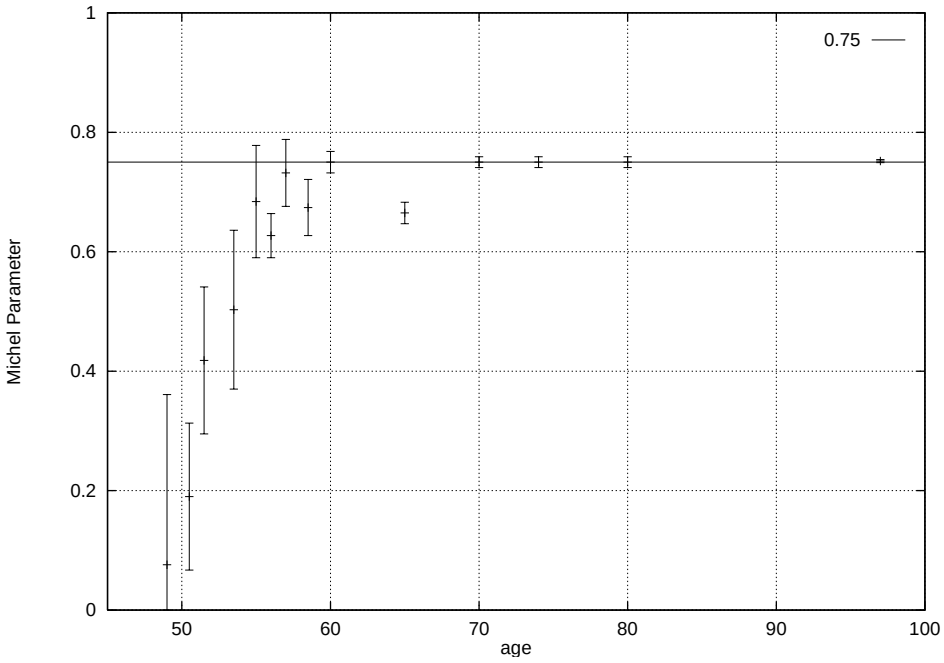
Measurement of Michel Parameter

関 穣慶　　松浦 聡　　水谷 庄吾　　宮下 卓也

平成 9 年 8 月 18 日

Abstract

自然界に存在する４つの相互作用のうち, 弱い相互作用は, 1950 年頃から V-A 理論で記述されると信じられており (もっとも、現在では Weinberg-Salam 理論がある), その理論の正しさの指標ともいうべき Michel parameter は実験と良い一致を示してきた. 本実験はμ 粒



子の崩壊で放出される e^- のエネルギースペクトルを測定することにより,Michel parameter を決定する.

Michel parameter の決定に関しては,1988 年度課題研究 P2 においても行なわれており, 当時は CsI scintillator を用いて e^- のエネルギースペクトルを測定した. 一方, この度の実験では, Glass Scintillator を用いた. これを用いた動機としては, Glass Scintillator の方が 50MeV 以下で高い検出効率を持つため, より正確なエネルギースペクトルを測定できるということである.

実際には,Glass Scintillator は高々数 MeV 程度では反応せず, checking source での calibration はできなかった. 従って,through-μの energy loss を測定し,Landau 分布で fit することにより行なった.

我々は, 約 2 カ月弱の間観測を続けたが,rate が低いため統計的に十分な量のデータを得るには至らなかったが, それ相応の Michel parameter の値を得た.

目 次

1 Introduction(理論) 1

1.1 記号, 公式 . . . 2
1.2 V-A 理論 . . . 4
1.3 μ粒子の崩壊確率, 寿命 . . . 7
1.4 Michel パラメーター . . . 13

2 実験 15

2.1 実験の概要 . . . 16
2.2 セットアップ . . . 17
2.3 Scintillator . . . 18
2.3.1 Glass Scintillator(GS) . . . 18
2.3.2 plastic scintillator . . . 18
2.4 回路 . . . 22
2.5 Calibration . . . 25
2.5.1 TDC calibration . . . 25
2.5.2 ADC calibration . . . 25

3 データ解析 37

3.1 データの選択 . . . 38
3.2 寿命 . . . 39
3.3 Michel parameter . . . 41

4 考察と結論 44

Chapter 1

Introduction(理論)

1.1 記号, 公式

ここでは, 記号の定義および公式を簡略にまとめる.

自然単位

$$\hbar = c = 1. \tag{1.1.1}$$

Einstein の規約

$$p^\mu x_\mu = \sum_{\mu=0}^{3} p^\mu x_\mu. \tag{1.1.2}$$

Minkowski 計量

$$g^{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1). \tag{1.1.3}$$

$$p \cdot x = p^\mu x_\mu. \tag{1.1.4}$$

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \tag{1.1.5}$$

4 次元運動量, スピン

$$p^\mu = (E_{\mathbf{p}},\ \mathbf{p}), \qquad s^\mu = \left(\frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{s}}{m},\ \mathbf{s} + \frac{(\mathbf{p}\cdot\mathbf{s})\mathbf{p}}{m(E_{\mathbf{p}}+m)} \right). \tag{1.1.6}$$

Pauli 行列

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{1.1.7}$$

Dirac のγ行列 (Weyl 表現)

$$\sigma^\mu = (1, \boldsymbol{\sigma}), \qquad \bar{\sigma}^\mu = (1, -\boldsymbol{\sigma}). \tag{1.1.8}$$

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \qquad \gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1.1.9}$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]. \tag{1.1.10}$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \qquad \{\gamma^\mu, \gamma_5\} = 0. \tag{1.1.11}$$

$$\not{p} = p_\mu \gamma^\mu. \tag{1.1.12}$$

trace 公式

$$\mathrm{Tr}\,[\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma] = 4\,(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho}), \tag{1.1.13}$$

$$\mathrm{Tr}\,[\gamma^\mu\gamma^\nu] = 4g^{\mu\nu}, \tag{1.1.14}$$

$$\mathrm{Tr}\,[\text{奇数個の}\gamma\text{行列の積}] = 0, \tag{1.1.15}$$

$$\mathrm{Tr}\,[\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\gamma_5] = -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}, \tag{1.1.16}$$

$$\mathrm{Tr}\,[\text{上記以外の}\gamma_5\text{を含む}\gamma\text{行列の積}] = 0. \tag{1.1.17}$$

Dirac 場 (レプトン)

$$(i\,\partial\!\!\!/ - m)\psi = 0. \tag{1.1.18}$$

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0. \tag{1.1.19}$$

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \sum_s \left(a^s_{\mathbf{p}} u(p,s) e^{-ip\cdot x} + b^{s\dagger}_{\mathbf{p}} v(p,s) e^{ip\cdot x} \right), \tag{1.1.20}$$

$$\bar{\psi}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \sum_s \left(b^s_{\mathbf{p}} \bar{v}(p,s) e^{-ip\cdot x} + a^{s\dagger}_{\mathbf{p}} \bar{u}(p,s) e^{ip\cdot x} \right). \tag{1.1.21}$$

$$\{a^r_{\mathbf{p}}, a^{s\dagger}_{\mathbf{q}}\} = \{b^r_{\mathbf{p}}, b^{s\dagger}_{\mathbf{q}}\} = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p}-\mathbf{q})\delta^{rs}, \tag{1.1.22}$$

$$\text{その他の反交換関係} = 0. \tag{1.1.23}$$

$$|p,s\rangle = \sqrt{2E_{\mathbf{p}}} a^{s\dagger}_{\mathbf{p}} |0\rangle. \tag{1.1.24}$$

$$\sum_s u(p,s)\bar{u}(p,s) = p\!\!\!/ + m, \qquad \sum_s v(p,s)\bar{v}(p,s) = p\!\!\!/ - m. \tag{1.1.25}$$

$$u(p,s)\bar{u}(p,s) = (p\!\!\!/ + m)\left(\frac{1+\gamma^5 s\!\!\!/}{2}\right), \quad v(p,s)\bar{v}(p,s) = (p\!\!\!/ - m)\left(\frac{1+\gamma^5 s\!\!\!/}{2}\right). \tag{1.1.26}$$

崩壊確率

$$d\Gamma = \frac{1}{2E_{\mathcal{I}}}\left(\prod_{\mathcal{F}} \frac{d^3p_{\mathcal{F}}}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_{\mathcal{F}}}\right) |\mathcal{M}(p_{\mathcal{I}} \to \{p_{\mathcal{F}}\})|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_{\mathcal{I}} - \sum p_{\mathcal{F}}). \tag{1.1.27}$$

ただし, 不変行列要素 $\mathcal{M}$ は

$$\begin{aligned} S &= 1 + iT = \mathrm{T}\left(\exp\left[-i\int d^4x \mathcal{H}_{int}(x)\right]\right) \\ &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int d^4x_1 \cdots d^4x_n \mathrm{T}\left(\mathcal{H}_{int}(x_1)\cdots\mathcal{H}_{int}(x_n)\right) \end{aligned} \tag{1.1.28}$$

として,

$$\langle\{p_{\mathcal{F}}\}|\, S\,|p_{\mathcal{I}}\rangle = \langle\{p_{\mathcal{F}}\}|\, iT\,|p_{\mathcal{I}}\rangle = (2\pi)^4\delta^4(p_{\mathcal{I}} - \sum p_{\mathcal{F}})\cdot i\mathcal{M}(p_{\mathcal{I}} \to \{p_{\mathcal{F}}\}). \tag{1.1.29}$$

1.2 V-A 理論

19 世紀末から 20 世紀初頭にかけて, 原子核が電子を放出して崩壊する現象 (β崩壊) が, 様々な原子について観測された. 1932 年の Chadwick の中性子の発見に伴って, これらの現象は全て, 中性子が電子を放出して陽子になる崩壊であることが判明した. しかし, β線のエネルギー分布を測定すると, 始状態と終状態の原子核のエネルギーの差が一定であるにもかかわらず, 連続的に変化していた. これは, 一見エネルギー保存則を破っているように思われた. そこで, Pauli は新たなスピン $1/2$ の中性粒子, つまり今日で言う反電子ニュートリノ$\bar{\nu}_e$が崩壊に関わっている

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

が, 極めて相互作用が弱いために観測されていないと説明して, この困難を回避した. その後の実験 (Kurie プロット) で, ニュートリノが存在すれば, その質量は限りなく 0 に近いことが分かった.

1934 年, Fermi は Pauli の考えをさらに進めて, β崩壊の定量的理論を得た. それは, ハミルトニアン密度の相互作用項を, 電磁相互作用

$$\mathcal{H}_{int} = -ej^\mu A_\mu, \qquad j^\mu = \bar{\psi}_e \gamma^\mu \psi_e$$

のように核子と電子のカレント

$$j^i_N = \bar{\psi}_p \hat{O}^i \psi_n, \qquad j^i_e = \bar{\psi}_e \hat{O}^i \psi_\nu \tag{1.2.1}$$

を用いて,

$$\mathcal{H}_{int} = \frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i j^i_N j^i_e + \text{h.c.} = \frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i C_i (\bar{\psi}_p \hat{O}^i \psi_n)(\bar{\psi}_e \hat{O}^i \psi_\nu) + \text{h.c.} \tag{1.2.2}$$

とするものであった. ここで, G は弱い相互作用の大きさを表す Fermi 定数, C_iは異なる種類のカレントの相対的な大きさ, 位相を表す複素定数である. h.c. は Hermite 共役の省略形である. なお, β崩壊においては, 電子の質量は運動エネルギーよりずっと小さく, ニュートリノの質量は 0 なので, 理論は相対論的でなければならない. つまり, 波動関数は Dirac 方程式を満たす:

$$(i\partial\!\!\!/ - m_k)\psi_k = 0, \quad (k = p, n, e, \nu). \tag{1.2.3}$$

一方, 電磁相互作用の場合とは異なりベクトルカレント以外も考えて, $\hat{O}^i$は 4×4 の定数行列であるとする. $\hat{O}^i$が微分演算子を含む場合も考えられるが, 歴史的には実験によって, この可能性はすぐに退けられた. 一般に 4×4 行列は, 一次独立な 16 個の $1, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^\mu\gamma_5, \gamma_5$による線形結合によって表される. また, $\mathcal{H}_{int}$を Lorentz スカラーとすると, $\hat{O}^i$は $1, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^\mu\gamma_5, \gamma_5$ のいずれかでなければならない. これらをそれぞれ, $i = S, V, T, P, S$で区別する.

ここではさらに一般的に, $\mathcal{H}_{int}$は擬スカラーが混じっていても良いとして,

$$\mathcal{H}_{int} = \frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i [\bar{\psi}_p \hat{O}^i (C_i + C'_i\gamma_5)\psi_n][\bar{\psi}_e \hat{O}_i \psi_\nu] + \text{h.c.} \tag{1.2.4}$$

と書く. ここで, $\hat{O}^i = (1, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^\mu\gamma_5, \gamma_5), \hat{O}_i = (1, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}, \gamma_\mu\gamma_5, \gamma_5)$ とする.

その後実験で, β崩壊おいて放出される電子とニュートリノは, ヘリシティーが負のものしかないことが分かった. (それぞれの反粒子は正) 言い換えると, $\bar{\psi}_e\hat{O}_i\psi_\nu$において負のヘリシティーのスピノールのみを含むことになる:

$$\bar{\psi}_e\hat{O}_i\psi_\nu \longrightarrow \overline{(\hat{P}_-\psi_e)}\hat{O}_i(\hat{P}_-\psi_\nu). \tag{1.2.5}$$

$\hat{P}_-$は負のヘリシティー射影演算子である. ところが, ヘリシティー射影演算子は Lorentz 不変ではないので, これをカイラリティー射影演算子

$$\hat{P}'_\pm = \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \tag{1.2.6}$$

に置き換える. これらは, 質量が 0 のスピノールについては完全に等しく, 質量が 0 でなくても, 運動量が大きい場合はほぼ一致する. こうして,

$$\overline{(\hat{P}'_-\psi)} = \bar{\psi}\hat{P}'_+ \tag{1.2.7}$$

であるから, 電子-ニュートリノ項は

$$\bar{\psi}_e\hat{O}'_i\psi_\nu, \quad \text{ただし} \quad \hat{O}'_i = \hat{P}'_+\hat{O}_i\hat{P}'_- \tag{1.2.8}$$

と修正される.

$\hat{O}'_i$が 0 でないのは $i = V, A$ のときだけである:

$$\hat{O}'_V = \frac{\gamma^\mu(1-\gamma_5)}{2}, \qquad \hat{O}'_A = -\frac{\gamma^\mu(1-\gamma_5)}{2}. \tag{1.2.9}$$

よって, この修正に対して不変なのは,

$$\gamma^\mu - \gamma^\mu\gamma_5 = \gamma^\mu(1-\gamma_5) \tag{1.2.10}$$

である.

あるいは Weyl 表示を用いているので, Dirac スピノールは

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}, \qquad \bar{\psi} = (\bar{\psi}_R, \bar{\psi}_L) \qquad \left(\bar{\psi}_{L,R} \equiv \psi^\dagger_{L,R}\right) \tag{1.2.11}$$

のように, 左巻きψ_Lと右巻きψ_Rの 2 成分スピノールに分解して書くことができる. すると, V, A の場合の $e-\nu$項は

$$\begin{aligned}
\bar{\psi}_e\gamma^\mu\psi_\nu &= (\bar{\psi}_{eR}, \bar{\psi}_{eL}) \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{\nu L} \\ \psi_{\nu R} \end{pmatrix} = \bar{\psi}_{eL}\bar{\sigma}^\mu\psi_{\nu L} + \bar{\psi}_{eR}\sigma^\mu\psi_{\nu R}, \\
\bar{\psi}_e\gamma^\mu\gamma_5\psi_\nu &= (\bar{\psi}_{eR}, \bar{\psi}_{eL}) \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ -\bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{\nu L} \\ \psi_{\nu R} \end{pmatrix} = -\bar{\psi}_{eL}\bar{\sigma}^\mu\psi_{\nu L} + \bar{\psi}_{eR}\sigma^\mu\psi_{\nu R}
\end{aligned} \tag{1.2.12}$$

となって, L, R同士がそれぞれ相互作用していることが分かる. 一方, $1, \gamma_5, \sigma^{\mu\nu}$は

$$D = \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{pmatrix} \tag{1.2.13}$$

という形をしているから,

$$\bar{\psi}_e D \psi_\nu = \bar{\psi}_{eR} D_1 \psi_{\nu L} + \bar{\psi}_{eL} D_2 \psi_{\nu R} \tag{1.2.14}$$

となり, L と Rが相互作用することが分かる. したがって, β崩壊では左巻きの e, νしか寄与しないので, $\hat{O}^i$として $1, \gamma_5, \sigma^{\mu\nu}$の可能性は無く, ψ_Rが入らないためには$\gamma^\mu(1-\gamma_5)$ という線形結合でなければならない.

こうして,

$$C_i = C_i' = 0, \quad (i = S, T, P) \qquad C_V = -C_A, \ C_V' = -C_A' \tag{1.2.15}$$

となる. これが, $V-A$ 理論と呼ばれる所以である. 中性子のβ崩壊を記述するハミルトニアン密度の一般形は

$$\mathcal{H}_{int} = \frac{G}{\sqrt{2}} \left[\bar{\psi}_p \gamma_\mu (C_V + C_V' \gamma_5) \psi_n\right] \left[\bar{\psi}_e \gamma^\mu (1-\gamma_5) \psi_\nu\right] + \text{h.c.} \tag{1.2.16}$$

と書けて, 実験で決めるべき定数は少なくなる.

1.3 μ粒子の崩壊確率, 寿命

V-A 理論によると, レプトンにおける弱い相互作用は, それぞれのレプトン数 (e, μ, τ) の保存から, カレント

$$\begin{aligned} & J_\alpha^{(L)}(x) = J_\alpha^{(e)}(x) + J_\alpha^{(\mu)}(x) + J_\alpha^{(\tau)}(x) \\ & = \bar{\psi}_e(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\psi_{\nu_e}(x) + \bar{\psi}_\mu(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\psi_{\nu_\mu}(x) + \bar{\psi}_\tau(x)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\psi_{\nu_\tau}(x) \end{aligned} \tag{1.3.1}$$

を用いたハミルトニアン密度

$$\mathcal{H}_{int}^{(L)}(x) = \frac{G}{\sqrt{2}} J_\alpha^{(L)\dagger}(x) J^{(L)\alpha}(x) \tag{1.3.2}$$

で記述されると言える. 特に, μ粒子の崩壊では一次の摂動で考えるので, $J_\alpha^{(\mu)\dagger} J^{(e)\alpha}$の項のみが関わる. なお, ここからは紛らわしいので, 時空成分を示す添字にμ, νを用いない.

崩壊確率を計算するために, 不変行列要素 $\mathcal{M}$ を導く. 一次の摂動では,

$$T = -\int d^4x \mathcal{H}_{int}^{(L)}(x) \tag{1.3.3}$$

だから,

$$\begin{aligned} & \mathcal{M}(2\pi)^4\delta^4(p_\mu - p_e - p_{\bar{\nu}_e} - p_{\nu_\mu}) \\ & = \left\langle e\bar{\nu}_e\nu_\mu \left| \left(-\int d^4x \mathcal{H}_{int}^{(L)} \right) \right| \mu \right\rangle \\ & = -\frac{G}{\sqrt{2}} \int d^4x \left\langle e\bar{\nu}_e\nu_\mu \left| \psi_{\nu_\mu}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\psi_\mu \cdot \bar{\psi}_e\gamma^\alpha(1-\gamma_5)\psi_{\nu_e} \right| \mu \right\rangle \\ & = -\frac{G}{\sqrt{2}} \int d^4x \bar{u}_{\nu_\mu}\gamma_\alpha u_\mu \cdot \bar{u}_e\gamma^\alpha(1-\gamma_5)v_{\nu_e} \cdot \exp\{-i(p_\mu - p_e - p_{\bar{\nu}_e} - p_{\nu_\mu})\cdot x\} \\ & = -\frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\nu_\mu}\gamma_\alpha u_\mu \cdot \bar{u}_e\gamma^\alpha(1-\gamma_5)v_{\nu_e} \cdot (2\pi)^4\delta^4(p_\mu - p_e - p_{\bar{\nu}_e} - p_{\nu_\mu}) \end{aligned} \tag{1.3.4}$$

である. ゆえに,

$$M_\alpha = \bar{u}_{\nu_\mu}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)u_\mu, \qquad E_\alpha = \bar{u}_e\gamma_\alpha(1-\gamma_5)v_{\nu_e} \tag{1.3.5}$$

とおくと,

$$\mathcal{M} = -\frac{G}{\sqrt{2}} M_\alpha E^\alpha \tag{1.3.6}$$

となる. ここで,

$$\begin{aligned} & |\mu\rangle = |p_\mu, s_\mu\rangle, \qquad & & |e\bar{\nu}_e\nu_\mu\rangle = |p_e, s_e; p_{\bar{\nu}_e}, s_{\bar{\nu}_e}; p_{\nu_\mu}, s_{\nu_\mu}\rangle, \\ & u_\mu = u(p_\mu, s_\mu), \qquad & & \bar{u}_{\nu_\mu} = \bar{u}(p_{\nu_\mu}, s_{\nu_\mu}), \\ & \bar{u}_e = \bar{u}(p_e, s_e), \qquad & & v_{\nu_e} = v(p_{\bar{\nu}_e}, s_{\bar{\nu}_e}) \end{aligned} \tag{1.3.7}$$

と略した.

以下では, さらに簡単のため,

$$\begin{aligned}(p,s) &\equiv (p_e, s_e), \qquad (k,t) \equiv (p_{\bar{\nu}_e}, s_{\bar{\nu}_e}),\\ (p',s') &\equiv (p_\mu, s_\mu), \qquad (k',t') \equiv (p_{\nu_\mu}, s_{\nu_\mu})\end{aligned} \tag{1.3.8}$$

とする.

我々の実験では, 宇宙線中のμ粒子を用いるので, 偏りがないと見なすことができる. また, 電子の偏りは測定せず, ニュートリノはそれ自体測定しない. この場合の崩壊確率は,

$$d\Gamma = \frac{1}{2E_{\mathbf{p}'}}\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_{\mathbf{p}}}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_{\mathbf{k}}}\int\frac{d^3k'}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_{\mathbf{k}'}}(2\pi)^4\delta^4(p'-p-k-k')\cdot\frac{1}{2}\sum_{s,s',t,t'}|\mathcal{M}|^2 \tag{1.3.9}$$

と書かれる. 電子の運動量の立体角積分は, 後で実行する. そこで,

$$\begin{aligned}\sum_{s,s',t,t'}|\mathcal{M}|^2 &= \frac{G^2}{2}\sum_{s,s',t,t'}(M_\alpha E^\alpha)(M_\beta E^\beta)^*\\ &= \frac{G^2}{2}\sum_{s,t}E^\alpha E^{*\beta}\sum_{s',t'}M_\alpha M^*_\beta\end{aligned} \tag{1.3.10}$$

であることから, $X^{\alpha\beta}(e)\equiv\sum_{s,t}E^\alpha E^{*\beta}, X_{\alpha\beta}(\mu)\equiv\sum_{s',t'}M_\alpha M^*_\beta$として, まずこれらを計算する. $m_{\nu_e}=0$ を使って,

$$\begin{aligned}X^{\alpha\beta}(e) &= \sum_{s,t}\bar{u}(p,s)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)u(k,t)\cdot\bar{u}(k,t)\gamma^\beta(1-\gamma_5)u(p,s)\\ &= \sum_{s,t}\mathrm{Tr}\left[u(p,s)\bar{u}(p,s)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)u(k,t)\bar{u}(k,t)\gamma^\beta(1-\gamma_5)\right]\\ &= \mathrm{Tr}\left[(\not{p}+m_e)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)\not{k}\gamma^\beta(1-\gamma_5)\right]\\ &= \mathrm{Tr}\left[(\not{p}+m_e)\gamma^\alpha\not{k}\gamma^\beta\cdot 2(1-\gamma_5)\right]\\ &= 2\left\{\mathrm{Tr}\left[\not{p}\gamma^\alpha\not{k}\gamma^\beta\right]-\mathrm{Tr}\left[\not{p}\gamma^\alpha\not{k}\gamma^\beta\gamma_5\right]\right\}\\ &= 8\left\{p^\alpha k^\beta-(p\cdot k)g^{\alpha\beta}+p^\beta k^\alpha+ip_\rho k_\sigma\epsilon^{\rho\alpha\sigma\beta}\right\}.\end{aligned} \tag{1.3.11}$$

同様にして,

$$X_{\alpha\beta}(\mu) = 8\left\{p'_\alpha k'_\beta-(p'\cdot k')g_{\alpha\beta}+p'_\beta k'_\alpha+ip^\tau k^\upsilon\epsilon_{\tau\alpha\upsilon\beta}\right\}. \tag{1.3.12}$$

となり, これらを合わせると

$$\begin{aligned}&X^{\alpha\beta}(e)X_{\alpha\beta}(\mu)\\ &= 64\left\{p^\alpha k^\beta-(p\cdot k)g^{\alpha\beta}+p^\beta k^\alpha\right\}\left\{p'_\alpha k'_\beta-(p'\cdot k')g_{\alpha\beta}+p'_\beta k'_\alpha\right\}-64p_\rho k_\sigma p'^\tau k'^\upsilon\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta}\epsilon_{\tau\upsilon\alpha\beta}\\ &= 64\left\{2(p\cdot p')(k\cdot k')-4(p\cdot k)(p'\cdot k')+2(p\cdot k')(p'\cdot k)+4(p\cdot k)(p'\cdot k')\right\}\\ &\quad -64p_\rho k_\sigma p'^\tau k'^\upsilon\cdot 2(\delta^\rho_\tau\delta^\sigma_\upsilon-\delta^\rho_\upsilon\delta^\sigma_\tau)\\ &= 256(p\cdot k')(p'\cdot k)\end{aligned} \tag{1.3.13}$$

となる. こうして, 崩壊確率

$$d\Gamma = \frac{64G^2}{p'^0}\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{2p^0}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{1}{2k^0}\int\frac{d^3k'}{(2\pi)^3}\frac{1}{2k'^0}(2\pi)^4\delta^4(p'-p-k-k')(p\cdot k')(p'\cdot k) \quad (1.3.14)$$

が得られた.

さらに, これを計算するために,

$$I_{\alpha\beta} = \int\frac{d^3k}{2k^0}\int\frac{d^3k'}{2k'^0}k_\alpha k'_\beta\delta^4(k+k'-q) \quad (1.3.15)$$

を考える. この $I_{\alpha\beta}$は Lorentz 不変な 2 階のテンソルである. 変数 k, k'について積分を実行しているために qのみの関数であり, 添字α, βについて対称であるから, 次元を考慮すると $q^2 g_{\alpha\beta}, q_\alpha q_\beta$の項だけを含むことが分かる. したがって, $q^2 = q^\alpha q_\alpha$とすると

$$I_{\alpha\beta} = Aq^2 g_{\alpha\beta} + Bq_\alpha q_\beta \quad (1.3.16)$$

とおける.A, Bは無次元の定数である. この A, Bを Lorentz スカラー

$$g^{\alpha\beta}I_{\alpha\beta} = (4A+B)q^2, \quad (1.3.17)$$

$$q_\alpha q_\beta I^{\alpha\beta} = (A+B)(q^2)^2 \quad (1.3.18)$$

から求める.

(i). ベクトル q^μが時間的, すなわち $q^2 > 0$ の場合

この時, 常に本義 Lorentz 変換 $a^\mu{}_\nu(\det a = 1)$ で,

$$\tilde{q}^\mu := a^\mu{}_\nu q^\nu = (\tilde{q}^0, 0) \quad (1.3.19)$$

とすることができる. この変換を行えば (1.3.17) はスカラーだから,

$$\begin{aligned} g^{\alpha\beta}I_{\alpha\beta} &= \int\frac{d^3k}{2k^0}\int\frac{d^3k'}{2k'^0}k_\alpha k'^\alpha\delta^3(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\delta(k^0+k'^0-\tilde{q}^0) \\ &= \int\frac{d^3k}{2k^0}\int\frac{d^3k'}{2k'^0}\left\{(k^0)^2 - \mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'\right\}\delta^3(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\delta(k^0+k'^0-\tilde{q}^0) \\ &= \int\frac{d^3k}{4(k^0)^2}(2k^0)^2\delta(2k^0-\tilde{q}^0). \end{aligned} \quad (1.3.20)$$

上の等式において, ニュートリノの質量が 0 であることから言える $k'^0 = k^0 = |\mathbf{k}| = |\mathbf{k}'|$ を用いた. さらに $\mathbf{k}$ を極座標に直し, $x = 2k^0$とすると,

$$g^{\alpha\beta}I_{\alpha\beta} = 2\pi\int_0^\infty (k^0)^2 dk^0\delta(2k^0-\tilde{q}^0) = \frac{\pi}{4}\int_0^\infty x^2 dx\delta(x-\tilde{q}^0) \quad (1.3.21)$$

となるので, Heaviside の階段関数

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & (x>0) \\ 0 & (x<0) \end{cases} \quad (1.3.22)$$

を使って,

$$g^{\alpha\beta}I_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{4}(\tilde{q}^0)^2\theta(\tilde{q}^0) \tag{1.3.23}$$

と表すことができる. q^0の符号は本義 Lorentz 変換で変化しないから, $\theta(\tilde{q}^0) = \theta(q^0)$ が成り立つ. よって, 上式の Lorentz 不変な形として

$$g^{\alpha\beta}I_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{4}q^2\theta(q^0) \tag{1.3.24}$$

とも書ける.

(1.3.18) についても同様にして,

$$\begin{aligned} q^\alpha q^\beta I_{\alpha\beta} &= (\tilde{q}^0)^2 I_{00} \\ &= (\tilde{q}^0)^2 \int \frac{d^3k}{2} \int \frac{d^3k'}{2} \delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\delta(k^0+k'^0-\tilde{q}^0) \\ &= \frac{1}{4}(\tilde{q}^0)^2 \int d^3k \delta(2k^0-\tilde{q}^0) \\ &= \pi(\tilde{q}^0)^2 \int (k^0)^2 dk^0 \delta(2k^0-q^0) \\ &= \frac{\pi}{8}(\tilde{q}^0)^2 \int x^2 dx \delta(x-\tilde{q}^0) = \frac{\pi}{8}(\tilde{q}^0)^4\theta(\tilde{q}^0) \\ &= \frac{\pi}{8}(q^2)^2\theta(q^0) \end{aligned} \tag{1.3.25}$$

が得られる.

(ii). q^μが空間的, すなわち $q^2 < 0$ の場合

この時, $k + k' - q$は 0 にならない. それは次のようにして分かる.

ニュートリノの質量が 0 のため,

$$k^2 = k'^2 = 0, \qquad \mathbf{k}\cdot\mathbf{k}' = k^0k'^0\cos\theta \tag{1.3.26}$$

が成り立つ. θは $\mathbf{k}$ と $\mathbf{k}'$のなす角である. これらを用いると,

$$(k+k')^2 = 2(k^0k'^0 - \mathbf{k}\cdot\mathbf{k}') = 2k^0k'^0(1-\cos\theta) \geq 0 \tag{1.3.27}$$

が言える. このことは $q^\mu = k^\mu + k'^\mu$が成り立たないことを示している. したがって, $I_{\alpha\beta} = 0$ となる.

(i),(ii) をまとめると,

$$\begin{aligned} g^{\alpha\beta}I_{\alpha\beta} &= \frac{\pi}{4}q^2\theta(q^0)\theta(q^2), \\ q^\alpha q^\beta I_{\alpha\beta} &= \frac{\pi}{8}(q^2)^2\theta(q^0)\theta(q^2) \end{aligned} \tag{1.3.28}$$

と書ける. これらを (1.3.17),(1.3.18) と比べると,

$$\begin{aligned} 4A + B &= \frac{\pi}{4}\theta(q^0)\theta(q^2), \\ A + B &= \frac{\pi}{8}\theta(q^0)\theta(q^2) \end{aligned} \tag{1.3.29}$$

であり,

$$A = \frac{\pi}{24}\theta(q^0)\theta(q^2), \qquad B = \frac{\pi}{12}\theta(q^0)\theta(q^2) \tag{1.3.30}$$

という解を持つ. そして結局,

$$I_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{24}(q^2 g_{\alpha\beta} + 2q_\alpha q_\beta)\theta(q^0)\theta(q^2) \tag{1.3.31}$$

が得られ, $q = p - p'$として (1.3.14) に適用すると,

$$\begin{aligned} d\Gamma = \frac{G^2}{3}\frac{2\pi d^3 p}{(2\pi)^5 p'^0 p^0}\left[(p'-p)^2(p\cdot p') + 2\left\{(p'-p)\cdot p\right\}\left\{(p'-p)\cdot p'\right\}\right] \\ \times\theta(p'^0 - p^0)\theta\left((p'-p)^2\right) \end{aligned} \tag{1.3.32}$$

となる.

なお, 速度 vで運動しているμ粒子に対しては, $p'^0 = \gamma m_\mu$ ($\gamma = (1-v^2)^{-\frac{1}{2}}$) である. このため, (1.3.32) より$\mu$粒子の速度が大きくなるに従って, $1/\gamma$に比例する $d\Gamma$は減少し, γに比例する寿命τは延びる.

ここでは, μ粒子の静止系を考えるので, $p'^\alpha - p^\alpha = (m_\mu - p^0, -\mathbf{p})$ と表せる.

$$\begin{aligned} (p'-p)^2 &= (m_\mu - p^0)^2 - \mathbf{p}^2 = (m_\mu - p^0)^2 - ((p^0)^2 - m_e^2) \\ &= -2p^0 m_\mu + m_\mu^2 + m_e^2 \end{aligned} \tag{1.3.33}$$

であるから, $(p'-p)^2 > 0$ という条件は

$$p^0 < p^0_{max} \equiv \frac{m_\mu^2 + m_e^2}{2m_\mu} \tag{1.3.34}$$

に書き換えられる. さらにこの条件は, $p'^0 - p^0 > 0$ を含む. なぜなら,

$$p'^0 - p^0 = m_\mu - p^0 > m_\mu - p^0_{max} = \frac{m_\mu^2 - m_e^2}{2m_\mu} > 0 \tag{1.3.35}$$

だからである. また, μ粒子の質量が電子と比べてずっと大きいことから, 崩壊後の電子は運動エネルギーが支配的になるので, $m_e = 0$ としてよい. そこで x を

$$p^0 = p^0_{max} x = \frac{1}{2} m_\mu x \tag{1.3.36}$$

で定めると,

$$\begin{aligned} p'\cdot p = \frac{1}{2}m_\mu^2 x, \qquad (p'-p)^2 = m_\mu^2(1-x), \\ (p'-p)\cdot p' = m_\mu^2\left(1 - \frac{1}{2}x\right), \qquad (p'-p)\cdot p = \frac{1}{2}m_\mu^2 x \end{aligned} \tag{1.3.37}$$

のように計算できる. (1.3.32) の 2 つの Heaviside 関数は, $\theta(1-x)$ と簡単になる. d^3p は立体角の積分を実行すると, $p^0 = |\mathbf{p}|$ だから

$$\int \frac{d^3 p}{p^0} = 4\pi p^0 dp^0 = \pi m_\mu^2 x dx \tag{1.3.38}$$

となる. こうして, (1.3.32) は

$$d\Gamma = \frac{G^2 m_\mu^5}{96\pi^3} x^2(3-2x)\theta(1-x)dx \tag{1.3.39}$$

と書ける. あるいは, $0 \leq x \leq 1$ の確率分布として規格化すると,

$$dN = 4x^2 \left\{ 3(1-x) + \frac{1}{2}(4x-3) \right\} dx \tag{1.3.40}$$

である. 第一項, 第二項は積分するとそれぞれ 1,0 となるように分けてある.

また, (1.3.39) からμ粒子の寿命τを求めることができる:

$$\frac{1}{\tau} = \int d\Gamma = \int_0^1 \frac{G^2 m_\mu^5}{96\pi^3} x^2(3-2x)dx = \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^3}. \tag{1.3.41}$$

これに,

$$G = 1.166 \times 10^{-11}\,\mathrm{MeV}^{-2}, \qquad m_\mu = 105.66\,\mathrm{MeV} \tag{1.3.42}$$

を代入すると,

$$\tau = 3.3 \times 10^{15}\,\mathrm{MeV}^{-1} = 2.2 \times 10^{-6}\,\mathrm{s} \tag{1.3.43}$$

が得られる.

1.4 Michel パラメーター

μ粒子の崩壊がどのくらい V-A 理論を支持しているか, 実験によって確かめたい. そのために, ハミルトニアン密度を一般的な形

$$\mathcal{H}_{int} = \frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i \left[\bar{\psi}_{\nu_\mu} \hat{O}_i \psi_\mu\right] \left[\bar{\psi}_e \hat{O}^i (A_i - A'_i \gamma_5) \psi_{\nu_e}\right] \tag{1.4.1}$$

に書き, $\hat{O}_i$を全ての場合 $i = S, V, T, A, P$に取る. ここで, Lorentz 不変性と電子数, μ粒子数の保存を仮定した. 通常は, この式に対して Fierz 変換を行った

$$\mathcal{H}_{int} = \frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i \left[\bar{\psi}_e \hat{O}_i \psi_\mu\right] \left[\bar{\psi}_{\nu_\mu} \hat{O}^i (C_i - C'_i \gamma_5) \psi_{\nu_e}\right] \tag{1.4.2}$$

を用いる. 定数 C_i, C'_iと A_i, A'_iの間には,

$$C_i = \sum_j \Lambda_{ij} A_j, \qquad C'_i = \sum_j \Lambda_{ij} A'_j, \tag{1.4.3}$$

$$(\Lambda_{ij}) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

という関係がある.

(1.4.1),(1.4.2) において, G を実験によって決定するなら, C_i, C'_iは最早独立ではなくなり, 規格化条件が課せられる. それは,

$$a_i = |C_i|^2 + |C'_i|^2 \tag{1.4.4}$$

という記号を用いて,

$$a_S + 4a_V + 6a_T + 4a_A + a_P = 16 \tag{1.4.5}$$

と表される.

(1.4.2) から, μ粒子の崩壊確率を求めることができる. 今度は, 崩壊前のμ粒子は偏りがあるとし, 電子の質量が 0 であるという近似も使わない. そこで,

$$x = \frac{p^0}{p^0_{max}} = \frac{2m_\mu p^0}{m_\mu^2 + m_e^2} \tag{1.4.6}$$

と, μ粒子のスピンベクトルに対する電子の放射角θ

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{s}}{|\mathbf{p}|} \tag{1.4.7}$$

を導入する. 具体的な計算はここでは省略するが, やり方は 3 章で行ったものとほぼ同じである. この計算を知りたければ, [1] を参照されたい. μ粒子の崩壊確率は,

$$d\Gamma = \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^4} x^2 dx d\Omega \left\{ \frac{1}{1+4(m_e/m_\mu)\eta} \left[3(1-x) + \frac{2}{3}\rho(4x-3) + 6\frac{m_e}{m_\mu}\frac{1-x}{x}\eta \right] \right.$$
$$\left. -\xi\cos\theta \left[(1-x) + \frac{2}{3}\delta(4x-3) \right] \right\} \tag{1.4.8}$$

と表される. ここで用いられたρ, η, ξ, δは, Michel パラメーターと呼ばれるもので,

$$\rho = \frac{1}{16}(3a_V + 6a_T + 3a_A), \qquad \xi = -\frac{1}{16}(4b' + 3a' - 14c'),$$
$$\eta = \frac{1}{16}(a_S - 2a_V + 2a_A - a_P), \qquad \delta = -\frac{1}{16\xi}(3b' - 6c') \tag{1.4.9}$$

と定義されている. ただし,

$$a' = 2\mathrm{Re}\{C_S C_P'^* + C_S' C_P^*\},$$
$$b' = 2\mathrm{Re}\{C_V C_A'^* + C_V' C_A^*\},$$
$$c' = 2\mathrm{Re}\{C_T C_T^*\}$$

である. これらのパラメーターは, x について 0 から 1 まで積分を行うと, ρ, δの入っている項が消えるように決めてある.

(1.3.39),(1.3.40) と比較するため, (1.4.8) を $d\Omega$について積分し, $m_e = 0$ とする:

$$d\Gamma = \frac{G^2 m_\mu^5}{48\pi^3} x^2 \left[3(1-x) + \frac{2}{3}\rho(4x-3) \right] dx. \tag{1.4.10}$$

したがって, V-A 理論では$\rho = 3/4$ であることが分かり, ρの値を実験で求めることが, この理論の一つの検証となる.

Chapter 2

実験

2.1 実験の概要

本実験では, $\mu \to e^- \overline{\nu}_e \nu_\mu$ という反応を観測する. 測定するのは次の 2 点である.

(1) Glass Scintillator 内で止まった粒子が崩壊するまでの時間

(2) 崩壊により生成される粒子のエネルギー

(1) は崩壊する粒子が μ^- であることを確認するため （μ^- の寿命は 2.197μs ）, (2) は e^- のエネルギースペクトルを得るためである.

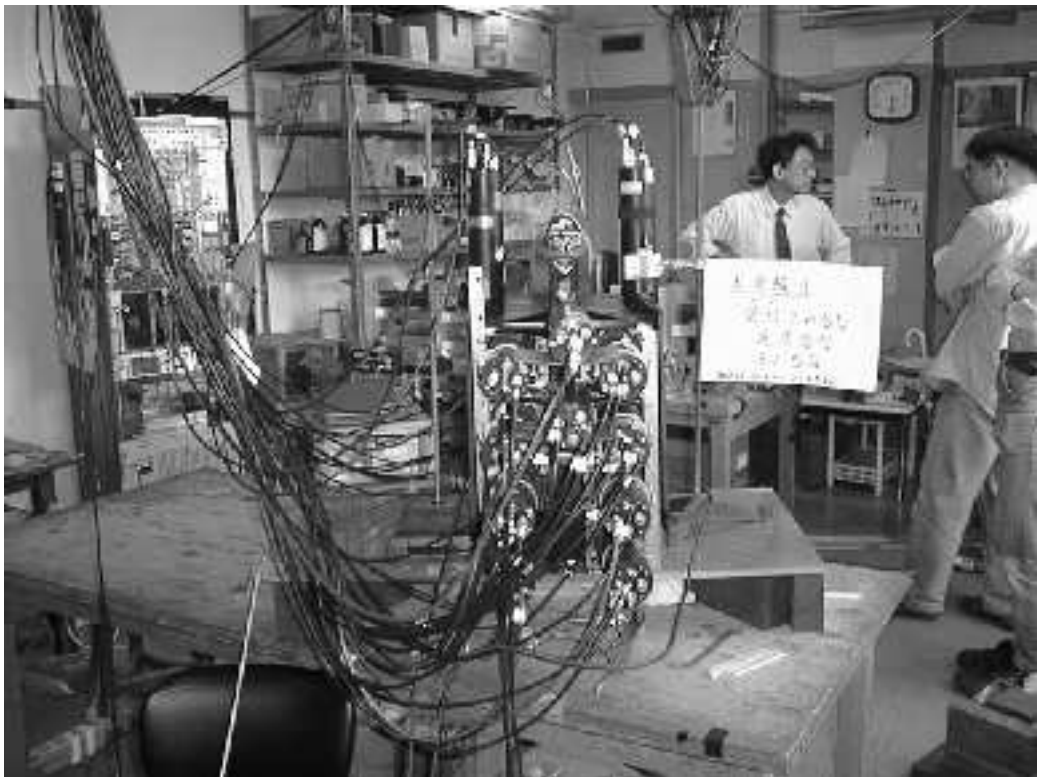


Figure 2.1: set up 写真

2.2 セットアップ

セットアップは [Figure 2.2] のようになる. G1 $\sim$ G13 は Glass Scintillator(GS) で主にカロリーメーターとしての役割を担う. T1 $\sim$ T4 は trigger 用 plastic scintillator, V1 と V2 は e^- が GS 内で止まったかをチェックするための VETO 用 plastic scintillator である.

このセットアップで T1-G1-T2 と通過して G3 で止まった μ^- を選び, T3 を通過する e^- のエネルギーを測定する. つまり trigger はつぎのようにかける.

- μ^- が止まったという事象 [μ-stop]: $(\mathrm{T1}\cdot\mathrm{T2})\cdot(\overline{\mathrm{G5}}\cdot\overline{\mathrm{G6}}\cdot\overline{\mathrm{G7}})$
- μ^- が崩壊したという事象 [μ-decay]: T3

これをどのような回路で実現するかは [Section 2.4] を参照.

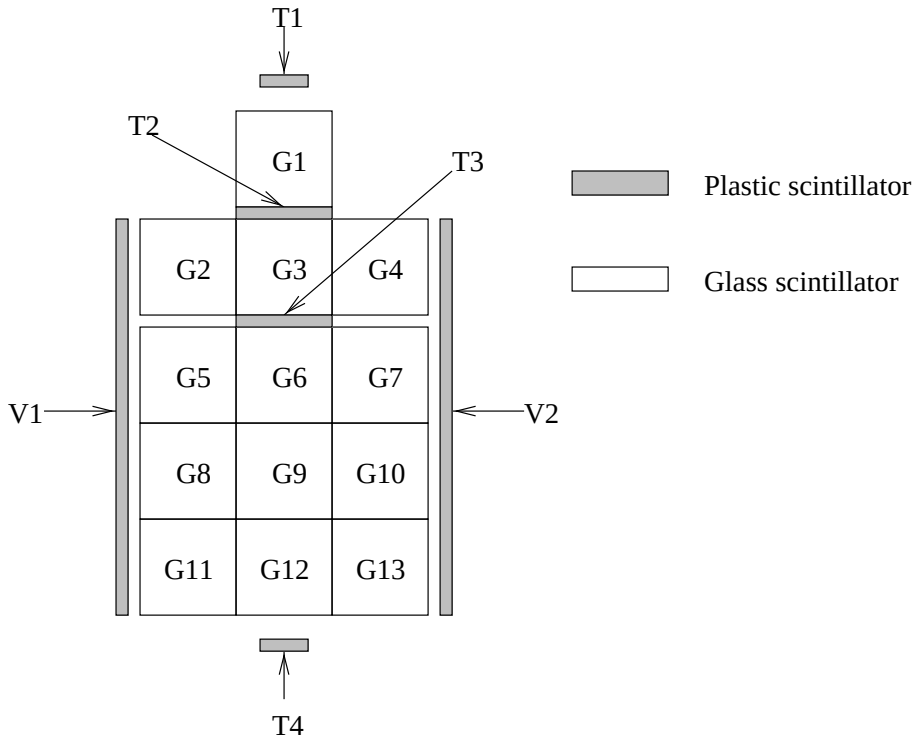


Figure 2.2: set up 図

2.3 Scintillator

2.3.1 Glass Scintillator(GS)

[Figure2.3] のような GS を用いた. この GS の詳細な性質は参考文献 [6] · [7] · [8] の

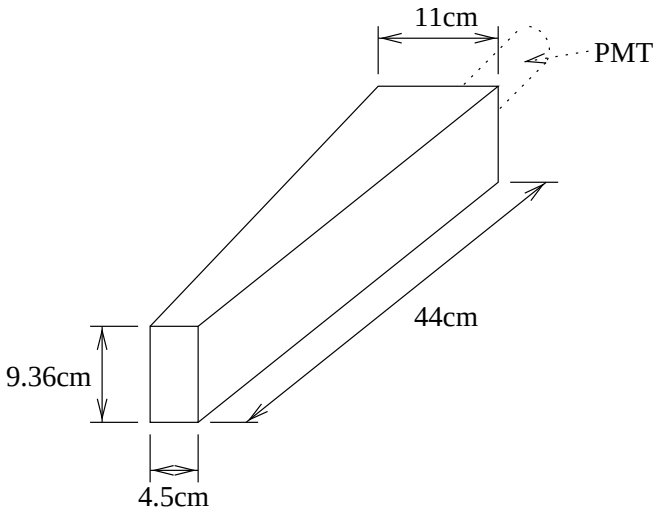


Figure 2.3: Glass Scintillator

(type:SCG1B) を参照してもらうことにして, ここでは GS のいくつかの性質を [Table2.1] にまとめておく.

Contents(Wt %)					density (g/ cm^3)	Radiation length(cm)
SiO_2	BaO	LiO_2	Ce_2O_3	others		
36.0	47.0	5.0	1.6	10.5	3.34	4.24

Table 2.1: Glass Scintillator の 性質

2.3.2 plastic scintillator

Trigger 用 ・VETO 用の scintillator としては, plastic scintillator を用いた. [Figure 2.4 ・2.5 ・2.6] にそれぞれのサイズを示す. このサイズはイベント数ができるだけ多くとれるように決めたものである.

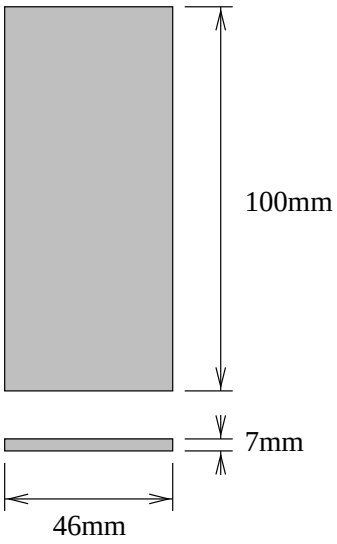


Figure 2.4: T1, T4 用 scintillator

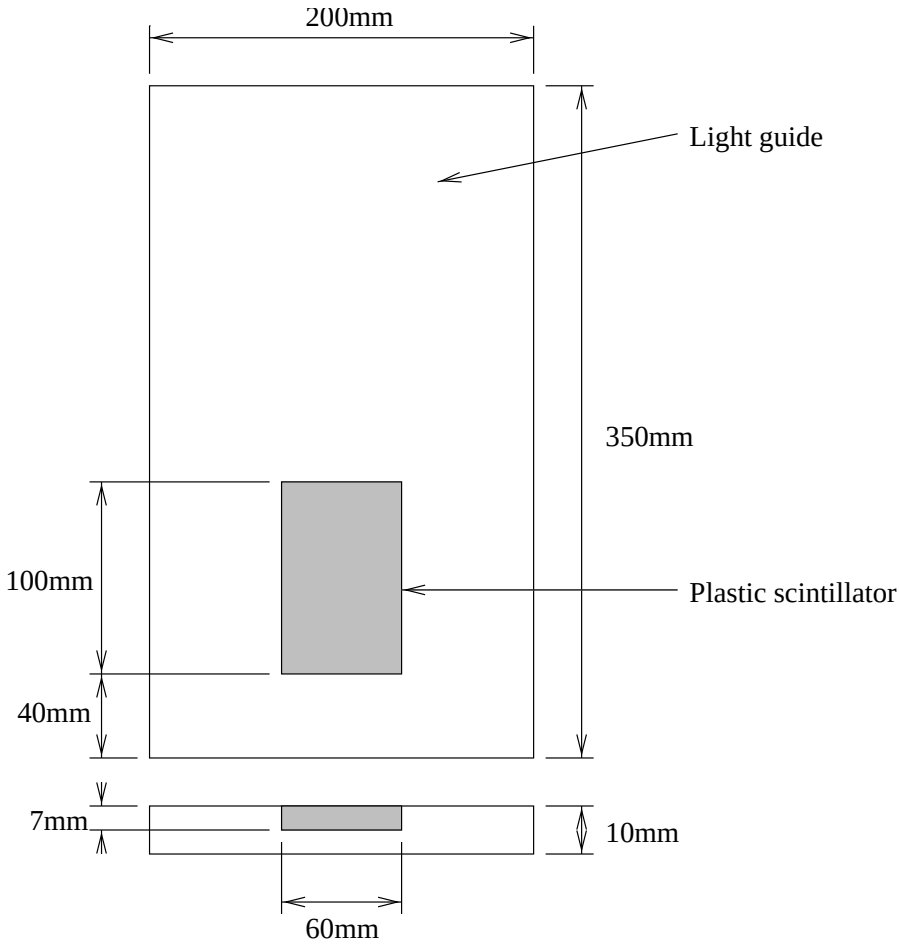


Figure 2.5: T2, T3 用 scintillator と light guide(アクリル製)

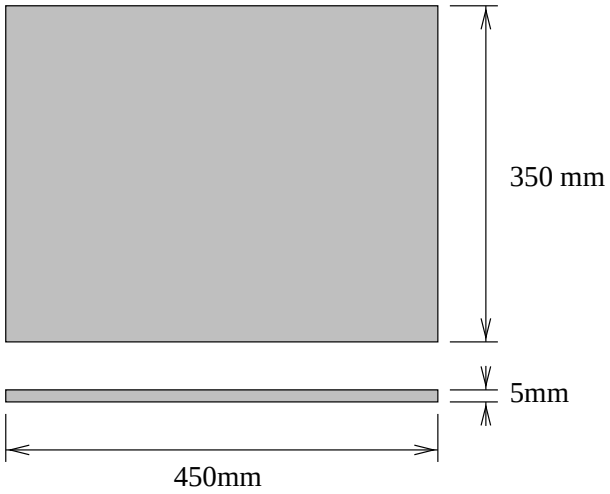


Figure 2.6: V1, V2 用 scintillator

2.4 回路

本実験は, 宇宙線μ^-が GS を通過したという事象を観測することによって, エネルギーの calibration をおこなった. そこで, μ^-崩壊と通過μ^-それぞれの観測を簡単なスイッチの切り替えだけで区別できるように回路を組んだ.

以下, 回路図 [Figure 2.8] だけでは分りにくいと思われる点についてまとめた.

- Coincidence(2) の前の 10μs の gate は, [μ-stop] 信号が来てから 10μs 以内に来た [μ-decay] 信号のみをμ^-の崩壊と見なして拾うためのものである.
- Scaler(1) は [μ-stop] のイベント数をカウントするため, Scaler(2) は [μ-decay] のイベント数をカウントするためのものである.
- Coincidence(2) の破線は calibration 用の回路である. つまり, calibration 時には C・D 同時 coincidence に, スペクトルをとるときは A・B 同時 coincidence に切り替える.
- ADC(2) にのみ reset 信号を入れているのは, ソフト上で reset をかけるのがうまく行かなかったため.
- 信号のタイミングに関しては, [Figure 2.7] を参照.

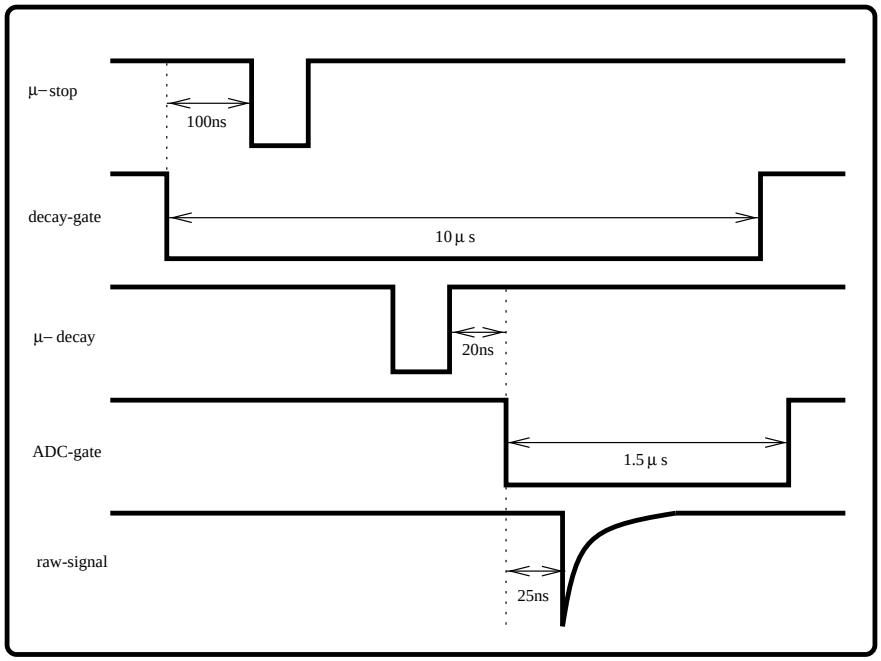


Figure 2.7: timing chart

最後に, 各 GS に接着している PMT の適正 Hivoltage を [Table 2.2] にまとめておく.

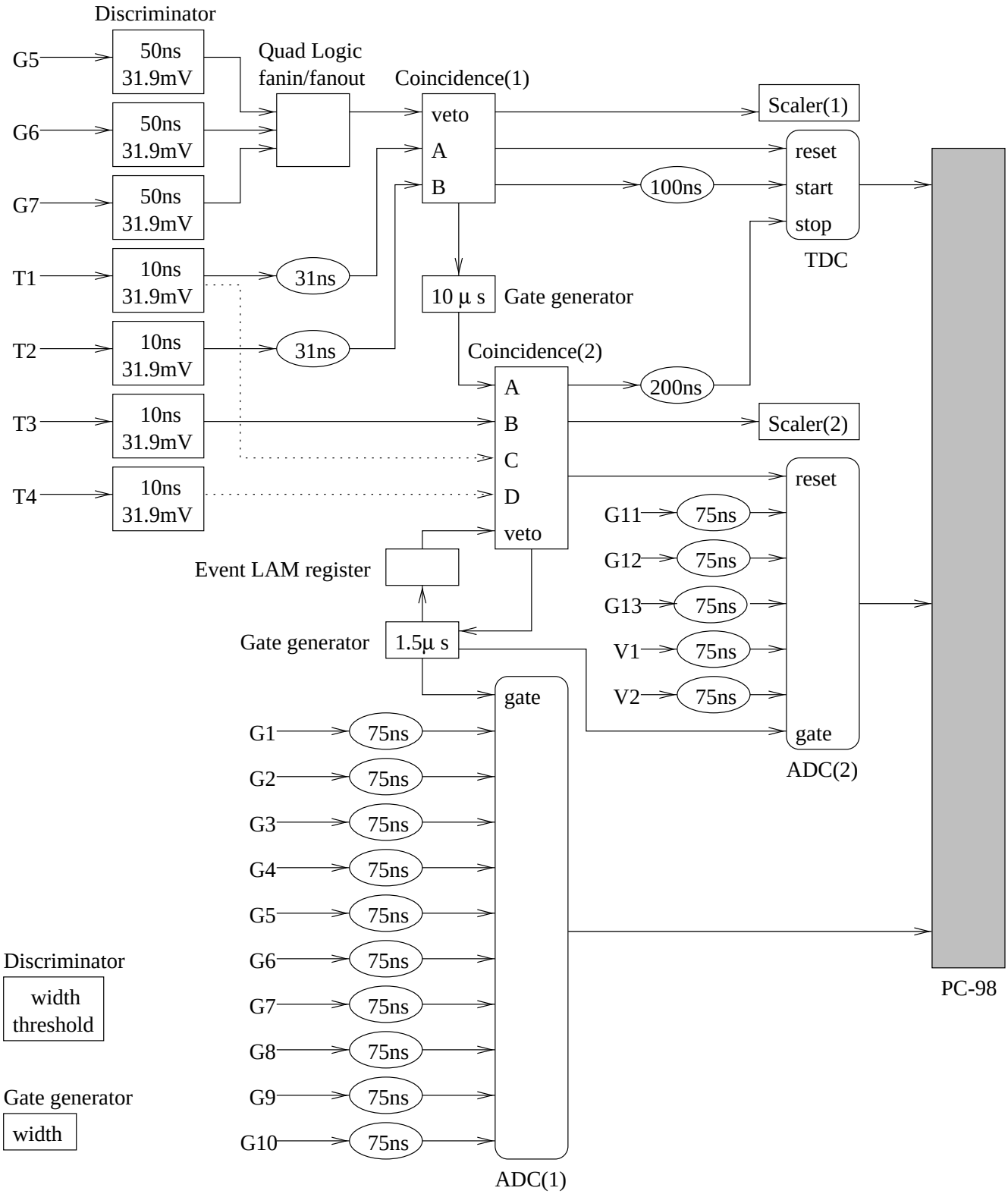


Figure 2.8: 回路図

	GS1	GS2	GS3	GS4	GS5	GS6	GS7	GS8	GS9	GS10
Hivotage[V]	2100	2100	2200	2200	2000	2300	2100	2200	2200	2100
	GS11	GS12	GS13	T1	T2	T3	T4	V1	V2	
Hivotage[V]	2450	2200	2000	1500	1800	1500	1500	1650	1700	

Table 2.2: 各 scintillator に接着している PMT の Hivoltage

2.5 Calibration

TDC や ADC は channel 数を返すモジュールであり, 時間やエネルギーの値を直接返すわけではない. そこで, それぞれの対応をつける必要がある. 以下, それぞれの calibration について述べる.

2.5.1 TDC calibration

時間間隔のわかったパルスを TDC の start と stop に入力し TDC の返す値を読み取る. こうして得られたのが [Figure 2.9] である.

これより,

$$\text{Time} = \frac{30}{250}(\text{channel} - 9.0) \quad [\mu s] \tag{2.5.1}$$

が得られる.

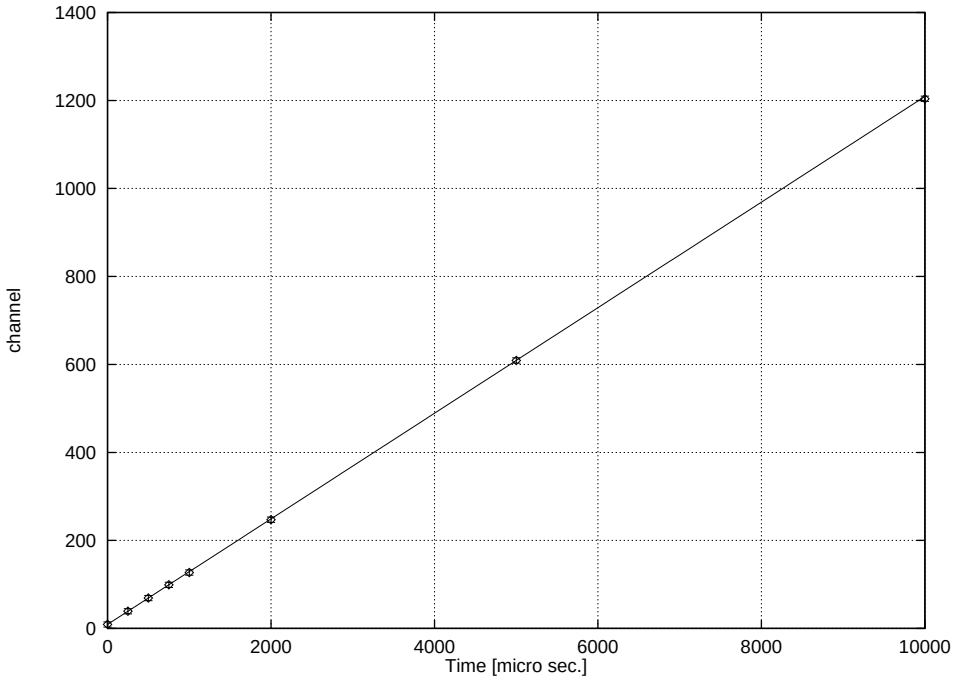


Figure 2.9: TDC calibration

2.5.2 ADC calibration

実験の当初は, なんらかの線源を用いて calibration を行おうとした. しかし GS の反応性がいまひとつ良くなく, 数 MeV 程度の線源ではうまくいかない. 結局, 観測の対象と同じである宇宙線 μ^- を用いて calibration を行うことになった.

まず, 宇宙線 μ^- が GS を通過したときにどれだけのエネルギーを消費するかを測定する. この時に得られる μ^- のエネルギースペクトルは, Landau 分布[1]に従うことが知られている. Landau 分布のピークは GS で消費されるエネルギーの期待値に一致していると考えられるので, μ^- が GS 内で平均的にどれだけのエネルギーを消費するかを知らなければならない. これには Bethe-Bloch の式を用いた. つまり,

$$[\text{Landau 分布のピーク値}] = [\text{Bethe-Bloch の式による理論値}]$$

として calibration を行ったわけである.

このように calibration の核心のところで理論に頼っているので, calibration にかなりの誤差があることを覚悟しなければならない.

Landau distribution

Landau 分布とは, 「短い走行距離にわたる平均のエネルギー損失が, 1 回の衝突での最大エネルギーに比べて非常に小さい場合」に成立する. 一般に, GS を通過するような μ は, 非常に大きなエネルギーを持っているので, この仮定は成立すると考えられる.

Landau 分布の式は以下の通りである.

$$f(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}(\lambda + e^{-\lambda})) \tag{2.5.2}$$

$$\lambda = \frac{\Delta E - \Delta E_{exp}}{\xi} \tag{2.5.3}$$

$$\xi = K \frac{Z}{A} \frac{\rho}{\beta^2} X \tag{2.5.4}$$

この式の詳しい導出については, 参考文献 [9] を参照.

Behte-Bloch formula

Bethe-Bloch の式は密度効果による補正を考慮すると以下のようになる.

$$-\frac{dE}{dX} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2}) - 2\beta^2 - \delta \right] \tag{2.5.5}$$

r_e	:	古典電子半径	ρ	:	吸収物質の密度
m_e	:	電子の質量	z	:	入射粒子の電荷
N_a	:	アボガドロ数	β	:	入射粒子の $\frac{v}{c}$
I	:	最小電離エネルギー	γ	:	$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$
Z	:	吸収物質の原子番号	δ	:	密度効果による補正
A	:	吸収物質の質量数	$W_{\max}$	:	1 回の衝突で移る最大エネルギー

[1] [Table 2.12 ~ 2.24] 参照

$W_{\max}$ は簡単に計算できて次のようになる. ただし M は入射粒子の質量である.

$$W_{\max} = \frac{2m_e c^2 \eta^2}{1 + 2s\sqrt{1+\eta^2} + s^2} \tag{2.5.6}$$

$$s = \frac{m_e}{M} \tag{2.5.7}$$

$$\eta = \beta\gamma \tag{2.5.8}$$

密度効果の補正δ は参考文献 [10] より,

$$\delta = \begin{cases} 0 & : \quad X < X_0 \\ 4.6052X + C + a(X_1 - X)^m & : \quad X_0 < X < X_1 \\ 4.6052X + C & : \quad X > X_1 \end{cases} \tag{2.5.9}$$

と与えられる. ここで X_0, X_1, C, a, m は, 吸収物質によって決まる定数である.

計算に使った値を [Table 2.3] にまとめる.

	I [eV]	$-C$	X_0	X_1	a	m
Li	40.0	3.1221	0.1304	1.6397	0.95136	2.4993
O	95.0	10.7004	1.7541	4.3213	0.11778	3.2913
Si	173.0	4.4351	0.2014	2.8715	0.14921	3.2546
Ba	491.0	6.3153	0.4190	3.4547	0.18268	2.8906
Ce	523.0	5.7837	0.2713	3.3432	0.18885	2.8592

Table 2.3: Density effect parameter

Bethe-Bloch の式は単体に対して与えられたものである. そこで, 化合物や混合物などに対しては次のように扱うことにする.

$$\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dX} = \frac{w_1}{\rho_1}\left(\frac{dE_1}{dX_1}\right) + \frac{w_2}{\rho_2}\left(\frac{dE_2}{dX_2}\right) + \cdots \tag{2.5.10}$$

ここで $w_1, w_2 \cdots$ は化合物の質量比である.

μ^- の Glass Scintillator 内でのエネルギー損失

以上の関係と [Table 2.1] を用いて , μ^- の GS 内における $\frac{dE}{dX}$ を計算した結果が [Figure 2.10] である.

次に μ^- の GS 内でのエネルギー損失を計算する. GS の厚さは 9.36cm なので, それで $\frac{dE}{dX}$ を積分して [Figure 2.11] が得られる.

参考文献 [13] p230 によると, 地上における μ^- のエネルギースペクトルのピークは約 1GeV である. そこで, GS を通過した μ^- が持っていたエネルギーとしてその値を採用すると, μ^- が GS 内で消費するエネルギーは$\pm 10\%$ の誤差で 48MeV であると推定できる.

以上より calibration の式は,

$$\text{Energy} = 48 \times \frac{\text{ADC の値 (channel)} - \text{pedestal(channel)}}{\text{peak(channel)} - \text{pedestal(channel)}} \quad [MeV] \tag{2.5.11}$$

とかける.

実験により得られた通過 μ のエネルギースペクトルと, Landau 分布の式[2]により fit したデータをそれぞれの GS ごとに, [Figure 2.12 $\sim$ 2.24] にまとめておく.

[Table 2.4] は, それぞれの GS のペデスタルの値と, この fit により得られたピーク値をまとめたものである.

	GS1	GS2	GS3	GS4	GS5	GS6	GS7
Peak	2152.442	2434.357	1606.927	1233.141	2252.459	1955.050	2072.777
Pedestal	112.5	114.3	75	107	140	166.5	175.8
	GS8	GS9	GS10	GS11	GS12	GS13	
Peak	1229.415	1767.485	2067.857	1111.307	3146.354	3113.158	
Pedestal	125	47.8	101	61	119	379	

Table 2.4: Glass Scintillator の Landau 分布 のピークとペデスタル

[2]式 (2.5.2) 参照

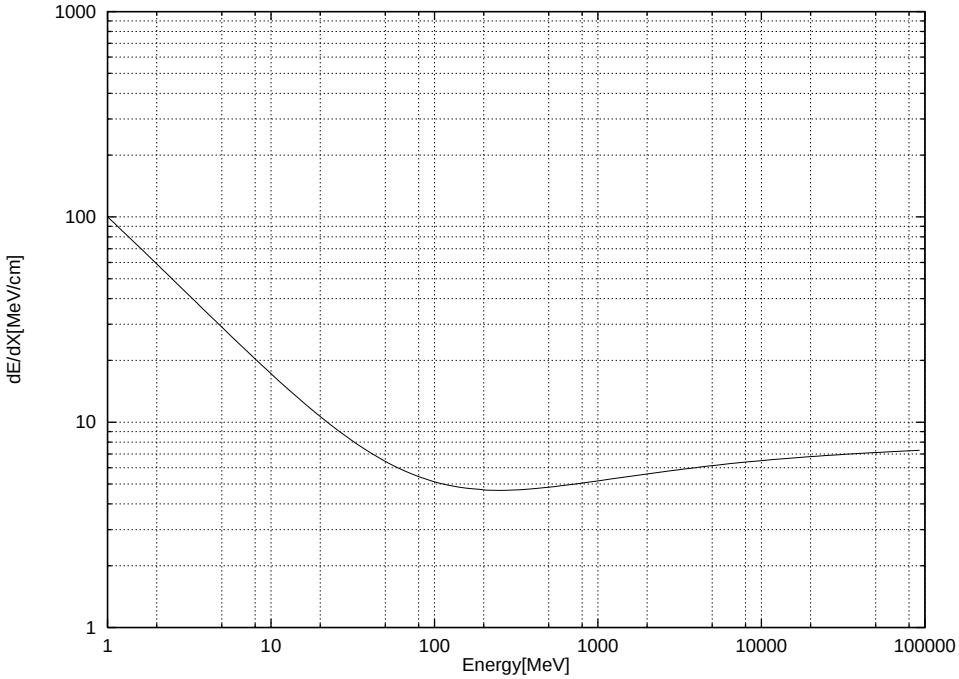


Figure 2.10: -$\frac{dE}{dX}$ in Glass Scintillator

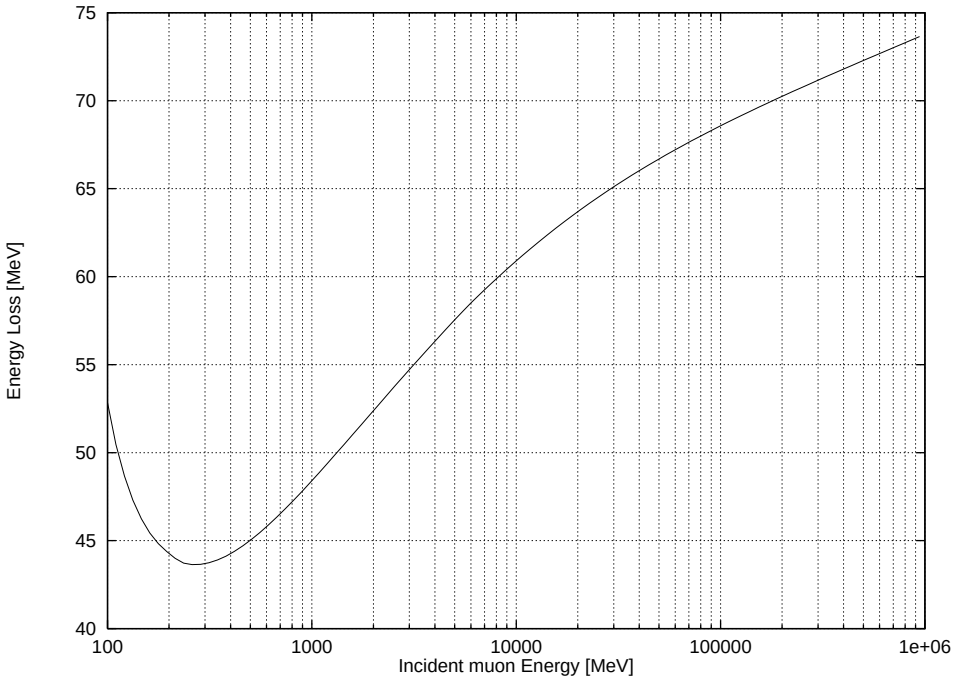


Figure 2.11: 入射 μ の Energy に対する Energy Loss

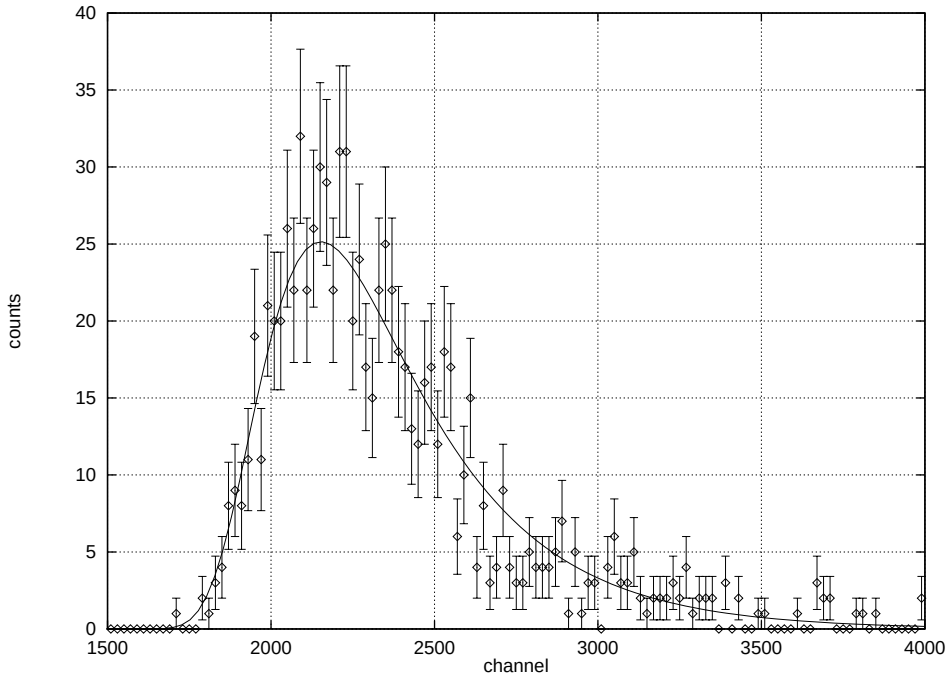


Figure 2.12: Landau distribution GS1, peak=2152.442

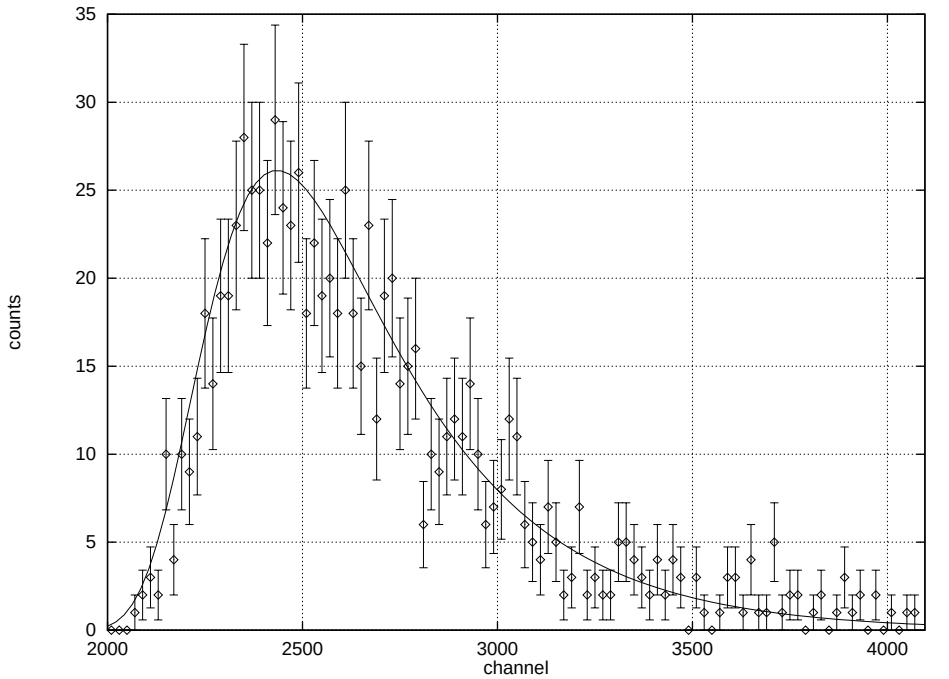


Figure 2.13: Landau distribution GS2, peak=2434.357

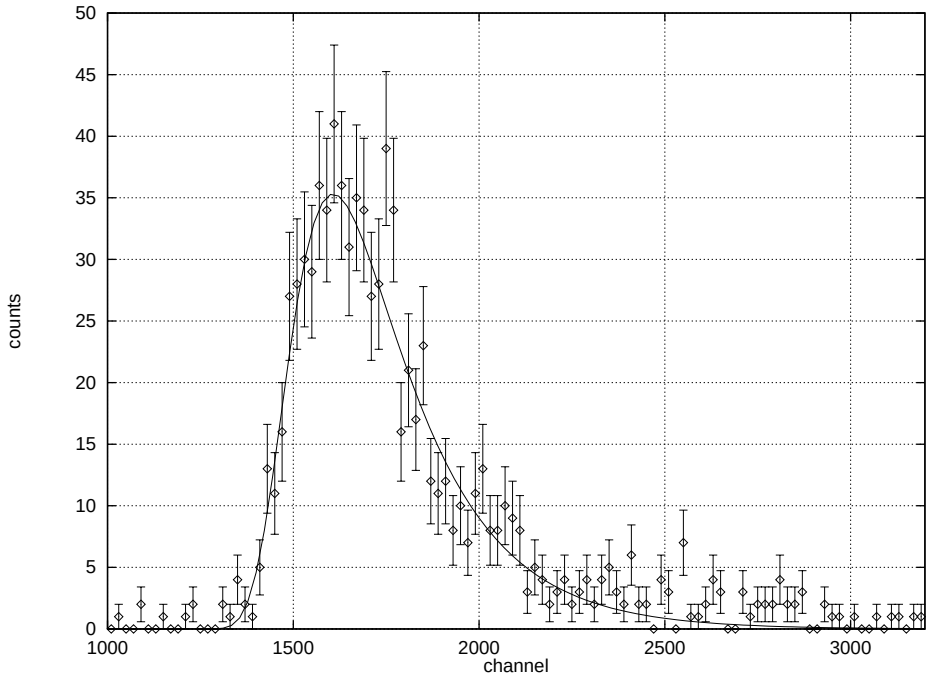


Figure 2.14: Landau distribution GS3, peak=1606.927

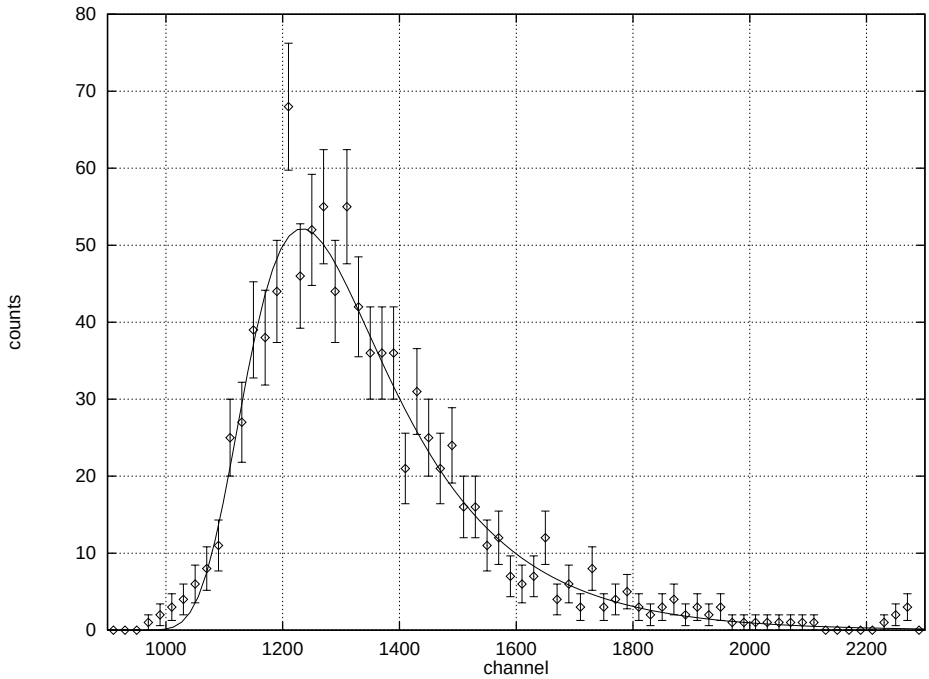


Figure 2.15: Landau distribution GS4, peak=1233.141

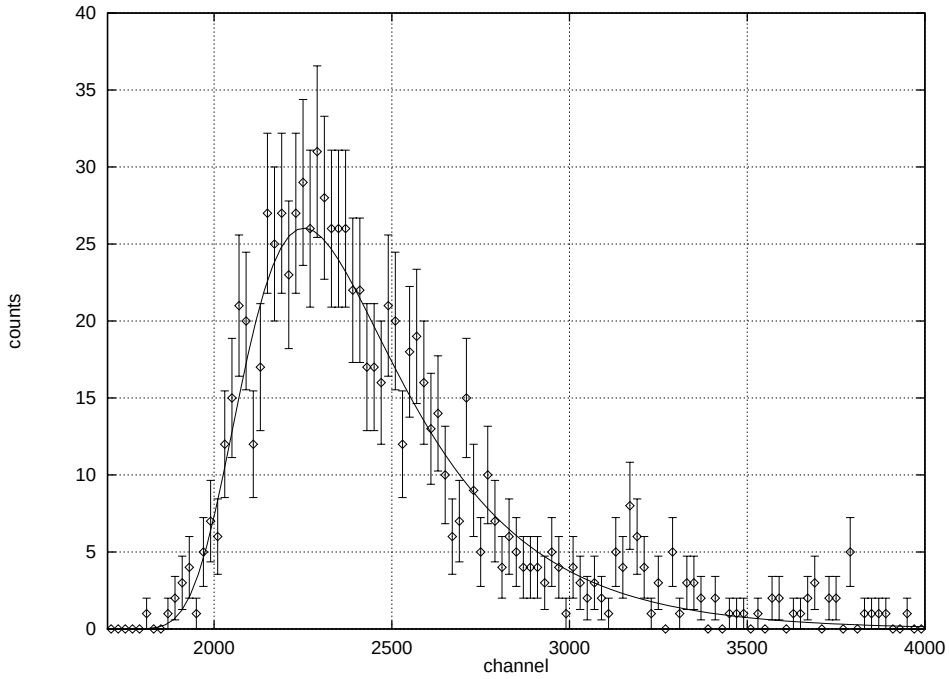


Figure 2.16: Landau distribution GS5, peak=2252.459

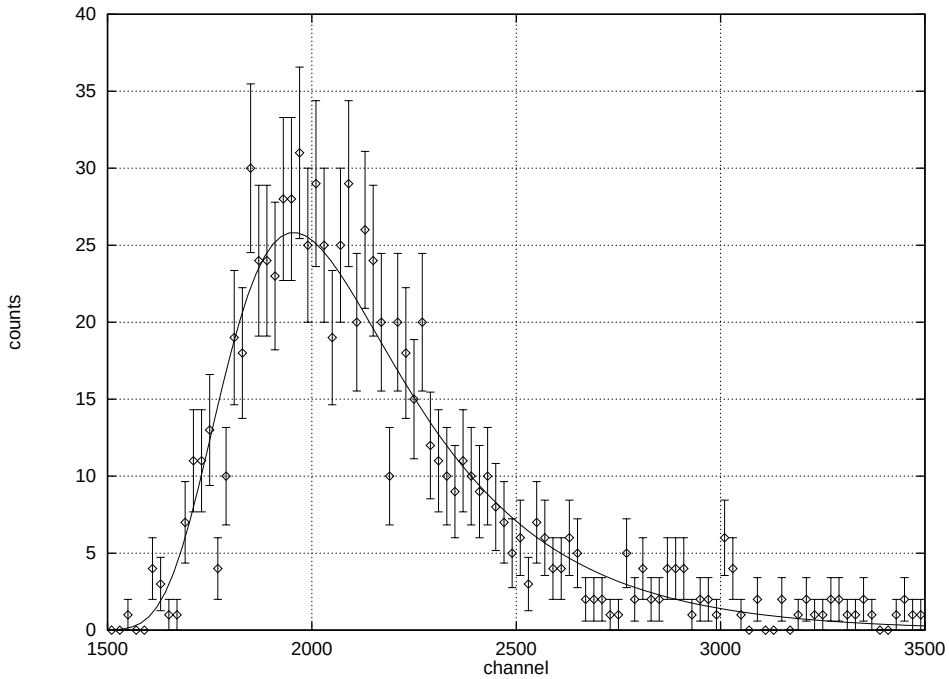


Figure 2.17: Landau distribution GS6, peak=1955.050

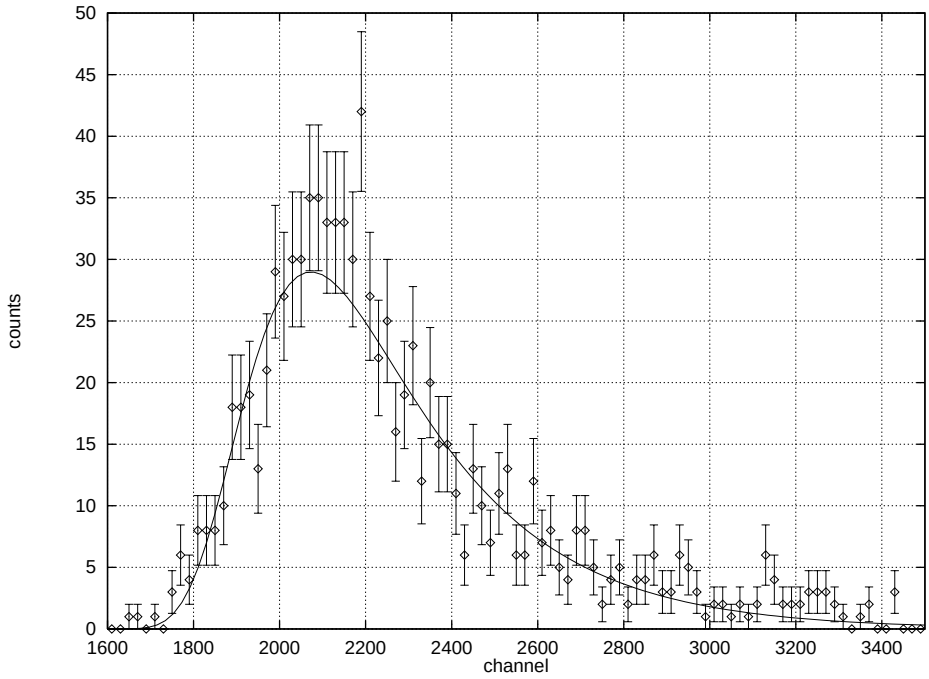


Figure 2.18: Landau distribution GS7, peak=2072.777

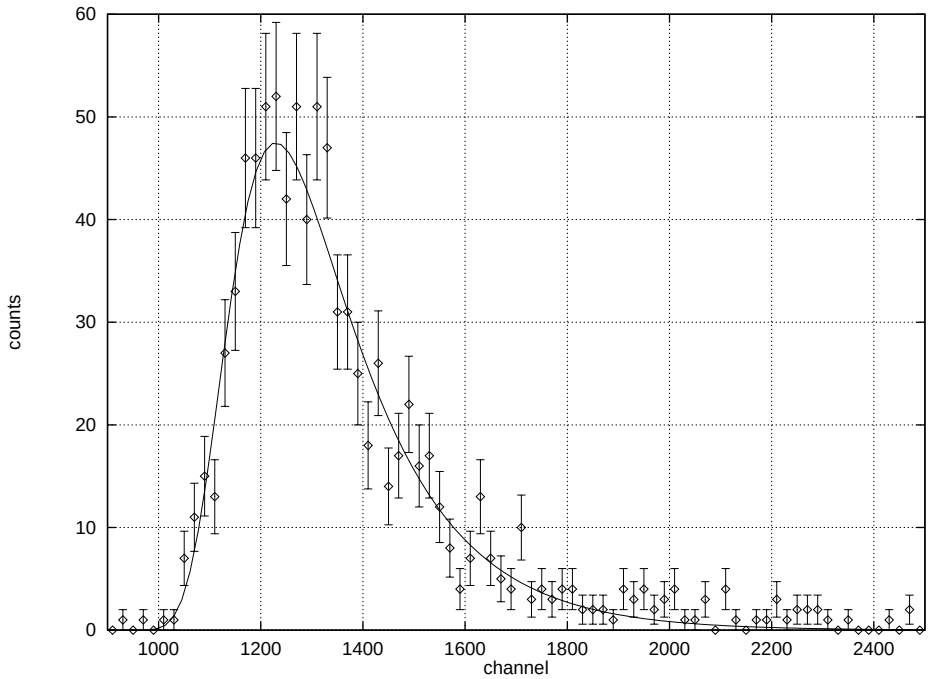


Figure 2.19: Landau distribution GS8, peak=1229.415

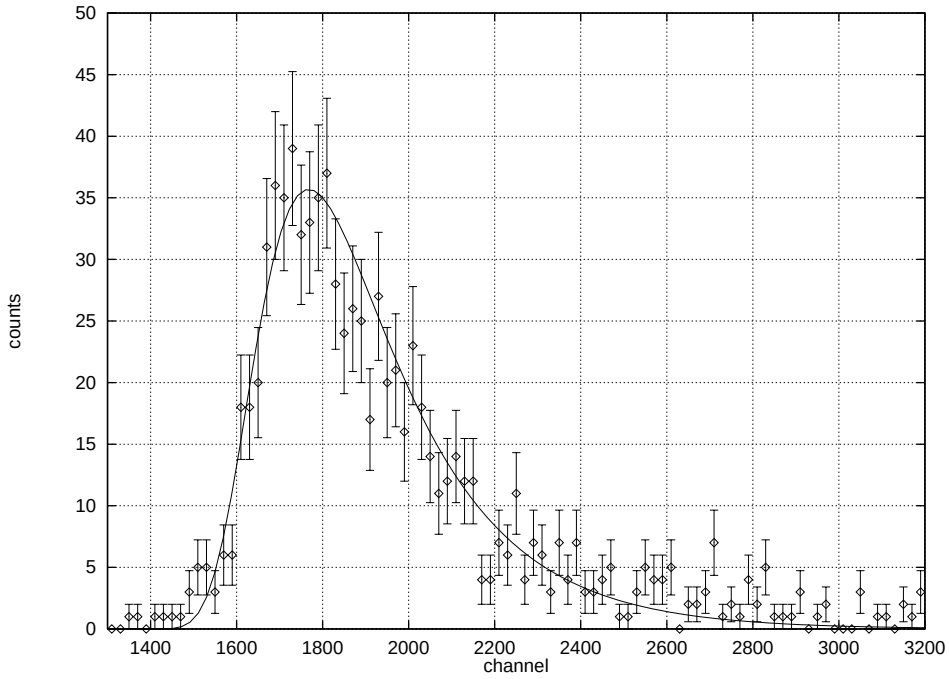


Figure 2.20: Landau distribution GS9, peak=1767.485

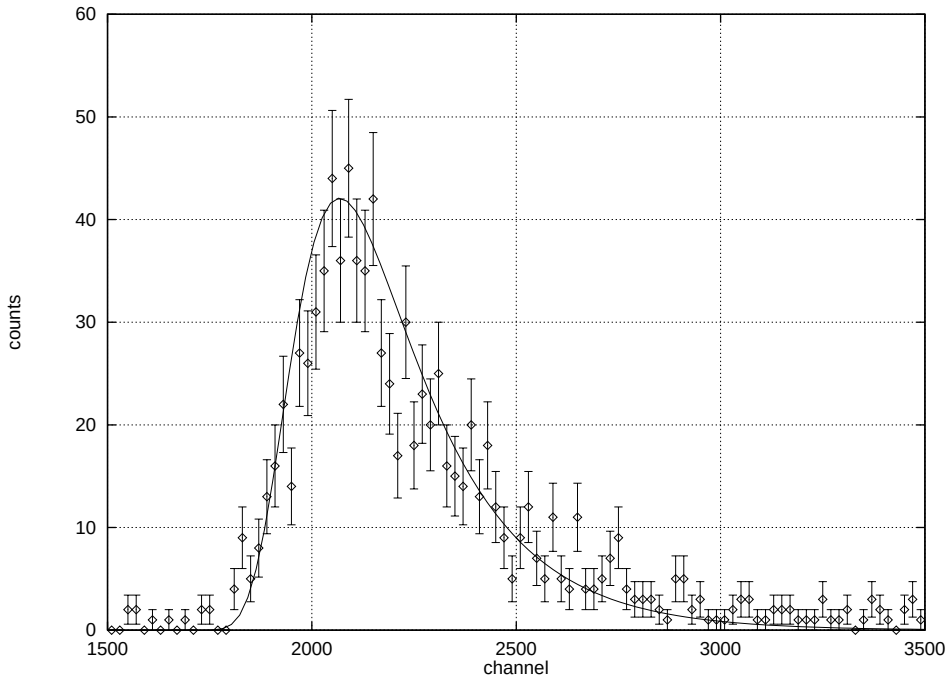


Figure 2.21: Landau distribution GS10, peak=2067.857

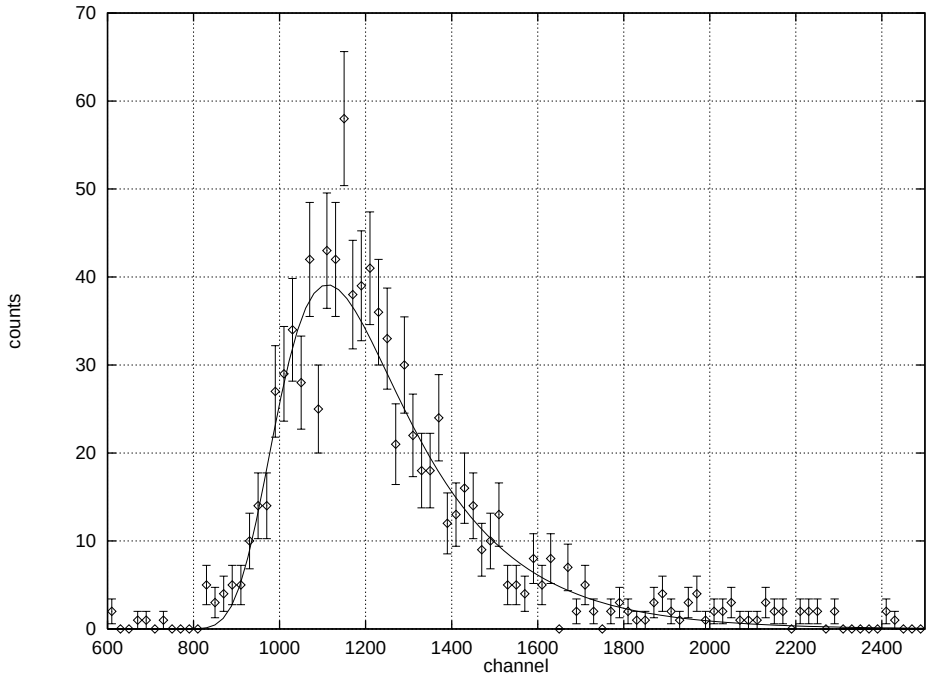


Figure 2.22: Landau distribution GS11, peak=1111.307

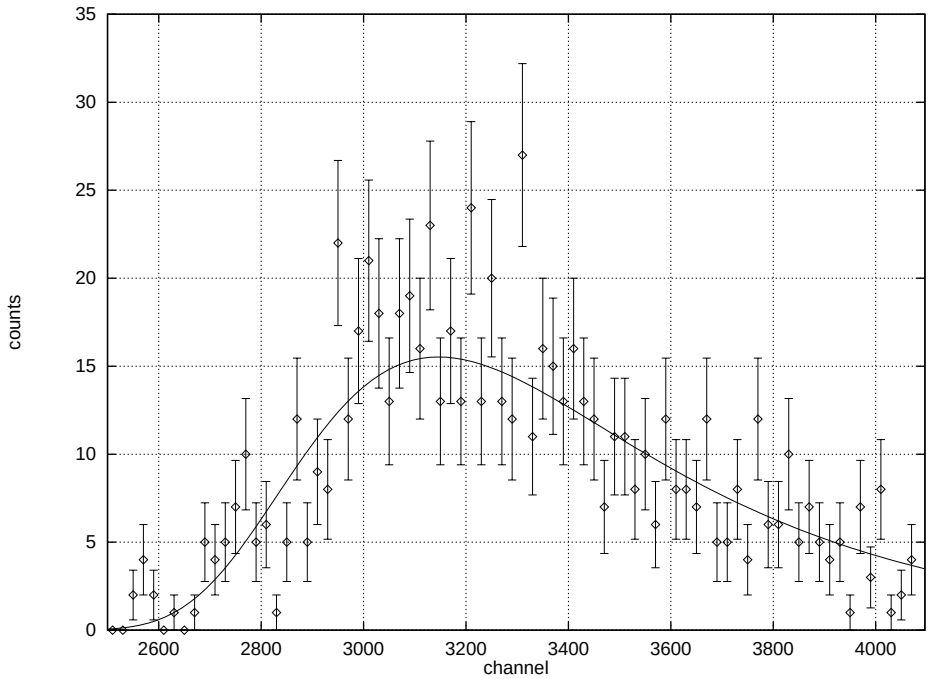


Figure 2.23: Landau distribution GS12, peak=3146.354

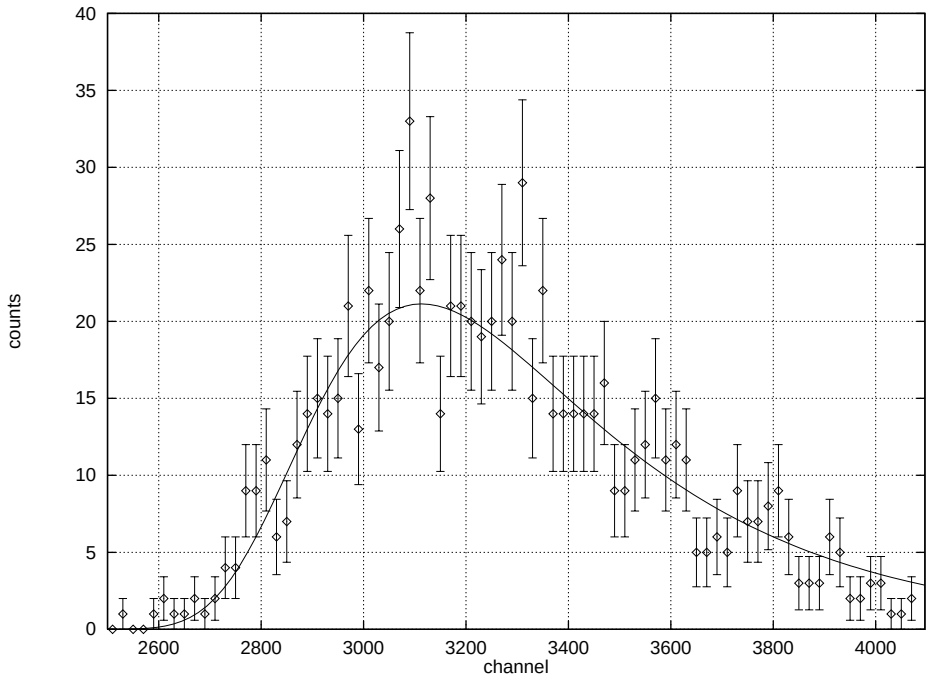


Figure 2.24: Landau distribution GS13, peak=3113.158

Chapter 3

データ解析

3.1 データの選択

得られたデータは, 条件によっては用いなかった.

(1) V1 あるいは V2 が光っているもの.

(2) 何も光っていないもの.

(3) G11 ・G12 ・G13 が光っているもの.

(4) 崩壊時間が 1μs 以下であるもの.

以上の 4 点をカットの対象とした.

(1) は GS から e^- がもれたと判断し, カットした. (2) は明らかに変なのでカットした. (3) は下に e^-がもれたか, μ^- が突き抜けたか (この場合は上の方がほとんど光っていることからもわかる) のどちらかなのでカットした. (4) は, 崩壊前の μ^- によるシンチレーション光と崩壊後の e^- によるそれとを, ADC が同時に拾ってしまっているためである. [Table 3.1] は G1 の ADC の返す値[1]を縦軸に, 崩壊時間を横軸に取ったものである. これによると, 確に 1μs 以下ではμ^-よるシンチレーション光も拾っていると判断できる.

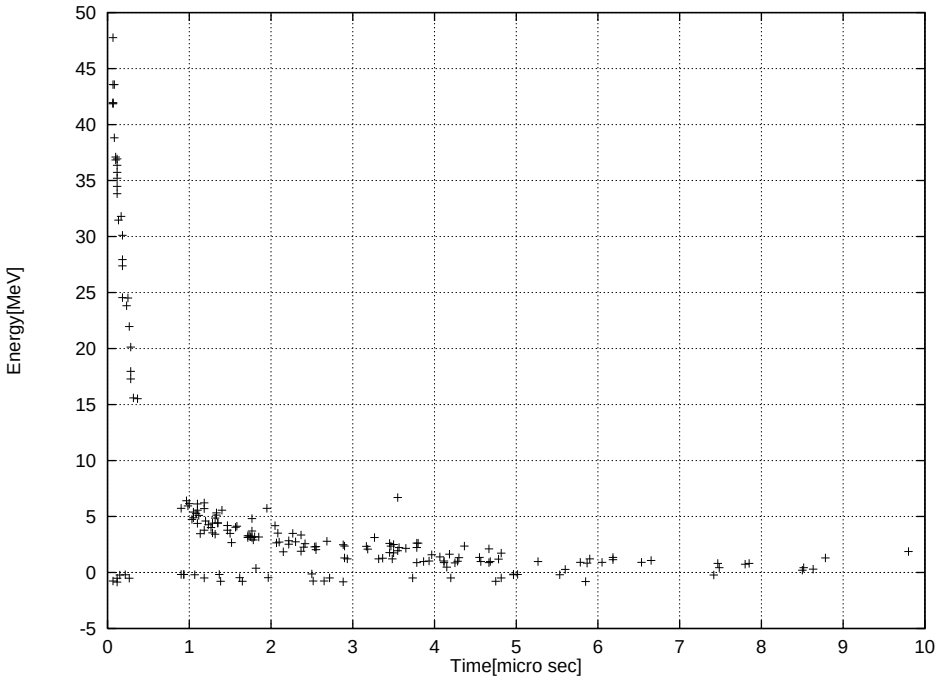


Figure 3.1: Time vs Energy in G1

[1]channel 数からエネルギーの値に変換してある.

3.2 寿命

TDC 値から崩壊粒子の寿命 τ を決定したい.

一般に, TDC 値の分布は, 一様な back ground noise を含むとして $A\exp(-t/\tau)+B$ という関数形をしていると考えられる. これは非線型関数であり, 単純に最小自乗法を用いることができない. そこで symplex 法[2]を用いて, 寿命を決定した.

TDC 値の分布は 1 階級を 0.5μs にとった. 1μs から 8μs までの 14 階級でわけ, 3 変数で fit をしたので, χ^2の自由度は 11 である. χ^2 が最小になったのはτ=2.333 μs のときで (Figure 3.2), χ^2 の値は 12.811 となった. 一般に, χ^2の値を自由度で割った値が 1 に近ければ近いほど良い fit であることが言える. 今回の結果は非常に良い値を示している.

次に誤差について考える. $\chi^2 \leq 17.28$ ($\mathrm{P}(\chi^2 \geq 17.28) = 0.1$) となるのは,

$$2.08 \leq \tau \leq 2.63$$

の区間である. このことから, 90%の信頼区間で上記の範囲に粒子の寿命があることが言える. この区間は, μ^-の寿命 (τ=2.2μs) をとらえている. この結果から, 観測している事象が μ^-の崩壊であることが確認できる.

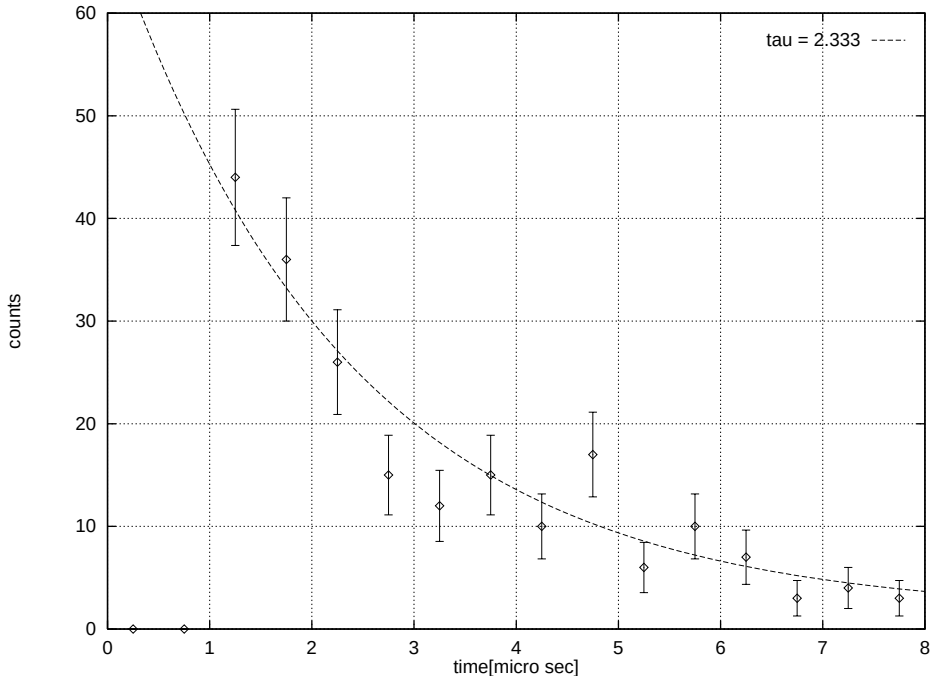


Figure 3.2: TDC 値 1bin=0.5[μs] χ^2=12.811 自由度=11

[2] χ^2 の値 が最も小さくなるような 3 変数をコンピューターを用いて探す

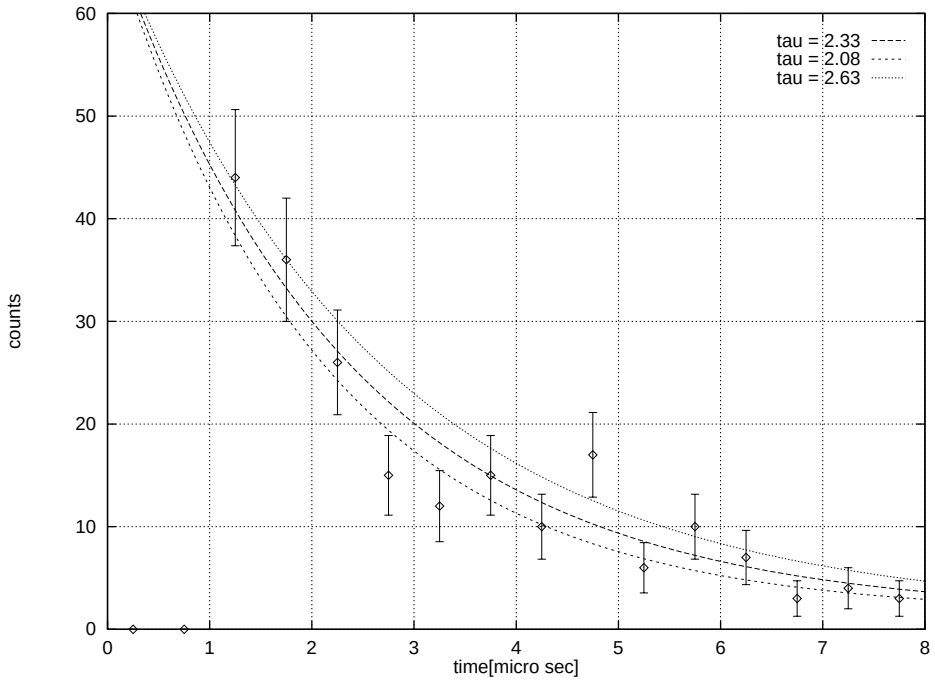


Figure 3.3: TDC 値 誤差

3.3 Michel parameter

エネルギースペクトルの解析において, エネルギー分解能というのは非常に重要な因子となる.

当初, LED を用いて分解能を測定する試みもあったが, 線源による calibration の失敗とともにその計画は頓挫した. さらに, Landau 分布の理論式[3]を用いて実験データに fit することも試みたが, これも芳しい結果が得られなかった.

ところで参考文献 [7] には, 条件こそ異なるが, 分解能を測定したデータが記載されている. それによると GS(type:SCG1B) の分解能は,

$$\frac{\mathrm{FWHM}}{E} = \frac{\alpha}{\sqrt{E}} \qquad (\alpha = 6.5\%)$$

となっている. ただし, ここで E の単位は GeV である. GS の使っている条件が違うので, この値をそのまま採用するわけには行かないが, 少なくとも, 分解能は上記の関数形で書けるという仮定は間違いではないと思われる. そこでパラメーター (α) を一つ増やし実験の fit を試みることにした.

Chapter(1) で説明したように, μ^-崩壊でできた e^-のエネルギースペクトルは次のような形をしている.

$$\frac{dN}{dE} = 12x^2(1-x) + \frac{8}{3}\rho x^2(4x-3) \tag{3.3.1}$$

$$x = \frac{2E_e}{M_\mu c^2} \tag{3.3.2}$$

この式に対して, 上記の分解能による重みを加えた式を考える. つまり, 実際の実験に fit する関数は,

$$f(E) = \frac{8N}{(M_\mu c^2)^4}\int_0^{\frac{M_\mu c^2}{2}} \left(12E_0^2(M_\mu c^2 - 2E_0) + \frac{8}{3}\rho(8E_0 - 3M_\mu c^2)\right) e^{-\frac{(E_0-E)^2}{2\sigma^2}} dE_0 \tag{3.3.3}$$

$$\sigma = \frac{\alpha E}{2.35\sqrt{0.001E}} \tag{3.3.4}$$

と 2 パラメーター (ρ, α) になる. ここで N は規格化因子である. また E は MeV 単位にしてある. ちなみに, $M_\mu c^2 = 105.658[MeV]$ である. この関数を用いて, 実験に対して最もχ^2が小さくなるように 2 つのパラメーターを決定する.

実験のヒストグラムは 4MeV を 1 階級として作成した. これは, 分解能と 1 階級ごとの event 数を考えて決定した. fit に用いたのは 18MeV∼58MeV までの 11 階級で, χ^2の自由度は 9 となる.

実際にこの解析を行った結果は, (ρ, α)=(0.43,0.07) のときが最も小さなχ^2となり, 値は 7.876 であった. これは自由度が 9 であることを考えると非常に良い fit である. また, $\chi^2 \leq 14.68$ ($P(\chi^2 \geq 14.68) = 0.1$)となるのは,

[3]式 (2.5.2) 参照

$$0.14 \leq \rho \leq 0.76$$

であった. さらに, $\chi^2 \leq 16.92$ $(P(\chi^2 \geq 16.92) = 0.05$)となるのは,

$$0.10 \leq \rho \leq 0.80$$

であった.

[Figure 3.4 ・3.5 ・3.6] にそれぞれのデータをのせる.

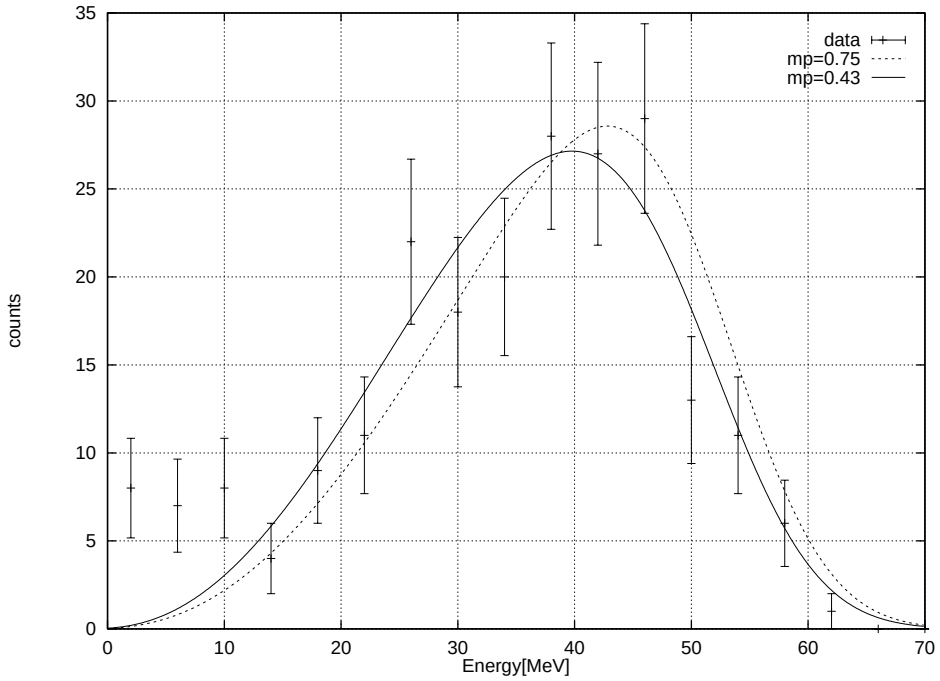


Figure 3.4: Michel Parameter $\chi^2_{0.43} = 7.876$, $\chi^2_{0.75} = 14.563$

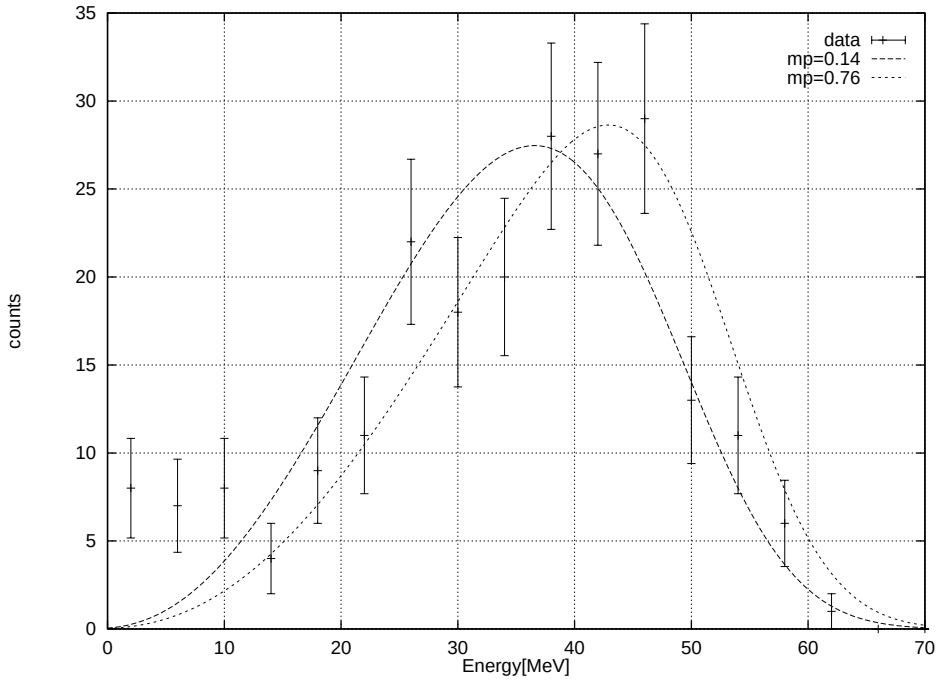


Figure 3.5: Michel Parameter 90%の信頼区間

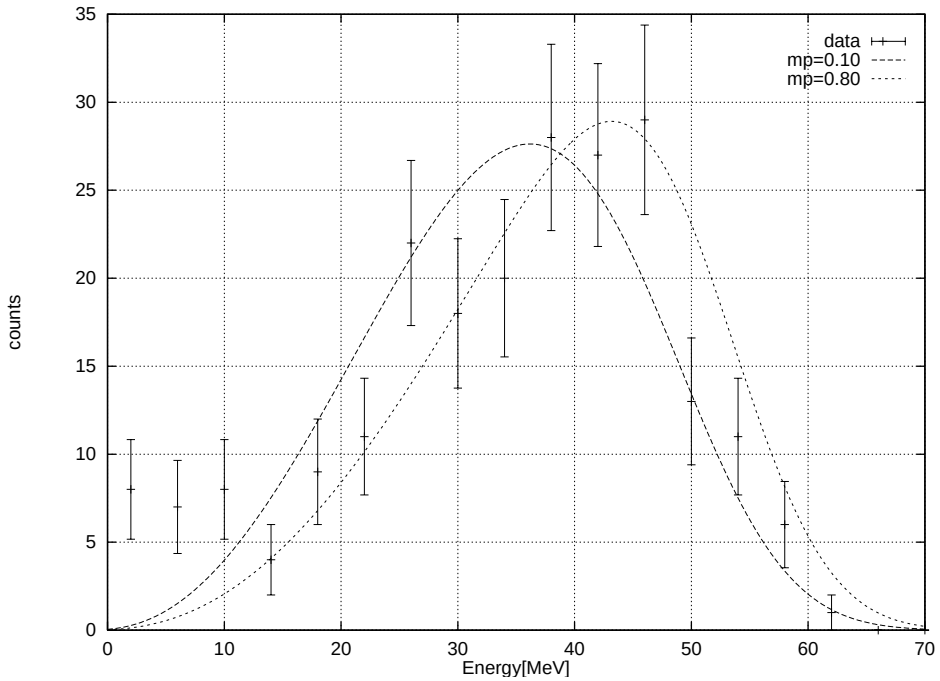


Figure 3.6: Michel Parameter 95%の信頼区間

Chapter 4

考察と結論

現在の Michel Parameter の記録は, 0.758 ± 0.0026 である. それに対して, 我々の得たデータでは $0.14 \sim 0.76$ というものであった. 今回の実験の問題点はどんなところにあったのだろうか.

今回の実験の一番のネックは統計量の不足にある. 1 日に 10 個弱のデータしか得られないというのでは, 短い期間で結論を出さなければならない学生実験としてはきついものがあった. 今回の実験のデータを見ると, この倍のデータがあれば, さらに良いデータとなっていたかもしれない. 実験データによれば, たいがいの e^- が 1 個 (ときには 2 個) の GS で止まっている. それを考えると, たとえば上方向に崩壊する e^- も観測するといったことも可能であっただろう.

他の問題点は calibration の誤差の大きさである. fit の良さを考えると, 大幅には, はずしていないと思われるが, もう少し実験的に決めれるような方法が欲しかった. 数十 MeV のものを測定するのに最適な detector で, 数 MeV 程度の線源にもよく反応するというのは, 確かに厳しいものがある. しかし, 少なくとも宇宙線とは独立したもので calibration ができる方が望ましい. さらに欲を言えば, 実際に測定する e^- の線源でできればさらに精度が良くなったであろう.

他には, これは calibration にも関係のあることだが分解能についてである. Michel Parameter の測定のいいところは, 1 パラメーターという事実にある. そのせっかくの利点を生かせず, 2 パラメーターにせざるを得なかったのは悔やまれることである. 他の独立した方法で分解能が決定できれば, さらに誤差の範囲が狭めることができたであろう.

最後に, これは実験自体よりも実験に取り組む姿勢の問題であるが, マメにデータはチェックすべきであった, ということである. 見た目で悪くないと判断するだけでは, なかなか問題点に気付かないものである. 特に長期的な実験では, そういったことがなおざりになりがちなので, 気をつけたいところであった.

今回の実験は, 90 %の信頼区間で辛うじて理論値を捕らえているといったものであった. それを考えると, 積極的に V-A 理論は正しいと言うよりは, 間違っているとは言えない, というのが今回の結論と言うことになるだろう.

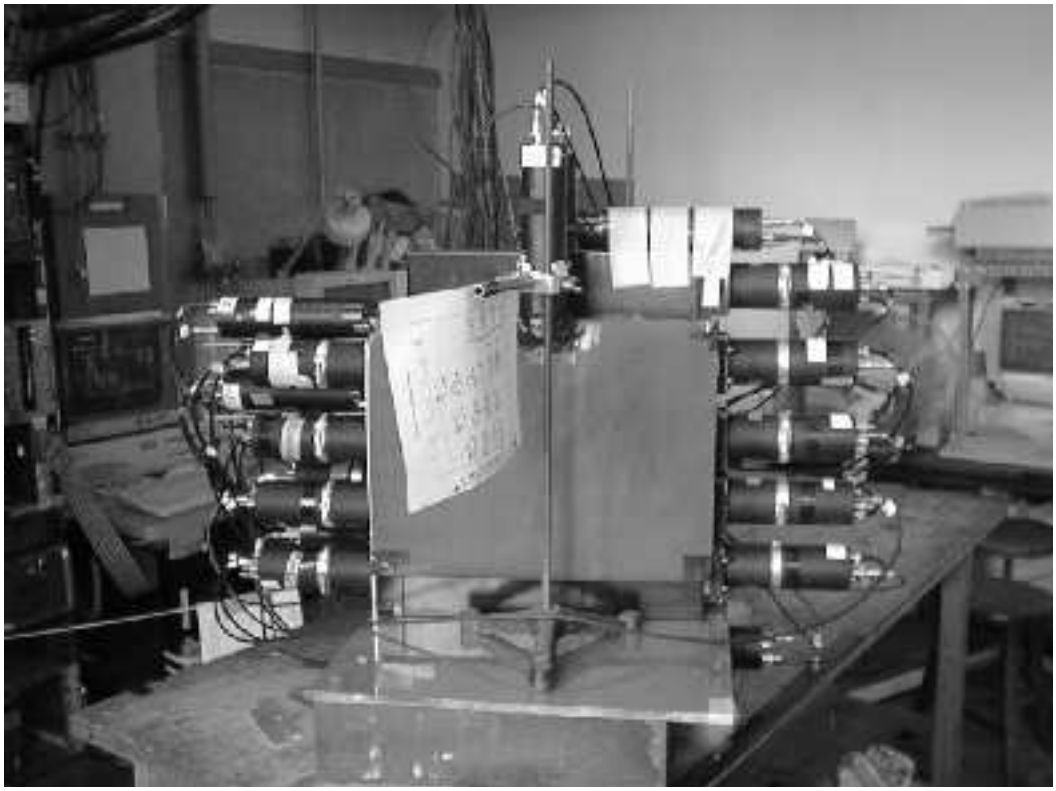
謝辞

笹尾さん, 畑さん, 蔵重さん, 1 年間の長きにわたり, 未熟な僕たちをご指導頂きありがとうございました.

Thanks To “Plenty Of Guts”!

Special Thanks To
Glass Scintillator を寄付して下さった高エネルギー研究所,
Visual basic を寄付して下さった坂本さん,
よく食事をしたハイライト, ひらがな館, 更紗
and so on.

DEDICATED TO Mr.Sasao,Mr.Hata and Mr.Kurashige.



Bibliography

[1] W.Greiner and B.Müller, "Gauge Theory of Weak Interactions", Springer-Verlag, (1993)

[2] E.D.Commins, "Weak Interactions", McGraw-Hill, (1973)

[3] R.E.Marshak, Riazuddin and C.P.Ryan, "Theory of Weak Interactions in Particle Physics", John Wiley & Sons, (1969)

[4] M.E.Peskin and D.V.Schroeder, "An Introduction to Quantum Field Theory", Addison-Wesley, (1995)

[5] 西島 和彦　場の理論」 紀伊國屋書店 (1987)

[6] Y.Yoshimura , I.Suzuki, M.Matsukawa, F.Komorita, M.Minowa and Y.Suzuki, Nucl. Instr. and Meth.137(1976)57

[7] M.Kobayashi, Y.Yoshimura, M.Chiba, J.Iwahori and H.Yoshida, Nucl. Instr. and Meth. 184(1981)399

[8] M.Chiba, M.Kobayashi, Y.Yoshimura, J.Iwahori, H.Yoshida, F.Takeuchi and H.Itoh, Nucl. Instr. and Meth. 190(1981)15

[9] J.E.Moyal, Phyil. Mag. 46(1955)263

[10] R.M.Sternheimer, M.J.Berger, S.M.Seltzer, At.Data and Nucl.Data Tables 30(1984)262

[11] R.M.Sternheimer, S.M.Seltzer and M.J.Berger, Phys.Rev. B26(1982)6067

[12] W.R.Leo, "Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments", Springer-Verlag, (1992)

[13] 小田 稔　物理学選書 5 宇宙線」 裳華房 (1972)