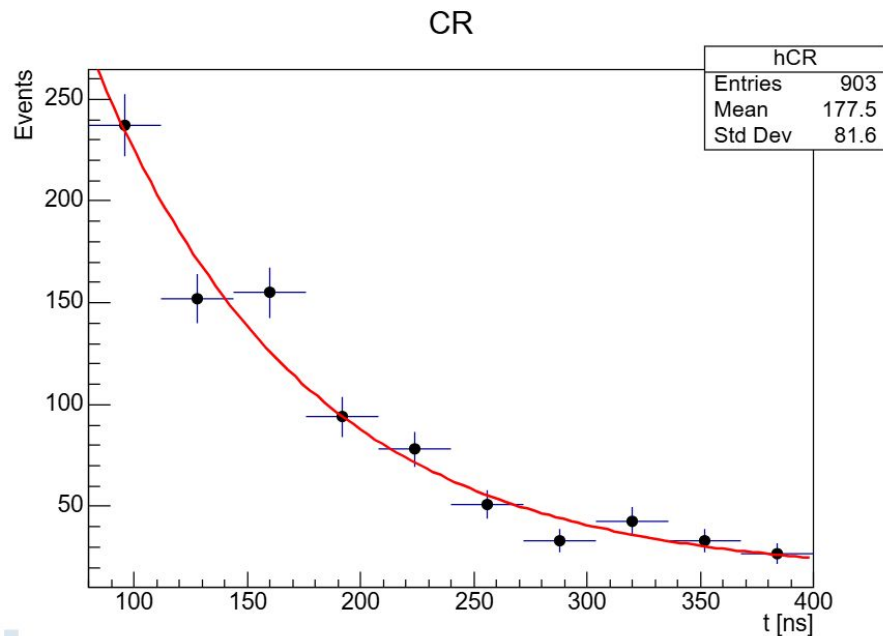
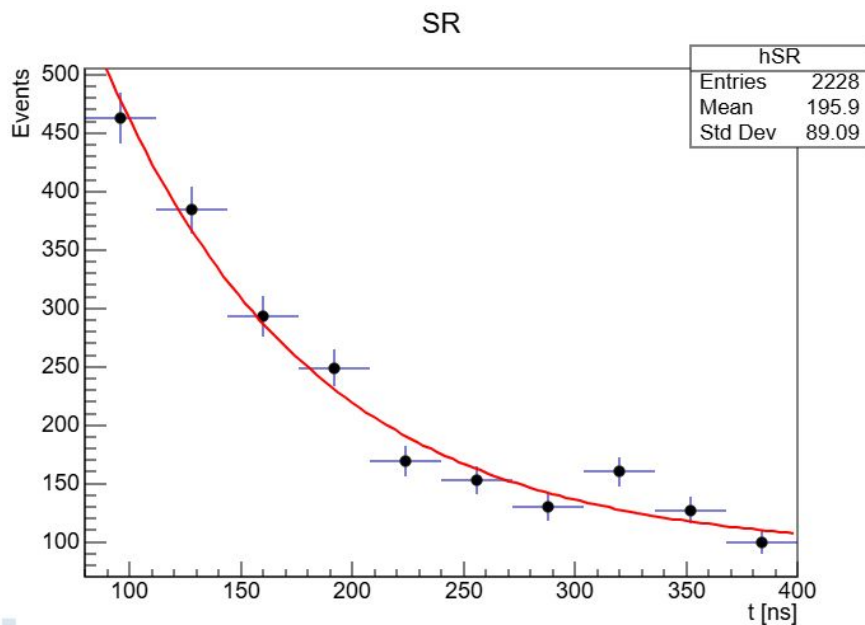
$$A_{SR}^{3\gamma} = 0.2083, A_{CR}^{3\gamma} = 0.0442$$



# Γ<sub>tot</sub>及びBGの決定

SR,CRの時間分布を  $p_0 e^{-t/p_1} + p_2$  でフィットさせる。ここで、  
である  $p_2 = BG$

$$p_1 = \tau_{tot}$$



## Γ<sub>tot</sub>及びBGの決定

SR,CRの時間分布を  $p_0 e^{-t/p_1} + p_2$  でフィットさせる。ここで、  $p_0$  であり  $1/\Gamma_{tot}$  である。 $p_2$  の時間幅は80~400nsで行った。また、時間幅やSR,CRの範囲は  $p_1$  が概ね一致するような値を用いた。

$$\text{SR: } p_0 = 1073.65 \pm 140.041 \quad \text{CR: } p_0 = 610.154 \pm 91.8021$$

$$p_1 = 93.708 \pm 11.0218 \quad p_1 = 93.2315 \pm 11.928$$

$$p_2 = 92.3836 \pm 12.3032 \quad p_2 = 16.3364 \pm 6.8726$$

となった。

## $T_{3\gamma}$ の計算

$dN/dt$ の式を時間積分して整理すると、 $T$ =(時間の幅)として

$$N_{CR} - BG_{CR} \times T = N_0 \frac{A_{CR}^{2\gamma} \Gamma_{2\gamma} + A_{CR}^{3\gamma} \Gamma_{3\gamma}}{\Gamma_{tot}}$$

$$N_{SR} - BG_{SR} \times T = N_0 \frac{A_{SR}^{2\gamma} \Gamma_{2\gamma} + A_{SR}^{3\gamma} \Gamma_{3\gamma}}{\Gamma_{tot}}$$

これらより、

$$R := \frac{N_{CR} - BG_{CR} \times T}{N_{SR} - BG_{SR} \times T} = \frac{A_{CR}^{2\gamma} \Gamma_{2\gamma} + A_{CR}^{3\gamma} \Gamma_{3\gamma}}{A_{SR}^{2\gamma} \Gamma_{2\gamma} + A_{SR}^{3\gamma} \Gamma_{3\gamma}}$$

これを  $\Gamma_{2\gamma}/\Gamma_{3\gamma}$  について解くと、

## $\tau_{3\gamma}$ の計算

$$\frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{R \cdot A_{SR}^{3\gamma} - A_{CR}^{3\gamma}}{A_{CR}^{2\gamma} - R \cdot A_{SR}^{2\gamma}}$$

一方、

$$\tau_{3\gamma} = \frac{1}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{1}{\Gamma_{tot}} \left( 1 + \frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} \right)$$

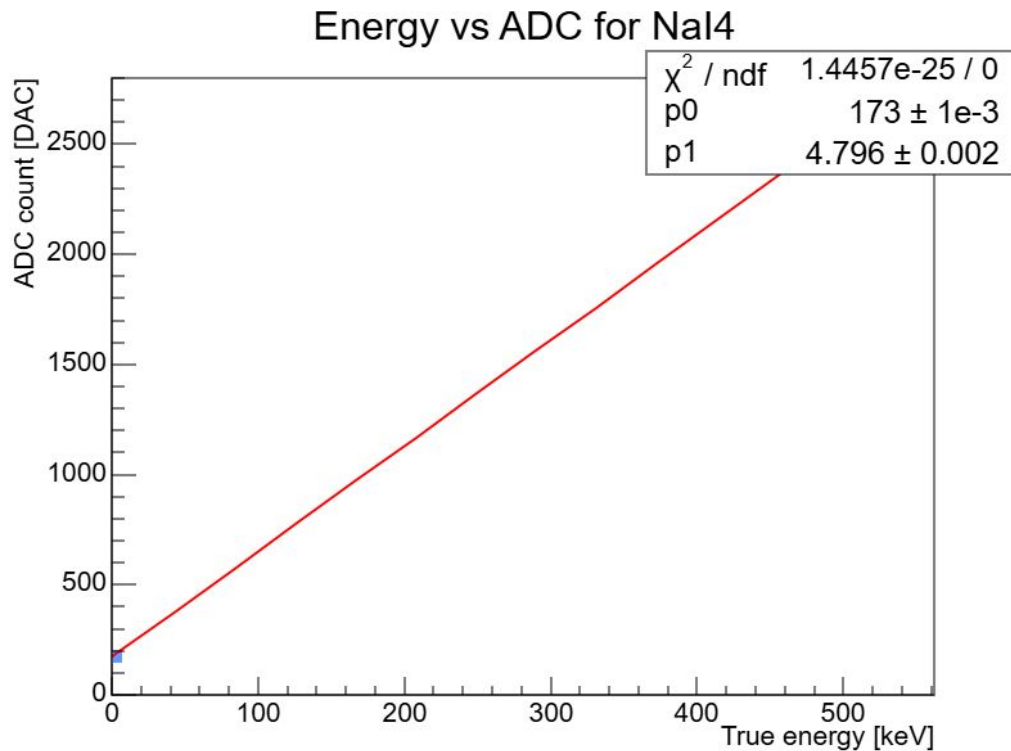
であるので、これらより  $\tau_{3\gamma}$  を計算すると、

$$\tau_{3\gamma} = 131.63 \text{ ns} \quad (\text{SRでの } \Gamma_{tot} \text{ を用いた場合})$$

$$= 130.96 \text{ ns} \quad (\text{CRでの } \Gamma_{tot} \text{ を用いた場合})$$

## 5. 考察

# ADC校正による誤差



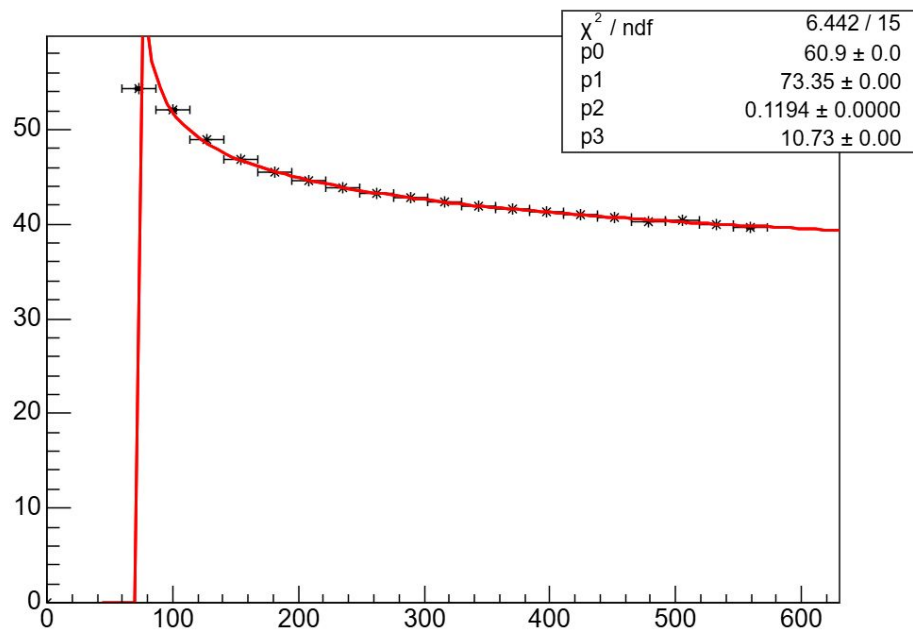
$$p_0 = 173 \pm 0.001$$

$$p_1 = 4.796 \pm 0.002$$

寿命の誤差は無視できる

$$\sigma_{ADC} \approx 0$$

# TQ補正による誤差



fittingのパラメータの誤差はほぼ0

ここも誤差を無視できる

$$\sigma_{TQ} \approx 0$$

# 系統誤差

誤差は、

$$\sigma_f = \sqrt{\sum \left( \frac{\partial f}{\partial p_i} \right)^2 \delta_{p_i}^2}$$

すなわち、それぞれのパラメータによる誤差の二乗和の平方根から求められる

## 系統誤差

SRでは、

$$p_0 = 1073.65 \pm 140.041$$

$$p_1 = 93.708 \pm 11.0218$$

$$p_2 = 92.3836 \pm 12.3032$$

CRでは、

$$p_0 = 610.154 \pm 91.8021$$

$$p_1 = 93.2315 \pm 11.928$$

$$p_2 = 16.3364 \pm 6.8726$$

# 系統誤差

SRでの誤差は

$$\sigma_{system} = 16.2$$

CRでの誤差は

$$\sigma_{system} = 17.4$$

## 寿命の誤差範囲

これらの誤差から、寿命の誤差は、

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{ADC}^2 + \sigma_{TQ}^2 + \sigma_{system}^2}$$

であるから、

## 寿命の誤差

SRでは、

$$\sigma_{SR} = 16.2$$

CRでは、

$$\sigma_{CR} = 17.4$$

## 寿命の誤差

これらから、寿命の誤差範囲は、

$$\tau_{3\gamma} = 131.30 \pm 16.53 \text{ [ns]}$$

# 実験値と理論値の比較

## 結果

$$\begin{aligned} \tau_{3\gamma} &= 131.63 \text{ ns} \quad (\text{SRでの } \tau_{3\gamma} \text{ を用いた場合}) \\ &= 130.96 \text{ ns} \quad (\text{CRでの } \tau_{3\gamma} \text{ を用いた場合}) \end{aligned}$$

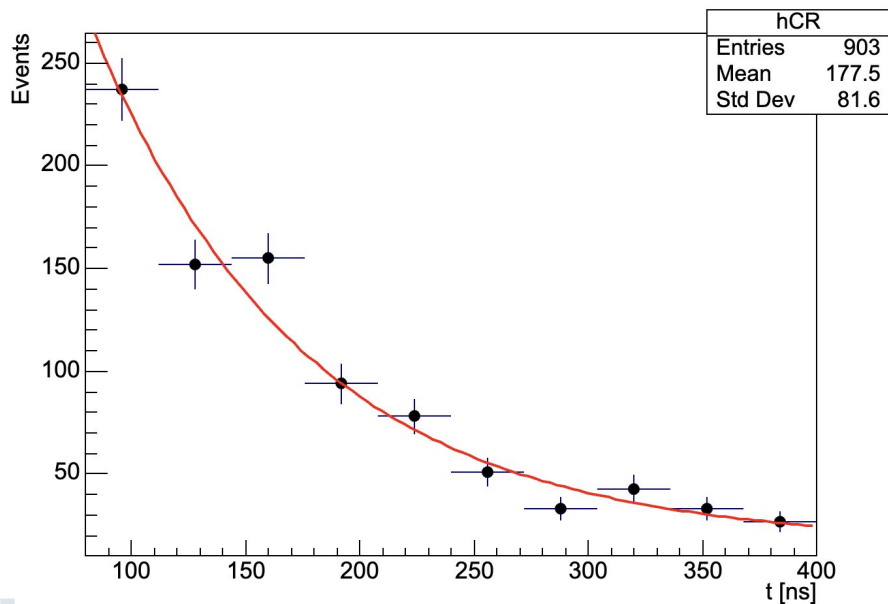
## 理論値

$$\tau_{3\gamma} = 142.04 \text{ ns}$$

# シリカをアルミホイルに変えた場合

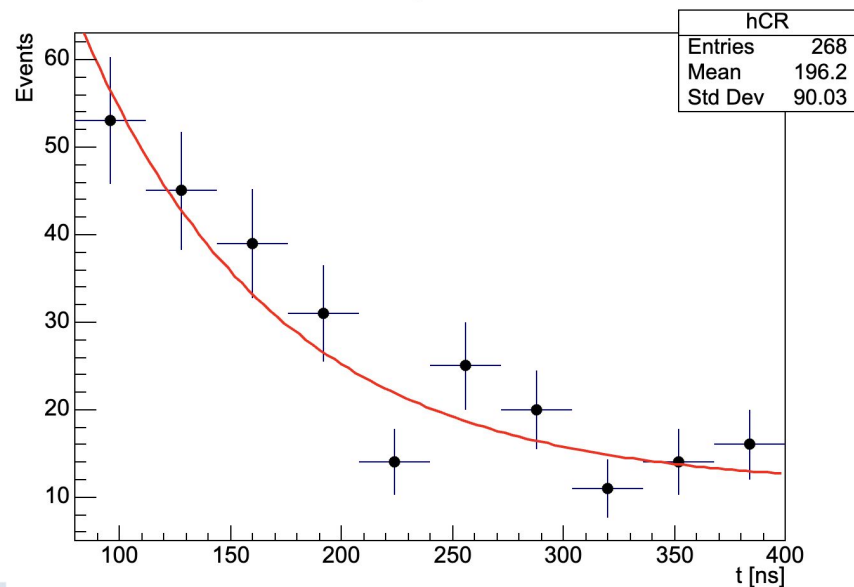
## シリカ

CR



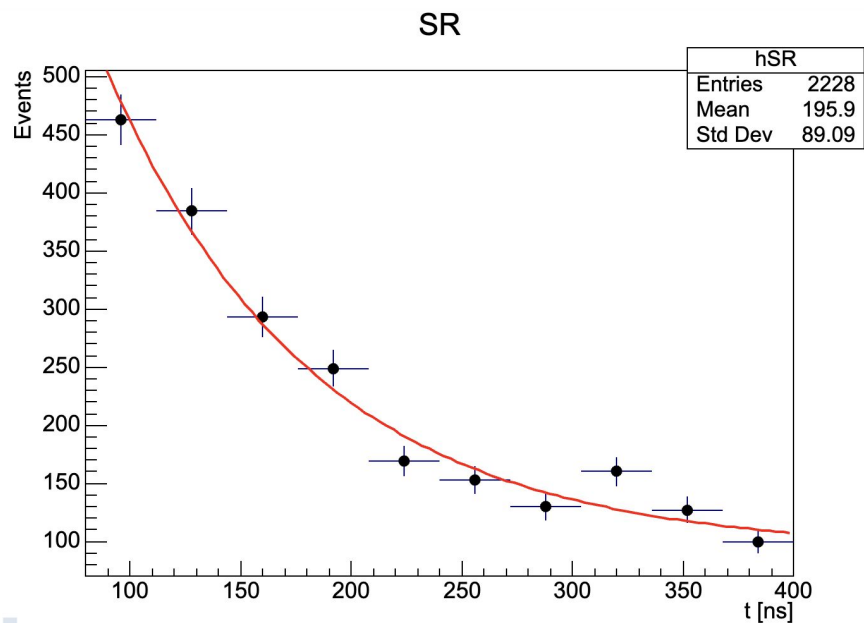
## アルミホイル

CR

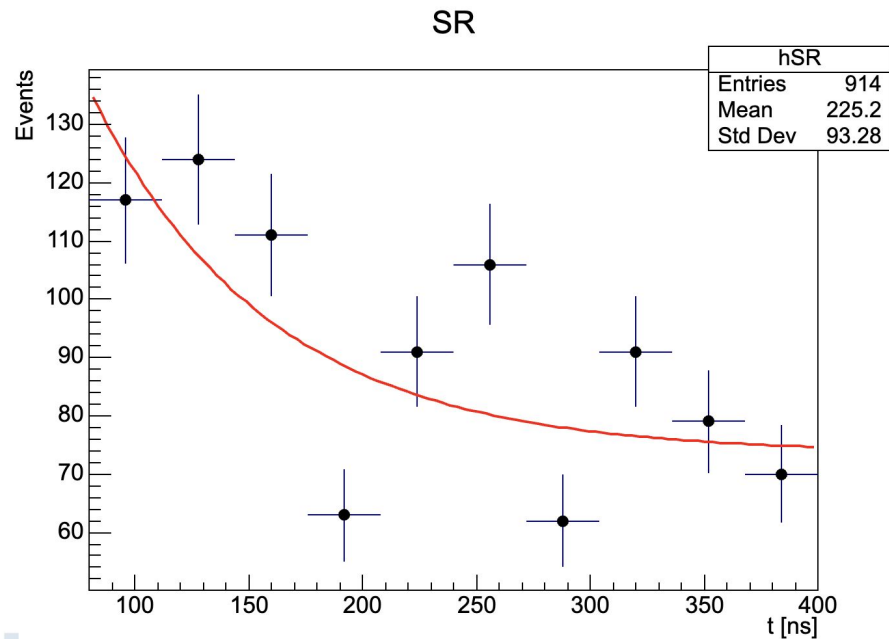


# シリカをアルミホイルに変えた場合

## シリカ



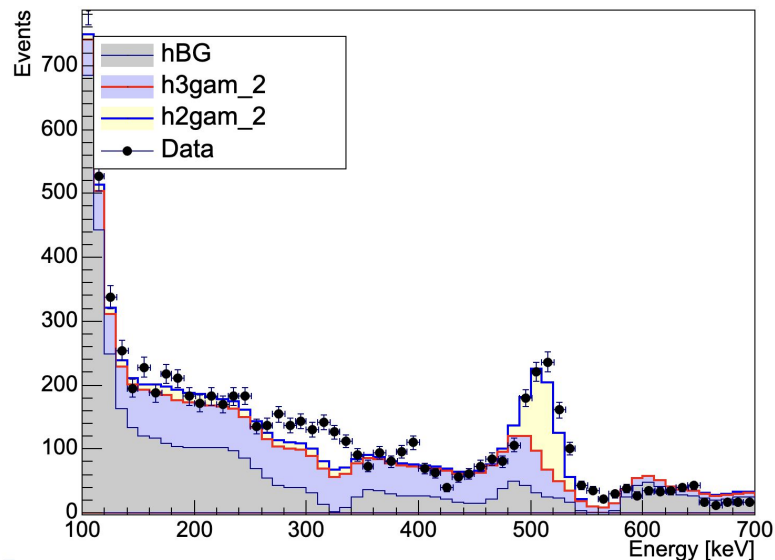
## アルミホイル



# シリカをアルミホイルに変えた場合

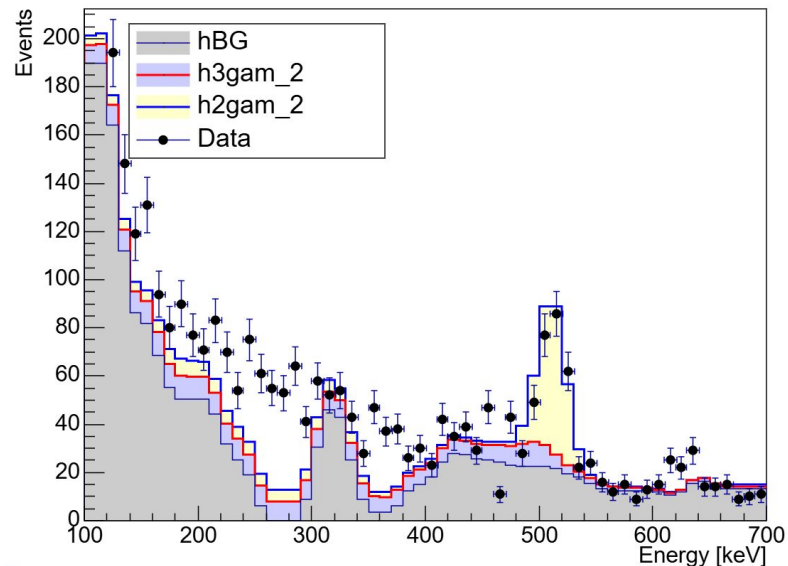
## シリカ

Signal and Background



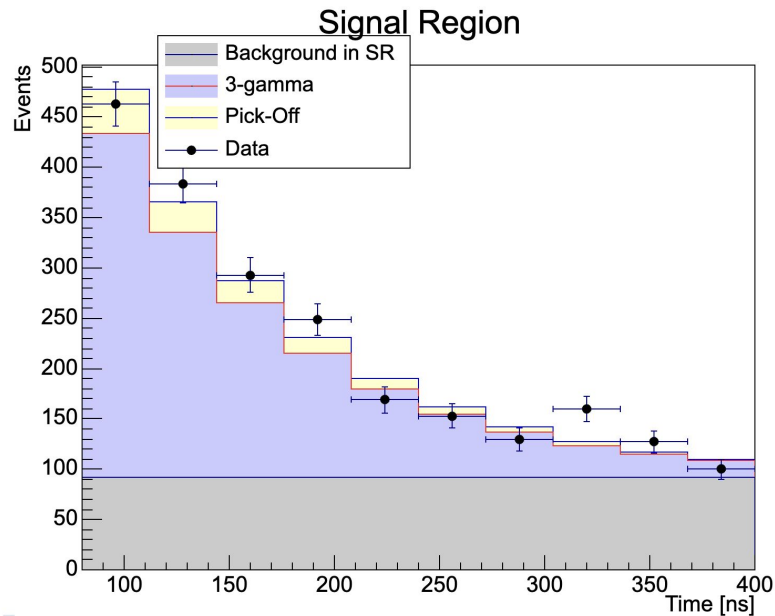
## アルミホイル

Signal and Background

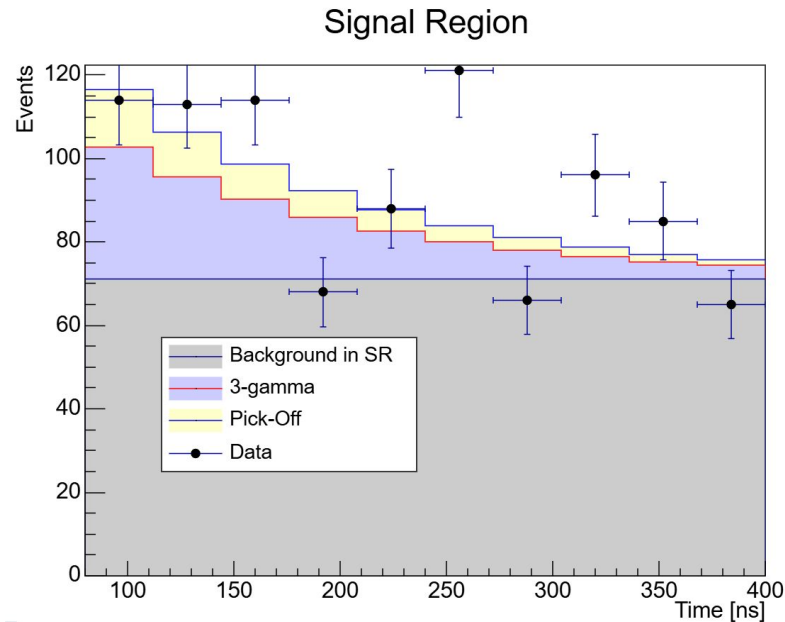


# シリカをアルミホイルに変えた場合

## シリカ

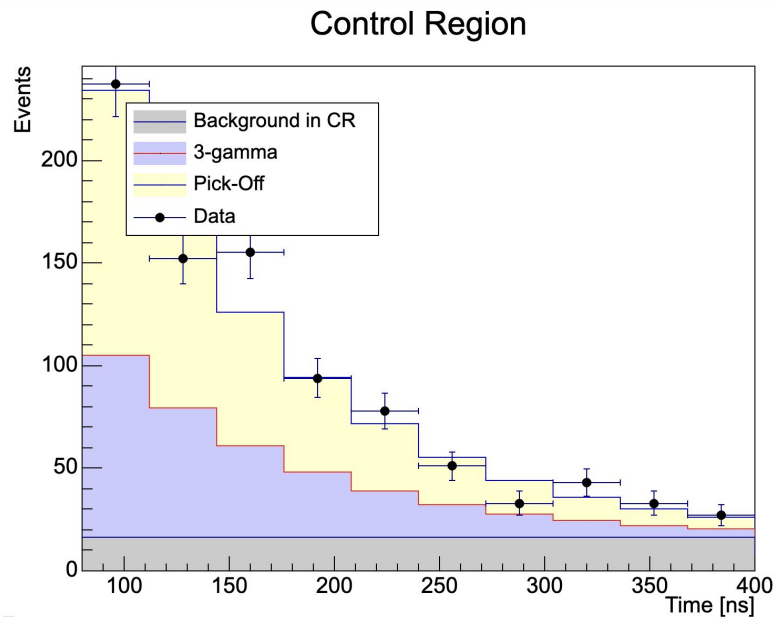


## アルミホイル

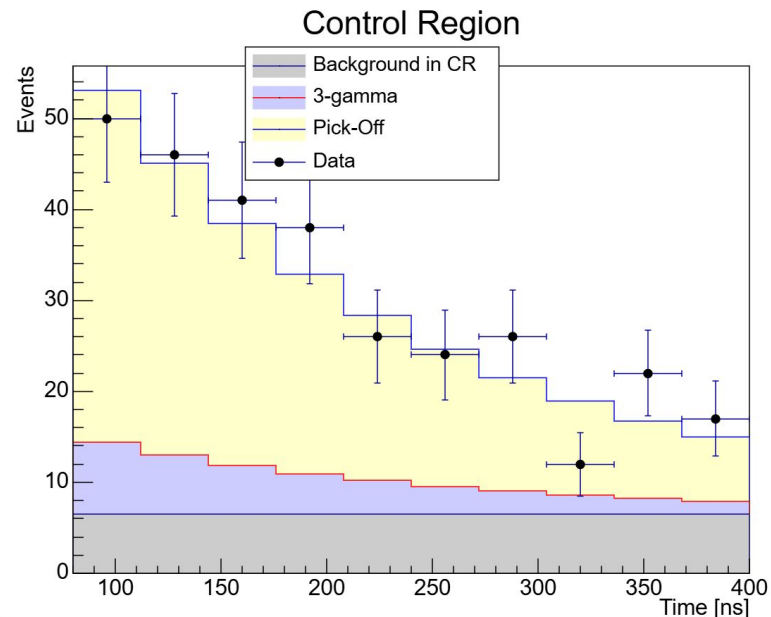


# シリカをアルミホイルに変えた場合

## シリカ



## アルミホイル



## fitting範囲についての考察

- ・今回はCRとSRで $\tau_{tot}$ が同じになるはずのため、fitting範囲を調節して近くなった値を採用した
- ・しかし、fitting範囲によって結果にかなり差が出てしまった
- ・gate回路のミスでfitting範囲が狭まってしまった

tmin	$\tau_{totCR}$	$\tau_{totSR}$
40	96.3±8.3	88.8±5.5
50	93.6±9.2	85.4±6.7
60	93.0±9.9	85.4±7.3
70	99.0±11.9	87.8±8.7
80	93.2±11.9	93.7±11.0
90	93.7±13.7	85.6±10.6
100	101.6±16.7	90.6±13.2
110	93.6±15.4	82.9±13.5
120	86.6±15.7	83.9±15.4

## 6. 結論

実験で得られたオルソポジトロニウムの寿命は

$$\tau_{3\gamma} = 131.30 \pm 16.53 [\text{ns}]$$

となった. これは理論値である 142 ns と比べて誤差の範囲内であるので概ね整合していると言える.