# Compton 散乱の検証

# 2024A1 前期 稲葉慎司 岡田祥吾 市川周 秋友悠希 川田倫豊 藪木裕太

# 2024年9月30日

# 目次

1	序論・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	2
2	理論的背景 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	2
2.1	エネルギーの角度依存性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	2
2.2	クライン-仁科の公式・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	3
2.3	クライン-仁科の公式の式変形・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	4
3	実験方法・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	4
3.1	概要・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	4
3.2	使用した実験器具 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	5
3.3	実験器具の配置・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	5
3.4	回路 • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	6
3.5	実験手順・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	7
3.6	補足一較正・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	7
4	結果・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	8
4.0	誤差の計算・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	8
4.1	エネルギー較正・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	8
4.2	計測エネルギーの角度分布・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	10
4.3	微分散乱断面積・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	14
5	考察・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	15
5.1	クライン-仁科のフィッティングの評価・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	15
5.2	補正の概要・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	16
5.3	NaI シンチレータに関する補正 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	16
5.4	${ m LaBr_3}$ シンチレータに関する補正・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	18
6	結論・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	21

### 1 序論

コンプトン散乱とは、電磁波を物体に照射させると電磁波が物体の中の電子と衝突して散乱される現象 (図 1) であり、この現象から電磁波が粒子として振る舞うことを示すことが分かる。また、散乱される角度は確率的に決まる。今回の実験では、 $^{137}$ Cs の放射線源を LaBr $_3$  シンチレータに照射し、コンプトン散乱した光子のエネルギーと散乱数の角度分布を NaI シンチレータで測定して理論式と比較した。

## 2 理論的背景

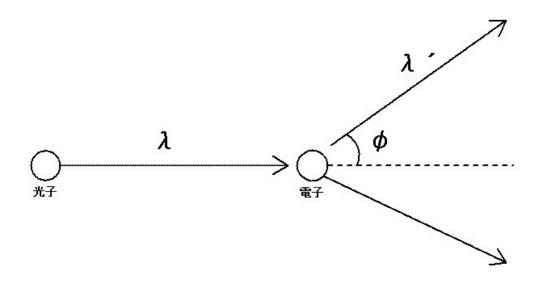


図1 コンプトン効果

#### 2.1 エネルギーの角度依存性

コンプトン散乱を電子と $\gamma$ 線の弾性散乱で近似し、エネルギーと運動量が保存するとする。電子の質量をmとして、エネルギー保存の式より、

$$h\nu + mc^2 = h\nu' + \sqrt{(pc)^2 + m^2c^4}$$
 (1)

となる。運動量保存の式は、進行方向は、

$$\frac{h\nu}{c} = p\cos\phi + \frac{h\nu'}{c}\cos\theta\tag{2}$$

であり、進行方向と垂直な方向では、

$$0 = p\sin\phi - \frac{h\nu'}{c}\sin\theta\tag{3}$$

である。(1),(2),(3) から

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos\theta)}\tag{4}$$

が得られ、これは散乱された角度とエネルギーの関係式である。

#### 2.2 クライン-仁科の公式

今、エネルギーと散乱の角度の関係式が分かったので、次にどの角度にどのくらいの確率で散乱されるのかを知りたい。これは、微分散乱断面積を求めるということに他ならない。本実験で計測したコンプトン散乱についての微分散乱断面積の関係式をクライン-仁科の公式といい次のような式になっている。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m^2} \left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - \sin^2\theta\right)$$

ここで、

- do は微分散乱断面積
- α は微細構造定数
- λ は入射光子の波長
- λ' は散乱後の光子の波長
- θ は散乱角

この式の導出を簡潔に紹介しておく。まず古典的な微分散乱断面積は、2粒子の反応

$$A+B\to C+D$$

を考えたとき、dN 回衝突が起きるとして、A,B の粒子ビームの粒子密度を  $\rho_A,\rho_B$ 、A と B の相対速度を  $v_{AB}$ 、空間の体積を V、反応時間を T とし、微分散乱断面積を  $d\sigma$  として次で定義される:

$$d\sigma = \frac{dN}{(\rho_A)(\rho_B)(v_{AB})VT}$$

とかけるこれに対応するように量子力学的に書き換えると、反応の前後での遷移確率を P として

$$d\sigma = P \frac{V^4}{TVv_{AB}} \frac{d^3 p'_A}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p'_B}{(2\pi)^3}$$

となる。よって、遷移確率を求めればよいが、ファインマン図を用いると簡単に計算することができる。この場合のファインマン図は図2のように2通りであり、この図をもとに2次までの摂動として計算すると、上に記したクライン-仁科の式が得られる。

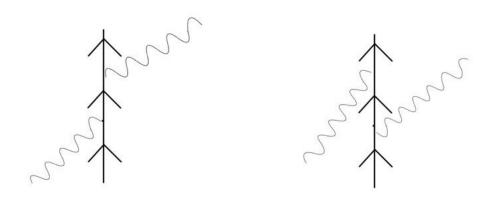


図2 ファインマン図

ここで、微分散乱断面積は入射フラックスに対する散乱された光子の観測フラックスの割合から 実験的に測地できる。

#### 2.3 クライン-仁科の公式の式変形

クライン-仁科の公式は散乱光子のエネルギーの表式を用いて次のように変形できる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m^2} \frac{(h\nu')^2}{(h\nu)^2} \left(\frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \sin^2\theta\right)$$
 (5)

$$= \frac{\alpha^2}{2m^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)\right)} \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) + \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} - \sin^2 \theta\right)$$
(6)

この式の二行目の  $\frac{\alpha^2}{2m^2}$  を除いた部分は今回の実験では、入射光子のエネルギーは  $h\nu=662\,\mathrm{keV}$ 、電子の質量エネルギーは  $m_ec^2=511\,\mathrm{keV}$  と決まっているので、散乱角度  $\theta$  のみの関数である。微分散乱断面積の考察の際にこの関数形を

$$f(\theta) = C \frac{1}{\left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)\right)} \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) + \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} - \sin^2 \theta\right)$$
(7)

とおいて、定数 C を最小二乗法により求めることを考える。

# 3 実験方法

#### 3.1 概要

 $^{137}\mathrm{Cs}$ から放射される  $\gamma$ 線がコンプトン散乱されたときのエネルギー収支の角度依存性を計測した。

#### 3.2 使用した実験器具

•  $^{137}\mathrm{Cs}$ 

今回の実験で線源として使用した。 $662 \, \mathrm{keV}$  の  $\gamma$  線を放出する。

• <sup>22</sup>Na

今回の実験では較正用の実験で線源として使用した。 $511\,\mathrm{keV}$  と  $1275\,\mathrm{keV}$  の  $\gamma$  線を放出する。

• シンチレータ

実験には厚さ  $5.5\,\mathrm{cm}$  の NaI シンチレータと、LaBr $_3$  シンチレータの 2 種類を用いた。 X 線や  $\gamma$  線などの放射線に当たると蛍光を発行する物質である。光電子増倍管とセットで、 $\gamma$  線がシンチレータ内に落としたエネルギーに比例した電気信号を出力する装置として使用した。

- 光電子増倍管
  - 今回の実験ではシンチレータとセットで使用した。シンチレータで発生した光を増大する役割 を持つ
- 鉛の塊
  - γ線を遮蔽するために使用した。

#### 3.3 実験器具の配置

線源 ( $^{137}$ Cs)、NaI シンチレータと LaBr $_3$  シンチレータ、光電子増倍管、鉛を図  $_3$  のように配置した。LaBr $_3$  シンチレータと光電子増倍管がセットになったものをシンチレータが下にくるように立てて配置した。NaI シンチレータと光電子増倍管がセットになったものは NaI シンチレータが LaBr $_3$  シンチレータの方を向くように配置した。NaI シンチレータから LaBr $_3$  シンチレータの方向へ伸ばした半直線に対して LaBr $_3$  シンチレータから見たときの傾きを  $_6$  とし、そこに線源である  $_6$  を配置した。LaBr $_3$  シンチレータの縁から NaI シンチレータの端までの距離は  $_6$  20 cm、線源までの距離は  $_6$  15 cm になるように配置した。線源から直接 NaI シンチレータに  $_7$  線が入らないように、侵入経路を遮断するように鉛の塊を置いた。

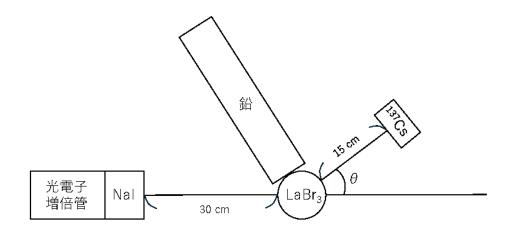


図3 実験装置の配置図

#### 3.4 回路

それぞれのシンチレータと光電子増倍管から出力される電気信号を図 4 の回路で処理した。図の中の DIV は Divider、DISC は Discriminator、GG は Gate Generator、COIN は Coincidence、ADC は ADC Counter を意味する。それぞれの光電子増倍管から出力される電気信号は適度に信号を遅らせることで同時に起こったイベントを Coincidence で検出できるようにした。電気信号を遅らせるためには長い導線を間に挟んで信号が伝わる距離を長くすることで実現した。

- 1. Divider 入力された電気信号を複数の信号に分割する役割
- 2. Discriminator 入力された電気信号の電圧が閾値を超した場合に矩形波を出力する役割
- 3. Gate Generator 信号が入力されたとき、設定した時間幅をもつ矩形波を出力する役割
- 4. Coincidence 信号が同時に2つ入力した場合に、設定した時間幅をもつ矩形波を出力する役割
- 5. ADC Counter CH に入力された信号を GATE に入力された矩形波の時間幅で積分した整数値を出力する役割

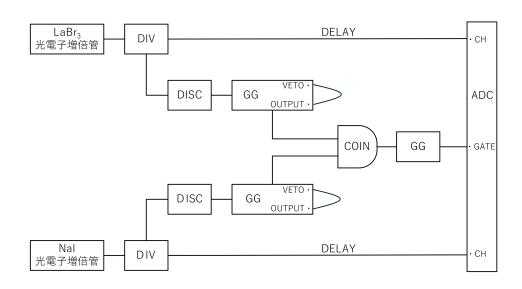


図4 実験の配線図

#### 3.5 実験手順

まず、NaI シンチレータには 1,450 V、LaBr³ シンチレータには -1,600 V の電圧をかけた。そして、線源を LaBr₃ シンチレータからの距離は保ちながら角度だけ変えながら測定を行った。  $\theta=30^\circ,60^\circ,90^\circ,120^\circ,150^\circ$  に対して、それぞれ 5,000 カウントずつ測定した。

#### 3.6 補足一較正

シンチレータに落とされた  $\gamma$  線のエネルギーと出力される電気信号の強さとの対応関係を求めるために以下の実験を実験日ごとに行った。

それぞれのシンチレータに対して、線源として  $^{137}$ Cs と  $^{22}$ Na を用いて光電子増倍管が出力する電気信号の強さを 10,000 回測定する実験を行った。実際に実験では、対象にしているシンチレータの端から  $10~\rm cm$  の位置に線源を置き、上記の回路において対象としていない方のシンチレータに関連する Coincidence を切って測定した。

#### 4 結果

#### 4.0 誤差の計算

実験結果の記述の前に、まず今回の実験の誤差をどのように計算したかを説明する。 カウント数 N の誤差は、

$$N \equiv N \pm \sqrt{N} \tag{8}$$

とした。これは線源が計測時間内に、コンプトン散乱する放射線を出すかどうかの過程は二項分布 に従い、さらに線源内の全原子数が非常に大きく、コンプトン散乱する放射線を出す確率は非常に 小さいため、今回の過程をポアソン分布に近似できるからである。

エネルギーの誤差について、エネルギーに関する式は E=ax+b と表せるから、誤算伝播の式より次のように計算した。

$$\sigma_E^2 = \sigma_{Gauss}^2 + \left(\frac{E-b}{a}\right)^2 \sigma_a^2 + \sigma_b^2 \tag{9}$$

なお、 $\sigma_{Gauss}$  とは最小二乗法を用いて、エネルギーのピークをガウス関数でフィッティングした時の誤差である。

#### 4.1 エネルギー較正

実験で得られた ADC の値を、エネルギーの値に読み換えるために、ADC の値をx、エネルギーの値をy[keV] としたとき、y=ax+b の線形性を仮定して較正を行った。その際、NaI シンチレータでは  $^{137}\text{Cs}$  のピークが  $662\,\text{keV}$ 、 $^{22}\text{Na}$  の第  $1\,\text{ピークが}$   $511\,\text{keV}$ 、第  $2\,\text{ピークが}$   $1275\,\text{keV}$  であることを既知としたが、LaBr3 では光電ピークが見れなかったので、 $^{137}\text{Cs}$  のピークが  $662\,\text{keV}$  であることと  $0\,\text{keV}$  を使って較正をした。較正は実験室の環境に依存し、またコンプトン散乱の測定には数時間かかったため、実験の始めに行った較正の値をすべての角度に適用するのではなく、本実験では各実験の始めに行った較正を  $30^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$ 、すべての実験が終わった後に行った較正を  $120^\circ$ 、 $150^\circ$  に使った。(実験は、角度が小さい順に行った。) そして、最小二乗法を使って aと bを計算した。また、ADC カウントのピークはガウス分布で近似して得た。

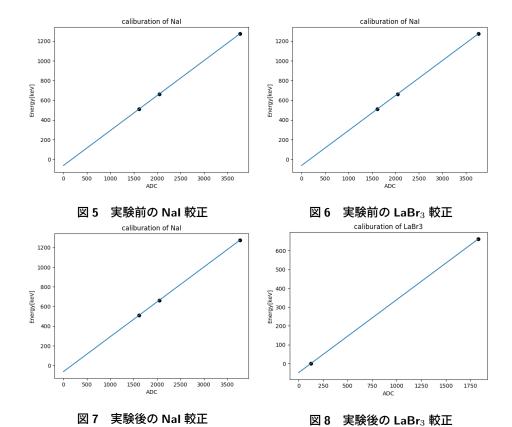


表 1 実験前の 0 keV、511 keV、662 keV に対応する ADC カウント値 (Nal)

エネルギー [keV]	ADC	ADC の誤差
662	2048.9884	0.1506
511	1608.2829	0.4889
1275	3765.0916	2.2752

表 2 実験前の 0 keV、662 keV に対応する ADC カウ ント値 (LaBr<sub>3</sub>)

エネルギー [keV]	ADC	ADC の誤差
662	1773.9448	1.2936
0	124.3201	0.0789

誤差 値 0.35510.001200a -62.4701 0.3644

表 3 実験前の Nal シンチレータの較正 表 4 実験前の LaBr<sub>3</sub> シンチレータの較正

	値	誤差
a	0.4013	0.0003154
b	-49.8901	0.05190

表 5 実験後の 0 keV、511 keV、662 keV に対応する ADC カウント値 (NaI)

エネルギー [keV]	ADC	ADC の誤差	
662	2050.0318	0.1074	
511	1613.8690	0.2961	
1275	3772.1372	5.1033	

表 6 実験後の 0 keV、662 keV に対応する ADC カウント値 (LaBr<sub>3</sub>)

エネルギー [keV]	ADC	ADC の誤差
662	1830.8490	0.6900
0	124.6023	0.0550

表 7 実験後の Nal シンチレータの較正 表 8 実験後の LaBr<sub>3</sub> シンチレータの較正

	値	誤差
a	0.3545	0.0011
b	-62.8069	0.4283

20	大阪文		
	值	誤差	
a	0.3880	0.0001574	
b	-48.3440	0.0301	

#### 4.2 計測エネルギーの角度分布

先ほどの較正によって、それぞれのシンチレータで観測されたエネルギーを求められたので、較正を使ってコンプトン散乱の角度毎にそれぞれのシンチレータで観測されたエネルギーをプロットし、ガウス分布でフィッティングしてエネルギーを求めた。また、2つのシンチレータで観測されたエネルギーをプロットして散布図を作った。そして、コンプトン散乱が起こっていると考えられているデータを抽出するために、まずはエネルギー和が理論値の  $662\,\mathrm{keV}$  で密集しているデータが欲しいためエネルギー和を  $662\pm50\,\mathrm{keV}$  に絞った。次に、それぞれの角度での理論値に合わせるために、 $\mathrm{LaBr_3}$  シンチレータで観測されたエネルギー範囲を  $300\,\mathrm{keV}$  に絞った。ただし、 $150^\circ$  ではピークが他の角度よりも鋭かったため、範囲をより小さくすることでコンプトン散乱以外のデータをより排除した。 $\mathrm{LaBr_3}$  で観測されたエネルギーの角度毎の範囲を表 9 に書いた。

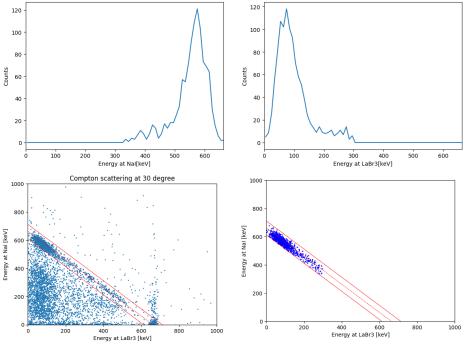


図 9 30°

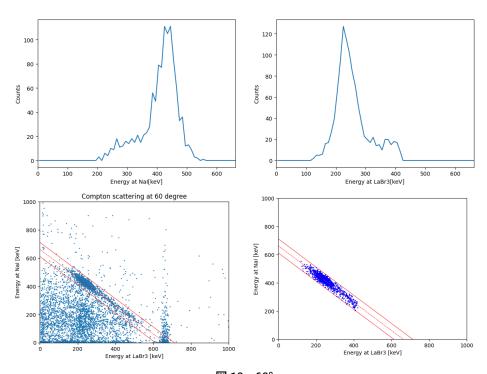


図 10 60°

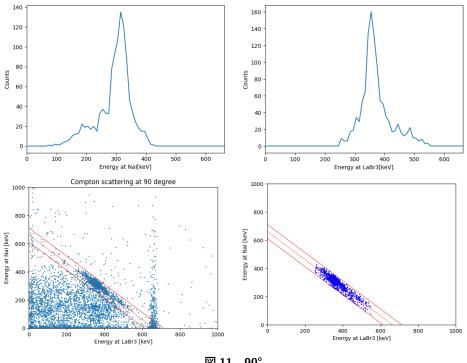


図 11 90°

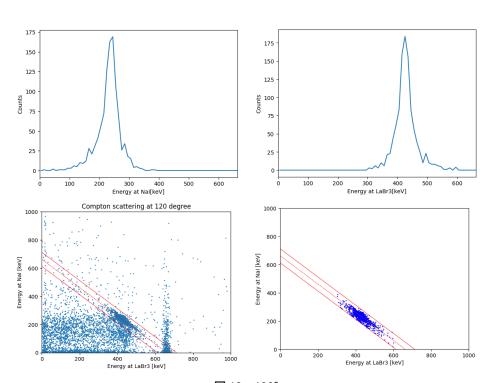


図 12 120°

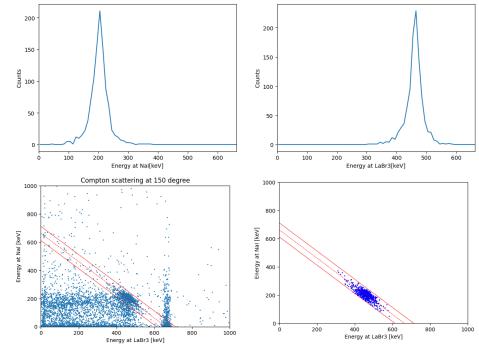


図 13 150°

表 9 コンプトン散乱領域の抽出範囲 (LaBr<sub>3</sub>)

	大5 17 17 版品原观57周田毛田 (EdDia)		
角度	エネルギーの下限 [keV]	エネルギーの上限 [keV]	
30	0	300	
60	120	420	
90	250	550	
120	300	600	
150	370	600	

表 10 30° のエネルギーの値

	エネルギー [keV]	誤差 [keV]
$LaBr_3$	80.4952	1.0511
NaI	566.7544	1.2081
合計	648.243	0.3832

表 12 90°のエネルギーの値

X12 00 00—177 07 12		
	エネルギー [keV]	誤差 [keV]
LaBr <sub>3</sub>	357.6643	1.7013
NaI	312.8461	1.5048
合計	667.2912	1.2141

表 11 60° のエネルギーの値

	エネルギー [keV]	誤差 [keV]
$LaBr_3$	237.1945	0.4966
NaI	429.1807	0.9430
合計	665.1472	0.5462

表 13 120°のエネルギーの値

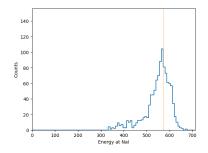
	エネルギー [keV]	誤差 [keV]
LaBr <sub>3</sub>	424.4269	1.1412
NaI	236.4669	1.3348
合計	660.3384	0.9066

表 14 150° のエネルギーの値

	20 07 170	
	エネルギー [keV]	誤差 [keV]
LaBr <sub>3</sub>	461.9896	1.0409
NaI	202.5897	0.6803
合計	664.8551	1.641

#### 4.3 微分散乱断面積

前節で決めた範囲に含まれたデータの個数がコンプトン散乱がその散乱角で起こった回数とみなし、そのカウント数を計測時間で割ることによって微分散乱断面積を求めるものとしたいところだが、図14を見てみると、オレンジの線よりエネルギーの低いほうが高いほうよりもカウント数が多くなっておりガウス分布とはずれている。これは、オレンジの線よりエネルギーの低いほうにノイズが影響しているためである。そこで、オレンジの線よりエネルギーの高い方はきれいなガウス分布になっていると考え、それを左側に鏡写しにしたものを真のガウス分布とし、そのカウント数を計算した。すなわち、右半分のガウス分布の2倍そのものがカウント数ということにした。ただし、150°では、図15を見てみるとピークの一つ右の値が最大値と同じくらい大きく、他の角度と同様に最大値で折り返すと全体のカウント数が他の角度より明らかに大きくなってしまうため、最大値のひとつ右の値から右側をガウス分布の右側と採用した。その上で、カウント数を計測時間で割ることによって微分散乱断面積をもとめた。考察の章では、シンチレータで減衰したものをさらに補正して考える。



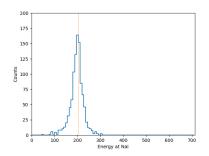


図 14 30°における Nal シンチレータのカウン 図 15 150°における Nal シンチレータのカウト数 ント数

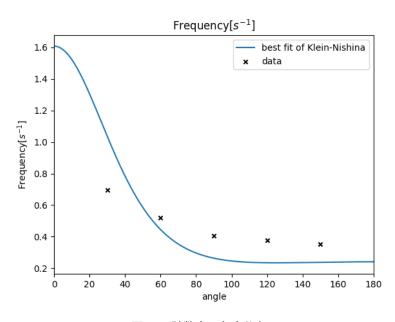


図 16 計数率の角度分布

# 5 考察

#### 5.1 クライン-仁科のフィッティングの評価

微分散乱断面積の解析の際には、実験装置の幾何学的配置を考えて立体角を計算する必要があるが、今回の実験では線源と  $LaBr_3$  シンチレータの距離、および  $LaBr_3$  シンチレータと NaI シンチレータの距離を一定に保っていたので、これらの情報は角度に依存しない。この場合カウント数を N、計測時間を T とすると、

$$\frac{N}{T} \propto \frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{\left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)\right)} \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\theta) + \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)} - \sin^2\theta\right)$$
(10)

となる。したがって、この関数形を  $f(\theta)$  と置き、測定された角度ごとの散乱頻度から比例定数 C を最小二乗法で求めることにした。

なお、最小二乗法では、

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{\{(y_i - f(\theta_i))\}^2}{\sigma_i^2} \tag{11}$$

が最小となるような係数パラメータ C を計算する。なお、 $(\theta_i, y_i)$  はそれぞれ角度とその時の散乱 頻度のデータの組、 $\sigma_i$  は角度ごとの、散乱頻度の誤差である。 $\chi^2$  の値は、データの自由度のみに 依存する量であり、この値が小さいほど指定した関数形で精度よく近似できていることを表す。そ れゆえ、考察では、 $\chi^2$  の大小を議論することにする。

#### 5.2 補正の概要

前章で得られたコンプトン散乱の起こる頻度の角度分布は理論に即しているようには見えない。 この章では、実験結果が理論に良い精度で一致しなかった原因について考察し、それを補正する。

各種実験器具の理想的ではない振る舞いによって、実際に起こったコンプトン散乱の数と検出数との間に誤差がある可能性について考えた。

例えば、散乱光子を検出する NaI シンチレータは、シンチレータに入ってきた全ての光子を検出できるわけではない。この結果、コンプトン散乱され NaI シンチレータに飛んだ光子が低く見積もられていることが考えられる。だから、シンチレータ内部で光子が検出されず透過した場合を考慮し、検出数から実際の散乱電子の数を多めに見積もることが必要である。

さらに、コンプトン散乱による反跳電子のエネルギーを測定する  $LaBr_3$  シンチレータは、入射光子と散乱光子を全て透過するわけではない。実際には散乱光子が  $LaBr_3$  シンチレータ内で吸収されて、NaI シンチレータに届かない場合もある。このことを考慮して、検出数から実際にコンプトン散乱が起こった数を多めに見積もることが必要である。

以下の節ではそれぞれ上記であげた NaI シンチレータと LaBr<sub>3</sub> シンチレータについての検出光子数の現実との誤差の見積もりをし、それに応じて実験結果を補正する。

#### 5.3 Nal シンチレータに関する補正

ここでは前節で言及した通り、NaI シンチレータ内を透過した光子の数について見積りそれを補正として測定数に加える。

シンチレータに対して散乱光子は垂直に入射すると仮定して議論する。シンチレータ内の光子の 透過率は以下の式によって分かる。

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{\mu}{\rho} \times \rho \times l\right)$$

ここで、I は透過光子の数、 $I_0$  は吸収物質がないときの光子数、 $\rho$  はシンチレータの密度、l はシンチレータの透過する向きに測った時の長さである。質量減衰係数  $\frac{\mu}{\rho}$  はエネルギーに依存する。今回の考察では質量減衰係数 ([1]、[3]) としてそれぞれの角度に応じたエネルギーに対応する値を用いた。それをまとめたのが表 15 である。

表 15 Nal シンチレータの質量減衰係数

角度 (deg)	エネルギー (MeV)	質量減衰係数 (cm²/g)
30	0.5668	0.0107
60	0.4292	0.0227
90	0.3128	0.0536
120	0.2365	0.1144
150	0.2026	0.1741

また、散乱光子が全てシンチレータに垂直に入射すると仮定しているので、NaI シンチレータの長さは常に一定と考え、 $l=5.5\,\mathrm{cm}$  とした。NaI シンチレータの密度は  $\rho=3.67\,\mathrm{g/cm^3}$  を用いた。 検出数を N とすると、 $I_0=N+I$  の関係があるので、

$$I_0 = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{\mu}{\rho} \times \rho \times l\right)} N$$

という補正を施す必要があることが分かる。

この補正を加えたときの散乱頻度の角度分布は以下のようになる。

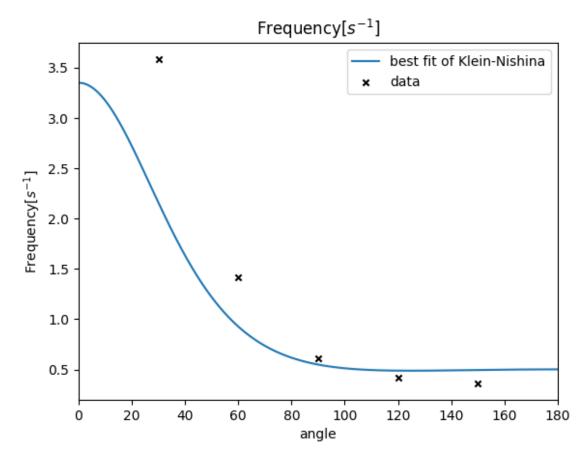


図 17 Nal シンチレータを補正したときの計数率の角度分布

図 17 を見て分かるように、特に角度が小さい領域で理論に近づいた。このことより、NaI シンチレータが透過してしまう散乱光子を考慮に入れる補正は妥当であったと考えることができる。

#### 5.4 LaBr<sub>3</sub> シンチレータに関する補正

この節では  ${\it LaBr_3}$  シンチレータ内で吸収されてしまう光子の数を見積もり、それによって検出光子数に補正を加える。

円柱型の LaBr $_3$  シンチレータは立てて実験したので、入射光子は円形領域の中のどこかで散乱 すると考えられる。図 18 にもあるように、入射後散乱されるまでに  $l_0$  進み、散乱後 NaI シンチレータの方向に LaBr $_3$  シンチレータから出るまでに  $l_1$  進む。 $l_0,l_1$  は散乱される位置によって変わってくる。

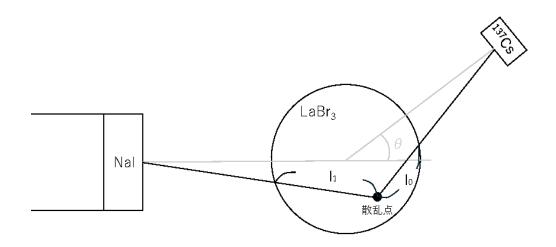


図 18 LaBr<sub>3</sub> シンチレータ内の散乱点

散乱されるまでは線源のエネルギー 662 keV であり、散乱後はそれぞれの角度に応じたエネルギーであると考えてこのシンチレータの質量減衰係数 ([1][3]) を見積もった。それが表 16 である。

表 16 LaBr<sub>3</sub> シンチレータの質量減衰係数

角度 (deg)	エネルギー (MeV)	質量減衰係数 (cm²/g)
30	0.5668	0.0792
60	0.4292	0.0968
90	0.3128	0.1308
120	0.2365	0.1.942
150	0.2026	0.2444
入射	0.662	0.0719

前節と同じくシンチレータ内の光子の透過率は

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{\mu}{\rho} \times \rho \times l\right)$$

で与えられるので、入射後散乱前まで  $\mu = \mu_0$ 、散乱後  $\mu = \mu_1$  とすると、

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-(\mu_0 l_0 + \mu_1 l_1)\right)$$

と計算できる。すなわち、LaBr $_3$  を透過した光子のみ NaI シンチレータで観測できたが、実際に散乱した光子は

$$I_0 = \exp(\mu_0 l_0 + \mu_1 l_1) I$$

で与えられることが分かる。このことを考慮し、散乱頻度に補正を加えた。

計算の際には、円の直径を二百等分するようなメッシュで分割してそれらによる寄与を等比重で コンピュータを用いて足し合わせた。

前節の NaI シンチレータの補正にさらにこの補正を加えたときの散乱頻度の角度分布は以下のようになる。

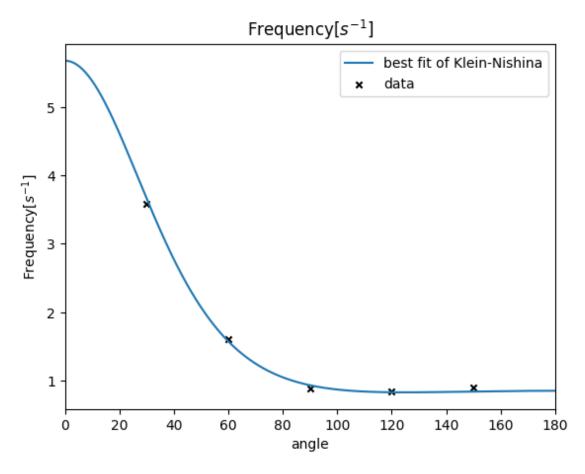


図 19 2 つのシンチレータを補正したときの計数率の角度分布

この補正を加えることによって、理論式に近づけることができるようになった。 5.1 章で導入した比例定数 C と  $\chi^2$  の値を以下にまとめた。

表 17 クライン-仁科のフィッティングの評価

	カウント数の補正 (図 16 )	NaI シンチレータ補正 (図 17)	2 つのシンチレータ補正 (図 19)
比例定数 C	0.8035	1.6737	2.8388
$\chi^2$	604.134	434.1904	8.2645

表 17 から、補正を加えるごとに  $\chi^2$  が小さくなっているので、以上の考察と補正から、シンチレータが理想的に振る舞っていない状況を考慮し、散乱光子の数を補正することで実験結果が理論式に近づくことが分かった。

## 6 結論

本実験では、コンプトン散乱された  $\gamma$  線を角度ごとに計測し、その計測データが理論値の通りになっているか解析をした。その結果、理論値とは一見異なるようなデータが得られたが、適切な補正を行うことにより理論値とおおむね一致する結果が得られ、クライン-仁科の公式を検証することに成功した。

### 謝辞

本課題演習を遂行するにあたり、鈴木惇也助教、TA の有元隼太さんには温かいご指導ご鞭撻を賜りました。心より感謝申し上げます。

# 参考文献

- [1] Glenn F. Knoll, 放射線測定ハンドブック, オーム社, 第 4 版, 2013. 神野侑夫・木村逸郎・阪井 英次 訳.
- [2] 課題演習 A1 レポート, 2021 後期 2023 前期.
- [3] NIST XCOM:Element/Compound/Mixture https://physics.nist.gov/cgi-bin/Xcom/xcom3\_3