1997年度 修士学位論文

Optical Cavity を 用いた Laser wire beam profile monitor の開発

京都大学大学院理学研究科物理学宇宙物
理学専攻
高エネルギー物理学研究室

阪井 寛志

平成10年 2月2日

73

Abstract

Japan Linear Collider(JLC) では Luminosity を上げるためダンピングリングにおいて e^+, e^- ビームを $10\mu m$ 程度まで絞る。そのため、e^+, e^- ビームのプロファイルを得ることが必要不可欠である。ダンピングリング内のビームプロファイルに我々はレーザーワイヤーを用いる方法を考案した。ここでいうレーザーワイヤーとは、レーザー光を相対する一対の凹面鏡 (Optical Cavity) で共鳴させることで光子数増幅 (Enhancement) を行なうと共にビーム幅 (beam waist) を数 μm まで絞らせたものである。レーザーをワイヤー状にすることで e^+, e^- ビームをスキャンして、コンプトン散乱により散乱 γ 線の強度分布を測定することで e^+, e^- ビームのプロファイルを得ることが可能である。レーザーを Cavity 内で共鳴させレーザーワイヤーを作るためには Cavity 間隔をナノメーターでコントロールする必要がある。我々はナノメーター精度で安定な Optical Cavity を作成し、共鳴条件を満たすような feedback system を作ることで beam waist$19\mu m$, 光子増幅率 62 の Cavity でレーザーワイヤーを安定に作り出すことに成功した。

目 次

Chapter 1

序論

1.1 JLC 計画

高エネルギー物理学は加速器と共に歩んできた物理である。特に未知の粒子を探索する際には電子陽電子型加速器はその衝突自体が素過程であるという点で数多くの貢献を果たしてきた。

現在、その電子陽電子型加速器にさらに高い重心エネルギー、つまり重心エネルギーが 300GeV ~ 1TeV への要求が高まってきている。これまでの加速器で行なわれた結果はすべて標準理論の枠組みのなかで押えられてきた。しかし、標準理論が素粒子物理学の統一理論であると言い切ることはできない。標準理論は電磁気力、弱い力、強い力の 3 つのみを統一したものであり、重力については予言能力を一切持たない。また、クォーク、レプトンの質量の起源を説明することはできない。これらを説明するため、標準理論を越えた超対称性理論 (SUSY) など様々な理論が提唱されているが、これらの理論は重心エネルギーが 300GeV ~ 1TeV において新しい粒子を予言している。

既存の電子陽電子衝突型加速器で重心エネルギーが最大のものは CERN にある円形加速器 LEPII で、重心エネルギーが 172GeV である。しかし、円形加速器としては重心エネルギーは 200GeV が限界であろうといわれている。その最大の原因として円形加速器特有の制動輻射によるエネルギー損失が挙げられる。円形軌道を一周するときの制動輻射によって、放出するエネルギーは

$$U = \frac{4\pi}{3}\frac{e^2}{(m_e c^2)^4}\frac{E^4}{\rho} \tag{1.1}$$

$$\begin{cases} E & : \text{電子陽電子のエネルギー} \\ \rho & : \text{円形加速器の曲率半径} \\ m_e & : \text{電子の質量} \\ c & : \text{光速度} \end{cases}$$

で与えられる [1]。重心エネルギーが 172GeV の LEPII では電子が円形加速器を一周した時、一個の電子から約 1.1GeV のエネルギー損失が起こる。LEPII は周長約 27km の世

界最大の円形加速器であるが、エネルギー損失を少なくするためには (1.1) 式より曲率半径を大きく、すなわちさらに円周の大きい円形加速器を作る必要がある。しかし、(1.1) 式からわかるように制動幅射により損失するエネルギーは電子のエネルギーの 4 乗に比例して増加するのに対し、曲率半径に関してはたかだか -1 乗に比例してしか小さくならない。そのため、円形加速器でさらに重心エネルギーを大きくするためにはより巨大な加速器を作り制動幅射を抑えるか、制動幅射のエネルギー損失分の莫大なエネルギーを供給し続けなければならない。いずれにせよ、土地問題、電力問題で現実的とはいえない。

そこで次世代の加速器として提案されたのが、円形加速器特有の制動幅射を防ぐため粒子を直線に加速する線形加速器である。その草分けとして SLC(SLAC Linear Collider) という全長約 3km の電子線形加速器が 1989 年に運転を開始した。SLC は 300GeV の要求は満たさないが、重心エネルギーが約 91.2GeV となっており、Z^0 ボゾンの共鳴エネルギーに定められた最大 $5 \times 10^{29} cm^{-2} s^{-1}$ のルミノシティーを有する。SLC の成功は次世代の加速器として線形加速器が最も適切であることを示し、この成功に伴いさらに重心エネルギーの高い線形加速器への要求が高まった。その 1 つとして日本で進められている計画が JLC(Japan Linear Colider) 計画である。

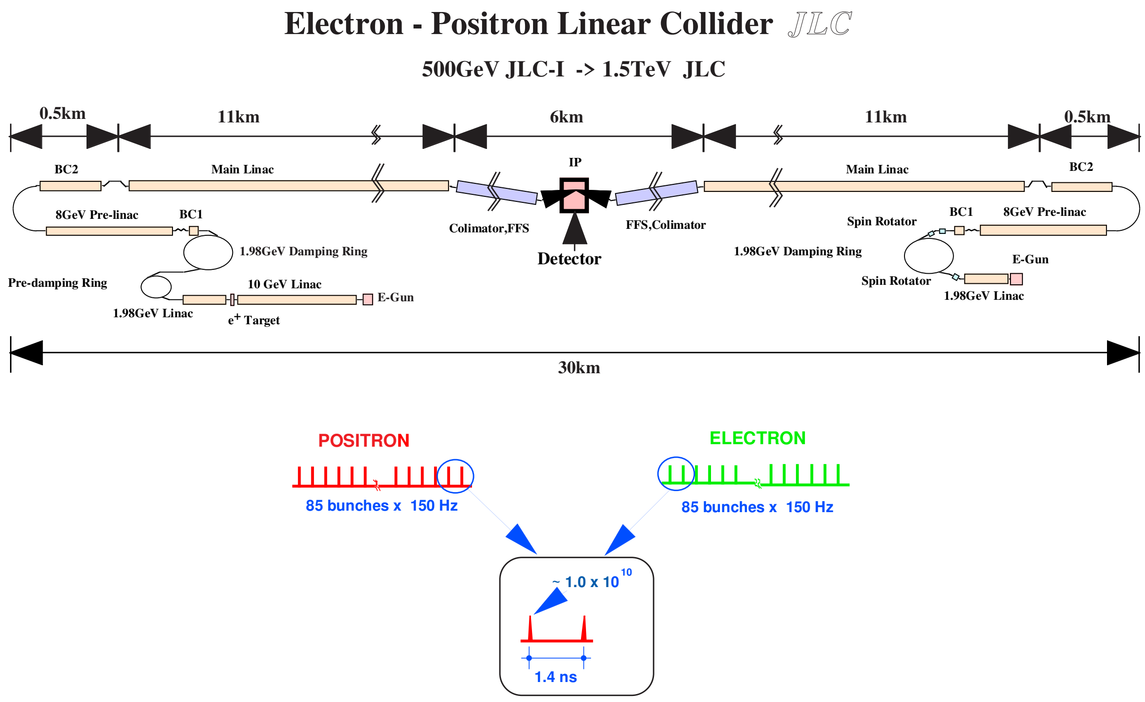


Figure 1.1: JLC 概念図

JLC は図 1.1のように電子・陽電子を 1.98GeV まで加速させた後それぞれダンピングリングに入射され、ここで得られた低エミッタンスビームを 150 ~ 500GeV の主線形加速器により加速し、最終収束系において、垂直方向 3nm、水平方向 300nm のバンチビームに絞りこめられ、電子と陽電子が衝突するというものである。この加速器システムは主線形部分で電子・陽電子を高加速させるため少なく見積もっても、全長 25km ~ 30km となる。

この design からわかるように JLC で要求されるものとして

・今まで以上に高い加速勾配の加速管

・ 衝突地点での高いルミノシティ

の 2 点が挙げられる。特に JLC で要求されるルミノシティは $1 \times 10^{34} cm^{-2} sec^{-1}$ であり、これは既存の線形加速器である SLC と較べて $10^4 \sim 10^5$ の order も高いルミノシティを実現しなければならず、主線形加速器上流部のダンピングリングで超低エミッタンスビームを作ることがかかせない。現在、これら 2 点を研究する施設として KEK(高エネルギー加速器研究機構) で ATF(Accelarator Test Facility) が建設され 1996 年から研究がなされている。

ATF は図 1.2に示されるよう主として、入射加速器部とダンピングリングから構成されている。まず入射加速器で電子は 1.54GeV まで加速され、その後ダンピングリングに入り、そこで放射減衰によりビームが冷却され、ビームの広がりを示す規格化エミッタンスとしては垂直方向 $3.0 \times 10^{-8} rad \cdot m$、水平方向 $5.0 \times 10^{-6} rad \cdot m$ にまで絞られる。以下、JLC 及び ATF のダンピングリングの design value での各パラメーターの一部を表 1.1に示す。[2]

Table 1.1: parameters of ATF & JLC (Damping Ring)

		ATF	JLC	unit
電子ビームエネルギー	E_0	1.54	1.98	GeV
周長	C	138.6	220-320	m
規格化エミッタンス (Horizontal)	ϵ_{nx}	4.3-5.1	3	μm
規格化エミッタンス (Vertical)	ϵ_{ny}	30	30	nm
規格化エミッタンス (Longitudinal)	ϵ_{nz}	11-12	17	mm
Particles/bunch	N	1-3	0.7-1.5	10^{10}
Bunch/spacing	t_b	2.8-5.6	1.4-5.6	ns
Bunch/train	N_b	10-60	55-90	コ
Train spacing	t_B	60	60	ns
Train/ring	N_B	2-5	2-4	コ
Damping times	$\tau_x/\tau_y/\tau_z$	6.8/9.1/5.5	3.5-6/4.3-8/2.4-4.7	ms

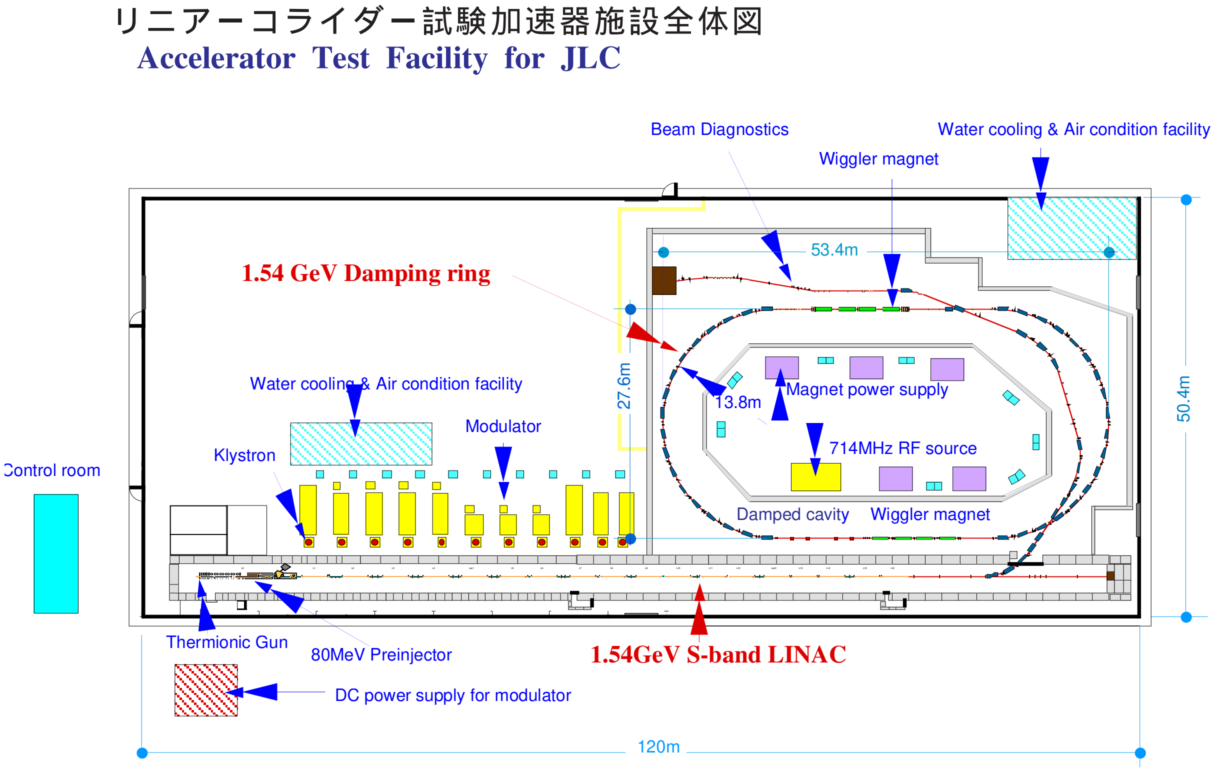


Figure 1.2: ATF(Accelarator Test Facility)

1997年現在、ATFでは、ビームはsingle bunchでextraction lineまで取り出されており、extraction lineでTungsten wireを用いたwire scanner monitorで垂直方向で1オーダー大きい$5 \times 10^{-7} rad \cdot m$の規格化エミッタンス(非規格化エミッタンスで$1.6 \times 10^{-10} rad \cdot m$)が測定された(付録A)。但し、Tungsten wireを用いた方法ではこれ以上小さいオーダーのエミッタンスの測定は出来ない。ダンピングリング内の詳細なビームの様子はわかっておらず、ダンピングリング内のエミッタンス、その際のビームの減衰の様子、またmulti bunchを用いたときのビームの様子を知ることが必要不可欠である。

1.2 研究目的

1.1節で述べたようにダンピングリング内で規格化エミッタンスが $1.0 \times 10^{-8} rad \cdot m$ まで達成されていることを確認することが JLC 設計上の必須条件である。ダンピングリングの中で冷却される e^+, e^- ビームサイズはベータトロン関数を $10m$ とすると設計上水平方向 $130\mu m$、垂直方向 $10\mu m$ 程度であるが、ダンピングリング内の数 μm オーダーでの e^+, e^- ビームサイズの測定法として我々はレーザーワイヤーと呼ばれるビームプロファイルモニターを考案した。これはビーム幅を数 μm まで絞ったレーザー光で e^+, e^- ビームをスキャンして、コンプトン散乱による散乱された γ 線の強度を測定し、e^+, e^- ビームのプロファイルを得るものである。具体的には e^+, e^- ビーム方向に対し、垂直な方向にレーザーワイヤーをスキャンさせ、その際散乱される超前方散乱 γ 線を検出し、その個数の変化により、その e^+, e^- ビームの形状、大きさがわかる。また適当な時間スキャンさせることにより e^+, e^- ビームの時間的情報、及び減衰の様子が測定可能である。

ビームプロファイルモニターとして技術的に一番容易なのは 1.1 節でも述べたようにカーボンワイヤー・タングステンワイヤーを用いたものであるが、それに対しレーザーワイヤーは

- e^+, e^- ビームとの相互作用が小さく、ビームに対する影響が小さい。
- 放射光によるダメージを受けないため、長時間の使用に耐える。
- ワイヤーの太さを容易に変化させることが出来る。

等の点でカーボンワイヤー・タングステンワイヤーより優れている。特に、e^+, e^- ビームは、1秒間に 10^6 回もダンピングリング内を周回するためカーボンワイヤー・タングステンワイヤーでは、e^+, e^- ビームとの相互作用が大きいため、発熱により、ワイヤーが切れ、e^+, e^- ビームモニターとして使うには不適切である。ダンピングリング内の e^+, e^- ビームは切れることのないレーザーワイヤーでしかモニターすることができない。しかし、レーザーワイヤーによるビームプロファイルには e^+, e^- ビームと γ 線によるコンプトン散乱を用いてその散乱光子の個数をみるものであるため性質上、

- コンプトン散乱における十分な標的光子の個数。すなわち充分なレーザーパワー。
- e^+, e^- ビームと同サイズの数 μm オーダーのレーザーのビームサイズの実現。

の 2 つが必要とされる。パルスレーザーを用いて、上の 2 つの条件を満たす方法は考案されているが [3]、ダンピングリング内では一秒間に 10^6 回という e^+, e^- ビームとの相互作用が必要であり、CW レーザーを用いる必要がある。CW レーザーを用いて上の 2 つの条件を満たす方法として、我々は Optical Cavity を用いる方法に着手した。ここでいう Optical Cavity とはある反射率をもった一対の凹面鏡 (以下 mirror) を意味し、その中でレーザー光を共鳴させ、ビームを増幅させ、同時にビームサイズ (beam waist) を絞ろうというものである。e^+, e^- ビームに対してレーザーワイヤーとして使う部分はビーム幅が最も小さく

フォーカスされる部分を使う。レーザーは Cavity 面に対して垂直に入れる。但し、共鳴条件を満たすためには、Cavity 間隔をナノメーターで制御する必要があり、それを満たすことによって我々は初めて Cavity 内で時間によって Intensity が安定した定常ビームが得られる。

Optical Cavity を使う方法は定常的な光子ビームが得られ、コストも低く、レーザービームサイズなどのパラメーターを容易にかえられるなどの利点がある、一方ナノメーターでの制御という開発上非常に Challenging な一面もあり、この方法を開発することは加速器開発上、非常に重要であると言える。

前年度行なわれた Optical Cavity の実験 [4] では、Optical Cavity を用いた基礎実験を通じて、Optical Cavity の諸々の性質、特にレーザーのビーム幅 (baem waist)、及び、光子増幅率の測定法を確立した。測定は Cavity の一方をピエゾで動かし、Cavity 間の距離を変化させ、その時の透過光を見るというものである。但し、Cavity system は短時間の振動による jitter、及び長期にわたる drift により、共鳴条件を満たすことができず、レーザービームを Cavity 内で定常化させるのは不可能であった。今回の実験では、共鳴条件を満たすことを重視し、Cavity 内で定常ビームを作ることを目的とした。

本論文ではまず、前年度用いた Cavity system をもとに 96%(catalogue value) の反射率の mirror を用いて、beam waist $20\mu m$ で Cavity 内にできるレーザービームの安定性を測定し、beam waist $20\mu m$ で必要とされる安定領域を測定した。Cavity を構成する 2 つの mirror の焦点距離を結ぶ直線 (Cavity axis) とレーザービーム方向が一致している時は透過光は透過率が 1 である TEM_{00} モードのみが得られるが、軸がずれている時は TEM_{00} モード以外のビームが立ち上がり、TEM_{00} モードに対する透過率が下がる。その TEM_{00} モードの透過率が半分になるまでの領域を我々は安定領域と指定した。具体的には、Cavity を調節する各パラメーター (ビームに対して垂直な移動、平行な移動、傾き角) を 1 つずつ、及び、2 つ変化させ、それに応じて Cavity の一方の mirror からの TEM_{00} モードの透過光の Intensity の変化を測定した。

次に、安定領域を満たす Optical Cavity を新たに作り、以下の実験を行なった。

- Cavity からの透過光を測定し、前回に用いた Cavity system で見られる現象を再現できているかどうかを確認し、光子増幅率 62 倍、beam waist $19\mu m$ を達成した。
- 定常ビームを Cavity 内部で作るため、feedback system を作り、定常ビームを作るのに必要とされる $2.63^{+1.40}_{-1.55}nm$ の制御を行なうことで 96% の mirror で定常ビームを作ることを実現した。

増幅率を上げていくのにナノメーターでの制御は必要である。今回の実験でナノメーターの制御に成功したことは非常に有意義なことであり、これからの実験にも貴重なデータを与えることになる。

以下、実験の原理、装置、手順、及び結果について順番に詳しく説明していく。

Chapter 2

測定原理

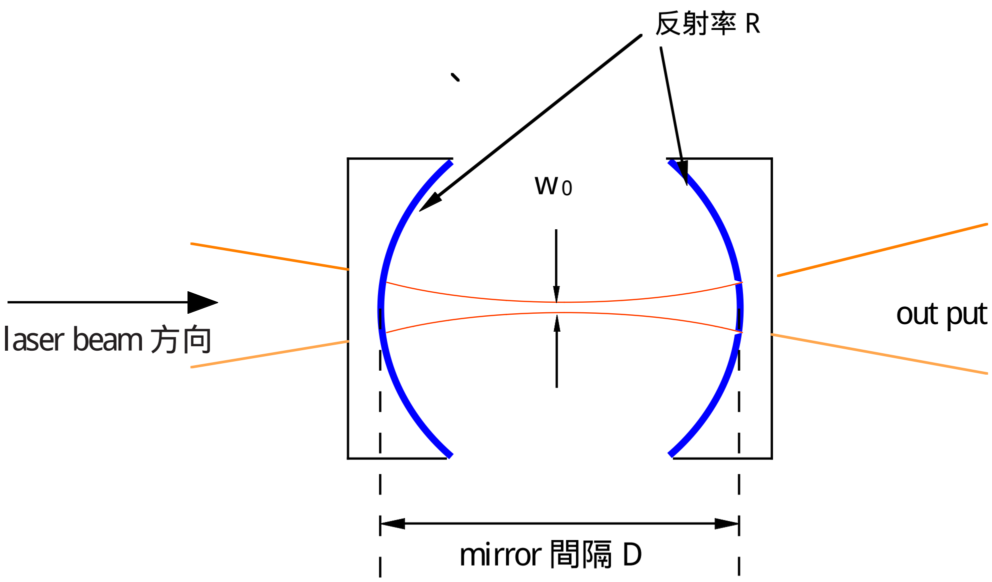


Figure 2.1: レーザーワイヤーの具体図

ダンピングリング内のビームサイズ W は twiss parameter の β で表すと、$W=\sqrt{\beta\epsilon}$(ϵ は非規格化エミッタンスで規格化エミッタンスを用いて、$\epsilon=\epsilon_n/\gamma=\epsilon_n/3014$ で表される。) である。我々が測定するところの β を $10m$ とすると、表 1.1より、ATF では水平、垂直方向のビームサイズ W_x, W_y は

$$
\begin{aligned}
W_x &= \sqrt{\beta\epsilon_{nx}/3014} = \sqrt{10\times(5\times10^{-6}m)/3014} = 1.3\times10^{-4}m \\
W_y &= \sqrt{\beta\epsilon_{ny}/3014} = \sqrt{10\times(30\times10^{-9}m)/3014} = 1.0\times10^{-5}m
\end{aligned}
$$

となる。e^- ビームは水平方向 $130\mu m$、垂直方向 $10\mu m$ の偏平ビームである。

ダンピングリング内の $10\mu m$ 程度の e^+, e^- ビームサイズの測定のためには同程度のビームサイズにレーザーのビームサイズが絞れていること、レーザーの beam Intensity が充分にあることの 2 つが必要になってくる。

Optical Cavity はレーザーのビームサイズの縮小化、レーザー beam Intensity の増幅に関しては理想的な装置である。一般にレーザーから出てくるビームは Gauss beam と呼ばれ、レーザーが Optical Cavity の一方の mirror から入射されると、Cavity の中心でビームサイズが最小になる。この値のことを我々は特に beam waist と呼び、レーザーワイヤーとしては、この一番小さい中心部を用いる。(図 2.1)

又、レーザー beam Intensity は Cavity 内部では mirror の反射率に依存し、反射率 R が高いほど入射ビームに対する Cavity 内部の beam 増幅率 (以下、enhancement factor) は増す。但し、beam waist、beam 増幅率はそれぞれ mirror 間隔 D に依存している。ダンピングリングにこのレーザーワイヤービームプロファイルモニターを install するときには、図 2.2のように e^- ビームに対して垂直にレーザービームが、入射される。その際、e^- と γ による compton 散乱を用い、compton 散乱した γ を detecter で測定しようというものである。

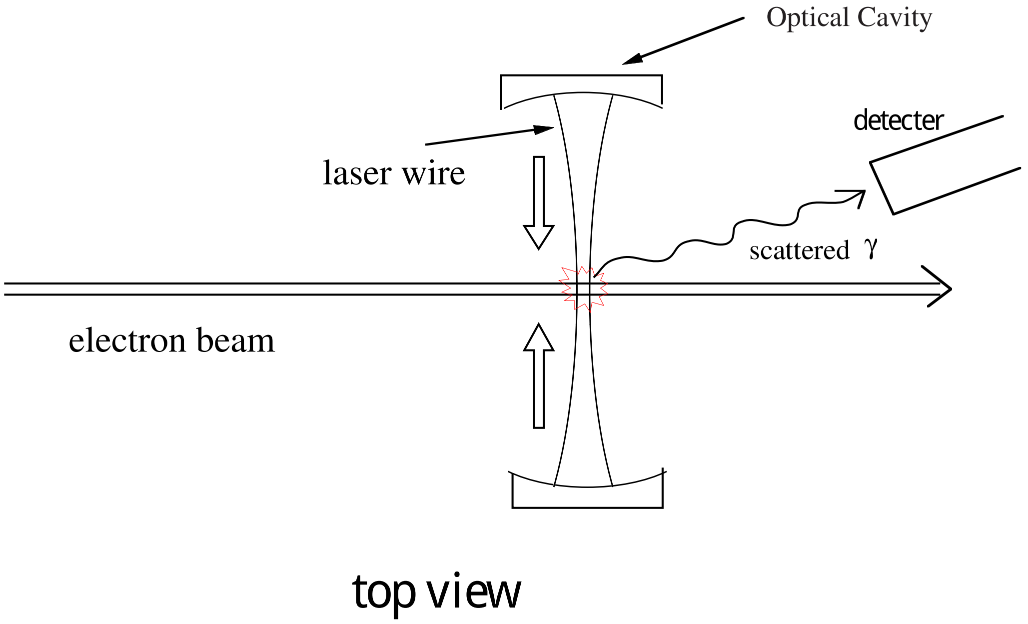


Figure 2.2: レーザーワイヤーによる e^- ビーム測定

compton 散乱された γ の量は、e^- ビームとレーザービームの Intensity に比例し、図 2.3 のようにレーザーワイヤーを e^- のビーム方向とレーザーのビーム方向からなる面に対して、垂直に動かすことによって、e^- の Intensity 分布、すなわち、e^- のビームサイズを detecter で測定することが出来る。

この章では次章以降で必要となる基本的な用語、概念等を解説する。2.1節では $e^\pm$ ビー

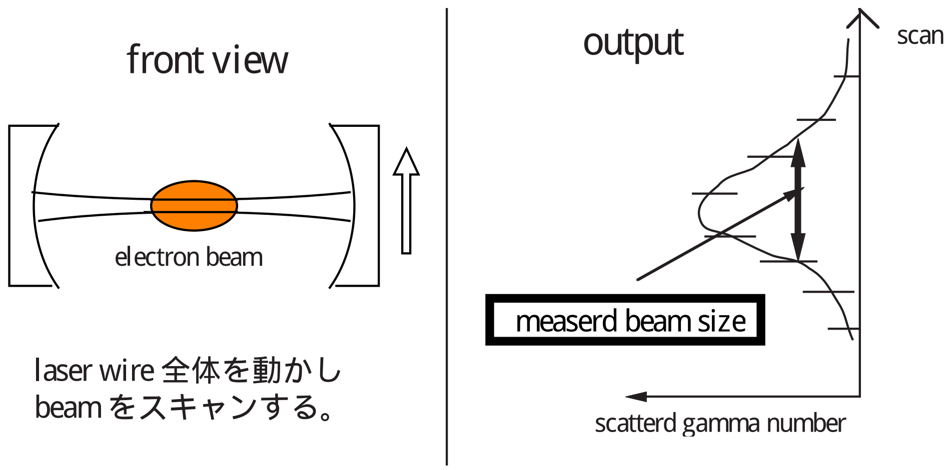


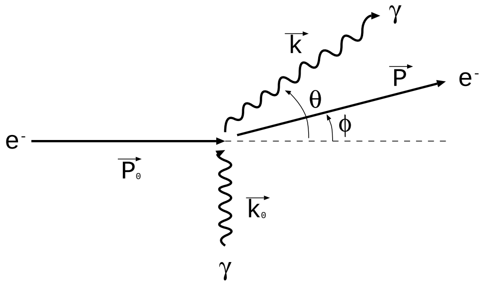
Figure 2.3: レーザーワイヤーによる e^- ビーム測定 (正面図、データプロット概念図)

ムとレーザー photon との散乱断面積を求めて必要なレーザーパワーを見積もった。また 2.2節では Optical Cavity の原理を説明し、具体的に我々が必要としている beam waist と Cavity length D の関係を求めた。2.3節では、我々が必要としている Enhancement Factor を導出した。

2.1 Counting Rate の計算

2.1.1 Kinematics

ここでは、Relativistic Kinematics を用いて γ 線の Energy を計算する。



入射電子 (光子) 及び散乱電子 (光子) の 4 元運動量を各々$\vec{P_0}(\vec{k_0})$ 及び $\vec{P}(\vec{k})$ と表す。各成分は、上図を参考にして、

$$\vec{P_0} = \begin{pmatrix} E_0 \\ P_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{k_0} = \begin{pmatrix} k_0 \\ 0 \\ k_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{P} = \begin{pmatrix} E \\ P\cos\varphi \\ P\sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{k} = \begin{pmatrix} k \\ k\cos\theta \\ k\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

と表される。ここでエネルギーと運動量の関係より、

$$\begin{cases} E_0^2 &= P_0^2 + m^2 \\ E^2 &= P^2 + m^2 \end{cases} \tag{2.1}$$

四元運動量保存：$\vec{P_0} + \vec{k_0} = \vec{P} + \vec{k}$ より、

$$\begin{cases} E_0 + k_0 &= E + k \\ P_0 &= P\cos\varphi + k\cos\theta \\ k_0 &= P\sin\varphi + k\sin\theta \end{cases} \tag{2.2}$$

式 (2.1)、(2.2) から散乱光子エネルギー：k を求めると以下の式が得られる。

$$\boxed{k = \frac{k_0 E_0}{E_0 + k_0 - \sqrt{E_0^2 - m^2}\cos\theta - k_0\sin\theta} \quad (2.3)}$$

$$\begin{cases} k & : \text{散乱光子エネルギー} \\ k_0 & : \text{入射光子エネルギー} \\ E_0 & : \text{電子ビームエネルギー (1.54GeV)} \\ m & : \text{電子質量 (0.511MeV)} \\ \theta & : \text{光子の散乱角} \end{cases}$$

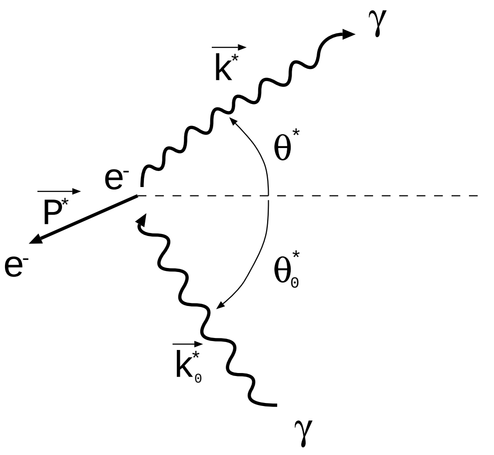
これを He-Ne レーザー (λ=632.8nm) と E_0 が 1.54GeV(ATF) のときについて計算すると、p36の図 2.4のようになる。この図より高エネルギー photon、例えば 10MeV 以上の photon を検出するには $\theta \leq 0.53mrad$ の超前方に出射する γ 線を検出すればよいことが分かる。また (2.3) 式は厳密には $\theta = 0$ に関して asymmetric であるが、$\sqrt{E_0^2 - m^2} \gg k_0$ なので θ に対してほぼ偶関数とみなしてよい。

2.1.2 Differencial Cross Section

次に微分散乱断面積を電子静止系でのそれ (Klein-Nishina の公式) を Lorentz 変換して求める。

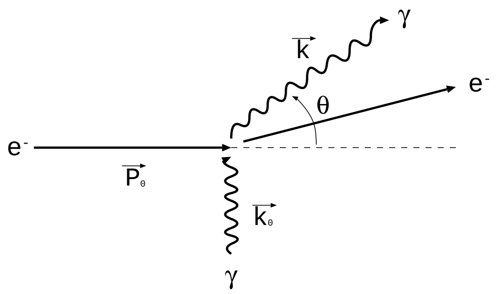
まず、電子静止系から Lab 系への Lorentz boost を考える。

電子静止系



$$\vec{k_0^*} = \begin{pmatrix} k_0^* \\ -k_0^*\cos\theta_0^* \\ k_0^*\sin\theta_0^* \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{k^*} = \begin{pmatrix} k^* \\ k^*\cos\theta^* \\ k^*\sin\theta^* \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lab 系



$$\vec{P_0} = \begin{pmatrix} E_0 \\ P_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{k_0} = \begin{pmatrix} k_0 \\ 0 \\ k_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{k} = \begin{pmatrix} k \\ k\cos\theta \\ k\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E_0^2 = P_0^2 + m^2$$

上図のように四元運動量を設定する。この時、電子静止系から Lab 系への Lorentz Boost の γ, β は、

$$\begin{cases} \gamma &= E_0/m \\ \beta &= P_0/E_0 \end{cases}$$

である。よって、

$$\vec{k_0^*} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{k_0} = \begin{pmatrix} \gamma k_0 \\ -\gamma\beta k_0 \\ k_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

また、$\vec{k_0^*} = \begin{pmatrix} k_0^* \\ k_0^* \cos\theta_0^* \\ k_0^* \sin\theta_0^* \\ 0 \end{pmatrix}$ であるから、

$$\left\{ \begin{array}{lcc} k_0^* & = & \gamma k_0 \\ \theta_0^* & = & -\arctan(1/\gamma\beta) \end{array} \right.$$

が成立する。

次に Jacobbian を求める。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega^*} \cdot \frac{d\Omega^*}{d\Omega}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{d\sigma}{d\Omega} & : \text{Lab 系での微分断面積} \\ \frac{d\sigma}{d\Omega^*} & : \text{電子静止系での微分断面積} \\ \frac{d\Omega^*}{d\Omega} & : \text{Jacobbian} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{rcl} \frac{d\Omega^*}{d\Omega} & = & (\frac{k}{k^*})^2 |\frac{1}{\sqrt{D}\cos\theta}| \\ D & = & 1 + \gamma^2(1-\beta^2)\tan^2\theta \end{array}$$

であるが、$\gamma^2(1-\beta^2) = 1$ なので

$$D = 1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$\therefore \ \frac{d\Omega^*}{d\Omega} = (\frac{k}{k^*})^2$$

ここで、

$$k^* = \gamma(1-\beta\cos\theta)k$$

であるから、

$$\boxed{\frac{d\Omega^*}{d\Omega} = \frac{1}{\gamma^2(1-\beta\cos\theta)^2}}$$

となる。

最後に求める微分断面積を計算する。

まず、電子静止系での微分断面積 (Klein-Nishina の公式) は光子、電子とも無偏極状態のときに

$$\left\{ \begin{array}{lcc} \frac{d\sigma}{d\Omega^*} & = & \frac{r_0^2}{2}(\frac{k^*}{k_0^*})^2\{\frac{(k_0^*-k^*)^2}{2k_0^*k^*} + 1 + \cos^2(\theta^* + \theta_0^*)\} \\ k^* & = & \frac{mk_0^*}{m+(1+\cos(\theta^*+\theta_0^*))k_0^*} \end{array} \right.$$

となる。
ここで r_0 は電子の古典半径で

$$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} = 2.818 \times 10^{-15}\ (m)$$

である。
この式に先ほど求めた Jacobbian をかければ、Lab 系での微分断面積が求まる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 (\frac{k^*}{k_0^*})^2 \{ \frac{(k_0^* - k^*)^2}{2k_0^* k^*} + 1 + \cos^2(\theta^* + \theta_0^*) \} \frac{1}{\gamma^2 (1 - \beta\cos\theta)^2} \tag{2.4}$$

$$\begin{cases} m & : \text{電子静止質量 } (0.511\text{MeV}) \\ E_0 & : \text{入射電子エネルギー } (1.54\text{GeV}) \\ P_0 & : \text{入射電子運動量 } (P_0^2 = E_0^2 - m^2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \gamma &= E_0/m \\ \beta &= P_0/E_0 \\ k_0^* &= \gamma k_0 \\ \cos\theta^* &= \frac{\gamma(\cos\theta - \beta)}{\sqrt{\sin^2\theta + \gamma^2(\cos\theta - \beta)^2}} = \frac{\cos\theta - \beta}{1 - \beta\cos\theta} \\ k &= \frac{k_0 E_0}{E_0 + k_0 - \sqrt{E_0^2 - m^2}\cos\theta - k_0\sin\theta} \\ k^* &= \gamma k(1 - \beta\cos\theta) \\ \theta_0^* &= -\arctan(1/\gamma\beta) \end{aligned}$$

E_0:1.54GeV で、He-Ne レーザー ($k_0 = 1.96$eV) の場合の微分断面積を p37の図 2.5に示す。
k が θ に関してほぼ偶関数なので、上式より $d\sigma/d\Omega$ も θ に関して偶関数とみなせる。これはすなわち、入射 γ 線 $\vec{k_0}$ の方向性は無視できることを意味しているので、$d\sigma/d\Omega$ は $\theta = 0$ の軸にに関してほぼ軸対称である。
(注) 上の計算では入射 γ 線 $\vec{k_0}$ と出射 γ 線 $\vec{k}$ が同一平面内にあることを仮定している。
この近似を用いて 1MeV 以上、10MeV 以上の γ 線が出射する断面積を求める。mathematica を用いて計算をした。

$$\geq 1\text{MeV}: \quad \theta \leq 1.95 mrad, \quad 6.24 \times 10^{-29}\ (m^2)$$
$$\geq 10\text{MeV}: \quad \theta \leq 0.531 mrad, \quad 4.36 \times 10^{-29}\ (m^2)$$

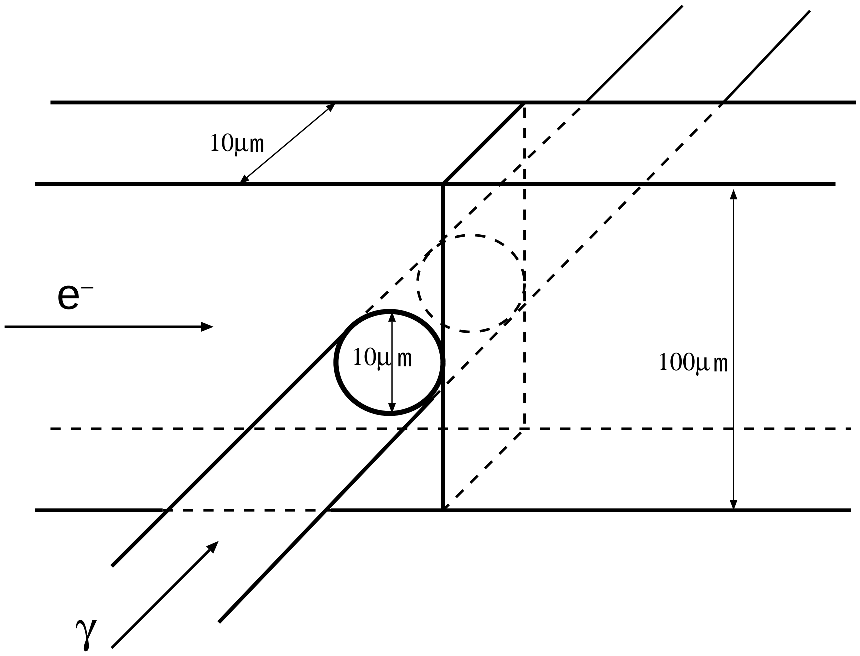
となる。

2.1.3　1Hz の counting rate に必要な target photon 数

レーザーワイヤーをビームプロファイルモニターとして用いるためには、検出される散乱 photon 数がある程度の個数なければならない。すなわち 1 つの Bunch のプロファイルを得るにはある程度の counting rate が必要である。

ここでは 10MeV 以上の散乱 γ 線に注目して、それが 1Hz で出てくるために必要な e^- beam とレーザー光の intersection 領域の photon 数 N_{ph} を求める。この数値を求めておけば、N_{ph} と出射 photon の (個数/s) は比例関係にあるので、望みの counting rate に必要な target photon 数は簡単に算出できる。

簡単のため、e^- beam は直方形とする。レーザー光の beam waist(ここでは直径のこと) は 10μm、e^- beam は $10\mu m \times 100\mu m$ として、最も intersection が小さくなる配置 (worst case) で考える。



ここでは target:e^-、beam:photon と考える。
target の数密度 ρ_t は、

$$\rho_t = \frac{10^{10}}{(10 \times 10^{-6}) \times (100 \times 10^{-6}) \times \bar{L}} \ (\text{コ}/m^3) \ (e^- \text{ は } 10^{10} \text{ コ}/\text{Bunch})$$

ここで $\bar{L}$ は e^- ビームを仮想的に一様な電流と考えた場合の Bunch1 個当りの長さである。
よって、target の面数密度 N_t は、

$$N_t = \rho_t \times (10\mu m) = \frac{10^{10}}{(100 \times 10^{-6}) \times \bar{L}} = 10^{14}/\bar{L} \ (\text{コ}/m^2)$$

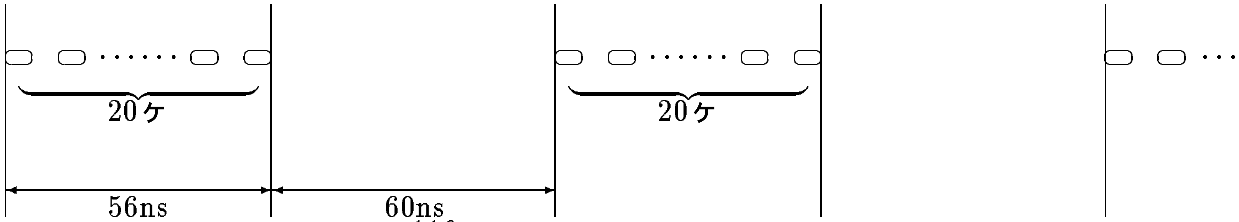
一方、求める photon 数を N_{ph} コとすると、Laser beam flux I_b は

$$I_b = N_{ph} \times \frac{c}{10 \times 10^{-6}} \text{ (コ/s)}$$

ゆえに 1s 当りの散乱 photon 数 N は、

$$N = N_t I_b \sigma_{part} = \frac{10^{14}}{\bar{L}} \cdot (10^5 N_{ph} c) \cdot \sigma_{part} = \frac{10^{19} N_{ph}}{T} \sigma_{part} \text{ (コ/s)}$$

ただし、c は光速度、T は 1Bunch の平均通過時間である。($\bar{L} = cT$) ここで Bunch 構造を考える。



上図より平均化すると、$T = \frac{116\text{ns}}{20} = 5.8\text{ns}$
また、今 10MeV 以上の γ 線について考えているので、2.1.2節の結果を用いて、

$$N = \frac{10^{19} N_{ph}}{5.8 \times 10^{-9}} \times (4.36 \times 10^{-29}) = 7.52 \times 10^{-2} N_{ph} \text{ (コ/s)}$$

よって、1Hz になるためには
$N_{ph} = 1/(7.52 \times 10^{-2}) = 13.3$ (コ)
の photon が必要である。
1mW レーザーを用いた時は、

$$N_{ph} = \frac{1\text{mJ}}{1.96\text{eV}} \cdot \frac{10\mu\text{m}}{c} = \frac{10^{-3}}{1.96 \times 1.6 \times 10^{-19}} \cdot \frac{10 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{8}} = 106 \text{ (コ)}$$

よって counting rate は、106/13.3=7.97 (Hz) 。
この値より、例えば 10mW レーザーを用いて Optical Cavity で 200 倍の enhancement を行ったとすると、counting rate は

$$7.97 \times 10 \times 200 = 15.9 (\text{kHz})$$

となる。このとき 1 つのビームプロファイルを得るのに 100photons 必要だとすると、それを得るのに必要な時間は $100/15.9 = 6.27 (ms)$ となる。Table1.1の Damping time はこの時間と同程度であるため、1 回の測定でビームサイズの減衰の様子を確認することは可能である。但し、この Intensity では 100photons level でしか減衰の様子を確認できない。統計数を上げるためには入射ビーム Intensity と増幅率を上げることが肝要である。(Cavity の誘電多層膜の耐久度は $1kW/cm^2$ であるため、$10mW \times 200 = 2W$ 程度なのでこの程度の Intensity ではプロファイルは可能である。)

2.2 Optical Cavity の原理

この節ではレーザーの出射モードである Gauss beam を Helmholtz 方程式の近似解として導出し、その式の形から Gauss beam の性質を理解して、このビームを Cavity 内に安定に存在させるための条件を求める [5],[6]。更に実験で用いる望みのパラメータを持ったビームを生成するための Cavity 及びその入射系の各パラメータを決定する方法を述べる。

2.2.1 Gauss beam について

Gauss beam の導出

Gauss beam の導出方法はいろいろとあるが、ここでは Helmholtz 方程式の解のうち、ガウス状ビームのものを選ぶという方法で求める。[6],[7]

電場 $E(\vec{r},t)$ に対する波動方程式は、

$$\vec{\nabla}^2 E(\vec{r},t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}E(\vec{r},t) = 0$$

対象とする電磁波がレーザーであるから、単一周波数であるとして

$$E(\vec{r},t) = E(\vec{r})e^{i\omega t}$$

これにより、波動方程式は Helmholtz 方程式:

$$\begin{cases} \vec{\nabla}^2 E(\vec{r}) + k^2 E(\vec{r}) & = & 0 \\ k^2 & = & \omega^2/c^2 \end{cases}$$

になる。

ここで電磁波はビーム状であるとし、伝播する方向が一方向 (z 軸にとる) で、強度も有限な断面を有していると仮定する。

$$E(\vec{r}) = E_0(\vec{r})e^{ikz}$$

さらに、伝播方向に対する電場の変化が、波長に比べて無視できるほど小さいという仮定をする。

$$\lambda|\frac{\partial E_0(\vec{r})}{\partial z}| \ll |E_0|,\ \lambda|\frac{\partial^2 E_0(\vec{r})}{\partial z^2}| \ll |\frac{\partial E_0(\vec{r})}{\partial z}|$$

これらの仮定により Helmholtz 方程式は次のようになる。

$$(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2ik\frac{\partial}{\partial z})E_0(\vec{r}) = 0 \ldots\ldots(\text{近軸波動方程式}) \tag{2.5}$$

この方程式を解くために、次のようなガウス分布状の解を仮定する。

$$E_0(\vec{r}) = A\exp(ik\frac{x^2+y^2}{2q(z)})\exp(ip(z)) \tag{2.6}$$

$(p(z), q(z)$ は複素パラメータ$)$

これを代入して、$r^2 = x^2 + y^2$ の同次項を比較すれば

$$\frac{dp}{dz} = \frac{i}{q},\ \frac{dq}{dz} = 1$$

これらより

$$q(z) = z + q_0,\ \ p(z) = i\ln(1 + \frac{z}{q_0})$$

$(q_0$は積分定数で、$p(0) = 0$ と仮定$)$

今、q_0 を純虚数と仮定して

$$q_0 = -i\frac{\pi w_0^2}{\lambda}\ (w_0\text{は定数})$$

と置き、さらに

$$\begin{aligned} w(z) &= w_0\sqrt{1 + (\frac{\lambda z}{\pi w_0^2})^2} \\ R(z) &= z\{1 + (\frac{\pi w_0^2}{\lambda z})^2\} \end{aligned}$$

なるパラメータ $w(z)$、$R(z)$ を定義すれば

$$\begin{aligned} \exp(ip(z)) &= \frac{w_0}{w(z)}\exp(i\arctan\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}) \\ \exp(ik\frac{x^2+y^2}{2q(z)}) &= \exp(ik\frac{x^2+y^2}{2R(z)} - \frac{x^2+y^2}{w(z)^2}) \end{aligned}$$

となるので、これらを (2.6) 式に代入して

$$E_0(\vec{r}) = A\frac{w_0}{w(z)}\exp(ik\frac{x^2+y^2}{2R(z)} - \frac{x^2+y^2}{w^2(z)})\exp\{i\Phi(z)\} \tag{2.7}$$

$$\left\{ \begin{array}{lcll} \Phi(z) &=& \arctan(z/z_0) & (\text{Guoy の位相因子}) \\ R(z) &=& z + z_0^2/z & (\text{ビーム波面の曲率}) \\ w(z) &=& w_0\sqrt{1 + (z/z_0)^2} & (\text{ビームスポットサイズ}) \\ z_0 &=& \pi w_0^2/\lambda & (\text{レイリー領域}) \end{array} \right.$$

が得られる。

ここで $\Phi(z)$ は Guoy の位相因子と呼ばれ、この Gauss beam mode と後述の transverse mode との位相差を問題にする時に重要になるパラメータである。

$R(z)$ は z における beam axis 上のビーム波面の曲率で、$w(z)$ は z におけるビームスポットサイズである。

z_0 はレイリー領域と呼ばれ、$z > z_0$ の領域ではビームが幾何光学的に振る舞うという 1 つの指標になるパラメータである。

高次 Gauss beam

前小節において、最も簡単な界分布をした Gauss beam を求めたが、近軸波動方程式 (2.5) を満たす、より複雑な界分布をした解が存在する。ここでは結果のみを記しておく。

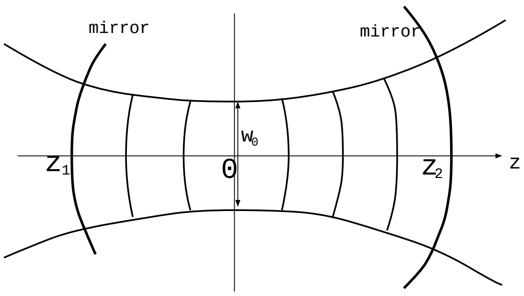
$$E_{mn}(\vec{r}) = A_{mn}\frac{w_0}{w(z)}H_m(\sqrt{2}\frac{x}{w})H_n(\sqrt{2}\frac{y}{w})\exp\{ik\frac{x^2+y^2}{2R(z)} - \frac{x^2+y^2}{w(z)^2}\}\exp\{i(m+n+1)\Phi(z)\} \tag{2.8}$$

($H_m(x)$ はエルミート多項式)

前小節で求めた Gauss beam はこの式で $m = n = 0$ とおいたものである。それゆえ、(2.7) 式は最低次モードあるいは基本モードとも呼ばれる。これに対して上の (2.8) 式は横モードあるいは transverse mode と呼ばれ、m、n を横モード指数と呼ぶ。なお、横モード指数が m、n のモードを $\mathrm{TEM_{mn}}$ とも記す。いくつかの transverse mode の様子を p40の図 2.8 に示す。

2.2.2 Cavity の安定条件

ここでは、前節で求めた Gauss beam が一対の凹面鏡からなる共振器内でどのように振る舞うかを計算し、ミラーの曲率半径と間隔によってどのようなビームが安定に存在するかを求める。



上図のようにスポットサイズが最小となる点を $z = 0$ として、z の正の位置 z_2 と、負の位置 z_1 で波面と等しい曲率半径をもつ凹面鏡があると考える。

z_1、z_2 でのビームの曲率半径は、

$$\begin{aligned} R(z_1) &= z_1 + z_0^2/z_1 \\ R(z_2) &= z_2 + z_0^2/z_2 \end{aligned}$$

このビームが Cavity 内で安定に存在するためにはミラー位置でビーム波面の曲率とミラーの曲率が等しくなるようにすればよい。そうすれば反射波も元のビームと同じ空間分布をもつからである。よってミラーの曲率をそれぞれ R_1、R_2、間隔を D とすると、Cavity 内のビームが安定であるためには

$$\begin{aligned} D &= z_2 - z_1 \\ -R_1 &= z_1 + z_0^2/z_1 \\ R_2 &= z_2 + z_0^2/z_2 \end{aligned}$$

が成り立てばよい。ここで負の曲率は正の曲率とは凹面が逆をむいている曲面 (すなわちミラーの曲率中心がミラー位置より z の正方向に存在する曲面) の曲率を表す。

逆に、距離 D で曲率 R_1、R_2 のミラーを正対させたとき、Cavity 内で安定に存在するビームのパラメータとミラーが置かれるべき位置 z_1、z_2 が一意的に決まる。

$$
\begin{aligned}
z_1 &= \frac{-D(R_2-D)}{R_1+R_2-2D} \qquad (2.9)\\
z_2 &= \frac{D(R_1-D)}{R_1+R_2-2D} \qquad (2.10)\\
z_0^2 &= \frac{D(R_1-D)(R_2-D)(R_1+R_2-D)}{(R_1+R_2-2D)^2}
\end{aligned}
$$

$z_0 = \pi w_0^2/\lambda$ より、

$$
w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi}\cdot\frac{\sqrt{D(R_1-D)(R_2-D)(R_1+R_2-D)}}{|R_1+R_2-2D|} \qquad (2.11)
$$

$w(z) = w_0\sqrt{1+z^2/z_0^2}$ より、ミラー上でのスポットサイズ w_1、w_2 が求まる。

w_0、w_1、w_2 を $g_{1,2} \equiv 1 - D/R_{1,2}$ で書くと、

$$
\begin{aligned}
w_0^2 &= \frac{\lambda D}{\pi}\cdot\frac{\sqrt{g_1g_2(1-g_1g_2)}}{|g_1+g_2-2g_1g_2|}\\
w_1^2 &= \frac{\lambda D}{\pi}\cdot\sqrt{\frac{g_2}{g_1(1-g_1g_2)}}\\
w_2^2 &= \frac{\lambda D}{\pi}\cdot\sqrt{\frac{g_1}{g_2(1-g_1g_2)}}
\end{aligned}
$$

安定なビームが存在するためには w_0^2、w_1、w_2 が実数でなければならない。そのための条件は、

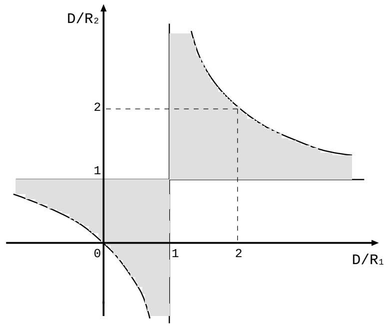
$$
g_1g_2(1-g_1g_2) \geq 0
$$

$$
0 \leq g_1g_2 \leq 1
$$

$$
\therefore\ 0 \leq (1-D/R_1)(1-D/R_2) \leq 1 \qquad (2.12)
$$

これが求める Cavity の安定条件である。この安定条件は幾何光学から導き出される結果と一致する。

下図は横軸に D/R_1、縦軸に D/R_2 をとり、Cavity の安定領域を示したものである。図中で斜線の部分が (2.12) 式が示す安定領域でそれ以外の部分が不安定領域である。原点 (0,0) は平行平面型、双曲線の中心 (1,1) は対称共焦点型、点 (2,2) は対称共中心型の Cavity を示す。これらはすべて安定領域と不安定領域の境界線上にある。

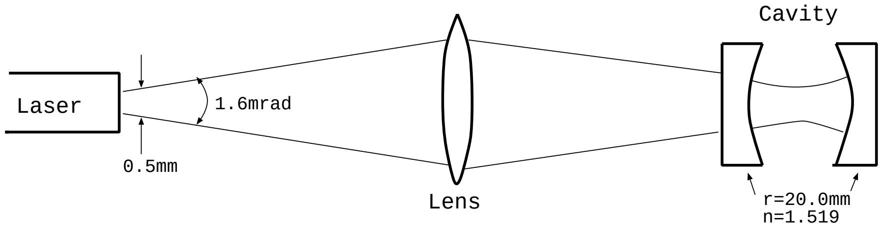


2.2.3 Laser Cavity の設計

この節では、前節までに求めた公式に実際に使用するレーザーやミラーのパラメータを当てはめて、Optical Cavity の各パラメータを決定する。ここでは例として beam waist$w_0 = 10\mu m$ の場合について計算した。

使用する機器のパラメータ

Laser		Mirror(2 枚とも同じ物を使用すると仮定)	
波長 λ	632.8nm	曲率半径 R	20.0mm
Beam divergence (full cone)	1.6mrad	屈折率 n	1.519
出射口での beam size	0.5mm	材質	BK7
出射ビームモード	TEM_{00}	厚み (ミラー中心での)t	3.2mm



なお、凹面ミラーの背面は平面で、ミラーは誘電多層膜コーティングをしてある。また、ミラー曲率 R は加速器のビームパイプの大きさ及び規格品が存在する事等の条件を考慮して決定した。

Cavity の安定条件

ミラーの曲率半径を $R = 20.0\text{mm}$ としたとき、Cavity 内の電磁波が安定に存在し続けることができる条件は (2.12) 式より、

$$(1 - D/R)^2 \leq 1$$

$$0 \leq D \leq 2R$$

$$\therefore\ 0 \leq D \leq 40.0(mm)$$

ミラー間隔 D の決定

次に D を決定する。2.2.2節で示したようにミラーの曲率半径 R とミラー間隔 D を決めると beam waist が定まる。実験の目的から、beam waist を小さく絞りたいので、逆に beam waist を決めて、そこからミラー間隔 D を計算することにする。そこでまず、w_0 が取り得る範囲を計算する。

式 (2.11) で $R_1 = R_2 = R$ とおくことにより、

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{D(2R-D)}}{2} \tag{2.13}$$

$0 \leq D \leq 2R$ より w_0^2 は、

$D = 0, 2R$ のとき、最小値　0

$D = R$ のとき、最大値　$\frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{R}{2} = \frac{632.8\times10^{-9}}{3.142} \times \frac{20.0\times10^{-3}}{2} = 2.01 \times 10^{-9}$

をとる。

$$\therefore\ 0 \leq w_0 \leq 44.9(\mu m)$$

スペースの関係上 $D \geq R$ と設定する。この領域では w_0 は D に関して単調減少である。w_0 と D の関係を p38の図 2.6に示す。

これより $w_0 = 10\mu m$ 程度にスポットサイズを絞ることが可能であると思われるので $w_0 = 10\mu m$ となるように D を決定する。

$R = R(z_2) = z_2\{1 + (\frac{\pi w_0^2}{\lambda z_2})^2\}$ より、

$$z_2 = \{R + \sqrt{R^2 - (\frac{2\pi w_0^2}{\lambda})^2}\}/2$$

($z_2 \geq R/2$ より)

$D = 2z_2$ なので、

$$D = R + \sqrt{R^2 - (\frac{2\pi w_0^2}{\lambda})^2} \tag{2.14}$$

$R = 20.0mm$、$\lambda = 632.8nm$、$w_0 = 10\mu m$ を代入して、

$$D = 39.975mm$$

となる。このとき、ミラー上でのスポットサイズは、

$$w(D/2)^2 = \frac{\lambda R}{\pi}\sqrt{\frac{D}{2R-D}} = (\frac{\lambda}{\pi w_0})^2 \frac{RD}{2}$$

$$w(D/2) = \frac{\lambda}{\pi w_0}\sqrt{\frac{RD}{2}} = \frac{632.8 \times 10^{-9}}{\pi \times (10 \times 10^{-6})}\sqrt{\frac{(20.0 \times 10^{-3}) \cdot (39.975 \times 10^{-3})}{2}} = 403(\mu m)$$

ちなみに、この他の w_0 についての D や $w(D/2)$ は、

$$
\begin{array}{lll}
w_0 = 15\mu m: & D = 39.875mm, & w(D/2) = 268\mu m \\
w_0 = 20\mu m: & D = 39.602mm, & w(D/2) = 200\mu m \\
w_0 = 25\mu m: & D = 39.013mm, & w(D/2) = 159\mu m \\
w_0 = 30\mu m: & D = 37.893mm, & w(D/2) = 131\mu m \\
w_0 = 35\mu m: & D = 35.876mm, & w(D/2) = 109\mu m \\
w_0 = 40\mu m: & D = 32.150mm, & w(D/2) = 90.3\mu m
\end{array}
$$

となる。

入射レンズ系の設計 (その 1)

Laser cavity のパラメータが決定したので、次はそのビームに合うように市販のレーザービームをレンズを使用して変形する。

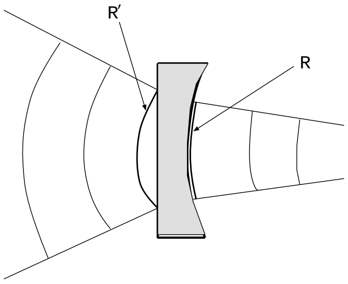
まず、凹面ミラーは透過する光に対して凹レンズとして働くことに注意する。通常の Laser cavity のように曲率半径が大きな球面ミラーでは、この効果は無視することができるが、ここでは $R = 20.0mm$ と小さいのでこの効果が効いてくる。そこで球面ミラーを透過するときビームがどのように変形するかを計算する。

曲率半径 R、屈折率 n の凹面ミラーの凹レンズとしての焦点距離 f はミラーの厚みを無視すると中心軸近くでは、

$$f = -\frac{R}{n-1}$$

である。

ここで、上で求めたようにミラー上のスポットサイズがせいぜい $400\mu m$ 程度なので球面収差は、無視できると考える。



上図のように曲率半径 R で入射したビームが R' で出射したとすると、

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f}$$

が成り立つので、

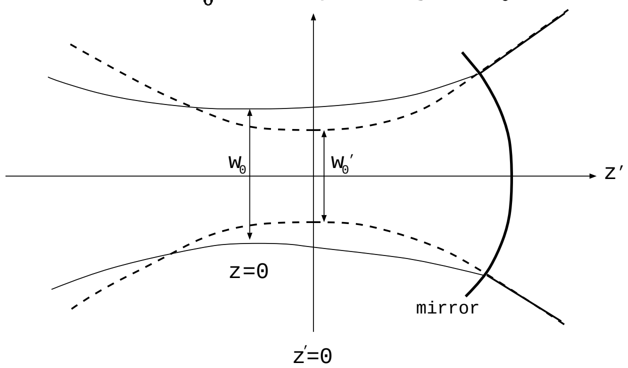
$$R' = \frac{Rf}{f-R} = \frac{-\frac{R}{n-1}\cdot R}{-\frac{R}{n-1} - R} = \frac{R}{n} = \frac{20.0}{1.519} = 13.666(mm)$$

今、ミラーの厚みを無視しているので、ミラー上のスポットサイズは入射側と出射側で変わらない。よって Cavity 内でビーム波面がミラー面に一致しているビームの Cavity 外部でのミラー上における曲率半径 $R^{'}$ とスポットサイズ w は、

$$\begin{cases} R^{'} &= 13.7(mm) \\ w &= 403(\mu m) \end{cases}$$

となる。

最後に Cavity 内で安定に存在できるビームになるようにミラーの屈折を考慮して調整した Cavity 入射ビームの beam waist $w_0^{'}$ とその位置を求める。



まずミラー位置で、

$$\begin{cases} z^{'}\{1+(\frac{z_0^{'}}{z^{'}})^2\} &= R^{'}(z^{'}) = 13.7\times 10^{-3} \quad (2.15) \\ w_0^{'2}\{1+(\frac{z^{'}}{z_0^{'}})^2\} &= w^{'2}(z^{'}) = (403\times 10^{-6})^2 \quad (2.16) \end{cases}$$

が成り立つ。

これより、

$$w^{'2} = w_0^{'2}\cdot\frac{z^{'}R^{'}}{z_0^{'2}} = \frac{\lambda z_0^{'}}{\pi}\cdot\frac{z^{'}R^{'}}{z_0^{'2}} = \frac{\lambda z^{'}R^{'}}{\pi z_0^{'}}$$

ここで $R^{'}=R/n$、$w^{'}(z^{'})=w(z)$ に注意すると、

$$(\frac{z_0^{'}}{z^{'}})^2 = (\frac{\lambda R}{n\pi w^2})^2$$

(ここで z、$z^{'}$ はそれぞれ Cavity 内外のビームの beam waist の位置を原点としたミラーの座標を、w はミラー位置におけるスポットサイズ $w(D/2)$ を表す。)

これより

$$z_0^{'} = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = \frac{\pi w^2}{\lambda}\cdot\frac{1}{1+(z^{'}/z_0^{'})^2} = \frac{\pi w^2}{\lambda}\cdot\frac{1}{1+(n\pi w^2/\lambda R)^2} = 0.215(mm) \qquad (2.17)$$

よって (2.15) 式より

$$z' = \left\{ \frac{R}{n} + \sqrt{(\frac{R}{n})^2 - 4z_0'^2} \right\} /2 = 13.2(mm)$$

となる。

また (2.16) 式より

$$w_0' = \frac{w}{\sqrt{1 + (n\pi w^2/\lambda R)^2}} = 6.58(\mu m) \tag{2.18}$$

以上をまとめて、入射ビームの beam waist を $6.58\mu m$ としてその位置をミラーの内側 $13.2mm$ とするように入射ビームを変形すればよいことが分かる。

なお、$D \simeq 2R$ の時は

$$w = \frac{\lambda}{\pi w_0}\sqrt{\frac{RD}{2}} \simeq \frac{\lambda R}{\pi w_0}$$

なので

$$\frac{n\pi w^2}{\lambda R} = \frac{n\pi}{\lambda R} \cdot (\frac{\lambda R}{\pi w_0})^2 =\simeq \frac{n\lambda R}{\pi w_0^2}$$

例えば $w_0 = 10\mu m$ の時は

$$\frac{n\pi w^2}{\lambda R} \simeq \frac{1.519 \times (632.8 \times 10^{-3}) \times (20.0 \times 10^3)}{\pi \times 10^2} = 61.19$$

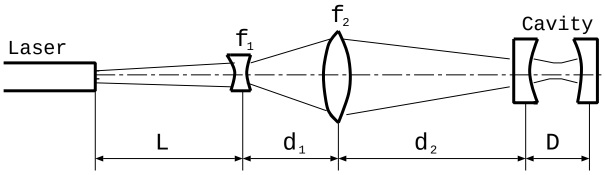
となり、$(n\pi w^2/\lambda R)^2 \gg 1$ とみなせるので

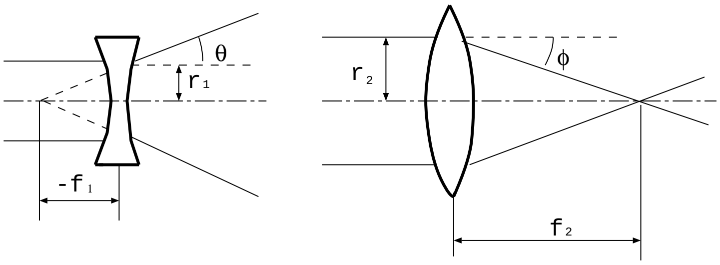
$$w_0' \simeq \frac{w}{n\pi w^2/\lambda R} \simeq \frac{\frac{\lambda R}{\pi w_0}}{\frac{n\pi}{\lambda R}(\frac{\lambda R}{\pi w_0})^2} = \frac{w_0}{n}$$

となる。

入射レンズ系の設計 (その **2**)

前小節で求めたビームを作るために市販のレーザーからのビームをレンズで変形して Laser cavity に導く必要がある。そこでここではレーザー、レンズ、cavity の位置関係とレンズの焦点距離を決定する。なお、本実験ではスペースの確保と、beam waist を変えたときの光学系の配置の変化を小さくするため、凸レンズと凹レンズ 1 枚ずつから成るレンズ系を採用した。





上図のようにパラメータを設定すると、レーザーの divergence は 1.6mrad、レーザーの出射口でのビームの直径は 0.5mm なので、

(以下単位は mm とする。)

$$
\begin{aligned}
r_1 &= 0.8\times10^{-3}L+0.25 \qquad (2.19)\\
&\stackrel{\text{def}}{=} \alpha L+\beta\\
r_2 &= r_1+d_1\tan(\theta+\alpha)\\
&\simeq r_1+d_1(\tan\theta+\tan\alpha)\\
&= r_1+d_1(-\frac{r_1}{f_1})+d_1\alpha\\
&= r_1(1-\frac{r_1}{f_1})+d_1\alpha\\
w &= r_2-d_2\tan(\varphi-\theta-\alpha)\\
&\simeq r_2-d_2(\tan(\varphi-\theta)-\tan\alpha)\\
&\simeq r_2-d_2(\frac{r_1}{F}-\alpha)\\
&= r_1(1-\frac{d_1}{f_1}-\frac{d_2}{F})+(d_1+d_2)\alpha \qquad (2.20)
\end{aligned}
$$

ここで F はレンズ f_1、f_2 の合成焦点距離で、

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{d_1}{f_1f_2} \qquad (2.21)$$

Cavity の入射角は $\varphi-\theta-\alpha$ なので、

$$\frac{w}{z'}=\tan(\varphi-\theta-\alpha)=\frac{r_1}{F}-\alpha \qquad (2.22)$$

(2.20)～(2.22) 式より、

$$
\left\{
\begin{array}{lcc}
d_1 &=& f_1+f_2-\frac{w/z'+\alpha}{r_1}\cdot f_1f_2\\
d_2 &=& \frac{z'}{w}\{f_2(\frac{w/z'+\alpha}{r_1}-\frac{1}{f_1})(r_1-f_1\alpha)+f_1\alpha-w\}
\end{array}
\right. \qquad (2.23)
$$

本実験ではレーザーと Cavity の入射側のミラーの位置を固定して、その間のレンズの位置を変えることにより beam waist を変化させるので、$L_0 \equiv L + d_1 + d_2$ が一定となる解を求める。

$$L_0 = L + \{f_1 + f_2 - \frac{w/z' + \alpha}{r_1} f_1 f_2\} + \frac{z'}{w}\{f_2(\frac{w/z' + \alpha}{r_1} - \frac{1}{f_1})(r_1 - f_1\alpha) + f_1\alpha - w\}$$

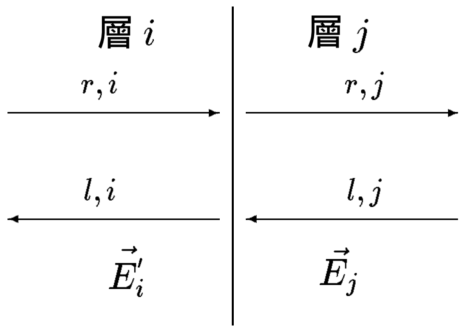
この式に f_1、f_2、w、z' を代入すると ($\alpha = 0.8 \times 10^{-3}$,$\beta = 0.25$)、これは L についての二次方程式になる。これより L が求まり、これを (2.19) 式に代入することにより r_1 が求まる。更にこれを (2.23) 式に代入して d_1、d_2 が得られ、光学系の配置が決定する。

ここでは各パラメータを実験で用いたものと同じ $L_0 = 700(mm)$、$f_1 = -15.1(mm)$、$f_2 = 51.5(mm)$ とし、各 beam waist の場合について L、d_1、d_2 を算出しておく。

$w_0(\mu m)$:	$L(mm)$	$d_1(mm)$	$d_2(mm)$
10 :	511.48	73.44	115.09
15 :	487.96	62.14	149.90
20 :	461.25	56.61	182.14
25 :	434.51	53.34	212.14
30 :	408.56	51.18	240.25
35 :	383.56	49.66	266.78
40 :	359.53	48.53	291.94

2.3 Enhancement Factor の導出

2.3.1 Matrix Formalism



[5],[8]

上図のように二層の境界面上の電場を考え、その電場がどの層に属しているかを添字 i、j で、その電場が右方向に進行する波ならば r、左方向ならば l を付し、またその電場が層の右端のものなら $'$ をつけ、左端のものならつけない、という notation をとる。

また、層 i から層 j に進む光の反射、透過係数をそれぞれ ρ_{ij}、τ_{ij} と表す。すると明らかに

$$E_{rj} = E_{ri}'\tau_{ij} + E_{lj}\rho_{ji} \tag{2.24}$$
$$E_{li}' = E_{lj}\tau_{ji} + E_{ri}'\rho_{ij} \tag{2.25}$$

が成り立つ。(以後偏光は考えず、電場は scalar 関数と考える。)

(2.24) 式を用いて (2.25) 式から E_{ri}' を消すと

$$E_{li}' = E_{lj}(\frac{\tau_{ji}\tau_{ij} - \rho_{ji}\rho_{ij}}{\tau_{ij}}) + E_{rj}\frac{\rho_{ij}}{\tau_{ij}}$$

ここで Fresnel equation: $\rho_{ij} = -\rho_{ji}, \tau_{ji}\tau_{ij} + (\rho_{ij})^2 = 1$ を用いると

$$E_{li}' = \frac{1}{\tau_{ij}}E_{lj} + \frac{\rho_{ij}}{\tau_{ij}}E_{rj} \tag{2.26}$$

(2.24) 式、(2.26) 式をまとめて

$$\begin{cases} E_{li}' = \frac{1}{\tau_{ij}}E_{lj} + \frac{\rho_{ij}}{\tau_{ij}}E_{rj} \\ E_{ri}' = \frac{\rho_{ij}}{\tau_{ij}}E_{lj} + \frac{1}{\tau_{ij}}E_{rj} \end{cases}$$

ここで $\vec{E}_j \stackrel{\mathrm{def}}{=} \begin{pmatrix} E_{lj} \\ E_{rj} \end{pmatrix}$、$\vec{E}_j' \stackrel{\mathrm{def}}{=} \begin{pmatrix} E_{lj}' \\ E_{rj}' \end{pmatrix}$ を導入すると

$H_{ij} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \frac{1}{\tau_{ij}} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{ij} \\ \rho_{ij} & 1 \end{pmatrix}$ を用いて

$$\vec{E}_i' = H_{ij}\vec{E}_j \tag{2.27}$$

と書ける。

これより H_{ij} は interface transition matrix であることが分かる。

次に一つの層中を端から端へ伝播する際の位相変化は $e^{-i\beta_j}$ ($\beta_j \stackrel{\mathrm{def}}{=} kn_jd_j\cos\theta_j$、$k$ は波数、n_j は層 j の屈折率、d_j は層 j の厚さ、θ_j は界面の垂線に対する光の角度) であるから、

$$\left\{\begin{array}{lcl} E'_{rj} &=& e^{-i\beta_j}E_{rj} \\ E_{lj} &=& e^{-i\beta_j}E'_{lj} \end{array}\right.$$

よって、$L_j \stackrel{\mathrm{def}}{=} \begin{pmatrix} e^{-i\beta_j} & 0 \\ 0 & e^{i\beta_j} \end{pmatrix}$ とすると

$$\vec{E_j} = L_j\vec{E'_j} \tag{2.28}$$

これより L_j は layer propagation matrix であることが分かる。

ここで最後の層の電場は右向き進行成分しかないので
(入射波は右向きとし、N 番目の層が最後の層であるとする。)

$$\vec{E_N} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{rN} \end{pmatrix}$$

となることに注意する。

(2.27) 式、(2.28) 式より

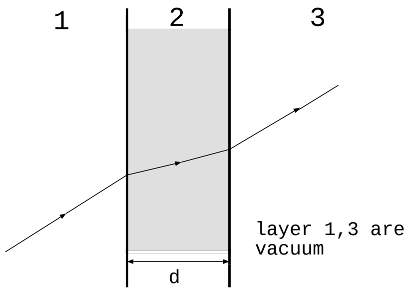
$$\vec{E'_1} = H_{12}\vec{E_2} = H_{12}L_2\vec{E'_2} = \cdots = H_{12}L_2H_{23}L_3\cdots L_{N-1}H_{N-1,N}\vec{E_N}$$

今 $S_{1N} \stackrel{\mathrm{def}}{=} H_{12}L_2\cdots L_{N-1}H_{N-1,N}$ とすると

$$\vec{E'_1} = S_{1N}\vec{E_N}$$

すなわち、入射してから出射するまでのすべての層での multiple reflection を含むすべての効果はこの stack matrix S_{1N} によって表される。

2.3.2 Single Slab



この場合、stack matrix S は

$$S = H_{12}L_2H_{23}$$

$$H_{12} = \frac{1}{\tau_{12}} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{12} & 1 \end{pmatrix}, L_2 = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_2} & 0 \\ 0 & e^{i\beta_2} \end{pmatrix}, H_{23} = \frac{1}{\tau_{21}} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{21} \\ \rho_{21} & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau_{21}} \begin{pmatrix} 1 & -\rho_{12} \\ -\rho_{12} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\beta_2 = kn_2 d \cos\theta_2$$

となる。計算すると、

$$S = \frac{1}{\tau_{12}\tau_{21}} \begin{pmatrix} e^{-i\beta_2} - \rho_{12}^2 e^{i\beta_2} & \rho_{12}e^{i\beta_2} - \rho_{12}e^{-i\beta_2} \\ \rho_{12}e^{-i\beta_2} - \rho_{12}e^{i\beta_2} & e^{i\beta_2} - \rho_{12}^2 e^{-i\beta_2} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ -S_{12} & S_{22} \end{pmatrix}$$

ここで $\begin{pmatrix} E'_{l1} \\ E'_{r1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ -S_{12} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_{r3} \end{pmatrix}$ より Single slab の反射、透過係数 ρ、τ は

$$\rho \stackrel{\text{def}}{=} \frac{E'_{l1}}{E'_{r1}} = \frac{S_{12}E_{r3}}{S_{22}E_{r3}} = \frac{S_{12}}{S_{22}} = \frac{\rho_{12}(e^{i\beta_2} - e^{-i\beta_2})}{e^{i\beta_2} - \rho_{12}^2 e^{-i\beta_2}} = \frac{\rho_{12}(e^{i\beta_2} - e^{-i\beta_2})e^{-i\beta_2}}{1 - \rho_{12}^2 e^{-2i\beta_2}}$$

$$\tau \stackrel{\text{def}}{=} \frac{E_{r3}}{E'_{r1}} = \frac{E_{r3}}{S_{22}E_{r3}} = \frac{1}{S_{22}} = \frac{\tau_{12}\tau_{21}}{e^{i\beta_2} - \rho_{12}^2 e^{-i\beta_2}} = \frac{\tau_{12}\tau_{21}e^{-i\beta_2}}{1 - \rho_{12}^2 e^{-2i\beta_2}}$$

よって反射率、透過率 R_m、T_m は

$$R_m = |\rho|^2 = \frac{4|\rho_{12}|^2 \sin^2\beta_2}{|1 - \rho_{12}^2 e^{-2i\beta_2}|^2}, T_m = |\tau|^2 = \frac{|\tau_{12}\tau_{21}|^2}{|1 - \rho_{12}^2 e^{-2i\beta_2}|^2}$$

ここで Slab の metal coating 等の影響による吸収のための phase shift より、

$$\rho_{12} = \rho_0 e^{i\gamma}$$

$$(\rho_0, \gamma \in \mathbf{R}, \rho_0 > 0)$$

と書けるが、以下吸収の影響は無視し、$\rho_{12} > 0$ と考える。

また、ここで層 1、2 の境界面での反射、透過係数 R_1、T_1 を導入する。

$$\begin{cases} R_1 = |\rho_{12}|^2 = \rho_{12}^2 \\ T_1 = |\tau_{12}\tau_{21}| \end{cases}$$

(吸収を無視しているので、$R_1 + T_1 = 1$ が成り立つ。)

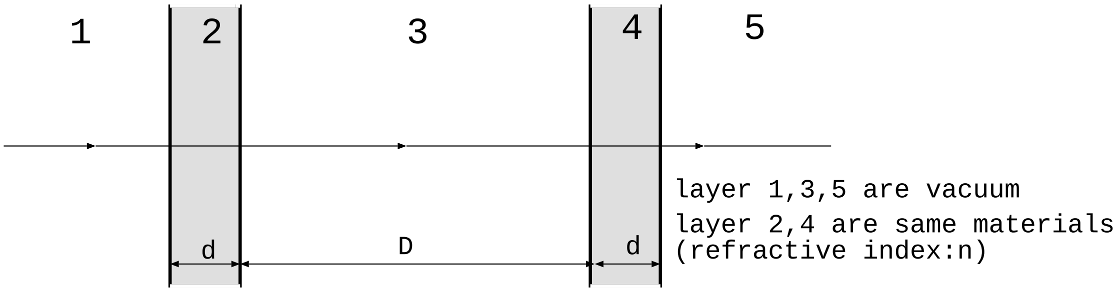
これらを用いると、R_m、T_m は

$|-\rho_{12}^2 e^{-2i\beta_2}|^2 = 1 + R_1^2 - 2R_1\cos 2\beta_2$ より、

$$\begin{aligned} R &= \frac{4R_1 \sin^2\beta_2}{1 + R_1^2 - 2R_1\cos 2\beta_2} \\ T &= \frac{T_1^2}{1 + R_1^2 - 2R_1\cos 2\beta_2} \end{aligned}$$

となる。(注: $R_1 + T_1 = 1$ を用いると $R_m + T_m = 1$ となる。)

2.3.3 Cavity の透過率



以下吸収は考えず、また入射光はミラーに対して直角に入ってくるとする。
Stack matrix S は、

$$S = H_{12}L_2H_{23}L_3H_{34}L_4H_{45}$$

$$H_{12} = H_{34} = \frac{1}{\tau_{12}}\begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{12} & 1 \end{pmatrix}, \quad L_2 = L_4 = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_2} & 0 \\ 0 & e^{i\beta_2} \end{pmatrix},$$

$$H_{23} = H_{45} = \frac{1}{\tau_{21}}\begin{pmatrix} 1 & -\rho_{12} \\ -\rho_{12} & 1 \end{pmatrix}, \qquad L_3 = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_1} & 0 \\ 0 & e^{i\beta_1} \end{pmatrix}$$

$$\beta_1 = kD, \beta_2 = knd$$

ここでミラーに関する stack matrix S_m を導入すると、前小節より

$$\begin{aligned} S_m &= H_{12}L_2H_{23} = \frac{1}{\tau_{12}\tau_{21}}\begin{pmatrix} e^{-i\beta_2} - \rho_{12}^2 e^{i\beta_2} & \rho_{12}e^{i\beta_2} - \rho_{12}e^{-i\beta_2} \\ \rho_{12}e^{-i\beta_2} - \rho_{12}e^{i\beta_2} & e^{i\beta_2} - \rho_{12}^2 e^{-i\beta_2} \end{pmatrix} \\ &\equiv \begin{pmatrix} S_{11}^m & S_{12}^m \\ -S_{12}^m & S_{22}^m \end{pmatrix} \end{aligned}$$

これを用いると

$$\begin{aligned} S &= S_mL_3S_m = \begin{pmatrix} S_{11}^m & S_{12}^m \\ -S_{12}^m & S_{22}^m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{-i\beta_1} & 0 \\ 0 & e^{i\beta_1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_{11}^m & S_{12}^m \\ -S_{12}^m & S_{22}^m \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} e^{-i\beta_1}(S_{11}^m)^2 - e^{i\beta_1}(S_{12}^m)^2 & e^{-i\beta_1}S_{11}^mS_{12}^m + e^{i\beta_1}S_{12}^mS_{22}^m \\ -e^{-i\beta_1}S_{11}^mS_{12}^m - e^{i\beta_1}S_{12}^mS_{22}^m & -e^{-i\beta_1}(S_{12}^m)^2 + e^{i\beta_1}(S_{22}^m)^2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ -S_{12} & S_{22} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

これより透過係数 τ は

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{S_{22}} = \frac{1}{-e^{-i\beta_1}(S_{12}^m)^2 + e^{i\beta_1}(S_{22}^m)^2} \\ &= \frac{(\tau_{12}\tau_{21})^2}{-e^{-i\beta_1}(\rho_{12}e^{i\beta_2} - \rho_{12}e^{-i\beta_2})^2 + e^{i\beta_1}(e^{i\beta_2} - \rho_{12}^2e^{-i\beta_2})^2} \\ &= \frac{(\tau_{12}\tau_{21})^2}{4e^{-i\beta_1}\rho_{12}^2\sin^2\beta_2 + e^{i\beta_1}e^{2i\beta_2}(1 - \rho_{12}^2e^{-2i\beta_2})^2} \\ &= \frac{e^{i\beta_1}(\tau_{12}\tau_{21})^2}{4\rho_{12}^2\sin^2\beta_2 + e^{2i(\beta_1+\beta_2)}(1 - \rho_{12}^2e^{-2i\beta_2})^2} \end{aligned}$$

よって透過率 T は

$$T = |\tau|^2 = \frac{|\tau_{12}\tau_{21}|^4}{|4\rho_{12}^2 \sin^2\beta_2 + e^{2i(\beta_1+\beta_2)}(1-\rho_{12}^2 e^{-2i\beta_2})^2|^2}$$

ここで

$$\begin{aligned}
& |4\rho_{12}^2 \sin^2\beta_2 + e^{2i(\beta_1+\beta_2)}(1-\rho_{12}^2 e^{-2i\beta_2})^2|^2 \\
= \ & (4R_1\sin^2\beta_2)^2 + |(1-R_1e^{-2i\beta_2})^2|^2 + 2\Re\{4R_1\sin^2\beta_2 \cdot e^{2i(\beta_1+\beta_2)}(1-R_1e^{-2i\beta_2})^2\} \\
= \ & (4R_1\sin^2\beta_2)^2 + |1-R_1e^{-2i\beta_2}|^4 + 8R_1\sin^2\beta_2|1-R_1e^{-2i\beta_2}|^2 \cdot \Re\{e^{2i\beta_1}\cdot e^{-2i\delta}\} \\
= \ & |1-R_1e^{-2i\beta_2}|^4\{(\frac{4R_1\sin^2\beta_2}{|1-R_1e^{-2i\beta_2}|^2})^2 + 1 + 2\cdot\frac{4R_1\sin^2\beta_2}{|1-R_1e^{-2i\beta_2}|^2}\cos 2(\beta_1-\delta)\}
\end{aligned}$$

ここで

$$-2\delta \stackrel{\mathrm{def}}{=} \arg\{e^{2i\beta_2}(1-R_1e^{-2i\beta_2})^2\}$$

$$\text{i.e.} -\delta \stackrel{\mathrm{def}}{=} \arg(e^{i\beta_2} - R_1e^{-i\beta_2}) = \arg(\tau_{12}\tau_{21}S_{22}^m)$$

また、前小節で求めた各々のミラーの反射率、透過率 R_m、T_m を用いると

$$\begin{aligned}
T &= \frac{T_1^4}{|1-R_1e^{-2i\beta_2}|^4\{R_m^2+1+2R_m\cos 2(\beta_1-\delta)\}} \\
&= \frac{T_m^2}{1+R_m^2+2R_m\cos 2(\beta_1-\delta)}
\end{aligned}$$

更に変形して

$$T = \frac{T_m^2}{(1-R_m)^2 + 2R_m\{1+\cos 2(\beta_1-\delta)\}} = (\frac{T_m}{1-R_m})^2 \cdot \frac{1}{1+\frac{4R_m}{(1-R_m)^2}\cos^2(\beta_1-\delta)}$$

ここで $1-R_m = T_m$ であることに注目し、finesse $\mathcal{F} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \frac{\pi\sqrt{R_m}}{1-R_m}$ を導入すると

$$\boxed{T = \frac{1}{1+\frac{4\mathcal{F}^2}{\pi^2}\cos^2(\beta_1-\delta)} \qquad (2.29)}$$

となる。

$\beta_1 = kD$ なので Cavity 間隔 D を動かすと、T は

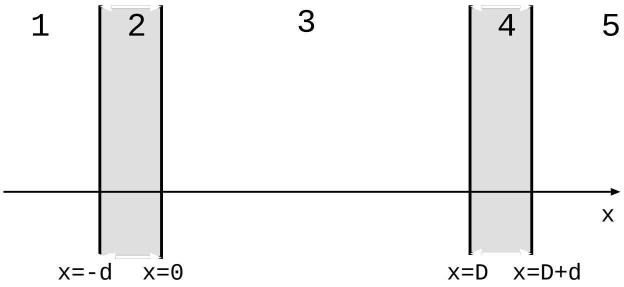
$$\begin{aligned}
D &= \frac{1}{k}\{(m+\frac{1}{2})\pi + \delta\} = \frac{\lambda}{2}\{(m+\frac{1}{2}) + \frac{\delta}{\pi}\} \text{ の時に最大値 1 をとり、} \\
D &= \frac{1}{k}\{m\pi + \delta\} = \frac{\lambda}{2}(m + \frac{\delta}{\pi}) \text{ の時に最小値 } (\frac{1-R_m}{1+R_m})^2 \text{ をとる。}
\end{aligned}$$

(m:整数)

ゆえに、この変動の周期は $\lambda/2$ である。

(2.29) 式は Airy function と呼ばれ、p39の図 2.7に示すような関数である。また、(2.29) 式から分かるように Airy function のピークが十分鋭ければ、finesse$\mathcal{F}$ はピーク間の距離 $\Delta D = \lambda/2$(free spectral range:FSR という) とピークの FWHM:δD の比 $\mathcal{F} = \Delta D/\delta D$ になる。

2.3.4 Enhancement Factor の導出



上図のように x 軸をとった時の x ($0 \leq x \leq D$) での光の強度を求める。

$$\begin{pmatrix} E'_{l3} \\ E'_{r3} \end{pmatrix} = H_{34}L_4H_{45}\begin{pmatrix} 0 \\ E_{r5} \end{pmatrix} = S_m\begin{pmatrix} 0 \\ E_{r5} \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau_m}\begin{pmatrix} e^{2i\delta} & \rho_m \\ -\rho_m & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ E_{r5} \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau_m}\begin{pmatrix} \rho_m E_{r5} \\ E_{r5} \end{pmatrix}$$

ここで $\begin{pmatrix} E'_{l3} \\ E'_{r3} \end{pmatrix} = S\begin{pmatrix} 0 \\ E_{r5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{12}E_{r5} \\ S_{22}E_{r5} \end{pmatrix}$ より、$E_{r5} = \dfrac{1}{S_{22}}E'_{r1}$ であるから

$$\begin{pmatrix} E'_{l3} \\ E'_{r3} \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau_m S_{22}}\begin{pmatrix} \rho_m E'_{r1} \\ E'_{r1} \end{pmatrix}$$

今、x での電場を E^x_l、E^x_r とすると、

$$\begin{pmatrix} E^x_l \\ E^x_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_x} & 0 \\ 0 & e^{i\beta_x} \end{pmatrix}\left(E'_{l3}E'_{r3}\right)$$

$$\beta_x \stackrel{\text{def}}{=} k(D-x)$$

$$\begin{pmatrix} E^x_l \\ E^x_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_x} & 0 \\ 0 & e^{i\beta_x} \end{pmatrix}\frac{1}{\tau_m S_{22}}\begin{pmatrix} \rho_m E'_{r1} \\ E'_{r1} \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau_m S_{22}}\begin{pmatrix} \rho_m e^{-i\beta_x}E'_{r1} \\ e^{i\beta_x}E'_{r1} \end{pmatrix}$$

よって、

$$E^x \stackrel{\text{def}}{=} E^x_l + E^x_r = \frac{E'_{r1}}{\tau_m S_{22}}(\rho_m e^{-i\beta_x} + e^{i\beta_x})$$

ここで $\dfrac{1}{S_{22}} = \tau$ なので

$$\frac{E^x}{E'_{r1}} = \frac{\tau}{\tau_m}(\rho_m e^{-i\beta_x} + e^{i\beta_x})$$

ゆえに求める増幅率 P は

$$P \stackrel{\mathrm{def}}{=} |\frac{E^x}{E^x_{r1}}|^2 = \frac{|\tau|^2}{|\tau_m|^2}|\rho_m e^{-i\beta_x} + e^{i\beta_x}|^2$$

(磁場についても電場と全く同様な関係式が成り立つので、増幅率の定義は上式で与えられるとしてよい。)

　ここで $\rho_m = \sqrt{R_m} i e^{i\delta}$ より

$$\begin{aligned} |\rho_m e^{-i\beta_x} + e^{i\beta_x}|^2 &= |\rho_m|^2 + 1 + 2\Re(\rho_m e^{-2i\beta_x}) \\ &= 1 + R_m + 2\sqrt{R_m}\Re(ie^{-i(2\beta_x - \delta)}) \\ &= 1 + R_m + 2\sqrt{R_m}\sin(2\beta_x - \delta) \end{aligned}$$

なので、

$$\boxed{\begin{aligned} P &= \frac{T}{T_m}\{1 + R_m + 2\sqrt{R_m}\sin(2\beta_x - \delta)\} \\ &= \frac{T}{T_m}\{1 + R_m - 2\sqrt{R_m}\sin(2kx - 2\beta_1 + \delta)\} \end{aligned}}$$

ゆえに P は x に関して周期 $\lambda/2$ の正弦波的な変化をする。

　その平均値は $\frac{1+R_m}{1-R_m}T$ で Cavity 透過率 T が最大値 1 をもつところで最大となり、その時の値は $R_m \simeq 1$ のときは $\frac{2}{1-R_m} \simeq \frac{2}{3}\mathcal{F}$ になる。

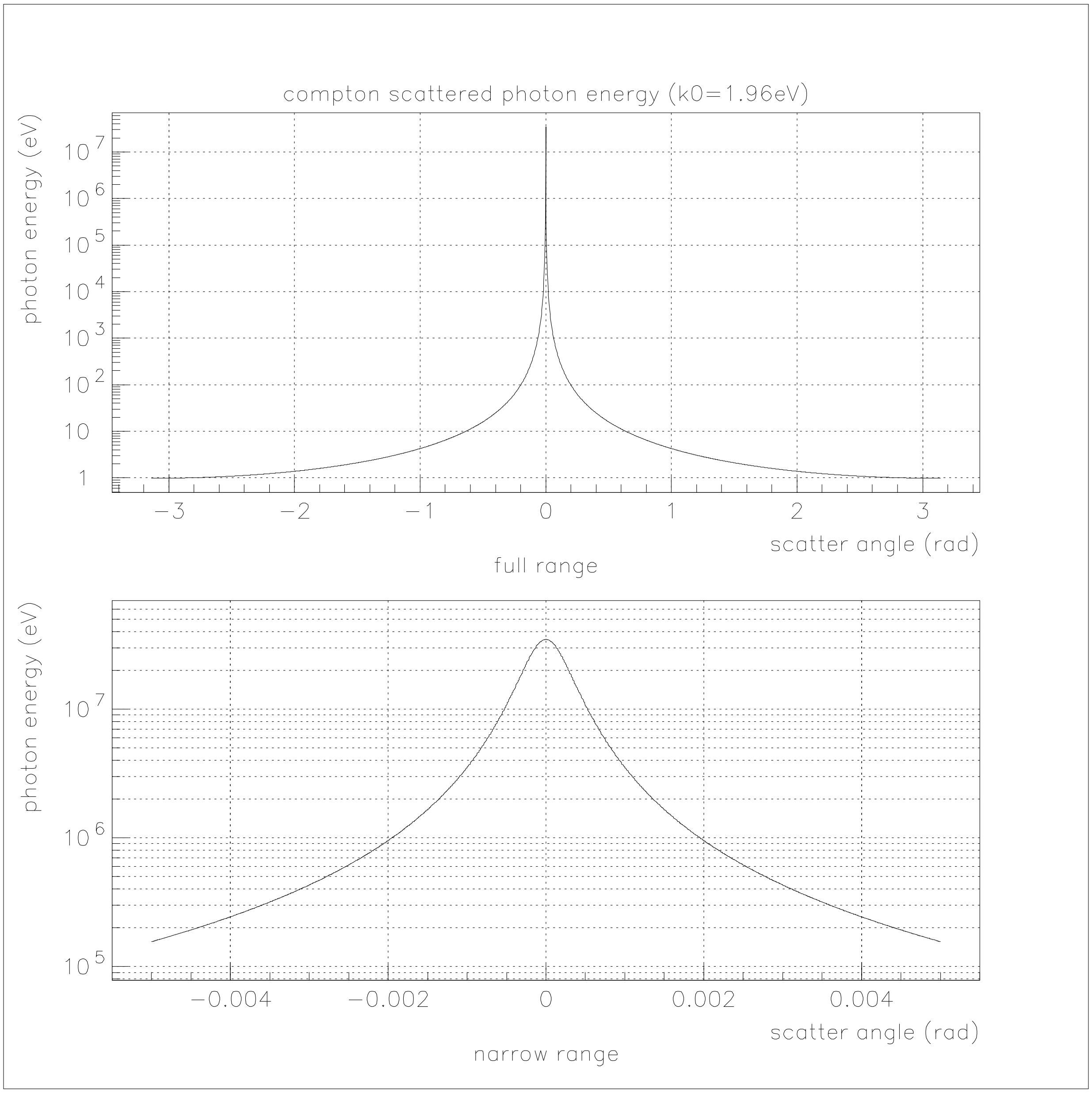


Figure 2.4: 散乱光子エネルギー (He-Ne レーザー)

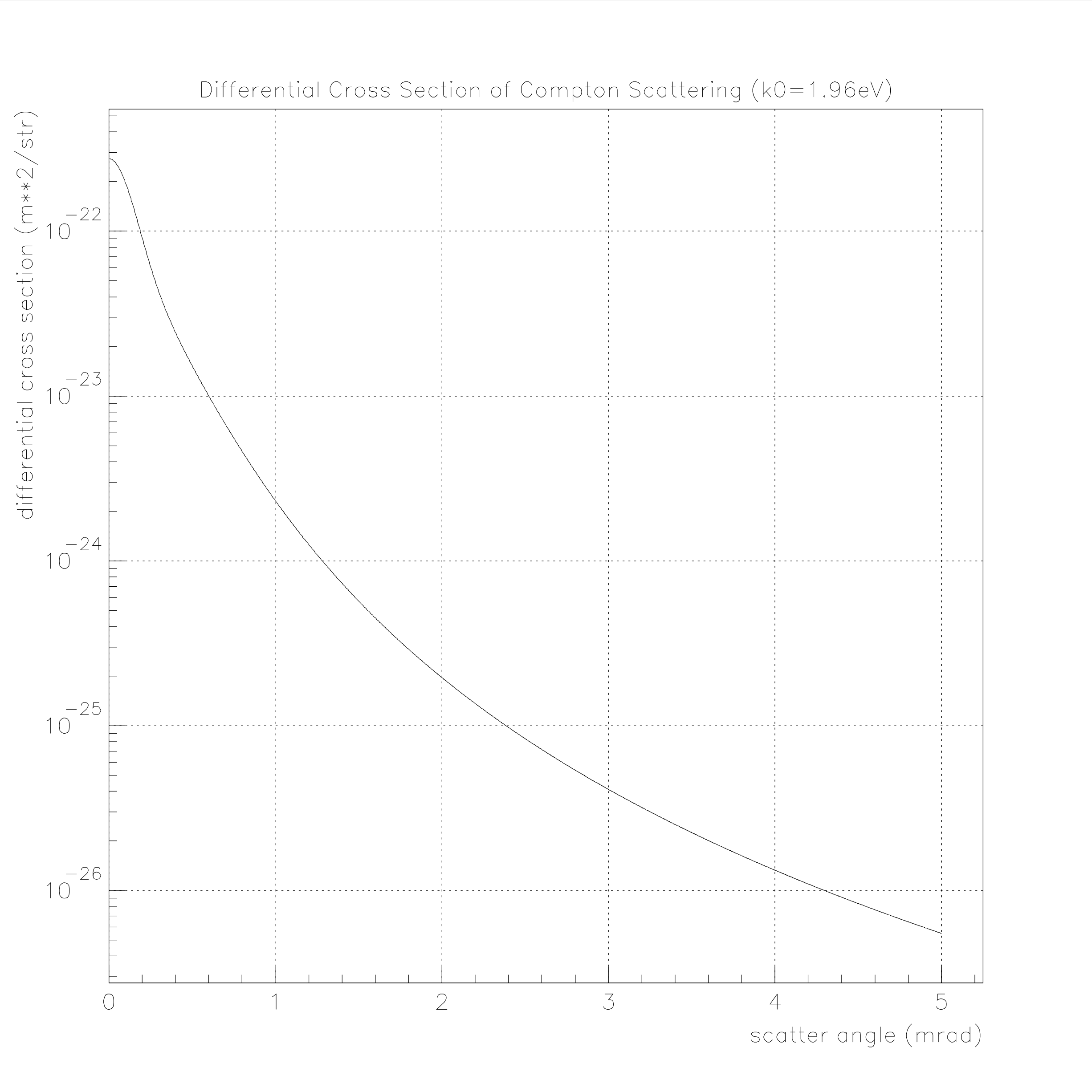


Figure 2.5: 微分散乱断面積

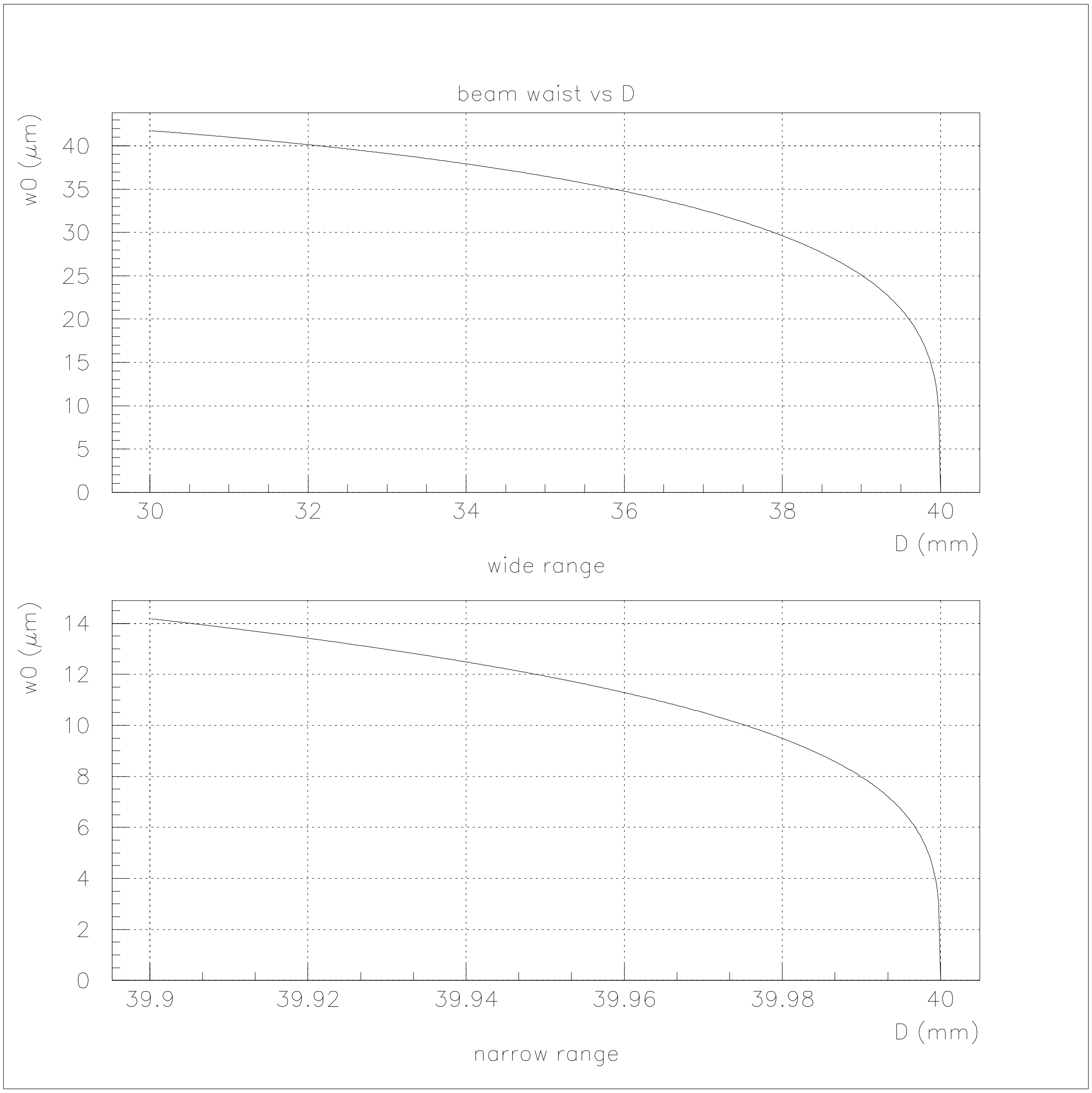


Figure 2.6: beam waist と D の関係

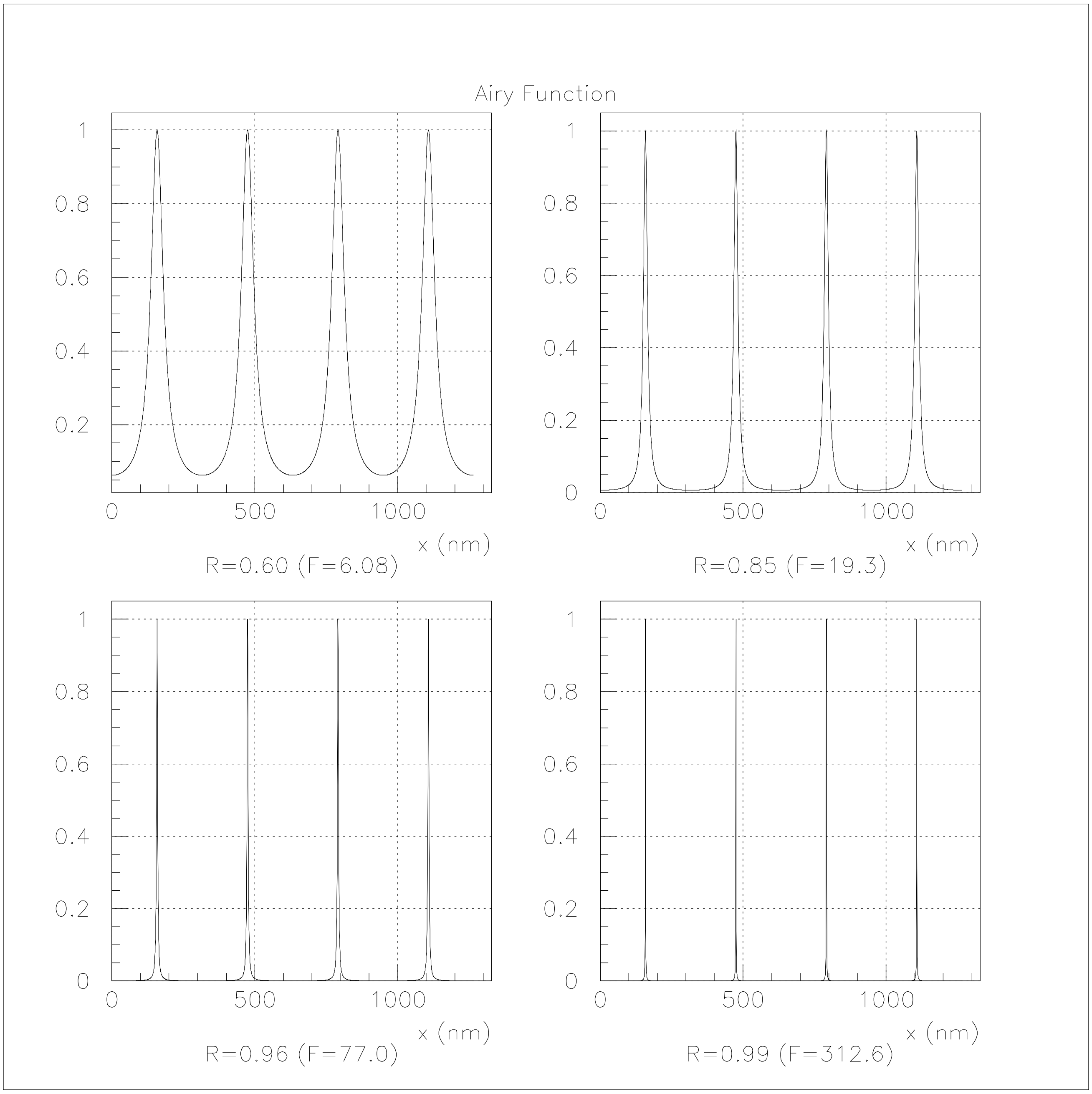


Figure 2.7: Airy function

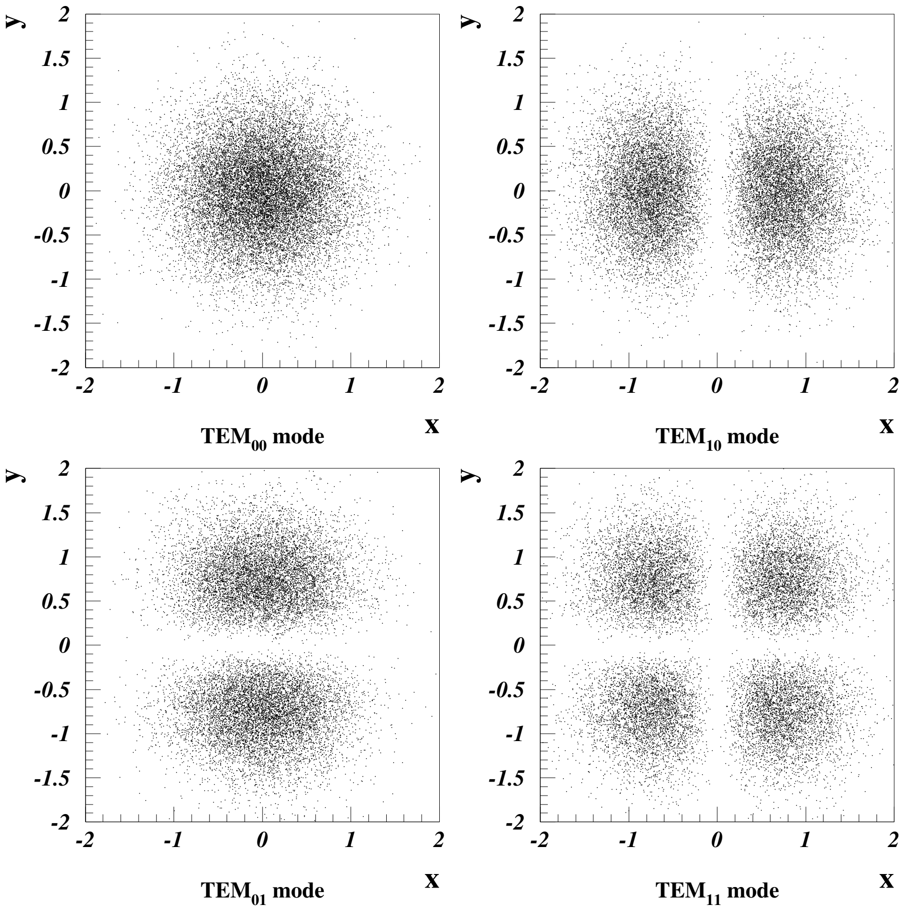


Figure 2.8: 低次の transverse mode

Chapter 3

Optical Cavityを用いた基礎実験

この章ではOptical Cavityでの実験の説明を行なう。まず、3.1節では実験に用いたセットアップを各パーツ毎に説明する。次に3.2節では実験手順を追っていき、3.3節で、実験結果及び、今のセットアップに対する問題点及び、改善策を説明する。

3.1 実験セットアップ

3.1.1 全体像

全体のset-upは図3.1のようになっている。主な構成要素としては、レーザー、入射系、Optical Cavity、detector、読みだし部の5つに別れている。レーザー、入射系、Optical Cavity、及びdetectorは、すべてベンチ(HERZ社製; 大型空気ばね式防振台)の上に取り付けられている。ベンチには縦横$50mm$で等間隔にM6のネジ穴があいており、ベンチとレーザー、入射系、Optical Cavity、及びdetectorの接続は、すべてM6のネジで取り付けられた。座標軸の設定は、レーザービーム方向をz方向、鉛直方向をy方向、yz平面に対して垂直な方向をx方向とする。

3.1.2 レーザー

レーザーのset-upを図3.2に示す。レーザーは波長$\lambda = 632.8nm$,Intensity $1mW$のHe-Neレーザーを用いた。このレーザーにはIntensity stabilized modeとfrequency stabilized modeの2種類のmodeがあるが、実験では波長の誤差の小さいfrequency stabilized modeを用いた。以下、レーザーの各パラメーターを表3.1に示す。

表3.1より、波長は、$632.991 \pm 2.67 \times 10^{-6} nm(min)$である。出射modeは$TEM_{00}$ modeで、レーザーは出射時から、$1000:1$でlinearにpolarizeしている。レーザーの水平方向は、ベンチのネジ穴を中心として、alignmentを行なう。y-stageはセットアップの変更の際の大まかな高さ調整に用いるものとする。レーザービームのalignmentの際の微調整は前後2箇所で支えているレーザーホルダーで調節を行なう。レーザーホルダーは頂点を基準として、120°間隔に付けられたネジによって支えられている。但し、レーザーと接する

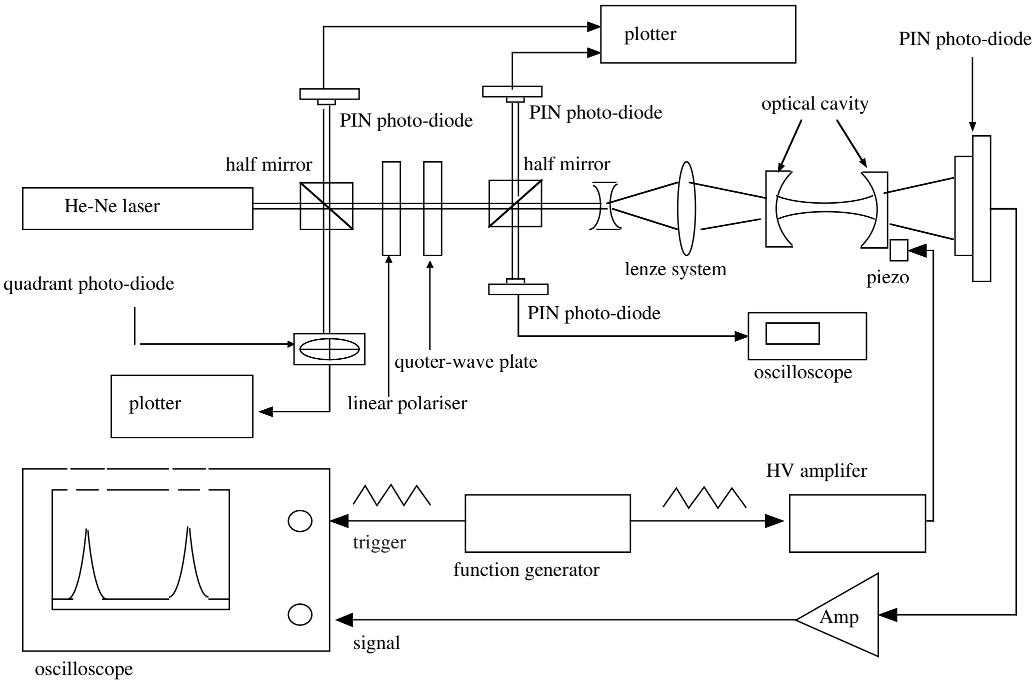


Figure 3.1: 実験 set-up 全体像

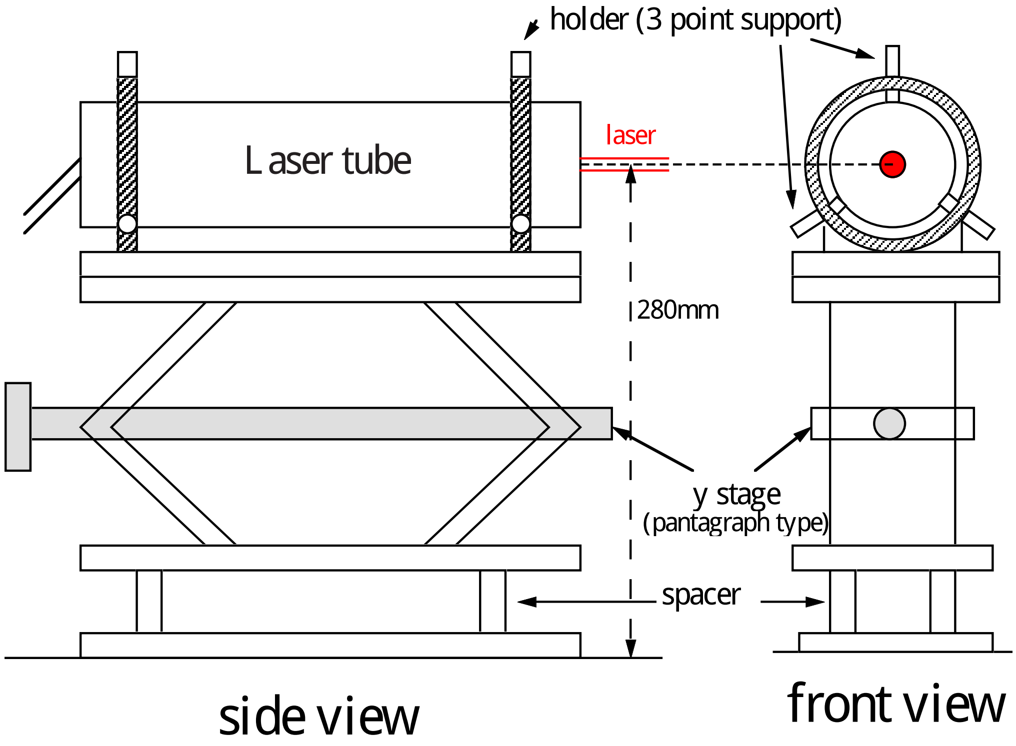


Figure 3.2: レーザー

Table 3.1: Specifications (Frequency stabilized mode)

Frequency stability	1min	±0.5Mhz
	1hour	±2.0Mhz
	1day (8hr period)	±3.0Mhz
Frequency vs.Temperature		$< 1/2$Mhz/°C
Intensity stability		~1%
Output Power at 632.8nm		> 1.0mW
Frequency (nominal)		473.61254Thz
Beam characteristics	Diameter	0.5mm
	Divergence (full cone)	1.6mrad
Resonator characteristics	Transverse spatial mode	TEM_{00}
	Polarization	Linear,$> 1000 : 1$

ネジの先はゴムになっており、ネジの先がぴったりとレーザー側面に接するようになっている。この三つのネジの組合せが前後 2 箇所に置かれ、レーザーを支える仕組みになっている。そのため、前部のネジを動かすとレーザー出射口近辺、後部のネジを動かすと、出射レーザーの遠方を微調整することができる。これらの alignment を行なった後は、測定中、光軸合わせの時には一切動かさないようにした。

レーザー：Spectra-Physics 社製;stabilized He-Ne Laser , model 117A

丸型レーザーホルダー：シグマ光機社製;$\Sigma - 57(1)$

y-stage：シグマ光機社製; 精密ラボジャッキ;$\Sigma - 306 - (2)$

スペーサーシグマ光機社製; 精密ラボジャッキ用スペーサーセット;$\Sigma - 110 - (2)$

3.1.3 入射系

入射系は図3.3のように前半のアイソレーター部と後半のレンズ系の 2 つに別れている。凹レンズと凸レンズを調節して、レーザービームを Optical Cavity の入射 mirror 面に TEM_{00} mode のビームの波面が合うようにする (以下 wave-plane matching) と mirror 面から反射光がはねかえり、レーザーチューブに入射し、レーザー光が不安定になる。

アイソレーター部はこの反射光がレーザーチューブに入るのを防ぐためのものである。我々が用いたものは、直線偏光板と $\lambda/4$ 水晶波長板を用いたものである。レーザーそのものは偏光しているので、$\lambda/4$ 水晶波長板だけでもアイソレーターとして用いることが可能だが、最初の設定の際、反射波がないか monitor する必要があるため、2 つを組み合わせたものを用いた。直線偏光板と $\lambda/4$ 水晶波長板は、ホルダーにとめられており、それぞれホルダーの中心を軸として回転可能である。

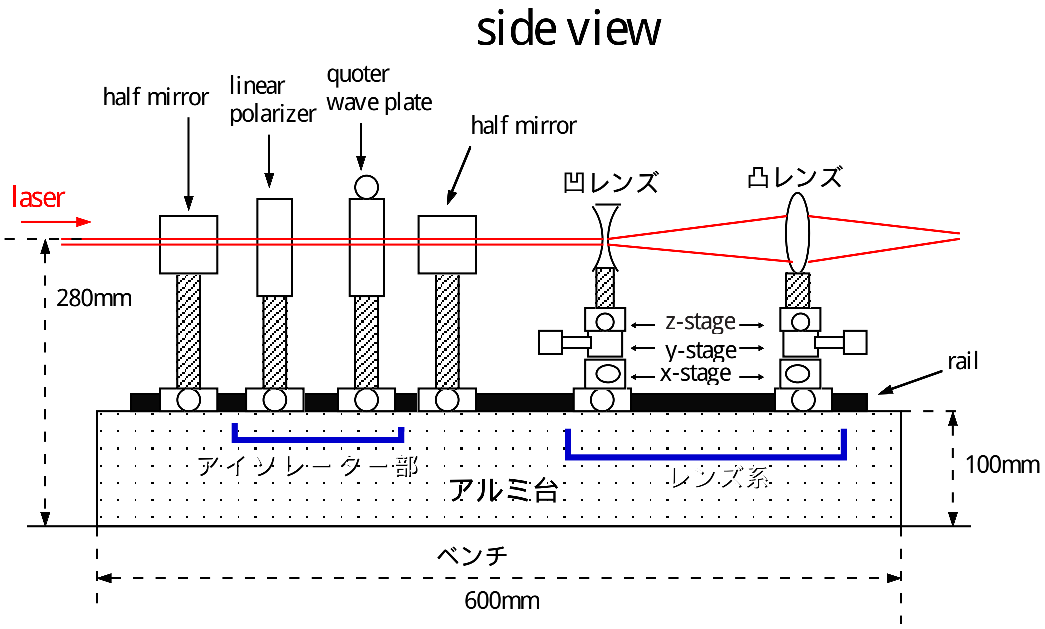


Figure 3.3: 入射系

直線偏光板前方のハーフミラーは反射波があるかどうかをモニターするためのものであると同時に、レーザー出射光の drift,jitter などを 4 分割 photo-diode でモニターするためにも使われた。ハーフミラーは屈折による光路のずれを少なくするため、キューブ型を用いた。ハーフミラーの透過光、反射光は波長 $\lambda = 632.8nm$ に対して、それぞれ 32% で透過率 : 反射率 = 1 : 1 と設定されている。直線偏光板の透過率は max で 35%、$\lambda/4$ 水晶波長板は 99% 以上である。$\lambda/4$ 水晶波長板には AR コートがなされている。

レンズ系は wave-plane matching を行なう際に用いられる。レーザーから Optical Cavity 間の距離は定められており、wave-plane maching させるため、凹、凸レンズそれぞれ、xyz 方向に微調整がきくようになっている。またそれらは、carrier を通じて、rail の上を動くことが可能で、z 方向の粗調に用いられる。$f_1 = -15.1mm$ の凹レンズでまずビームが広げられ、$f_2 = 51.5mm$ の凸レンズでビームを収束することによって、wave-plane matching が可能になっている。wave-plane matching している様子をモニターするために凹レンズ手前にさらにハーフミラーが置かれている。このハーフミラーはレーザーの Intensity を長時間モニターするためにも用いられる。

レールは高さ $100mm$ のアルミ台に乗せられ、レールとアルミ台とベンチはそれぞれネジで止められている。

ハーフミラー：シグマ光機社製; クロムキューブハーフミラー;$CSCH - 25 - 550$

ハーフミラーホルダー：シグマ光機社製; プリズムホルダー;$\Sigma - 62 - (1)$

直線偏光板：シグマ光機社製;$USP - 30C - 38$

$\lambda/4$ 水晶波長板：シグマ光機社製; 水晶波長板; $\Sigma-58-(30)$(AR コートつき)

凹レンズ：シグマ光機社製;$SLB-10-15NM$

凸レンズ：シグマ光機社製;$SLB-30-50PM$

小型 x-stage：シグマ光機社製;x アルミステージ;$\Sigma-207AC$

小型 y-stage：シグマ光機社製; 精密 z ステージ;$\Sigma-303(1)$

小型 z-stage：シグマ光機社製;x 軸アルミステージ;$\Sigma-207AS$

レール：シグマ光機社製; 小型薄型アルミ光学ベンチ; $\Sigma-06T-(1)$

キャリアー：シグマ光機社製; 小型薄型アルミ光学ベンチ用キャリア;$\Sigma-07-(1)$

注); この論文で使われている座標軸とシグマ光機の製品名は無関係である。シグマ光機社及びニューポート社では鉛直方向を z 方向、水平方向の第 1 軸を x 方向、水平方向の第 2 軸を y 方向としている。

3.1.4 Optical Cavity

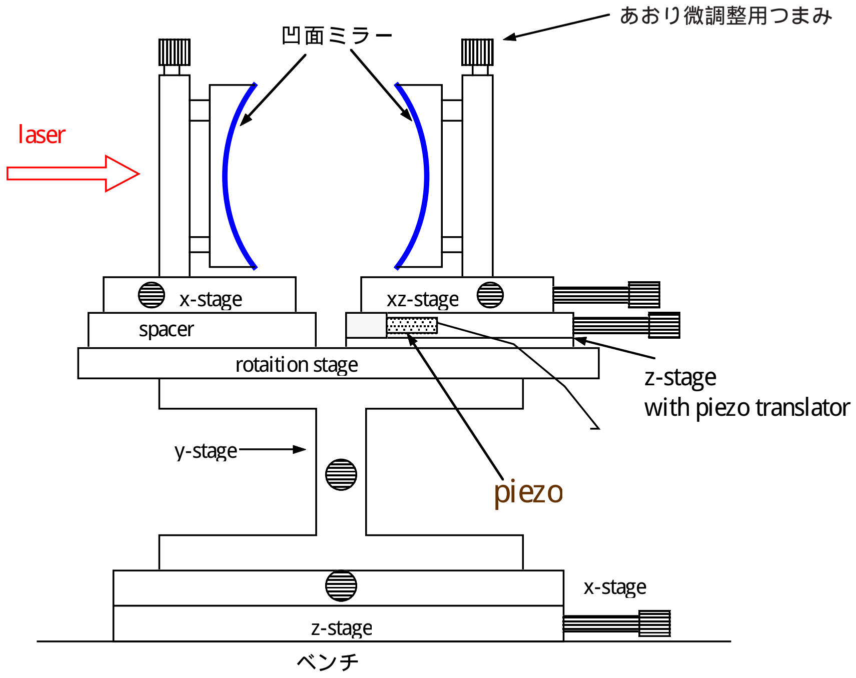


Figure 3.4: Optical Cavity

図3.4は実験に用いたOptical Cavityの全体像である。まず、Cavityを構成するmirrorとして、曲率半径$R = 20mm$, 反射率$R_m = 96\%$の凹面ミラーを2枚使用した。mirrorは誘電多層膜コーティングが施されており、凹面の裏側は平面である。それらをx方向、y方向に角度を微調整できるミラーホルダーに取り付け、前部mirrorはx-stageに後部mirrorはxz-stageに取り付け、z-stageはCavity length Dの調整に用いた。さらに後部mirrorはその下にz-stageを付け、piezo translatorを取り付け、Cavity length Dのスキャンように用いた。

ビームの安定性を測れるように、Cavity全体をx, y, z, θ(水平方向の回転)全ての方向に動かせるように、それぞれ大型x-stage、大型y-stage、大型z-stage、回転stageに取り付けそれらをベンチに取り付けた。接続はすべてネジ止めである。

凹面ミラー：シグマ光機社製; 誘電多層膜コーティング, 入射角度$\theta = 0°$, 中心波長$\lambda = 632.8nm$, 背面polished, 反射率$R_m = 96\%$;LCBS-30C10-20

あおり式ミラーホルダー：シグマ光機社製; 上操作型B型ミラーホルダー;$\Sigma - 5302 - 30T - M - M6$

前部ミラー用x-stage：ニューポート社製; アルミxステージ; $S - M - 460A - X - DM$

後部ミラー用xz-stage：ニューポート社製; アルミxyステージ; $S - M - 460A - XY - DM$

piezo付きz-stage：シグマ光機社製;x軸精密ステージ; $\Sigma - 213S - (2)$

piezo：Physics Instrumente(PI)社製;PIF0.0F polarity:-

回転stage：シグマ光機社製; 透過用薄型回転ステージ; $\Sigma - 402 - 160H$

大型y-stage：シグマ光機社製; アルミzステージ;$\Sigma - 303 - 120$

大型zx-stage：シグマ光機社製;xy軸アルミクロスローラステージ; $\Sigma - 216AC - 160$

3.1.5 Detector

Detectorを図3.5に示す。photo-detectorとしてはPIN-photo-diodeを用いた。これらはそれぞれ透過用、Intensity用、反射波モニター用、beam waist測定用にそれぞれ用いられた。特にbeam waist測定用では前面に$1mm$のスリットを設け、x-stageを取り付け、透過光のスキャンを行なった。また、4分割photo-diodeも図3.5と同様、アルミボックスで覆い、ロッドで支えた。4分割photo-diodeはビームのdrift,jitterをモニターするためのものであり、必要に応じて適宜使い分けた。バイアス電源はPower Supplyから取り、DC15Vに設定した。反射波モニター用PIN-photo-diodeは$1M\Omega$の抵抗でDC coupleさせてplotterでデータを取り、4分割photo-diode及び、Intensityモニター用PIN-photo-diodeは並列に$10k\Omega$をつけDC coupleさせ同様にplotterでデータを取った。これにより、1mW以下の入射Powerとoutput voltageをlinearな関係を保持することが可能である。また透過光用及

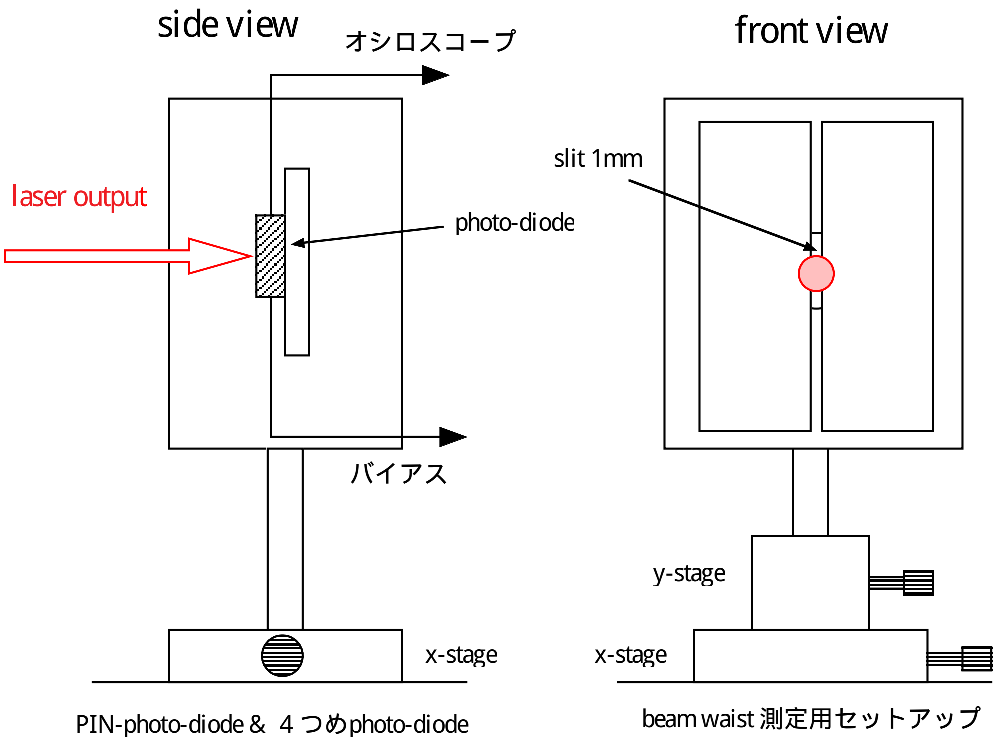


Figure 3.5: Detector

び、beam waist 測定用 PIN-photo-diode は光の Intensity が弱いため、PIN-photo-diode からの出力に Amp(1mW が 10V になるように設定) を置き、出力をオシロスコープで見た。

PIN-photo-diode：浜松ホトニクス社製;S3071

４分割 photo-diode：浜松ホトニクス社製;S4521

x-stage：シグマ光機社製;x 軸アルミクロスローラーステージ; $\Sigma - 217AS - (2)$

3.1.6　読みだし系

透過光用の読みだし系を図 3.6に示す。function generater から ノコギリ波を送り、piezo を振動させ、Cavity 後部を振動させることで、Cavity length D を変化させ、PIN-photo-diode から出力される透過光を Amp で増幅させ、オシロスコープで見ようというものである。

function generator は、周波数を tuning dial によってアナログ的に変化させることが可能である。ノコギリ波を用いた理由は D のスキャンが時間に linear であるという理由であり、オシロスコープの横軸 (時間軸) が D に対応するためである。我々が測定で用いた周波数は Cavity 全体の mechnical な共振周波数との関係で 100Hz を用いた。

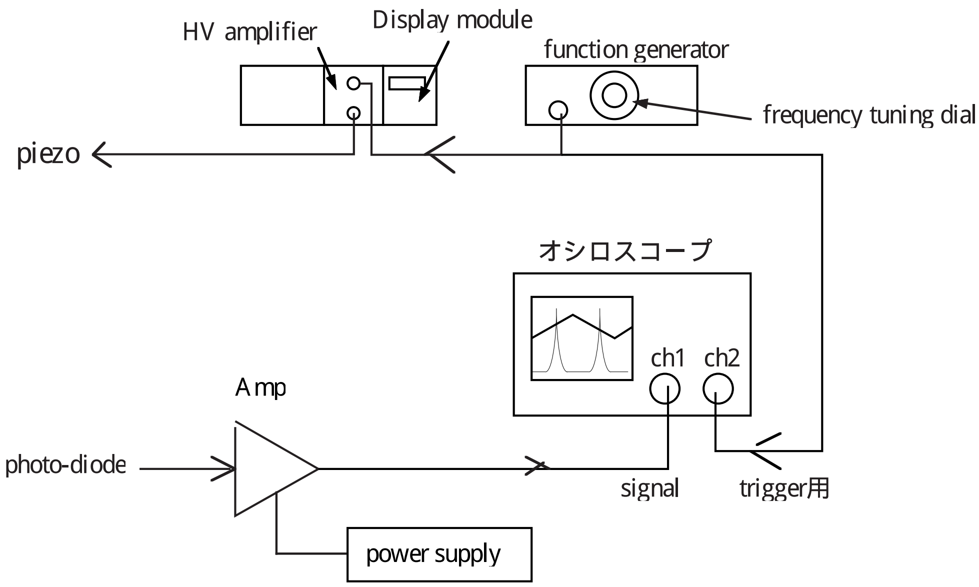


Figure 3.6: 読みだし系

piezo のコントローラーは外部入力 $0 \sim 10V$ に対応して、polarity -で出力 $0 \sim -1000V$ を返す。外部入力と出力は linear な関係である。

オシロスコープには ch1 に PIN-photo-diode からの出力、ch2 には function generater からのノコギリ波を入れ ch2 を trigger 用に用いた。ch2 にノコギリ波をいれたのは trigger position を自由に変えることができるためである。オシロスコープは finesse 測定や、beam waist 測定で、オシロスコープの画像を止める必要があるため、デジタルオシロスコープを用いた。

４つ目 photo-diode 及び、反射波モニター用,Intensity モニター用 PIN-photo-diode からの出力は、すべて plotter で長時間測定できるようにした。

function generator：KIKUSUI ELECTRONICS CORP.;model 459AL

piezo コントローラー：Physics Instrumente(PI) 社;

- ・Display module;E-111
- ・Power Supply;E-102
- ・High Voltage Amplifier;E-107

Power Supply：;KIKUSUI ELECTRONICS CORP.;model PAB 25-1TR

PIN-photo-diode 用 plotter：;YOKOGAWA Hokushin Electric.; Pen recorder;TYPE 3056

４つ目-photo-diode 用 plotter：;YOKOGAWA ;Pen recorder;LR 4110

デジタルオシロスコープ：Tektronix 社;TDS380

3.2 実験手順

3.2.1 レーザーセットアップ

1 レーザーがベンチ (防振台) の水平面に対し、水平を保っていることを確認する。

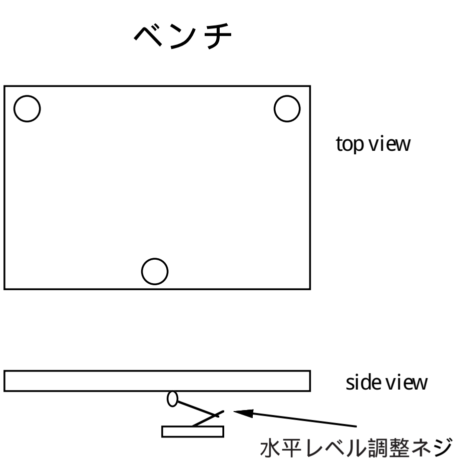


Figure 3.7: レーザー水平レベル調整＆水準器

ベンチには図 3.7のように 3 点に水平レベルを調整するつまみがついている。このつまみを調節することにより、ベンチの水平レベルを合わせる。水平レベルの確認はベンチの上に水準器を乗せ、泡が水準器の中心にくるように合わして確認を行なった。その後、水準器をレーザーの上に乗せ、レーザーの水平レベルの確認を行なった。

2 次にレーザービームを Cavity に対して、垂直に入射させるため、レーザービームの垂直方向、水平方向の alignment(調整) をおこなう。レーザーの水平方向はベンチのネジ穴を基準とする。そのネジ穴に標的をたてる。この標的の中心をビームの高さと合わせる。精度は $0.5mm$ 以下である。

これをレーザーの出射口から $50mm^{1)}, 600mm^{2)}, 1600mm^{3)}$ の 3 点に置き、それぞれの場所で標的の中心を通るように調整する。(図 3.8)

レーザーの調整は 3.1で述べたように 3 点支持のレーザーホルダーで行なう。調整後、精度 $0.5mm$ の評価を入れるとレーザーからの出射角に直すと $\frac{0.5}{1600} = 0.313mrad$ 以下でレーザーの出力先が抑えられていることがわかる。レーザーの出射光の divergence angle は $1.6mrad$ なので、それの角度の 20% 以内でおさまっていることがわかる。それ以降の細かい調整に関しては、入射系の微調整の部分で行なう。

3.2.2 ハーフミラー＆直線偏光板＆ $\lambda/4$ 板 セットアップ

これら 3 つの component は 3.1節でも述べたが、レーザーが凹面ミラーにあたり、跳ね返ってきた光をカットするためのものである。反射光がレーザーの中に入ると様々な障害

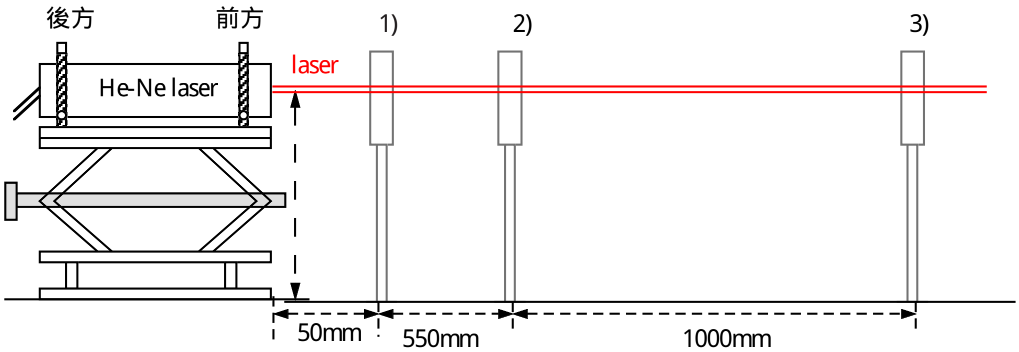


Figure 3.8: レベル調整図

が生じる。以下はその一例だが、４分割 photo-diode での Intensity が著しく変化しているのがわかる。(図 3.9)(図 3.10)

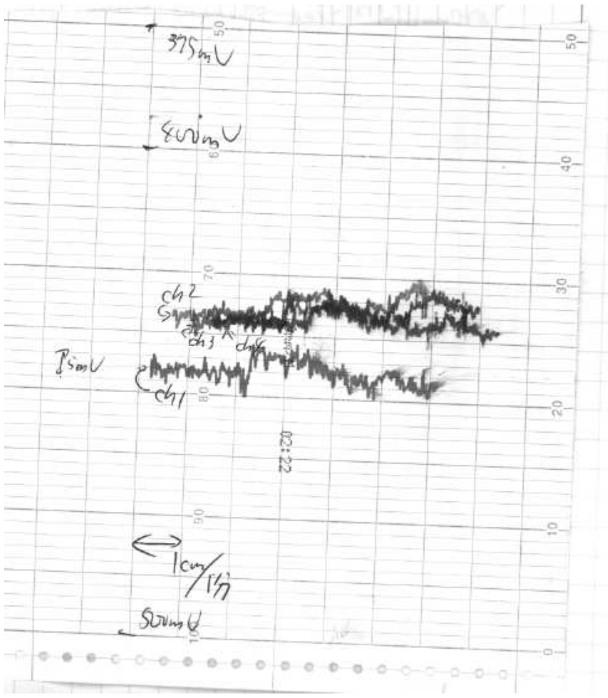


Figure 3.9: ４分割 photo-diode(反射波なし)

図 3.9はレーザーをハーフミラーでわけ、一方を４分割 photo-diode で測定し、もう一方は、反射がないよう、紙でレーザーを遮った状態である。図 3.10はレーザーをハーフミラーでわけ、一方を４分割 photo-diode で測定し、もう一方を mirror で反射させて、レーザーの出射口に反射波を戻したものである。横軸は時間を表し、図 3.9は一目盛１分、図 3.10 は６目盛１分で plot した。縦軸は photo-diode の読みである。図 3.9, 図 3.10共に同じ range で測定した。図 3.9に対し図 3.10は短い時間に著しく Intensity が変化しており、反射波が

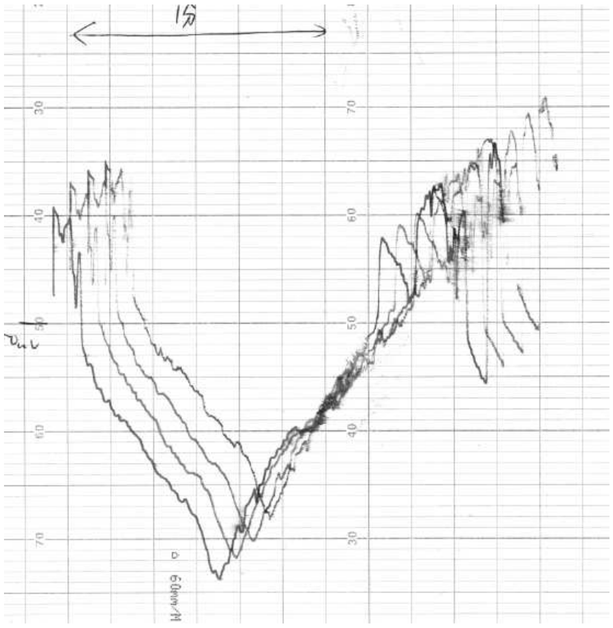


Figure 3.10: ４分割 photo-diode(反射波あり)

入ることでレーザーの intensity に影響を及ぼしていることがわかる。以下レーザーの出射口に光が入らないよう調整する。

反射波は次のようにして取り除いた。まず直線偏光板である一定の方向に直線偏光した光を作り、次に $\lambda/4$ 板を通じて円偏光に直す。(図 3.11)mirror で反射された光は円偏光のまま $\lambda/4$ 板に戻り、$\lambda/4$ 板を通過した光は直線偏光された光に対して、90° 傾いて直線偏光された光として戻ってくる。その後、直線偏光板に入り、反射波は取り除かれる。

これらを式を使って詳しく説明する。直線偏光板で直線偏光された光の電場は Jones vector [5] で書くと $\binom{1}{0}$ である。この直線偏光板に対し、結晶軸が θ だけ傾いた場合は、この水晶波長板を通る際の Jones Matrix $W(\theta)$ は

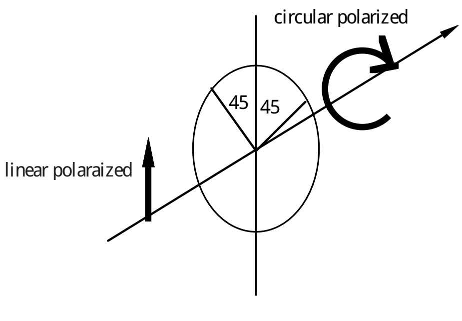


Figure 3.11: $\lambda/4$ 波長板：$\theta = 45^\circ$ の時出射光は円偏光となる。(本文参照。)

$$
\begin{aligned}
W(\theta) &= \overbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}}^{R(-\theta)} \overbrace{\begin{pmatrix} \exp -i\frac{\pi}{4} & 0 \\ 0 & \exp i\frac{\pi}{4} \end{pmatrix}}^{W_0} \overbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}}^{R(\theta)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 - i\cos 2\theta & -i\sin 2\theta \\ -i\sin 2\theta & 1 + i\cos 2\theta \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

と書ける。$R(\theta)$ は θ の回転行列を現す。W_0 は水晶の 2 つの結晶軸方向を基準とした時の Jones Matrix である。結晶軸方向による屈折率の違いで結晶中を通る際、2 つの方向の位相がずれ、$\lambda/4$ 板では位相が $\pi/4$ ずれる。直線偏光方向と結晶軸の傾きは特に $\theta = \frac{\pi}{4}$ の時、$W = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$ で $\binom{1}{0}$ が通り抜けたあとは $\binom{1}{-i}$ となり、円偏光になる。跳ね返った光はまた水晶波長板を通って戻ってくるのでその時の戻ってきた光は Jones vector V_R で

$$
\begin{aligned}
V_R &= W(-\theta)\left(W(\theta)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)^* \\
&= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 - i\cos 2\theta & i\sin 2\theta \\ i\sin 2\theta & 1 + i\cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - i\cos 2\theta \\ i\sin 2\theta \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -i\cos 2\theta \\ i\sin 2\theta \end{pmatrix} = -i\begin{pmatrix} \cos 2\theta \\ -\sin 2\theta \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

となる。(Jones vector は光の進行方向を軸とした。) この後、直線偏光板を通るので電場成分は $\binom{\cos 2\theta}{0}$ となる。従って反射波の Intensity P は $P \propto E^2 = \cos^2 2\theta$ となる。$\theta = \frac{\pi}{4}$ となるとき、反射波の Intensity は 0 となり、レーザーチューブに反射波が入るのを防ぐことができる。

なお、ハーフミラー、直線偏光板、水晶波長板は 3.1節で述べたようにビーム方向にレールが置かれ、その上をスライドするようになっており、ロッドスタンドで支えられている。レール上でのスライドとロッドスタンド上の水平方向の回転は同時に行なえるようになっている。

1　ハーフミラーの面をレーザーに対して垂直に置く。まず、ベンチ上のネジ穴を基準として、そこにレーザーのセットアップで用いた標的を図 3.12のように 2 つレーザー方向にたいして垂直に置く。垂直かどうかを確認する基準として、ハーフミラー内部ではねかえる微量の光 (以下ハーフミラー反射光) を使う。キューブの表面の屈折を考えなければハーフミラーがレーザー出射光に対して、傾いていてもキューブ内面及びハーフミラー面で跳ね返った光は幾何学的に反射波モニター用標的に 90° で跳ね返っていく。(図 3.13)

(実際には表面での屈折があるため、ハーフミラーが出射光に対して、垂直でない場合はわずかにずれているがそれはレーザーから直接反射する光のずれに対して充分小さいので、最初の設定でほぼ 90° にしておけば、問題はない。)

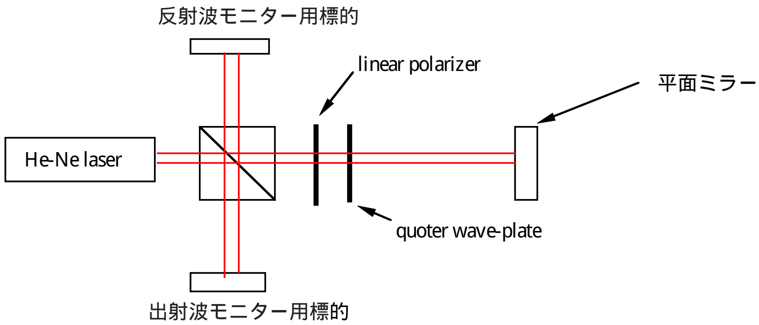


Figure 3.12: ハーフミラーセットアップ

図 3.12でまず、反射波モニター用標的の中心にハーフミラー反射光があたるようにレール上のハーフミラーの位置をきめる。次にハーフミラーをレーザーに対し、垂直になるように回転させる。これにより、ハーフミラーをレーザー光に対して、垂直に置くこと可能である。

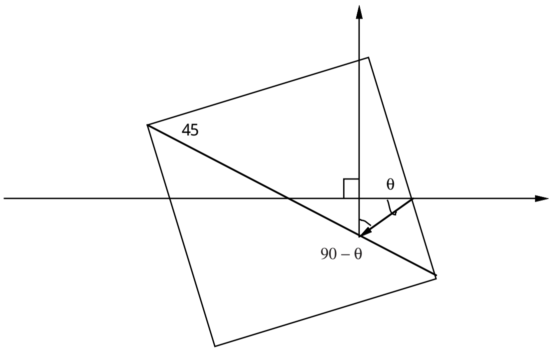


Figure 3.13: ハーフミラーセットの幾何学的反射の様子

2　次に直線偏光板、水晶波長板をハーフミラーの下流に置く。これらは大体レーザーに対して垂直に置く。但し、直線偏光板は AR コートが施されていないので、垂直に置くと反射波がレーザーチューブに入るため、微妙に $\delta\theta$ だけ角度をずらしておく。その後レール上に平面ミラー (He-Ne 用,$0°$, $R_m \geq 99.5\%$) を置く、平面ミラーはレーザー光に対して、垂直に置く必要があり、平面ミラーのホルダーの微調整用のメーターで調節することで、反射波が反射モニター用標的の中心にくるようにする。この調整後、反射波が直線偏光板、水晶波長板を通過して無くなっていることを確認する。

ここでは 2 つの調整を行なった。1 つ目は透過光が最大になるように直線偏光板の向きをレーザーの偏光の向きにあわせた。具体的には、直線偏光板からの透過光を PIN-photo-diode で受け止め、直線偏光板のホルダーの回転角 θ と出力電圧をプロットした。2 つ目は反射波モニター用標的の位置に PIN-photo-diode を置き、平面ミラーからの反射波の Intensity を水晶波長板のホルダーの回転角 θ と共にプロットした。図 3.14がそのグラフである。

直線偏光板からの出射光は $P1*\cos^2(\theta+P2)+P3$ で fit した。反射波の方は $P1*\cos^2(2\theta+P2)+P3$ で fit した。(P1,P2,P3 はそれぞれ PAW の fitting parameter である。) 電磁気学を非常に正しく再現しているのがわかる。我々はこのグラフから直線偏光板 210°, 水晶波長板 315° にあわせ、以後この反射光をずっとモニターして実験をすすめていった。

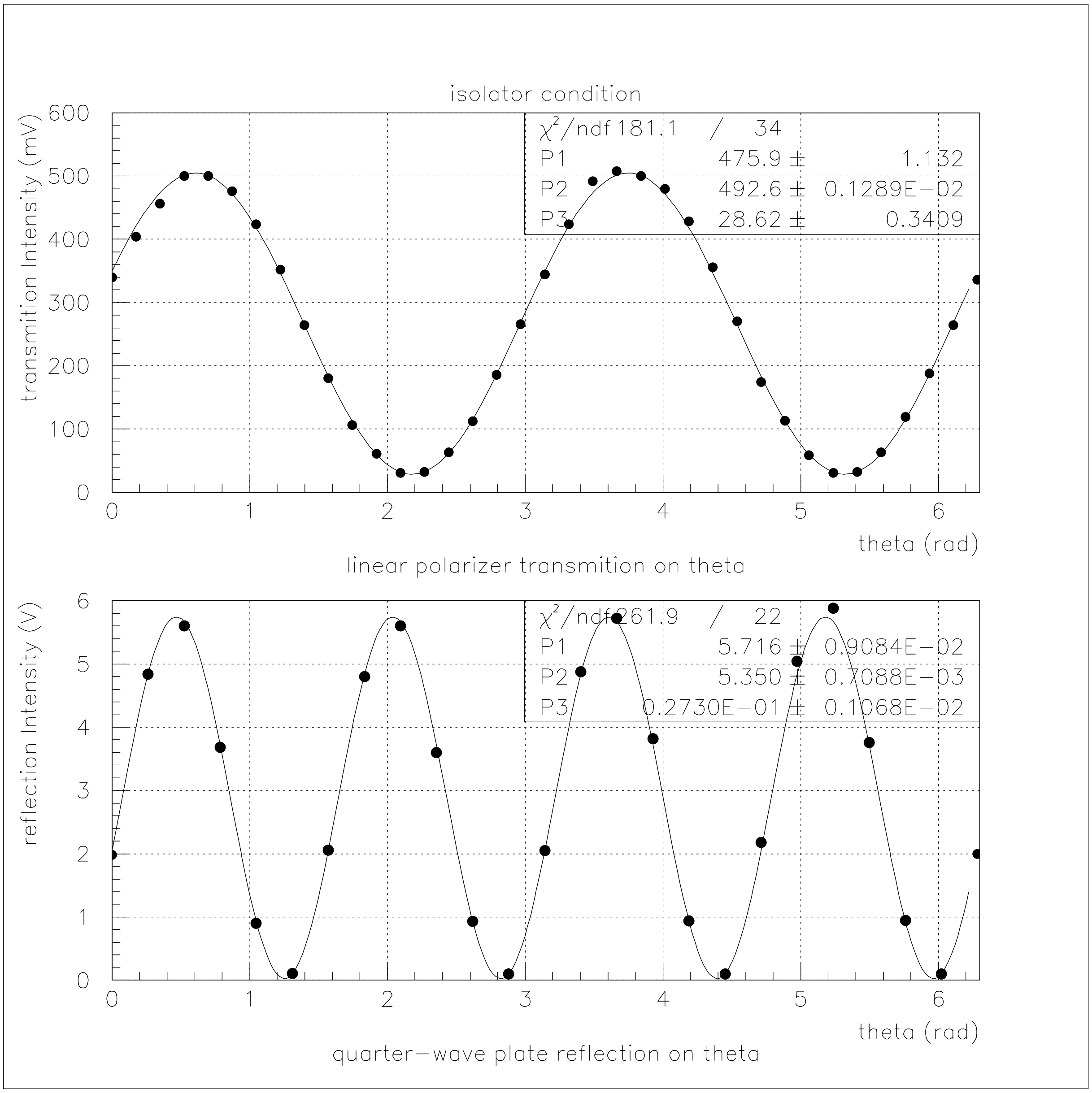


Figure 3.14: アイソレーター

3.2.3 入射系セットアップ

次に入射系を調整する。望みの beam waist を得るためには、その beam waist に対応して、入射系を調整する必要がある。2.2節では入射系の設計で具体的な値を求めた。まず、その設計値に対応する場所に凹レンズ、凸レンズを移動させ、レールの上で固定する。この時レーザー光が正しく、Cavity 前方のミラーに入射しているか確認するため、凹レンズの上流にハーフミラーを取り付ける。ビームが正しく入射しているとは、TEM_{00} ビームの波面が、Cavity 前方の凹面ミラーと一致して、Cavity 内部にビームが入っていくことを意味する。この時、入射光はミラー面に対して、垂直に入射するため、ミラーの反射光は入射光と全く同じ光路をたどって戻る。(図 3.15)

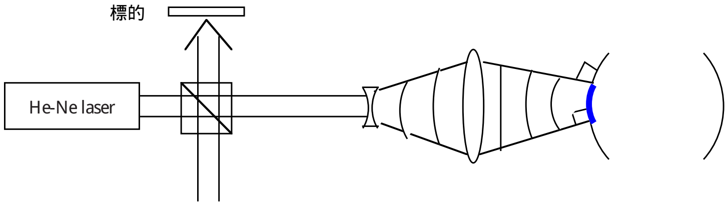


Figure 3.15: mirror 反射光は入射光と同じ道を辿る。

従って、ハーフミラーで反射波を標的を置いて、モニターすると、レーザーから出射されるビームスポットと同じ大きさのビームサイズが得られる。凹レンズ、凸レンズの x,y,z 調整用マイクロメーターで微調整し、標的のスポットをレーザーのスポットサイズに合わせ、前方ミラーに対して、正しく入射させた。

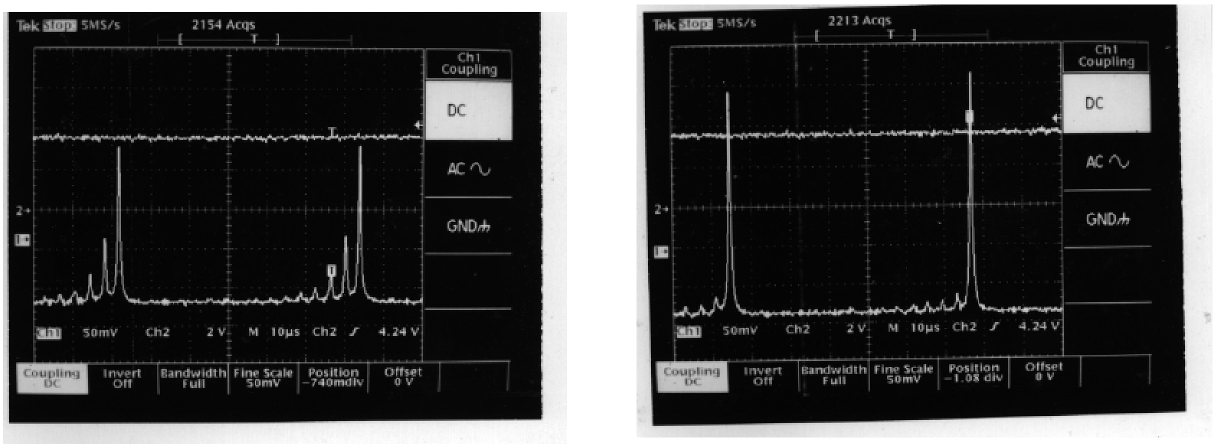
3.2.4 mode matching

最後に Optical Cavity 部で調整を行ない、mode matching を行なった。mode matching とは、Cavity 軸方向 (2 枚の凹面鏡の焦点を結んだ直線方向) とレーザーのビーム方向を一致させ、さらに入射光を Cavity length D で決まるスポットサイズに合わせ、beam waist(ビームが最も小さいところ) を Cavity 中心に合わせるように調整することである。我々があわせた mode は Gauss ビームでいう TEM_{00} モードであり、いいかえれば、mode matching とは、TEM_{00} モード以外の transeverse mode が立ち上がらないようにすることを意味する。

１． 入射系までのセットアップを終えた後、Cavity 軸とレーザーのビーム軸が一致していないときは、Cavity の透過光をスクリーンを置いて見てみると、スクリーンに小さな輝点が楕円状に並んで見える。レーザーは Cavity 軸を中心に Cavity 内部を反射するため、一回ごとの反射による透過光がスクリーン上で楕円に見える。(図 3.17) 小さな輝点の大きさは入射系でビームスポットにあうようにセッティングされているため、ほぼ同じ大きさに見える。TEM_{00} に持っていくにはこの楕円を絞り、一点に持っていく必要がある。この調整のため、Cavity 下部に取り付けてある大型 x-stage、大型 y-stage、また Cavity 後方の

x-stage、及び後方のミラーのあおり式ミラーホルダーのあおりを操作して、一点に絞っていく。(前方のミラーは既に入射系とマッチしているため、絶対触らない。) 操作が単純でないのは、Cavity のビームに対する位置のずれ (x,y) 及びビームに対する角度のずれ (θ_x, θ_y) の４つのパラメータを操作する必要があるからである [9]。x,y 方向は独立に操作することが可能であり、まず y,θ_y を用いて水平方向に一直線になるようにビームを変形する。(図 3.17) 次に x,θ_x を動かし、透過光を一点に集める。TEM_{00} モードならば、干渉縞のない一点のスポットにおさまる。この時点で透過光スポットが振動による Cavity 間隔 D の変化に寄って強度が変化しているのが確認できる。

２． 最後に piezo-translator を作動させ、function generator でピエゾを動かし、D をスキャンする。この時、mode matching が完璧ならばオシロスコープに Airy function が現れる (3.16) が、不完全ならば、TEM_{00} mode よりも高次の mode が現れる (3.16)。この transeverse mode を取り除き、TEM_{00} mode だけがあらわれるようにし、mode matching が完了する。



mode matching 前　　　　　　mode matching 完了

Figure 3.16: 写真：Airy function

以後、凹面ミラーを取り替えて、新たに実験する時もすべてこの手順を踏み、mode matching が完了したことを確認してから実験を行なう。

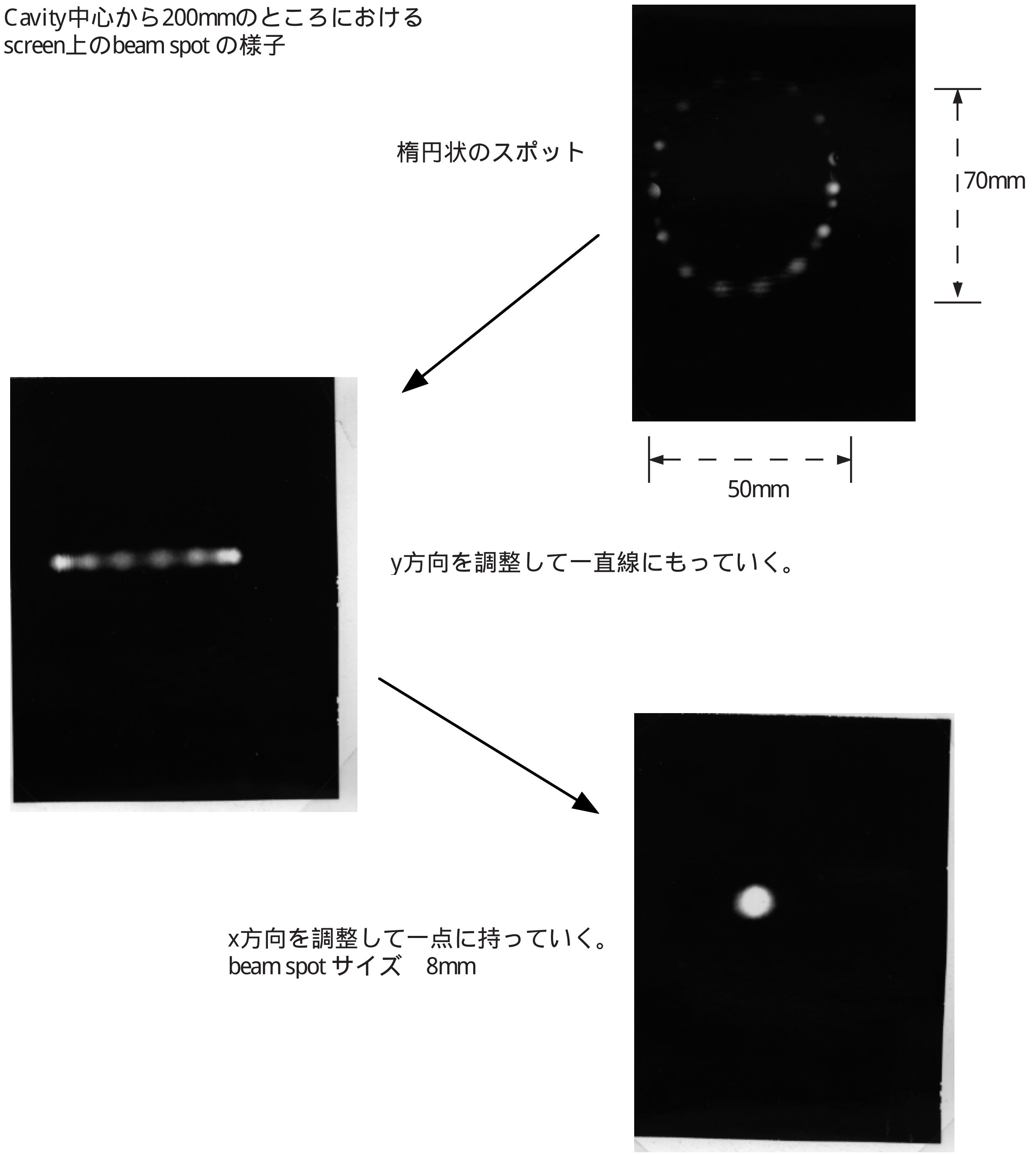


Figure 3.17: screen 上のスポットの様子

3.3 実験結果

この節では必要なパラメーターの測定を行なう。

3.3.1 Enhancement factor の測定

Enhancement factor は D をスキャンさせた時の Cavity 透過光から得られる finesse $\mathcal{F}$ を測定することで求めることができる。現セットアップでは長期に渡り、mirror 間隔を一定に保つことができないため、piezo actuator を使用し、ミラー間隔を周期的に変化させ、drift の影響を無視することで測定をおこなった。ピエゾに入力する電圧と D が線形であるのが理想的であるが、我々は今回あえて mechanical な共振周波数の値 (93Hz) を用いた。理由として、我々が使うピエゾの Dynamic range は最大で $1.5\mu m$ であり、これでは Airy function は高々 5 つしか見えないため free-spectral-range を正しく測ろうとするには不十分であった。

図 3.18は function generator の周波数と Cavity length の Dynamic range をプロットしたものである。Dynamic range は function generator の半周期での Airy function の個数 N に換算してプロットした。Dynamic range は $N \times \frac{\lambda}{2}$ によって測定できる。特に 50Hz 以下では Cavity を振らしている台がベアリングとの摩擦などで正しく動いていない。

共振周波数のところでは、mechanical な共振のため、Cavity の Dynamic range が大きくなり、$20\mu m$ も振れていることがわかる。ピエゾはノコギリ波で振ってはいるが Cavity length の動きは sin 波的である。ただし、sin 波の中心部は時間に対して線形に動くため、我々はその中心付近に trigger level をあわせ、いくつもの Airy function の free-spectral-range がその範囲で同じ値を示していることを確認して、正確な free-spectral-range の値を得た。図 3.19はその時の様子である。Airy function が規則正しくならんでいるのがわかる。

反射率 $R_m = 96\%$(catalogue value) での finesse を測定した。mode matching を正確に行なった後、free-spectral-rangeΔD 及び、Airy function の FWHM:δD を測定した。図 3.20より、finesse : $\mathcal{F} = \Delta D/\delta D = \frac{273\pm1\mu s}{2.8\pm0.2\mu s} = 97.5 \pm 7.0$ となる。catalogue value 96% の理論値 77 より大きい値となり一致しなかった。使った mirror は購入したばかりのものを使い、表面による loss はほとんどないと考えられる。確認のため、購入前に使用していた 96% の mirror を表面を光学洗浄剤でよく洗浄したものを Cavity に組み込み、測定した。図 3.20より、finesse : $\mathcal{F} = \Delta D/\delta D = \frac{255\pm1\mu s}{2.8\pm0.2\mu s} = 92.1 \pm 6.6$ となり、Catalogue value の値よりむしろ、購入した mirror の方に一致した。

今回の測定では mode matching もほぼ完璧におこなわれており、$\delta D, \Delta D$ も線形な region で測られているため、catalogue value が規定の値よりずれているものと見られる。上の finesse から反射率を計算すると

となり、catalogue value とは最大 0.8% ずれていることがわかる。反射率の測定にはさらに傍証となる実験が必要である。

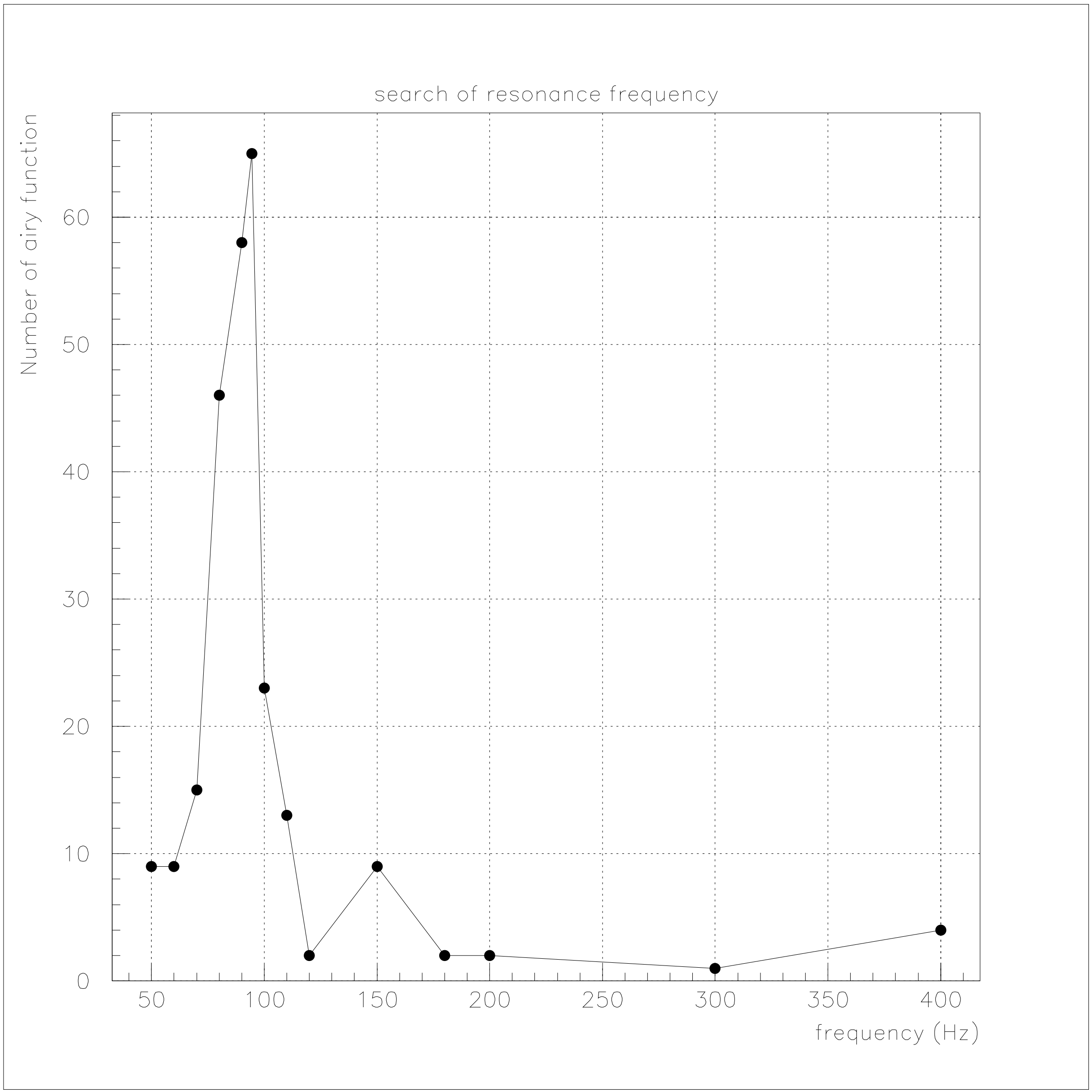


Figure 3.18: グラフ：frequency vs 半周期に見られる Airy function の個数

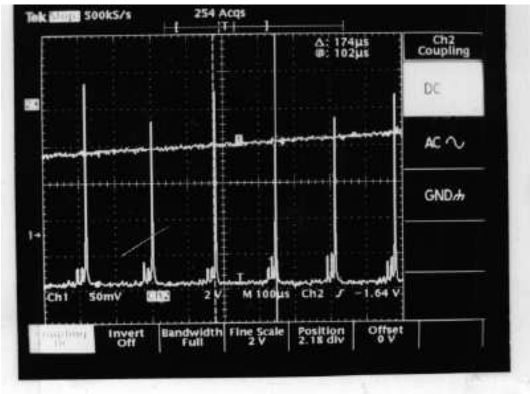


Figure 3.19: 写真：Airy function の free-spectral-range

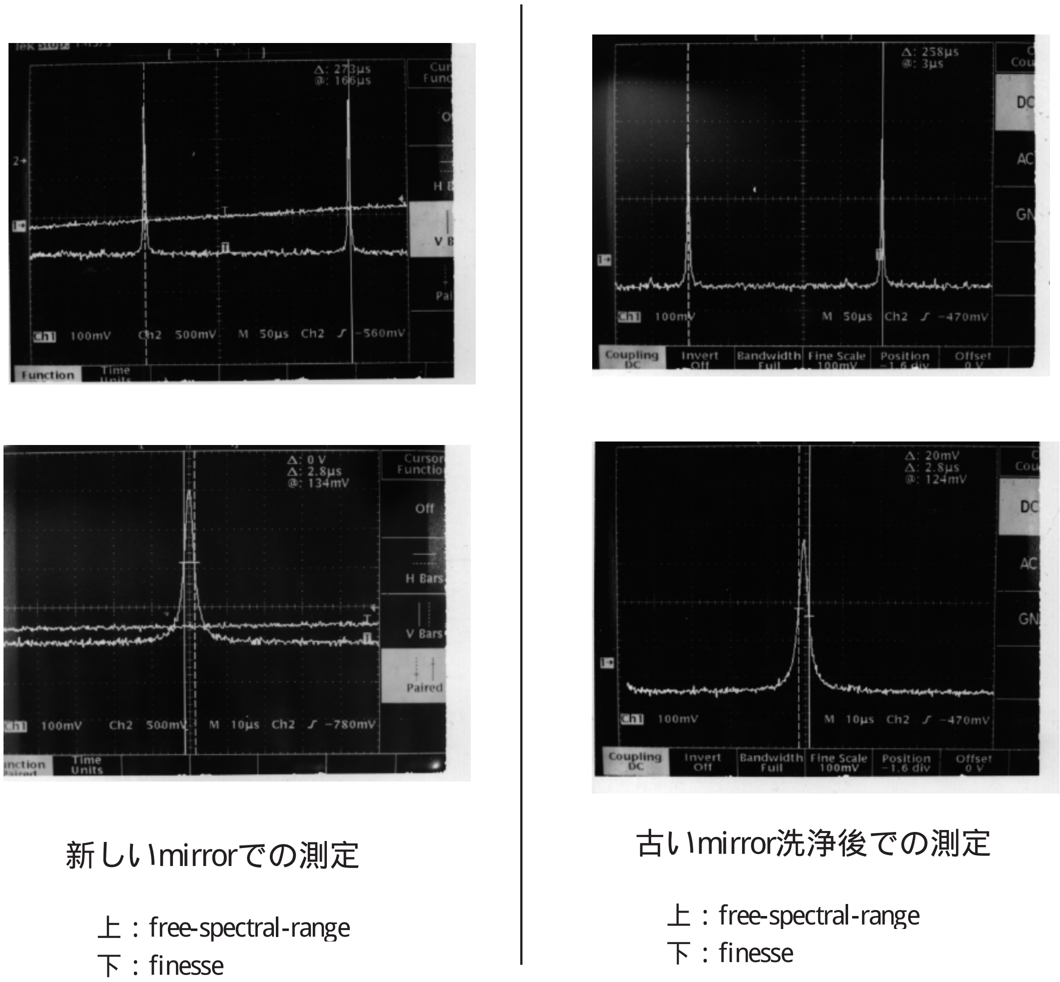


Figure 3.20: 写真：finesse 測定

	R_m	enhancement factor
$\mathcal{F} = 97.5 \pm 7.0$	$96.7 \pm 0.1\%$	65.0 ± 4.7
$\mathcal{F} = 92.1 \pm 6.6$	$96.6 \pm 0.1\%$	64.6 ± 4.4

3.3.2 Cavity length の測定

Cavity length D と beam waist w_0 の関係は式 2.13より、１対１の関係をしめす。D の測定として、transeverse mode を用いた測定を以下に示す。 [4], [6]

式 2.8より、transeverse mode の光軸上の位相は

$$\phi(z) = -kz + (m+n+1)\Phi(z)$$

beam waist の位置を $z = 0$ として、ミラーの位置は $z = -D/2, D/2$ である。従って、共鳴時の関係式は

$$\begin{aligned} \phi(-D/2) - \phi(D/2) &= p\pi (p = 1, 2, ...) \\ kD - (m+n+1)2\Phi(D/2) &= p\pi \end{aligned}$$

となる。$2\Phi(D/2) = \arccos(D/R - 1)$ [4] より、

$$kD - (m+n+1)\arccos\left(\frac{D}{R} - 1\right) = p\pi$$

従って、

$$D = \frac{\lambda}{2}\left\{p + \frac{m+n+1}{\pi}\arccos\left(\frac{D}{R} - 1\right)\right\} \tag{3.1}$$

p は縦モード指数と呼ばれる。

式 3.1より、隣り合うモード間隔 $(\Delta(m+n) = 1)$ を free-spectral-range$(\lambda/2)$ で割った値は $\frac{1}{\pi}\arccos(D/R - 1)$ となり、この値から Cavity length D が測定できる。

まず、$D = 38.0mm (< 2R)$ 以上のところを $0.2mm$ 間隔で Cavity 後方にある micrometer を動かしその時 $\frac{1}{\pi}\arccos(D/R - 1)$ から得られた D を測定していくことで D の校正を行なった。図 3.21は D の校正のグラフである。横軸 z は micrometer の読み、縦軸は D+z である。(z の正の方向が D が減少していく方向であるため、D+z が一定になる。)

$z + D = 42.72 \pm 0.011mm$ であり、この方法では micrometer の読みに対し、D が $10\mu m$ の範囲で正確に読みとれていることがわかる。ここで誤差 ΔD の評価はオシロスコープでの

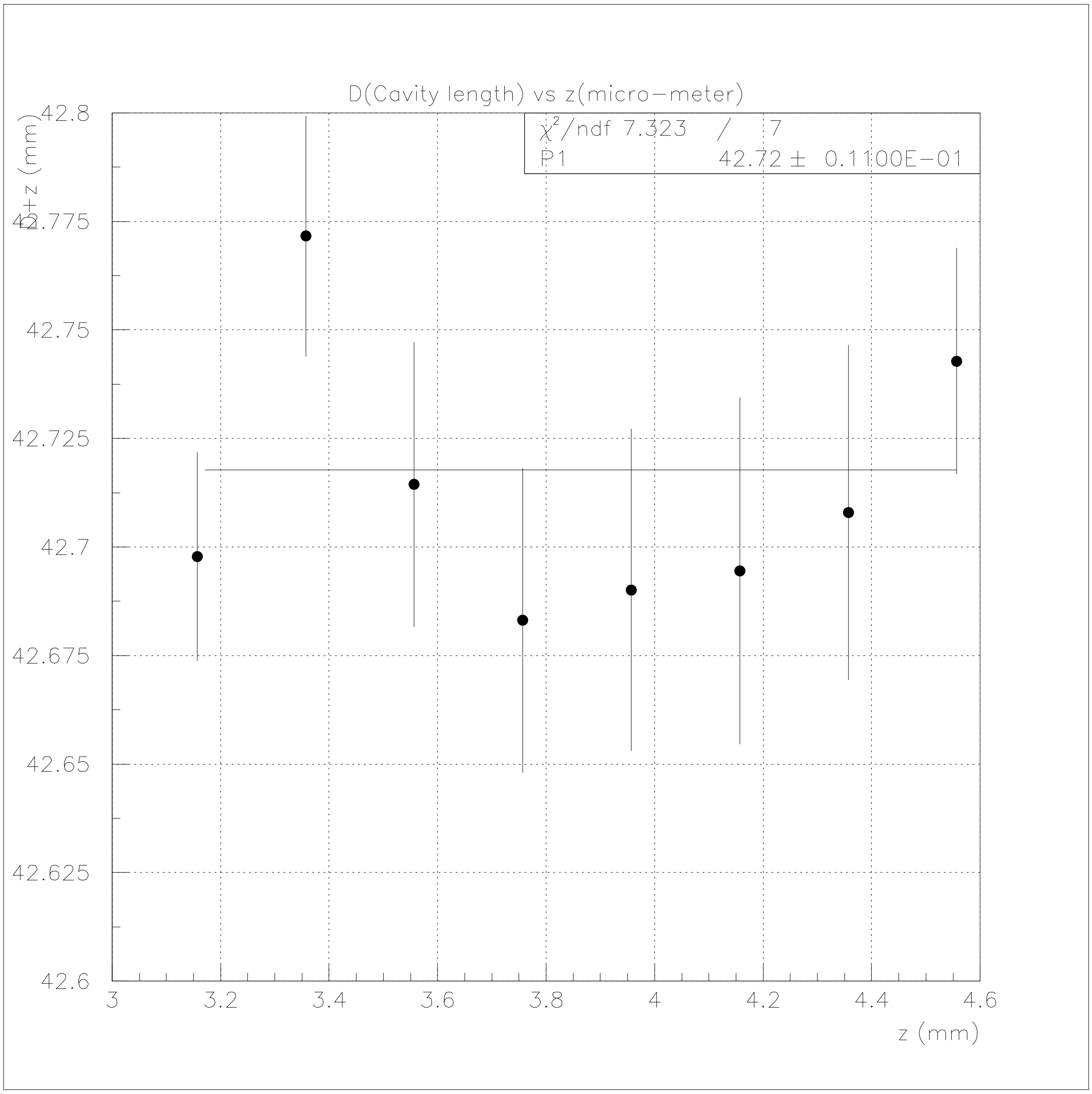


Figure 3.21: D の校正

free-spectral-range,transeversemode の one mode differnce を測定する時の disital sampling に依存する。$s = \frac{1}{\pi}\arccos\left(D/R-1\right) = \frac{one-mode-difference}{free-spectral-range}$ とすると、

$$\frac{\Delta D}{\Delta s} = R\pi|\sin(\pi s)|$$

となり、Δs の誤差から求めることができる。

beam waist $20\mu m$ 以上ではこの誤差は問題なく、以下この D から求められる beam waist を nominal value として用いた。

3.3.3 beam waist の測定

beam waist 測定としてもう一つ我々は Cavity 透過光の beam divergence を用いて beam waist を測定した。Cavity 中心から z の距離の beam waist は $w(z) = w_0\sqrt{1+(z/z0)^2}$ なので、$z \gg z_0$ の時は $w(z) \simeq (w_0/z_0)z$ である。beam Intensity の $1/e$ 界面の divergence は $w_0/\sqrt{2}z_0$ となる。$1/e$ の界面は $w_0/2z_0$ となる。(我々は PAW の Gaussian fitting で $P1*\exp(-(x-P2)^2/(2\cdot P3^2))$(P1,P2,P3 は PAW の fitting parameter) と fit しているため、P3 と直接比較できるよう $1/\sqrt{e}$ 界面で divergence を比較した。)

従って、divergence a は $z = \pi w_0^2/\lambda$ より、

$$a = \frac{w_0}{2z_0} = \frac{\lambda}{2\pi w_0}$$

実際測定した divergence a は mirror の屈折率 $n = 1.519$ も考慮されるので、

$$a \simeq \frac{n\lambda}{2\pi w_0}$$

となる。

測定した beam waist は前節の transeverse mode から定められる $w_0 = 20\mu m, 28.5\mu m$ の 2 つである。測定は以下の通りである。まず、透過光をモニターするため、PIN-photo-diode を置き、その前に鉛直方向にスリットを用意する。それらは x ステージに載せられ、図 3.22 のように x 方向にスキャンし、beam の Intensity の分布を見ることで、beam の広がりを見る。

これを Cavity の中心から z 方向に 4 点とり、各点 z での beam の広がりをグラフで直線 fit させることで、beam divergence を測定する。y 方向も同様にスリットを水平方向に置き、y ステージに載せ、y 方向に beam をスキャンさせる。スリットは測定時に多くの光量を得るため、1mm 間隔にした (図 3.5)。スキャンは等間隔で行ない、$w_0 = 28.5\mu m$ の時は $z = 240mm \sim 390mm$ までの 4 点。$w_0 = 20.0\mu m$ の時は $z = 190mm \sim 440mm$ までの 6 点及び 4 点を測定した。測定時の Intensity は mode matching した後、透過光から得られる Airy function の peak 値を用いた。

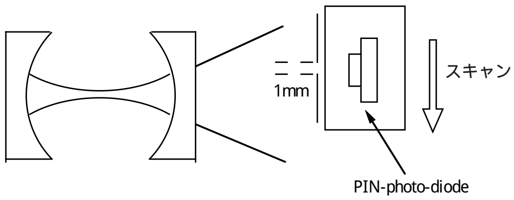


Figure 3.22: beam divergence 測定

測定結果を図 3.23 ~ 図 3.28に示す。

図 3.23, 図 3.24及び、図 3.26, 図 3.27は各 z に対する x,y 方向にスキャンした際の beam Intensity の広がりを示す。この時の P3 に対応する値 (error も含めて) を我々は beam の広がりとし、z と P3 での fit を行なったものが図 3.25, 図 3.28である。これより、

	理論値	x	y
$w_0 = 28.5\mu m$	$a = 5.368 \times 10^{-3}$	$(5.258 \pm 0.2102) \times 10^{-3}$	$(5.532 \pm 0.257) \times 10^{-3}$
$w_0 = 20.0\mu m$	$a = 7.649 \times 10^{-3}$	$(7.907 \pm 0.1787) \times 10^{-3}$	$(6.715 \pm 0.2668) \times 10^{-3}$

という結果が得られた。これらより beam waist を求めると

	x	y
$w_0 = 28.5\mu m$	$(29.10 \pm 1.16)\mu m$	$(27.65 \pm 1.28)\mu m$
$w_0 = 20.0\mu m$	$(19.36 \pm 0.437)\mu m$	$(22.78 \pm 0.91)\mu m$

となる。nominal value $w_0 = 28.5\mu m$ での測定では、x,y 両方の測定に対し、お互い 1σ 以内で良い一致を見せているのに対し、nominal value $w_0 = 20.0\mu m$ での測定では、x 方向、y 方向がお互い一致していない。$w_0 = 20\mu m$ 近くでは mechanical な drift の影響とも言えるかもしれないが、今のところ理由は良くわかっていない。今後、mechanical な drift を抑えた新しい Optical Cavity を用いて、再度測定を試みる必要がある。

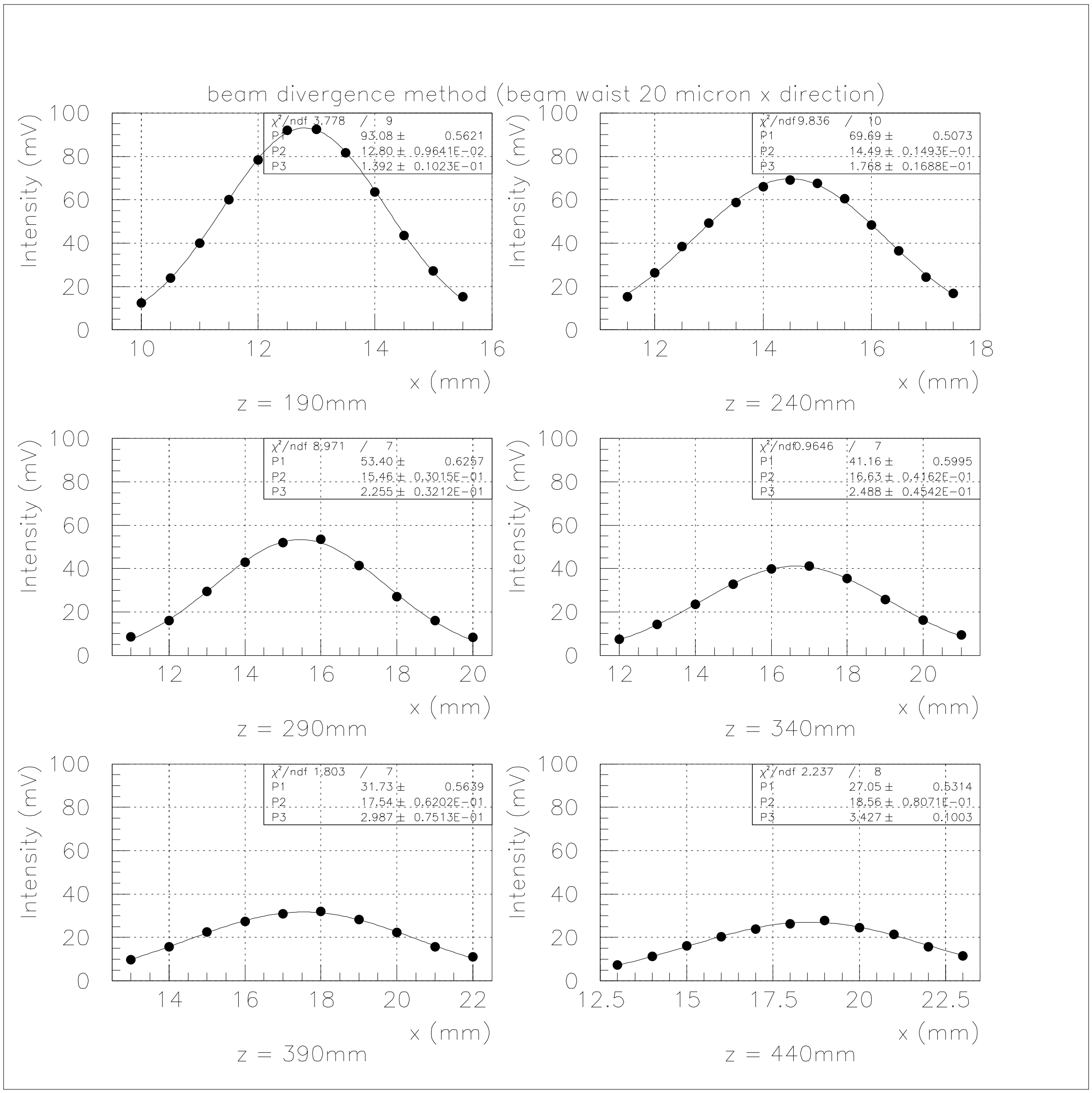


Figure 3.23: beam divergence x 方向測定 ($w_0 = 20\mu m$)

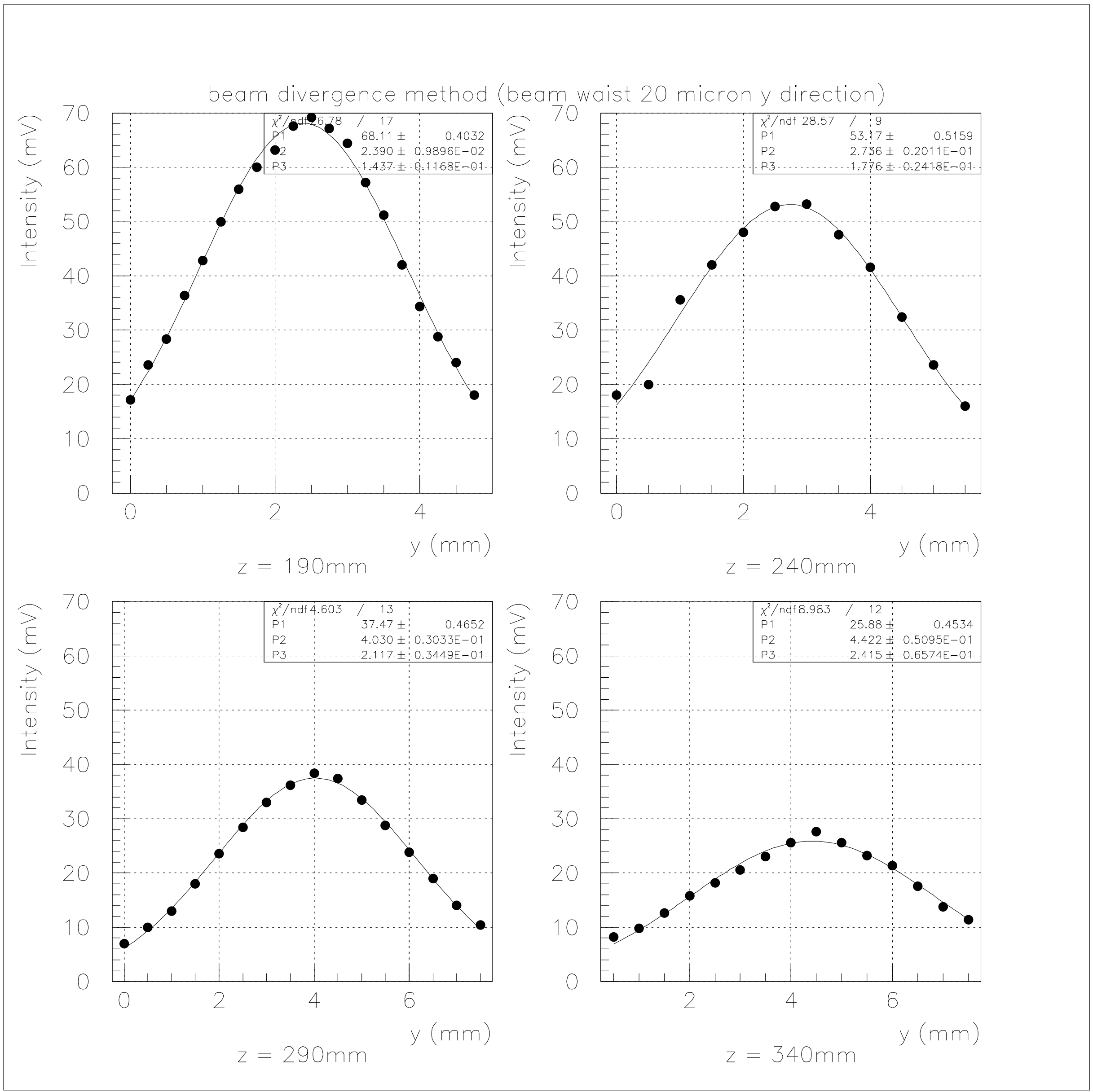


Figure 3.24: beam divergence y 方向測定 ($w_0 = 20\mu m$)

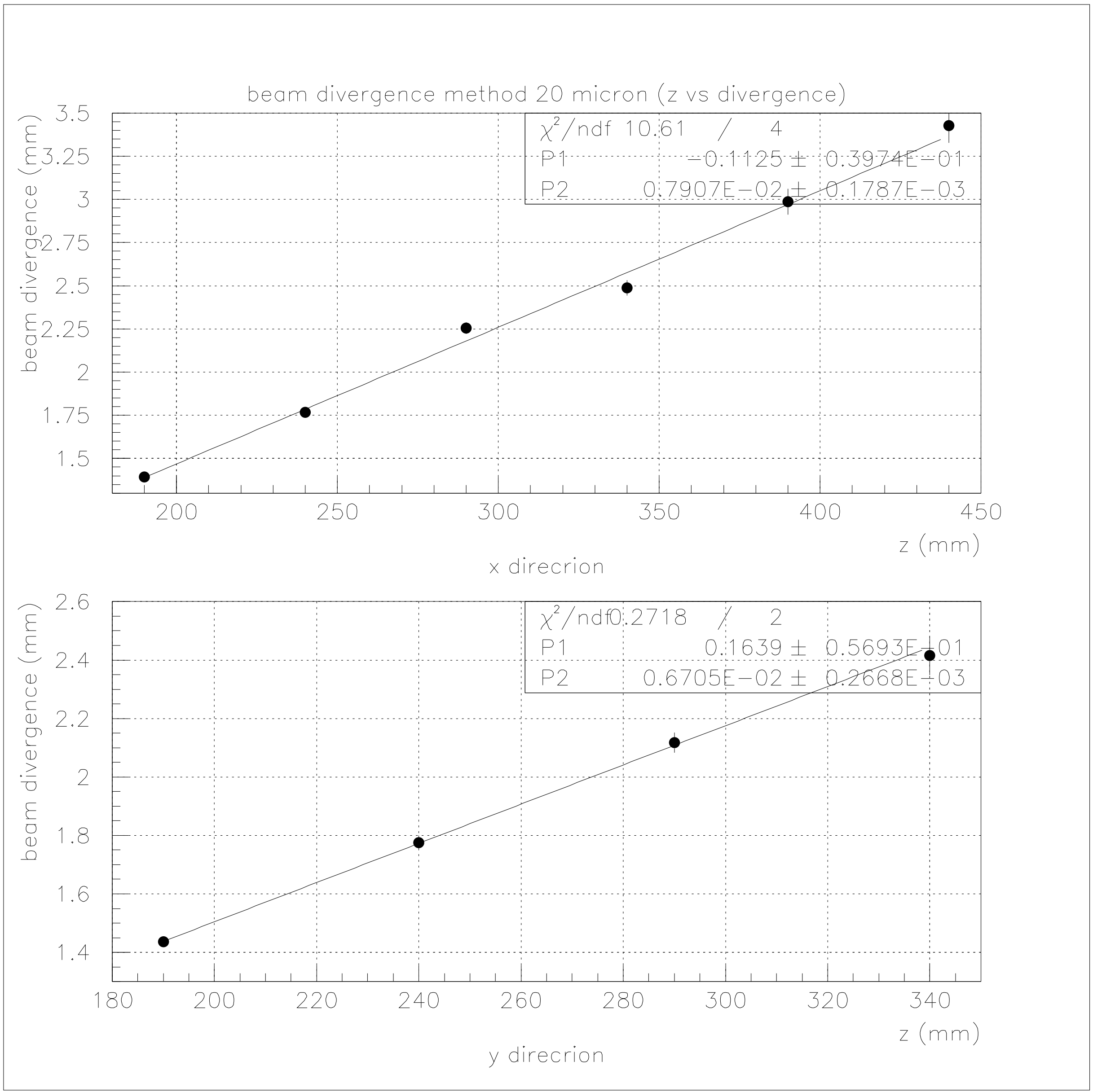


Figure 3.25: $w_0 = 20\mu m$ の beam divergence (x,y)

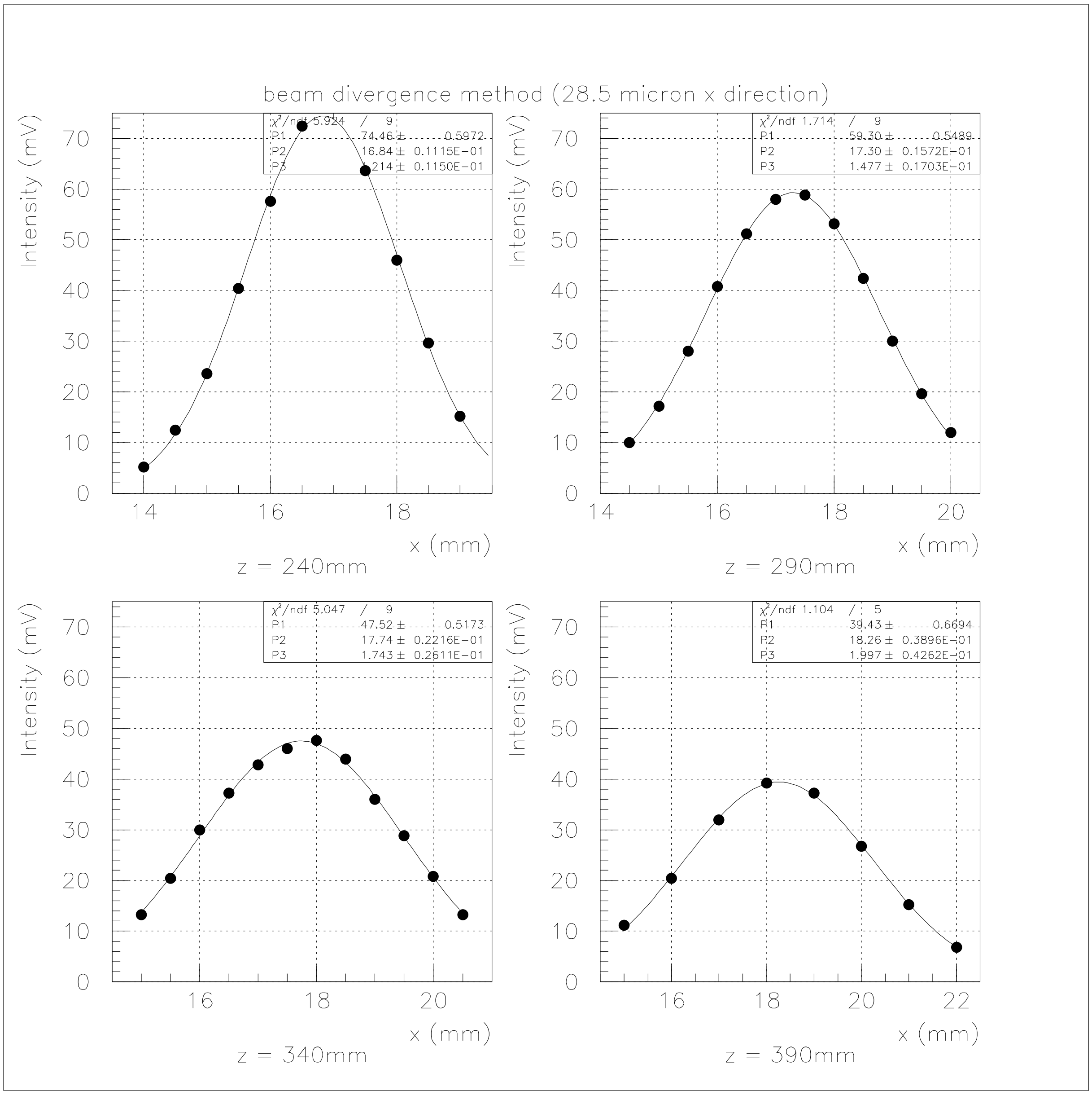


Figure 3.26: beam divergence x 方向測定 ($w_0 = 28.5\mu m$)

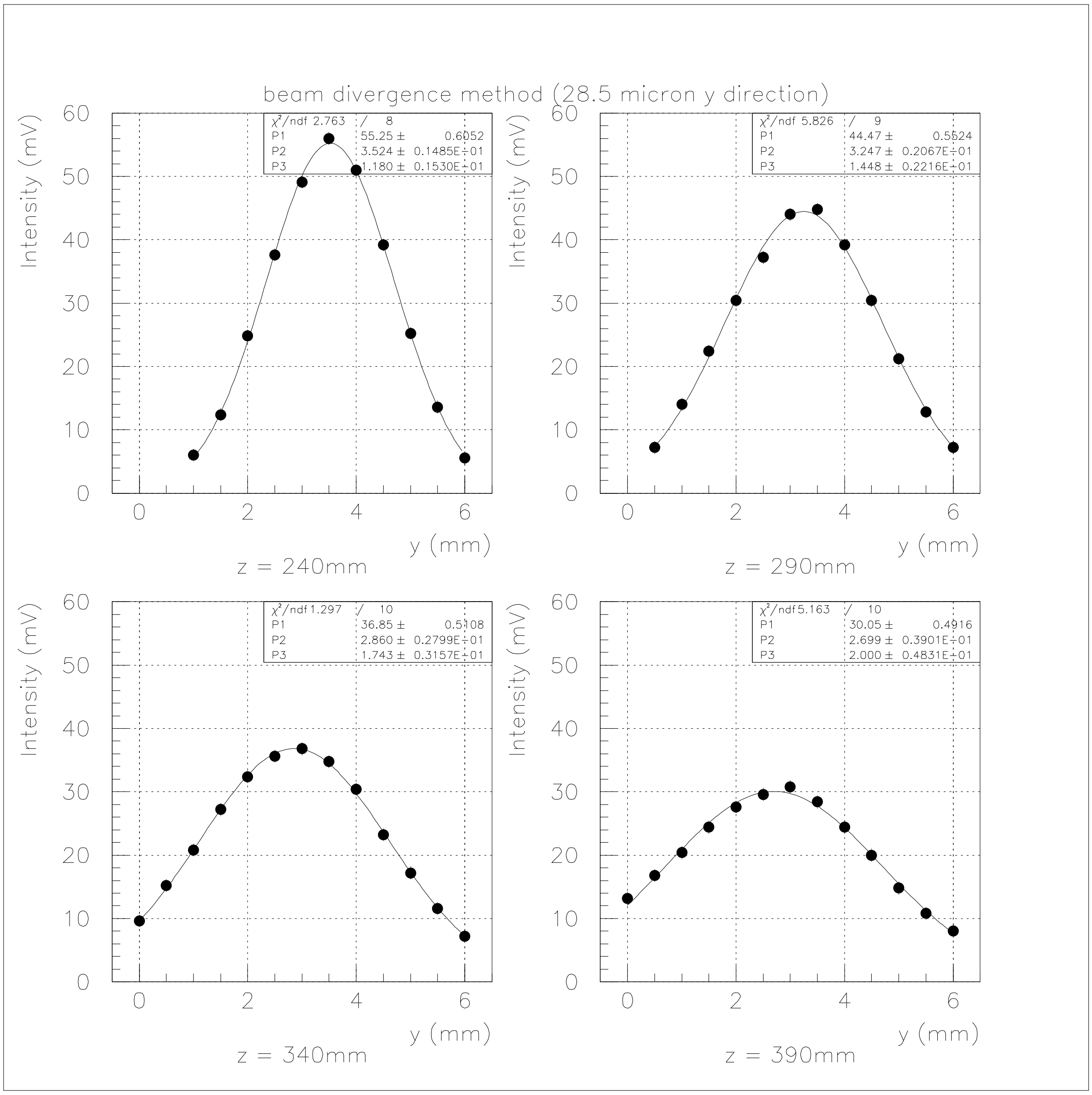


Figure 3.27: beam divergence y 方向測定 ($w_0 = 28.5\mu m$)

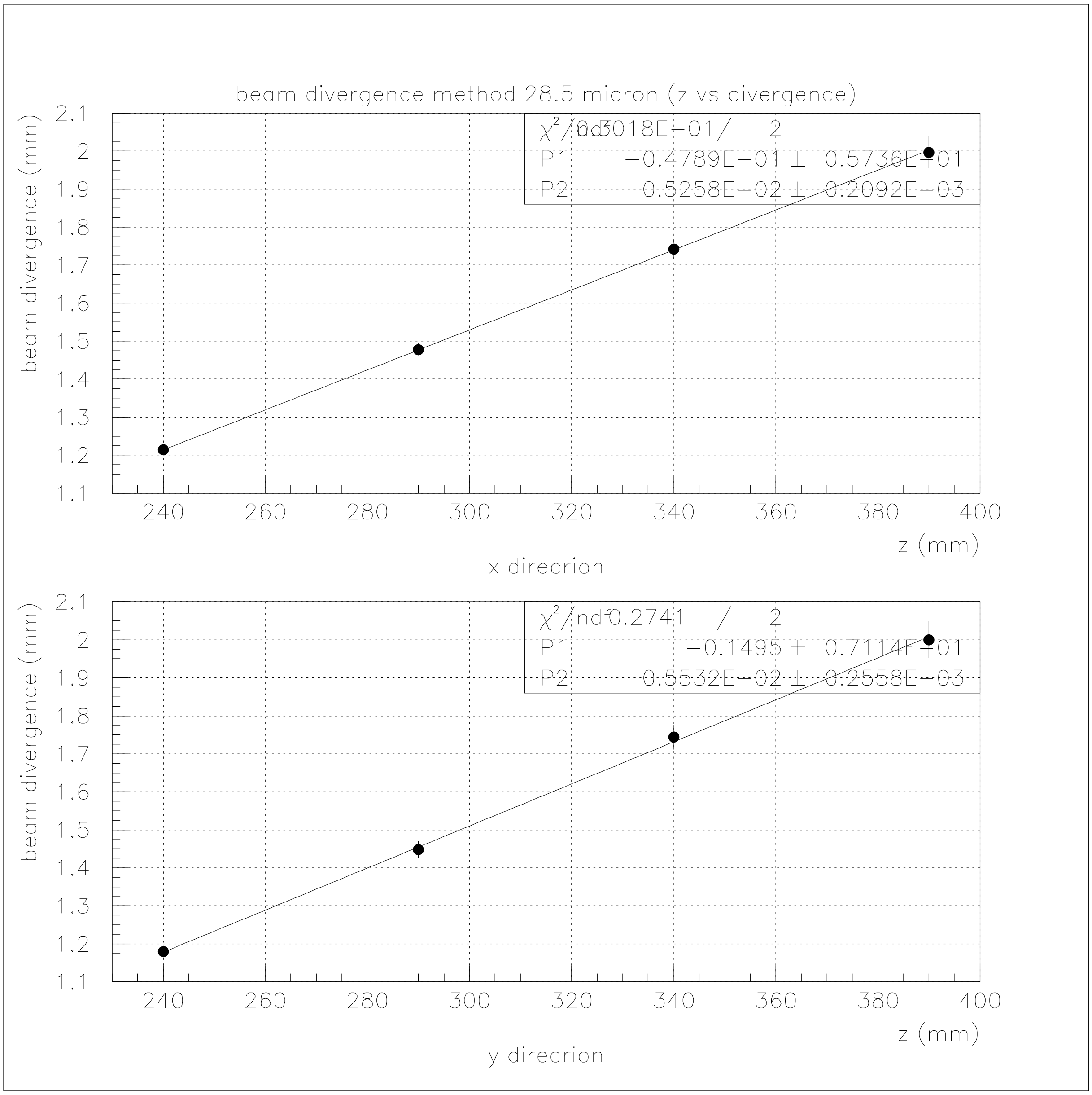


Figure 3.28: $w_0 = 28.5\mu m$ の beam divergence (x,y)

3.3.4 安定領域の測定

今まで用いて来た Cavity は主として、原理テスト (特に重要な baem waist や finesse の測定) のために構築された。この Cavity は多くの可動部分を含んでいるため、逆に機械的な強度が充分ではなく、外部のじょう乱や内部部品 (特にピエゾ素子) の drift などの影響を受けやすい構造であった。このためわれわれの目的とする主モード–すなわち共鳴条件を満たす TEM_{00} モード–のみを長時間に渡って安定にして保持することは出来なかった。

この節で述べる安定領域の測定の目的は Cavity が種々のパラメーターの変化に対して、どのように反応するかを測定し、これを新しく製作する Cavity の設計方針に反映すると言う点にある。まず、最初に Cavity が TEM_{00} モードからずれる要因を考察する。 [9], [10] によれば、４通りの'mismatching parameter' が考えられる。(図 3.29)

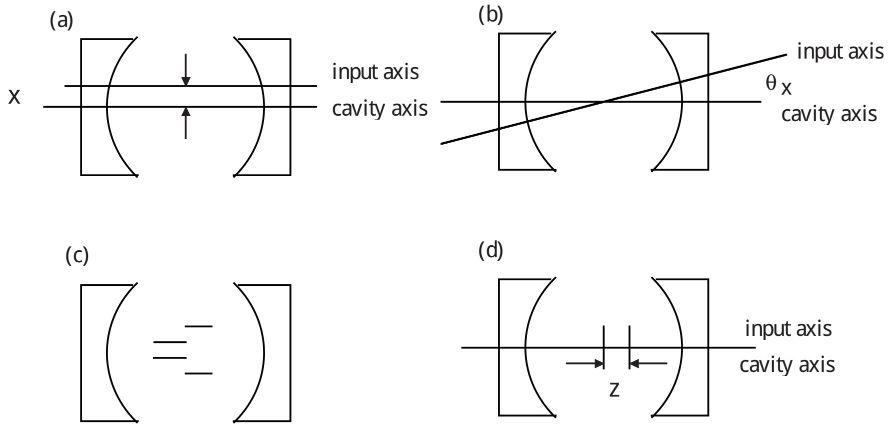


Figure 3.29: ４つの mismatching

それぞれ

(a) ビーム方向に対して平行に Cavity axis が動いた場合。

(b) Cavity 中心を軸として、θ_x だけ Cavity axis が傾いた場合。

(c) beam waist が中心で大きさが合わなかった場合。

(d) Cavity がビーム方向に平行に動いた場合。

である。上の４つのうち (a),(b),(d) の３つに対して、TEM_{00} モードがどのように変化するかを調べた。((c) に関しては operation が簡単ではないため、今回は行なわなかった。) 一般に Cavity 内部で立ち上がる電場は式 (2.8) の TEM_{mn} の (m,n の) 重ね合わせであるが、mode matching が微小である場合は、Cavity 内部では主モード以外に第一次高調波が立ち上がる。mismatching parameter と第一次高調波の立ち上がりの関係は “coupling coeffcient” と呼ばれ、 [9], [10] で計算されている。表 3.2にその結果を掲げる。

Table 3.2: coupling coefficient:z 方向に mismaching した場合 (本文 (d)) は第一次高調波 V_1 はラゲールの多項式で与えられる。 [9]

	parameter	coupling coefficient	第一次高調波
(a)	Δx	$\Delta x/w_0$	$H_1\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0}\right)$
(b)	$\Delta\theta_x$	$i\frac{\pi\Delta\theta_x w_0}{\lambda}$	$H_1\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_0}\right)$
(d)	Δz	$i\frac{\lambda\Delta z}{2\pi w_0^2}$	$V_1(r,z)$

比較のため、$w_0 = 28.5\mu m, 20.0\mu m$ の時、(a),(b),(d) において 0 次と 1 次の比が 1:1 となる時の x, θ_x, z の値を以下に示す。

Table 3.3: mismatching parameter

	Δx	$\Delta\theta_x$	Δz
$w_0 = 28.5\mu m$	$57.0\mu m$	$14.1mrad$	$16.1mm$
$w_0 = 20.0\mu m$	$40.0\mu m$	$20.2mrad$	$7.94mm$

TEM_{00} モードの安定を得るためには、z より x 方向の変位に対して、制限が非常に厳しいのがわかる。これは x,y 方向の displacement が $m+n=1$ 次のオーダーで効いてくるのに対し、z 方向の displacement が $m+n=2$ 次のオーダーで効いてくることに起因する [11]。

今回測定を行なったのは、各パラメーターの変位に対応する TEM_{00} モードの Intensity の変化である。Cavity 内のモードが TEM_{00} モードとそれ以外のモードしか立ち上がっていないと仮定すると、モードの比が $1:1$ であるとき、出力される Intensity のモードの比も $1:1$、すなわち、TEM_{00} モードの Intensity が TEM_{00} モードだけが立ち上がっている場合に対して、1/2 になる。測定は以下の要領で行なった。

1。まず、mode matching を行ない、主モードのみを立ち上げる。その時図 3.5の x-stage,y-stage,z-stage 及び Cavity 後方の x-stage のマイクロメーターの目盛を読み、この点をピーク位置と称する。

2。その後、$\Delta x, \Delta\theta_x, \Delta z$ を 1-parameter ずつ変化させる。($\Delta\theta_x$ は $w_0 = 20\mu m$ の時のみ)$\Delta\theta_x$ は Cavity 後方の Δx を動かすことで Cavity axis をずらした。変位 Δx と $\Delta\theta_x$ には $\Delta\theta_x = \frac{\Delta x}{2R-D}$ の関係がある。図 3.30。laser に対し、Cavity を動かすことで (a),(b),(d) に対応する study が可能である。

3。次に $\Delta x, \Delta y; \Delta x, \Delta z; \Delta x, \Delta\theta_x$ をそれぞれ 2 つ同時に動かしていき、その時の Intensity の分布を見た。($\Delta x, \Delta\theta_x$ は $w_0 = 20\mu m$ の時のみ)

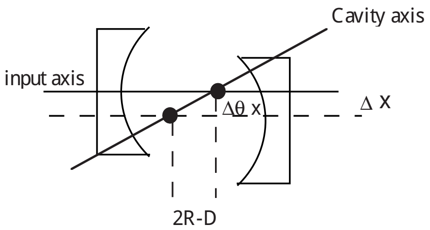


Figure 3.30: Δx と $\Delta\theta_x$ の関係

実験結果を図 3.31 ~ 図 3.37に示す。

１次元プロット (図 3.31及び図 3.34) の折れ線は測定を行なった順番に結んだ線である。特に我々は peak(主モードのみの時の intensity) の変動に注目した。peak は多かれ少なかれ、変動している。特に $w_0 = 20\mu m$ においてこの傾向が著しい。これは Cavity 自体の安定性がないためであるが、我々の目的である安定性領域を決定するには充分な再現性であると結論できる。

2-parameter study は主として、パラメーターが互いに独立であることを確認するために行なった。予想通りほぼ独立であることが結論づけられる。但し、$w_0 = 20\mu m$ の場合、(z,x) に対して、相関が存在することが判明した (図 3.37)。これはレーザー光軸と Cavity を載せている z-stage 軸が不一致であることに起因しており、本質的なものではない。

安定領域として peak 値から半分落ち込んだところまでの幅 (FWHM) を大雑把に見積もった。

$w_0 = 28.5\mu m$ の時

	安定領域
$\Delta x, \Delta y$	$40\mu m$
Δz	$10mm$

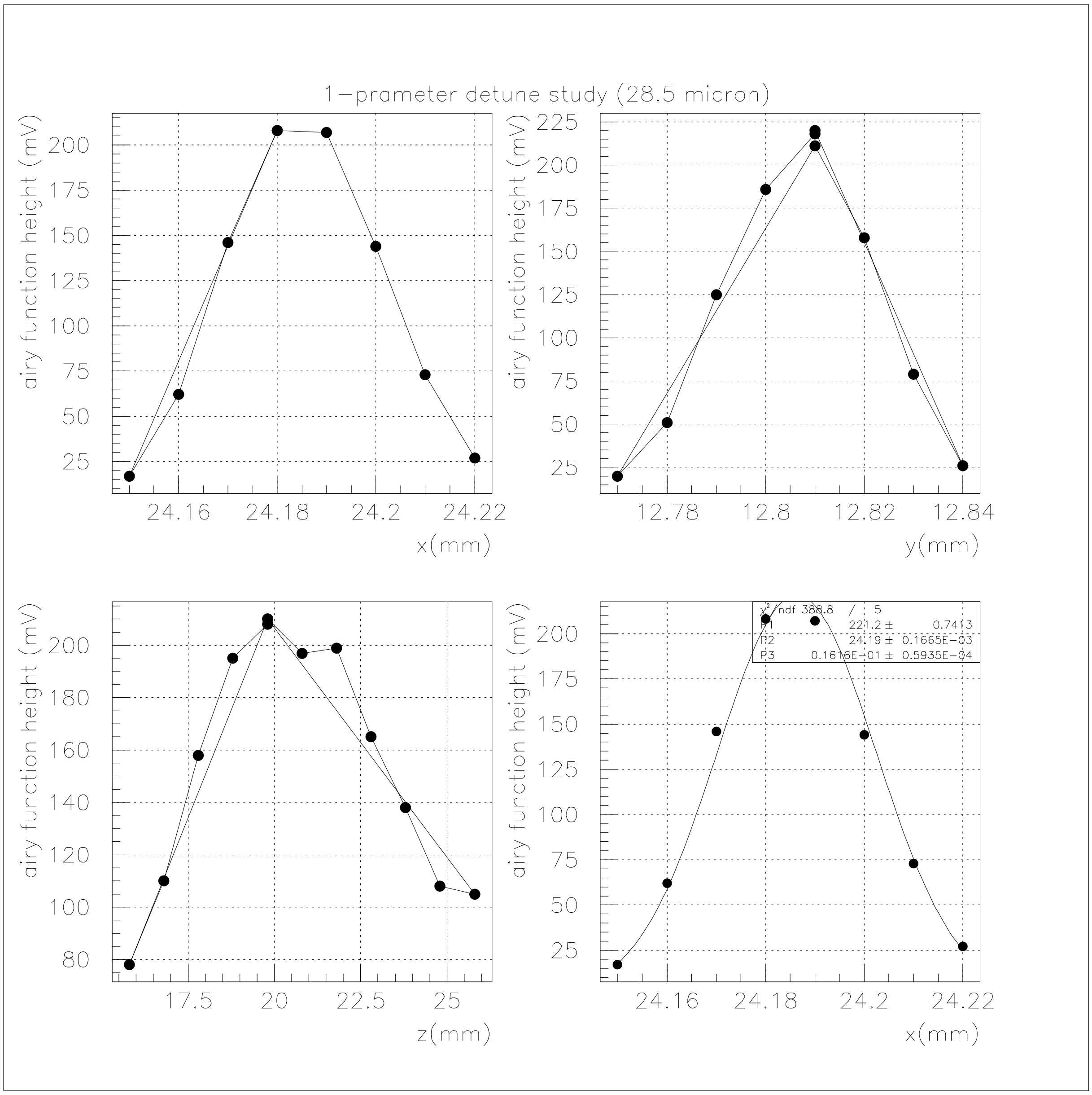


Figure 3.31: beam waist $w_0 = 28.5\mu m$ での 1parameter study (左上 : x 方向 (測定を行なった順番に plot し、線で結んだ。)) (右上 : y 方向 (測定を行なった順番に plot し、線で結んだ。)) (左下 : z 方向 (測定を行なった順番に plot し、線で結んだ。)) (右下 : x 方向 (Gaussian fit))

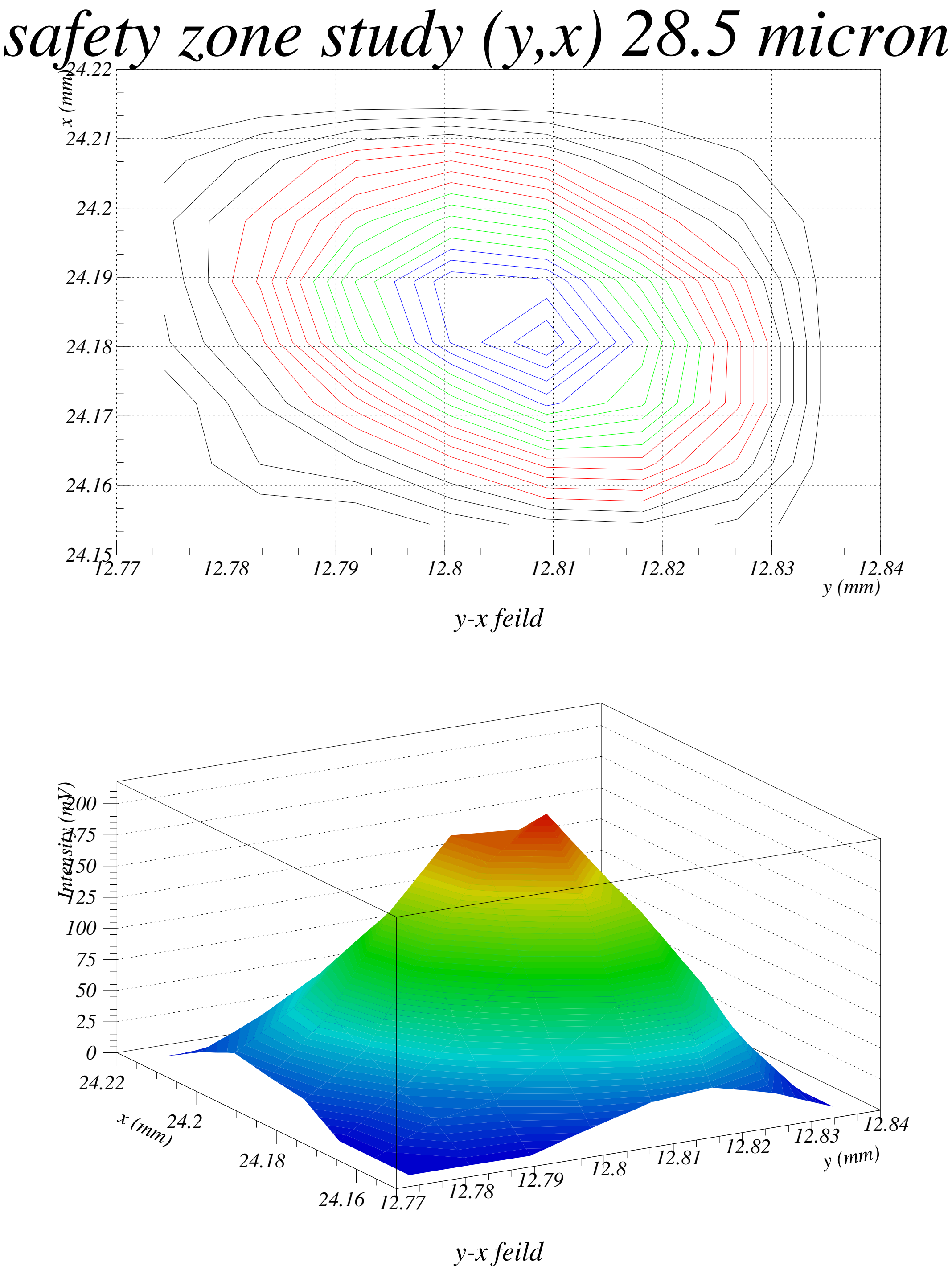


Figure 3.32: beam waist $w_0 = 28.5\mu m$ での 2parameter(y,x) study

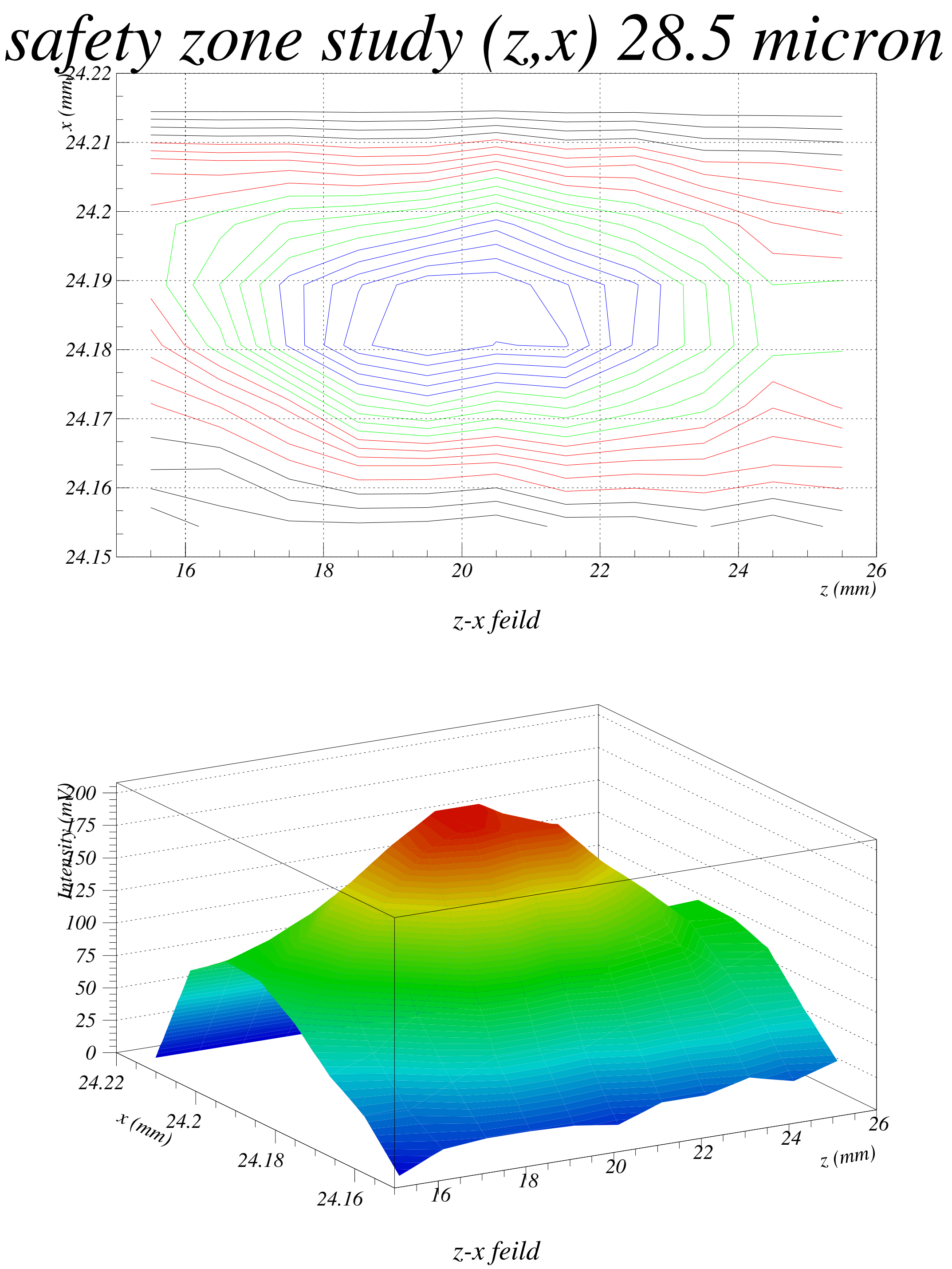


Figure 3.33: beam waist $w_0 = 28.5\mu m$ での 2parameter(z,x) study

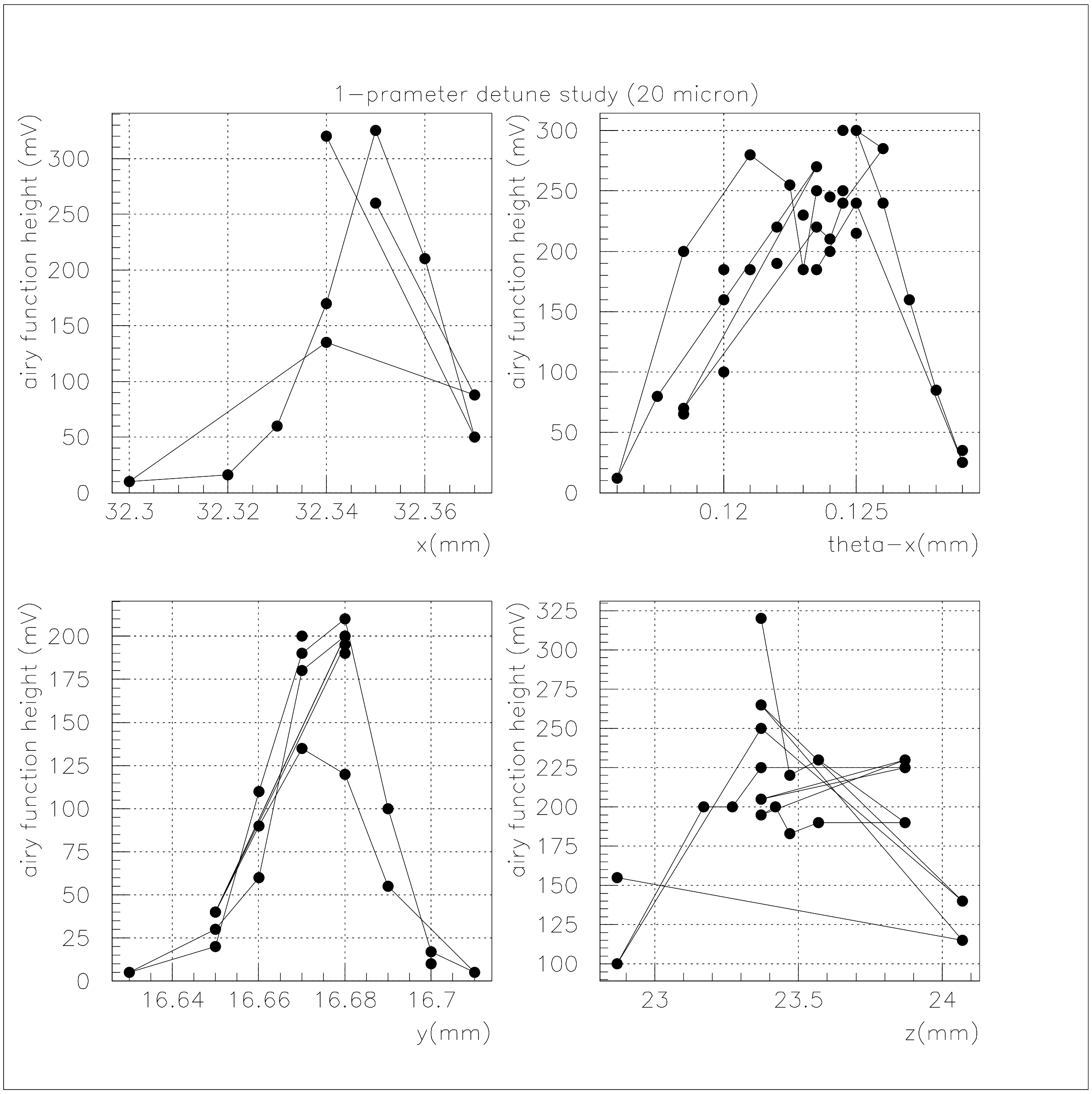


Figure 3.34: beam waist $w_0 = 20.0\mu m$ での 1parameter study (左上 : x 方向 (測定を行なった順番に plot し、線で結んだ。)) (右上 : θ_x 方向 (測定を行なった順番に plot し、線で結んだ。)) (左下 : y 方向 (測定を行なった順番に plot し、線で結んだ。)) (右下 : z 方向 (測定を行なった順番に plot し、線で結んだ。))

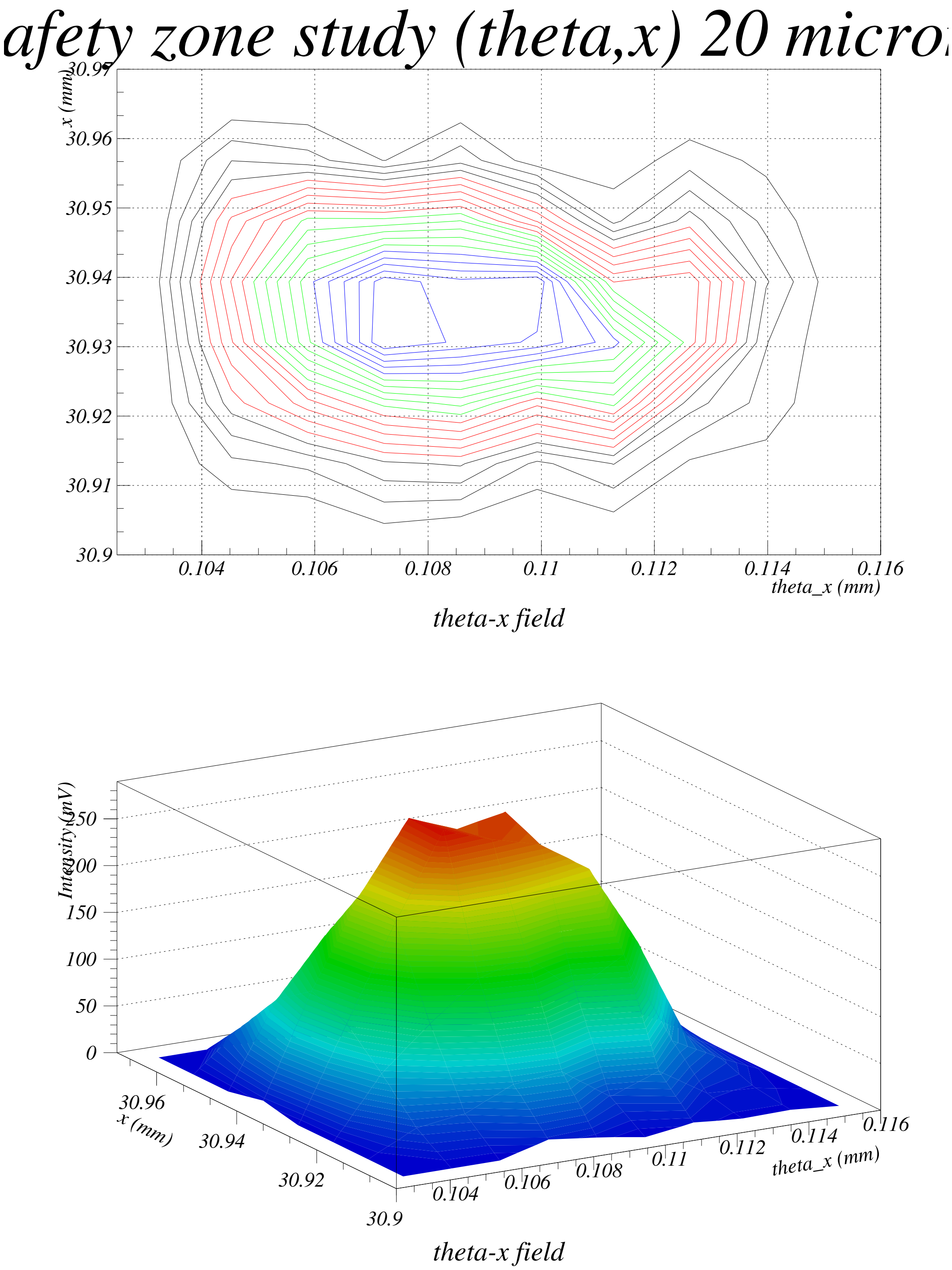


Figure 3.35: beam waist $w_0 = 20.0\mu m$ での 2parameter (θ_x,x) study

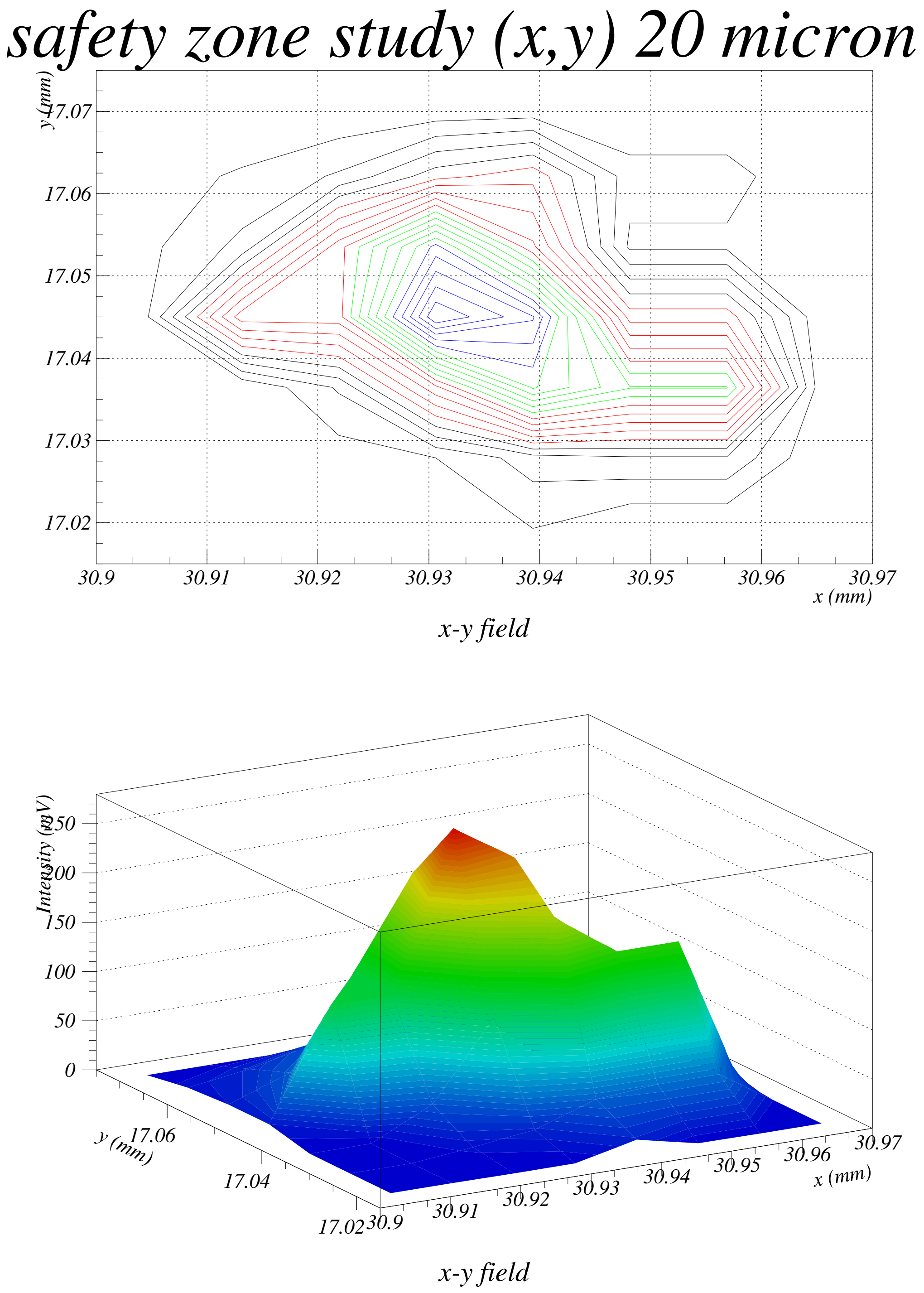
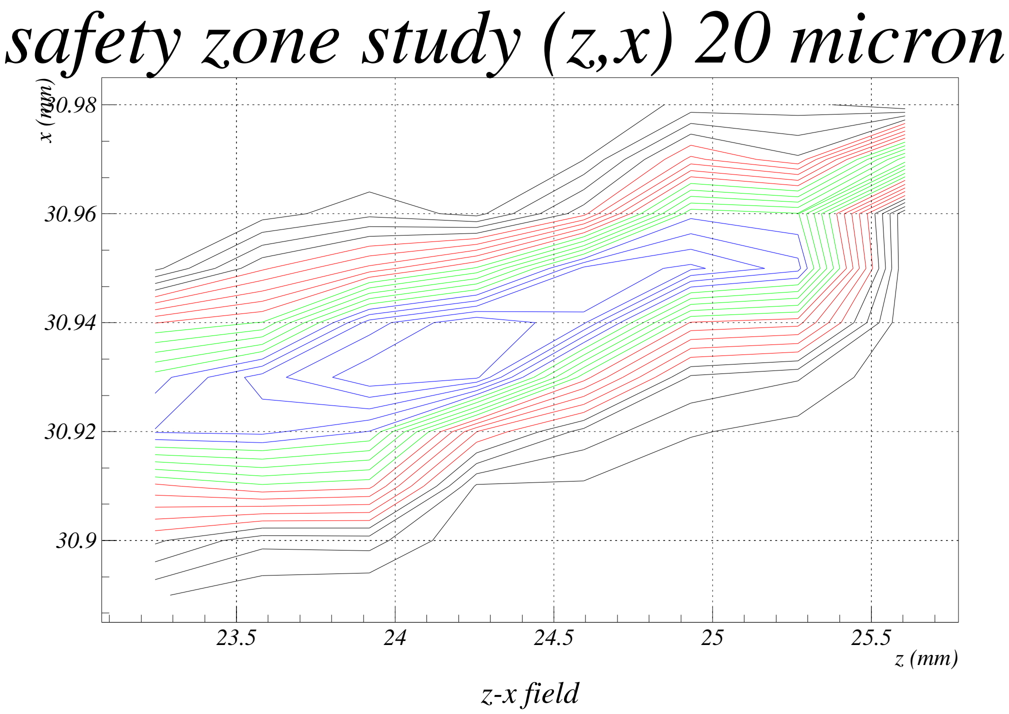


Figure 3.36: beam waist $w_0 = 20.0\mu m$ での 2parameter(x,y) study



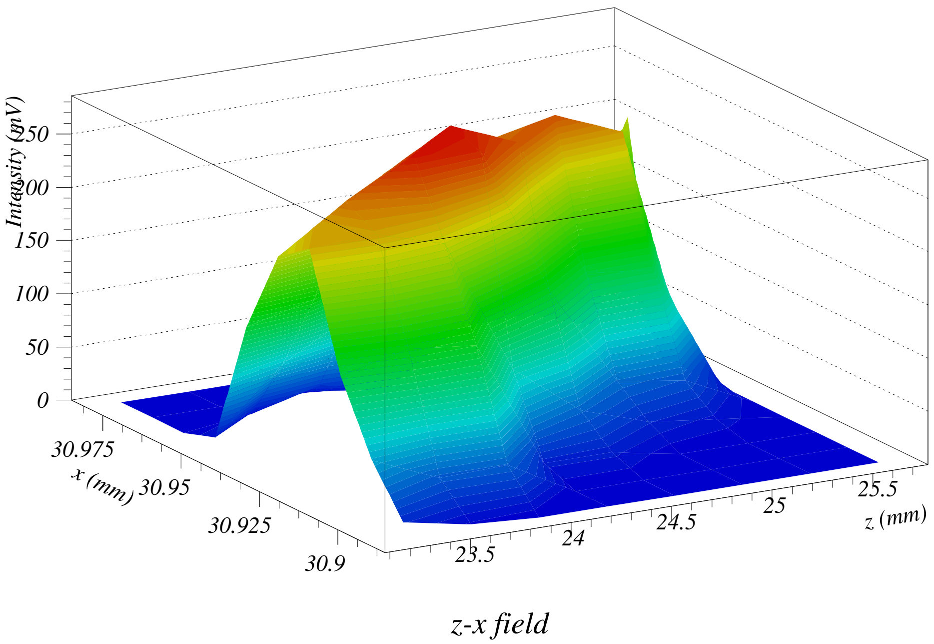


Figure 3.37: beam waist $w_0 = 20.0\mu m$ での 2parameter(z,x) study

$w_0 = 20\mu m$ の時、

	安定領域
$\Delta x, \Delta y$	$30\mu m$
$\Delta\theta_x$	$7\mu m \rightarrow 17.5mrad$
Δz	$\simeq 1mm$

z に関しては前に述べたようにビーム方向と Cavity axis 方向が微妙に違っているため、予想よりも小さい値となったが、これを除くと、現論から予想される値とオーダーは一致している。(実際には 1 次近似ではなく高次項も入っていると予想され、現在この効果も含めて検討している。) われわれの目的は新しい Cavity に対する設計指標を与えることであるので、この点では充分目的を達せられたと考える。

結論：次期 **Cavity** に向けて　新しい Cavity に対して以下のような指針を与えた。

	凹面鏡設置精度 (工作精度及び位置決め精度を含む。)
$\Delta x, \Delta y$	$\ll 20\mu m$
$\Delta\theta_x$	$\ll 10mrad$
Δz	$\ll 8mm$

実際問題としては $\Delta\theta_x$ が最も、厳しい要求である。これらの要求は 2 段階に分割して、満たすことにした。即ち、工作精度として、x,y,z 方向とも $\simeq 10\mu mD$ 程度を要求した。更に高い精度を求めるために凹面鏡をピエゾと独立した 4 つのマイクロメーターとでコントロールし、各々z 方向 translator,x 方向,y 方向,θ_x 方向,θ_y 方向の微調整を受け持たせることにした。

更に全てのパーツの剛性を高め、可動部分の接触面精度に対して、特別の注意を払うことにした。これに加えて z 方向 translator を受け持つピエゾに関しては、feedback 系を付加し、常に peak に位置付けるようにした。(これに関しては 4.2節で詳述する。)

Chapter 4

新しい Optical Cavity による実験

この章では新しい Optical Cavity での実験の説明を行なう。4.1節では、新しい Optical Cavity での基礎実験。4.2節では Optical Cavity 内でのレーザービームの定常化実験を説明する。

4.1 基礎実験

4.1.1 Optical Cavity

図 4.1, 図 4.2に新しい Optical Cavity の側方断面図、及び後方図を示す。新しい Optical Cavity は大きく外部、あおり部、ピエゾ部の 3 つに分けることができる。外部とは全体を覆っている外枠の部分である。(図 4.1, 図 4.2の点部) あおり部は図 4.1の左半分にあたる。mirror を含めて、あおり 2 つで調整する部分である。ピエゾ部は図 4.1の右半分にあたる。mirror を含めて、ピエゾを振動させる部分である。それぞれについて説明を行なう。

外部：外部は材質は Fe でできており、全体の剛性を高めている。これにより、Cavity 全体の drift の影響を小さくし、外部からのじょう乱をシャットアウトした。もう一つ外部は x 方向、y 方向に平行移動できるように設計されている。ベアリングを用いた従来の方法では摩擦の影響が大きく、また剛性を高めることが出来ないため、外部を mirror のある内部 (以下 Cavity 部) と外枠に分け、その接続を上下 4 箇所の鉄板にして残しておく。(図 4.2)y 方向の平行移動は Cavity 部を上からマイクロメーターで押すことで、可能になる。上下 4 箇所の鉄板は Fe の弾性を利用することで、ばねの役割を果たしている。マイクロメーターと Cavity 部の接触は面接触による摩擦を防ぐため、Cavity 上部に穴を開け、そこにセラミックボールを入れ点接触により力を均等に伝わらせた。同様に x 方向の平行移動も同じ構造で行なわれ、これらは mode matching に用いられる。

Cavity 部はビーム方向に円形にくりぬかれており、あおり部とピエゾ部が入り、接続されるようになっている。

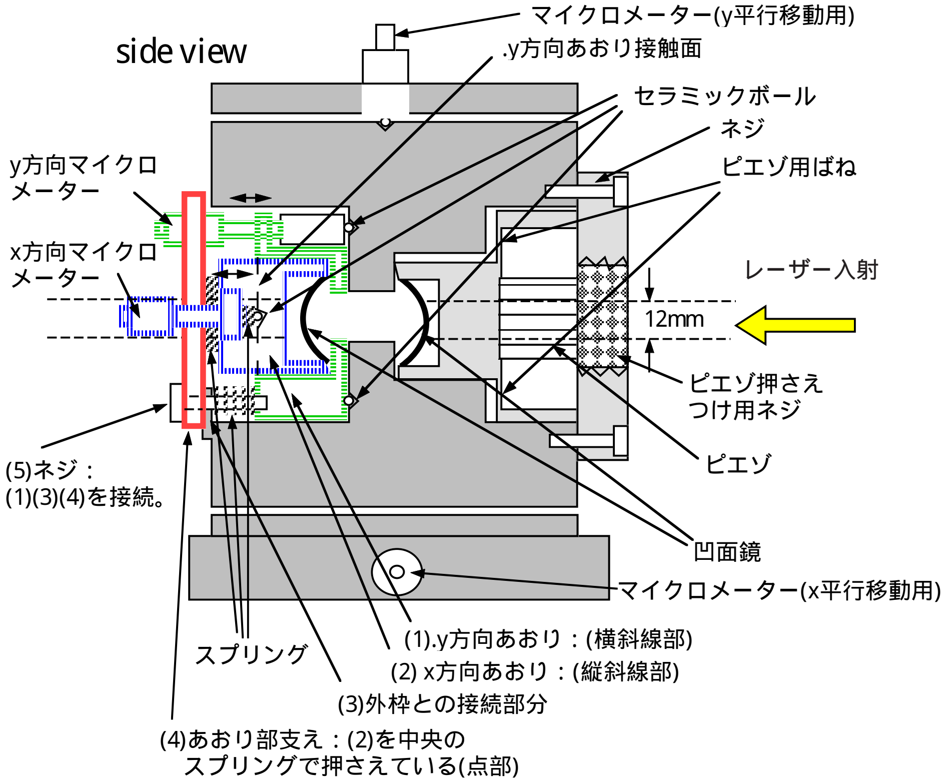


Figure 4.1: 新しい Optical Cavity (側方断面図)

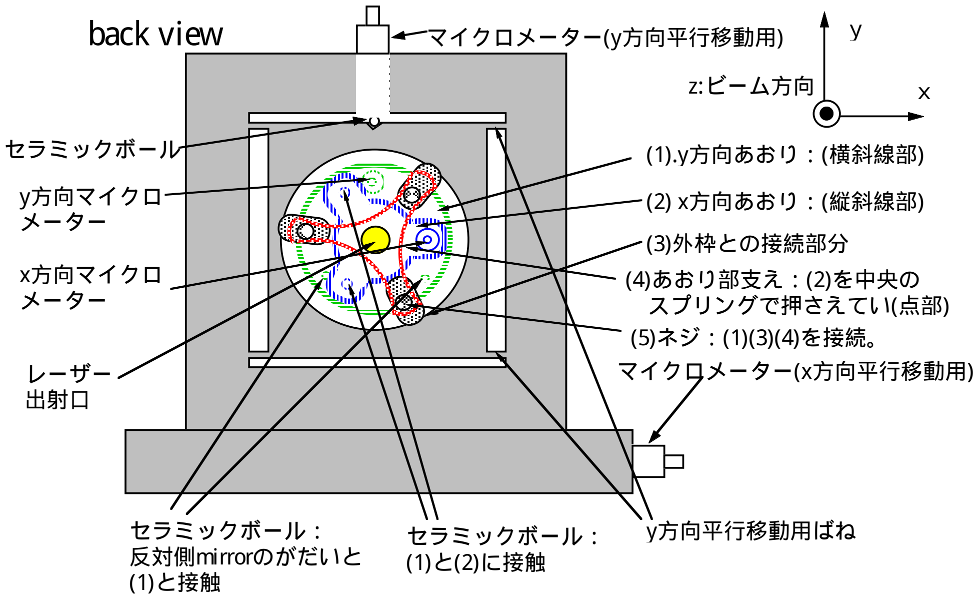


Figure 4.2: 新しい Optical Cavity (後方図)

あおり部 : mode matching でもう 1 つ必要となるのは、x,y 方向の角度の調整である。これを行なうのが、あおり部である。図 4.1 にあるよう、cavity うち側から (1)y 方向あおり、(2)x 方向あおり、(3) 外部接続部、(4) あおり部支えとなっており、(5) のネジで (1) ~ (4) が支えられている。mirror がついているのは、(2) の x 方向あおりである。(1) は Cavity の中心を軸に外部と 120° ごとに三点セラミックボールで接している。(図 4.1) 三点の頂点のうち垂直方向にビーム軸が一致しているセラミックボールのところだけが、マイクロメーターと接しており、マイクロメーターを動かすことにより、他の 2 点が支点となり、y 方向に mirror を傾けることが出来る。x 方向の角度の調整も同様に 120° ごとに三点セラミックボールが接している。x 方向あおりと y 方向あおりを重ねていることからセラミックボールは (1) と (2) に接触している。この三点の頂点の 1 つをビーム軸と水平レベルで同じにしておき、そこにマイクロメーターを置くことで、x 方向の角度を調整する。これに (4) のあおり部支えをおくことで調整が可能となる。(4) が (2) を中心のスプリングで抑えた構造になっている。(4) のあおり部支えは (5) のネジによって (3) の外部接続部及び、(1) とネジでとめることにより、あおり部を一体化し、剛性を高めた。他にあおりの微調整ができるよう (1),(2) の接触部, (1) と (4) の間にスプリングをいれた。mirror がある (2) は前後スプリングによって支えられた形になる。剛性を高めるため、スプリングのばね定数を高め、最後に (5) のネジで全体をきつくしめた。

ピエゾ部 : ピエゾは mirror を cylindrical に対称に押すように円形のセラミックピエゾ (富士セラミックス : 径 15mm) を使った。内側はレーザービームが通るために穴が開けられている。ピエゾはピエゾ部の mirror の反対側にピエゾを抑えつけるためのネジが付けられており、このネジでピエゾを押しつけ、mirror をつけている台を抑えつけている。この状態でピエゾを振動させることにより、ミラーが z 方向に振動することになる。mirror は薄い鉄板で支えられ、鉄板はばねの役割を果たしている。

mirror は 96% のものを用い、mirror の取り付けはネジと接着剤で行なった。今回の Cavity は初期設定で beam waist $15\mu m$ である $D = 39.875mm \pm 1\mu m$ にハイトゲージ (Mitsutoyo No.191-601) を用いて、合わせた。Cavity の中心のずれはダイヤルゲージを用いて $1\mu m$ 以内に合わせ、ビーム軸と一致させた。従って、我々の理想とする Cavity 軸に対し、$D = 39.875mm$ から $\Delta\theta_x = \frac{\Delta x}{2R-D} = 8mrad$ 以内の精度でおさまっていることがわかる。これは前回の条件をほぼ満たしている。これらの初期設定にあわしてセットアップした様子を図 4.3及び図 4.4に示す。あおり部は上下左右反転しているが正しく機能している。また剛性を高めるため、さらにいくつかのネジで強く絞めた。これにより外乱による jitter を極力抑えることが可能になった。この Optical Cavity の図面を付録 B に載せておく。

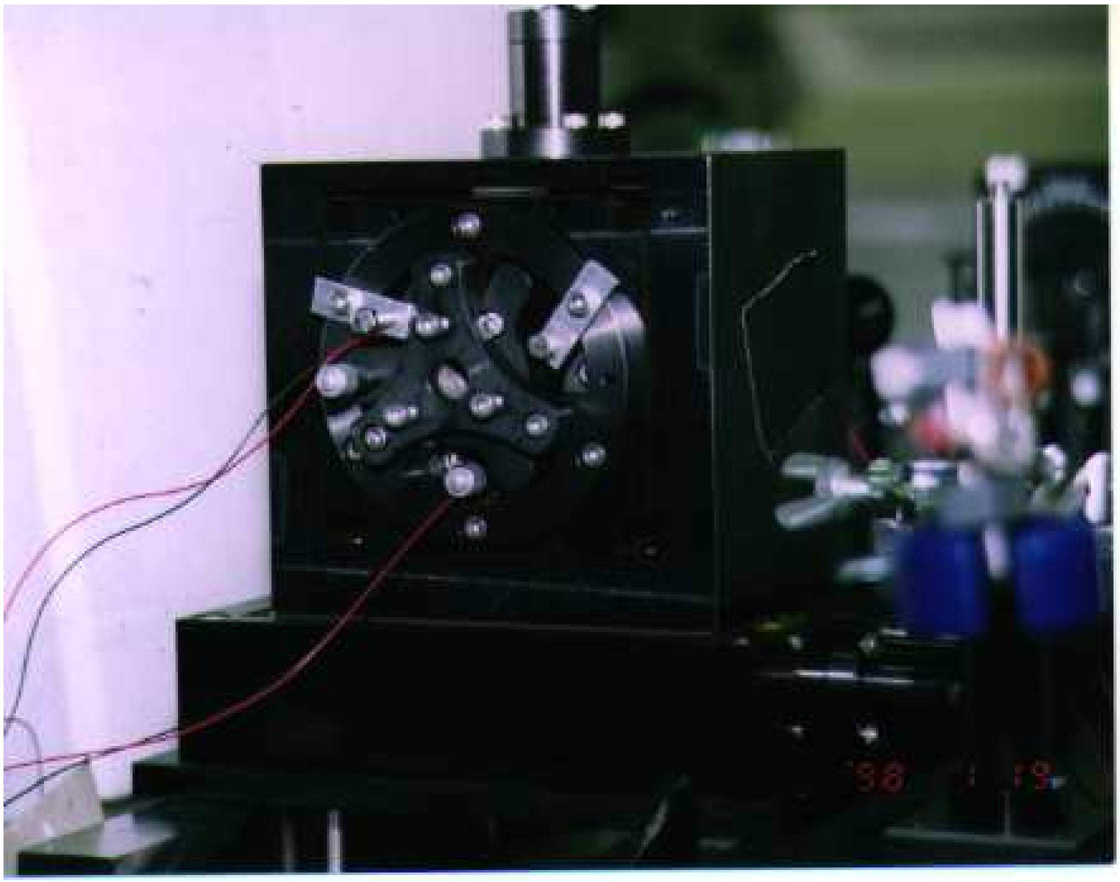


Figure 4.3: 写真：新しい Optical Cavity セットアップ (あおり部)

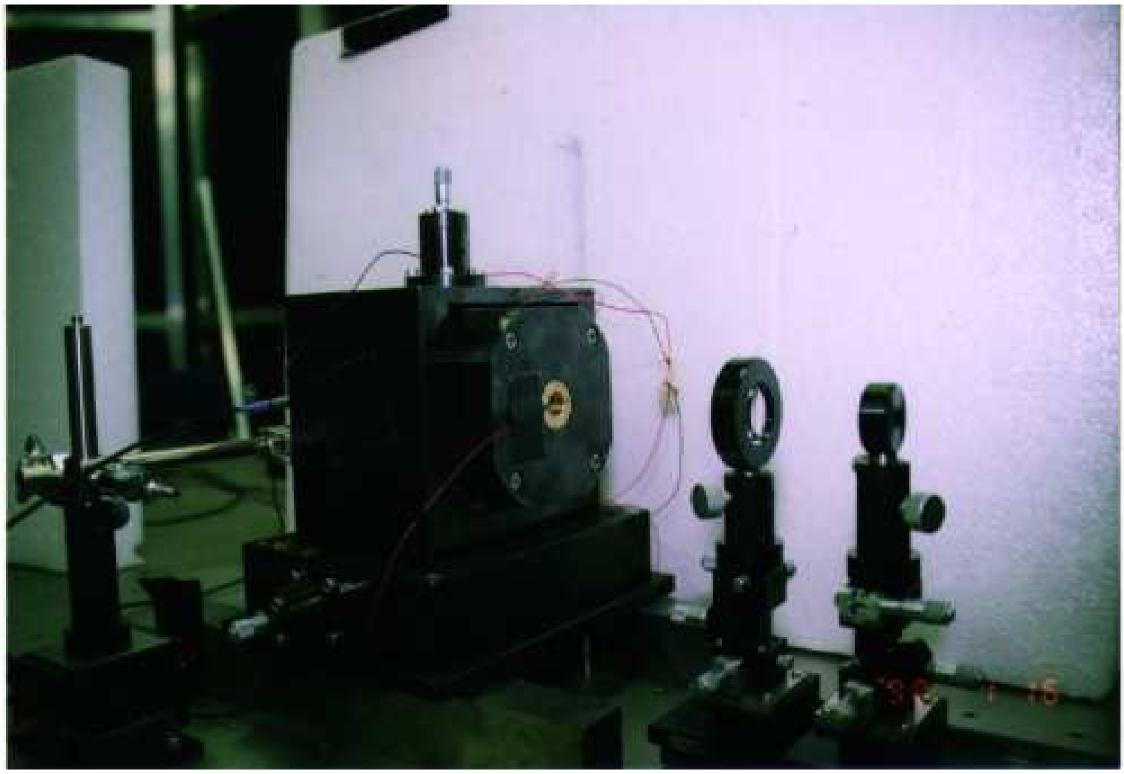


Figure 4.4: 写真：新しい Optical Cavity セットアップ (ピエゾ部)

4.1.2 mode matching

新しい Cavity を使って mode matching ができるかどうかを確かめた。前回からの変更点は Optical Cavity を新しい Optical Cavity に変えた点以外に入射系を Optical Cavity の高さに合わすため、アルミ台を外し、レーザー、入射系、Optical Cavity の高さをすべて 160mm の line にあわせた。mode matching までの実験手順は 3.2節で述べた手順と全く同じである。図 4.5は mode matching 後の写真である。

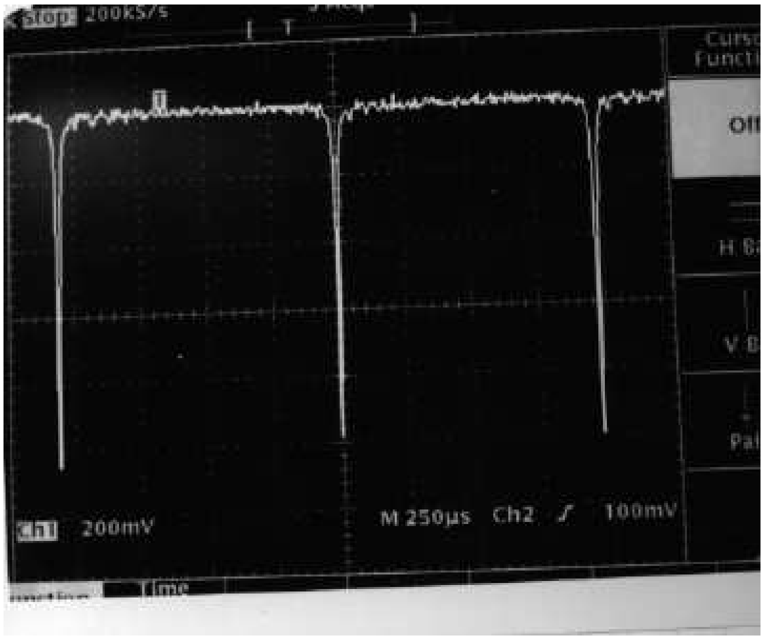


Figure 4.5: 写真：mode matching 後

TEM_{00} モードのみがきれいに出ているのがわかる。Airy function が逆向きになっているのは Amp によって正負が逆転したためである。Amp は従来のものの 10 倍のものを使用した。全体の様子は図 4.6のようになっている。ピエゾは sin 波 70Hz で振らせた。ピエゾにかけた電圧は dynamic range で 500V であり、ピエゾ部にはピエゾを組み込んだ状態で 500V で約 $1.5\mu m$ で mirror が動くようなピエゾを選んだ。図 4.6にあるように sin 波の半周期で最大 Airy function が 5 つ見えており、$316.2nm \times 4 = 1.264\mu m$ 以上で動いていることがわかる。linear で中心 3 つの Airy function の free-spectral-range を用いて、finesse,transeverse mode の測定を行なった。free-spectral-range は 3 つある Airy function の間隔が 2 つとも同じであることを確認した。

4.1.3 finesse 測定

finesse$\mathcal{F}$ の測定結果を図 4.7に示す。これより、$\mathcal{F} = \frac{1.025\mu s \pm 5ns}{11\mu s \pm 1\mu s} = 93.2 \pm 8.47$ となった。これは前の実験の 96% の mirror の finesse 97.5 ± 7.0,92.1 ± 6.6 と一致しており、前回の実験を新しい Cavity で再現していることがわかる。

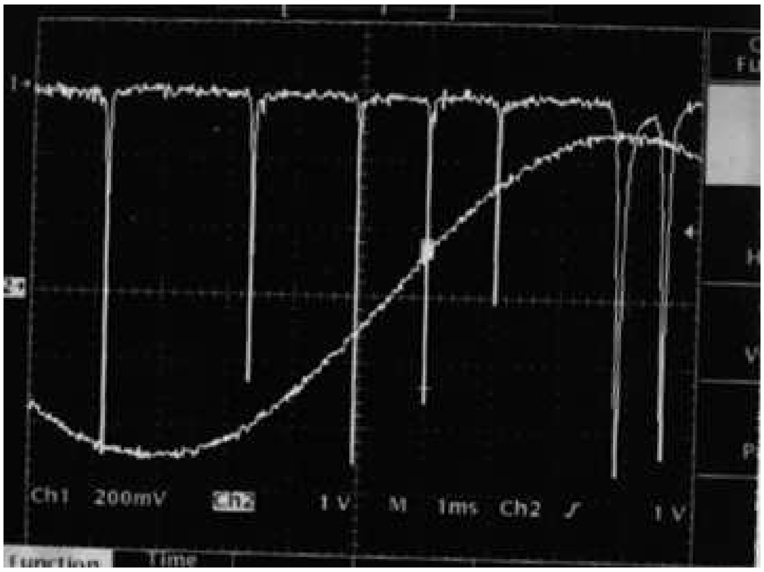


Figure 4.6: 写真：Airy function 全体図

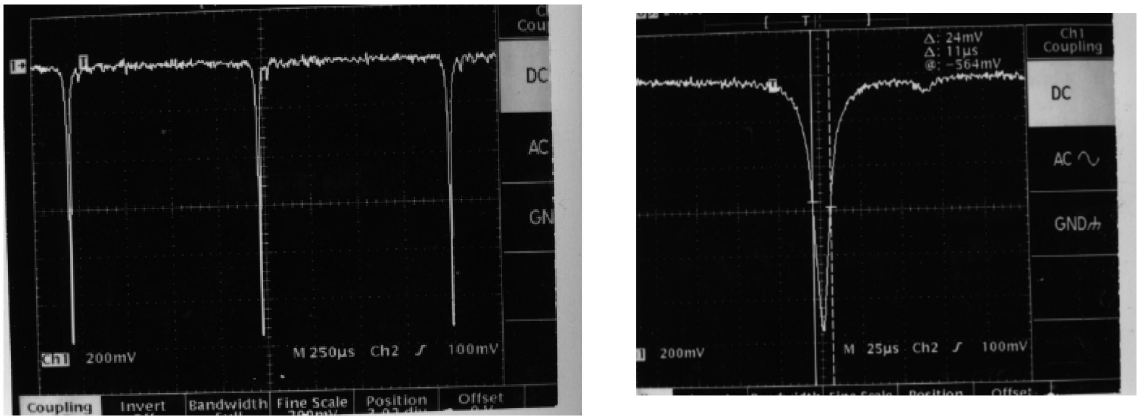


Figure 4.7: 写真：finesse 測定

4.1.4 beam waist 測定

まず、transeverse mode と free-spectral-range から D を算出した。図 4.8に測定結果を示す。

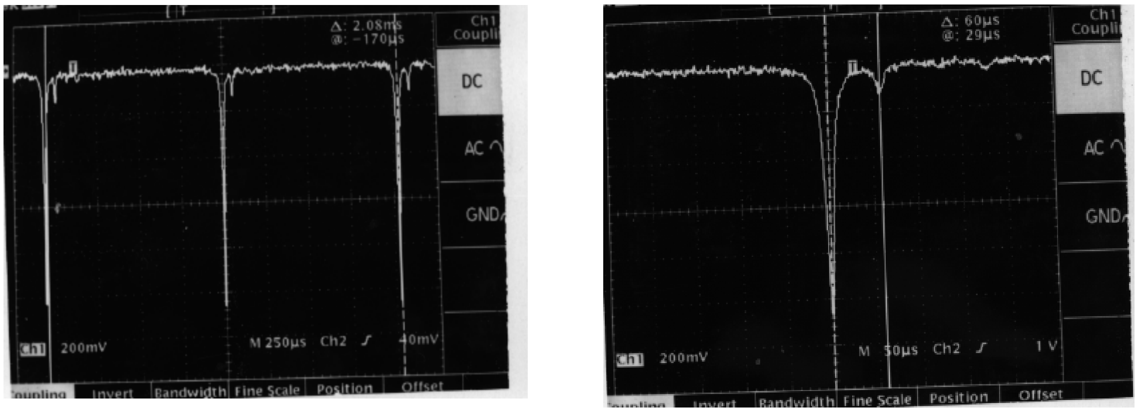


Figure 4.8: 写真：beam waist 測定

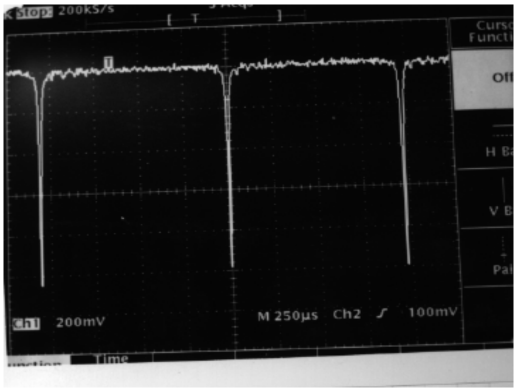
ここから、

$$\begin{aligned}
\frac{one-mode-difference}{free-spectral-range} &= \frac{60\mu s \pm 2\mu s}{1.045ms \pm 5\mu s} = 0.0574 \pm 0.00191 \\
D &= 39.676 \pm 0.0215mm \\
w_0 &= 19.0 \pm 0.31\mu m
\end{aligned}$$

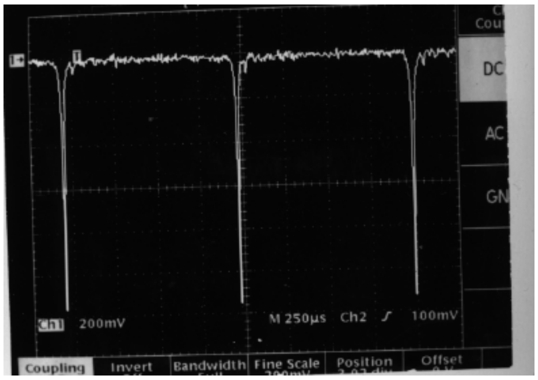
を得る。初期設定 $w_0 = 15\mu m$ と異なるのは、mode matching の際あおりを操作したため、若干 D が小さくなったためである。但し、この後、beam divergence 測定を行なったが、測定でピエゾが壊れ、傍証として、正しい結果を得ることができなかった。今後、新しい Optical Cavity で beam waist の測定結果の一致を見る必要がある。

4.2 レーザービーム定常化実験

ダンピングリング内で e^+, e^- ビームのビームプロファイルの測定を行なうには、Cavity 内で安定したビームを保持しなければならない。具体的には、主モードの TEM_{00} モードのみが立ち上がっており、かつ光子増幅率が一定であることが要求される。後者の要求はレーザー Intensity を実質的に高めるために重要である。式 2.29及び、図 2.7からもわかるように増幅率が高ければ高いほど、共鳴条件は厳しくなる。具体的には、反射率 96% の凹面鏡を使った Cavity に対しては、共鳴幅 (FWHM) は約 $3.4nm$ である。凹面鏡間隔 D はこの幅より、良い精度で保持しなければならない。一方、TEM_{00} モード以外の高次モードが立ち上がる主たる要因は凹面鏡のレーザー光に対する角度が変化することによると思われる。新しく製作した Cavity に対して、まず、TEM_{00} モードが長時間に渡って、保持できるかどうかを確認した。写真 4.9は測定直後および一時間後の透過光を見たものである。



測定直後



測定一時間後

Figure 4.9: 写真：Airy function の drift (左：測定直後)(右：測定一時間後)

一時間立っても transeverse mode への変位がないのがわかる。これにより Cavity は設計通り、非常に安定しており、一度 mode matching した後は TEM_{00} 以外のモードは 1 時間程度の範囲ならば無視できることが判明した。但し、Cavity 間隔 D に関しては、これがピエゾ素子と直接的に接続されているため、$\simeq nm$ の精度では常に drift していると思われる。(これに対しては、以下述べる feedback system にて対処する。)

また今回の Cavity では透過光をみることで各 mode ごとの写真を取ることが可能であった。図 4.10、図 4.11、図 4.12はそれぞれ図 2.8の TEM_{00},TEM_{01},TEM_{02}mode を示していることがわかる。

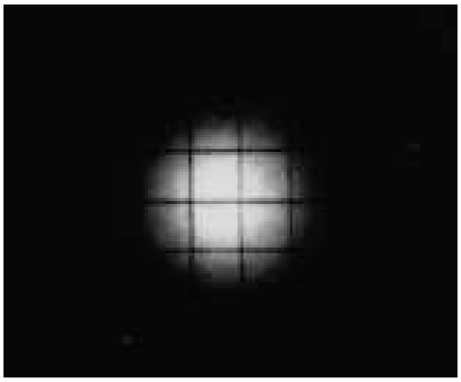


Figure 4.10: 写真：TEM00 モード

Figure 4.11: 写真：TEM01 モード

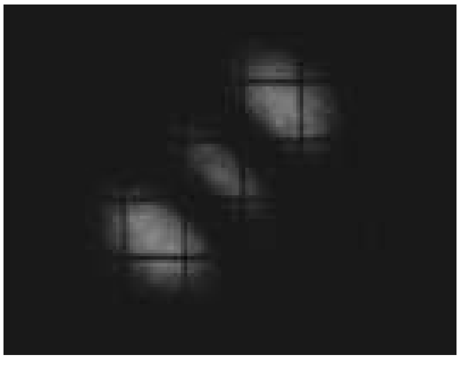


Figure 4.12: 写真：TEM02 モード

4.2.1 feed back system

図 4.13は feedback system 全体像である。feedback system の原理は、共鳴点付近で凹面鏡間隔 D に modulation を加え、これに対する透過光の強弱の変化を知ることにより、共鳴点に戻すための誤差信号を得ると言うものである。以下、原理を説明する。clock を積分したノコギリ波 (a) をピエゾに送り、ピエゾを Airy function の peak 程度の振幅で微小振動させ、D を変化させる。出射光は (b) に見られるよう peak 部分 [B] に乗っていればいいが、[B] の位置から落ちて、[A],[C] の位置でピエゾが振動したとするとその位置から [B] の位置に戻す必要がでてくる。[B] に戻すために clock との同期検波を用いて feedback をかけた。PIN-photo-diode から送られてくる信号は Amp を通じて、AC coupling した後、(b) の [A],[B],[C] 部分の振動に対応して、図 4.13の (c) の部分に [A],[B],[C] の形で送られてくる。これは (a) を作り出した clock と同期しているので、(c) の点線の位置で同期を取って毎回反転させる。同期検波を行なった後の信号は (d) の [A],[B],[C] の形になる。積分回路に入れることで、(e) には [A]$\rightarrow$ 正,[B]$\rightarrow$ 0,[C]$\rightarrow$ 負, の値が返される。(a) のノコギリ波に (e) の値が DC 的に加わり、ピエゾを動かし、[A],[C] は [B] の peak のところに戻るという仕組みである。具体的な回路図は付録 C に載せておく。

feedback がかかる条件として以下の 3 つが必要である。

１。(a) のノコギリ波に対して、(c) の信号の位相がずれていないこと。

２。clock の周波数に対して、積分の時定数から決まる feedback の周波数が小さいこと。

３。Airy function の peak から瞬間的に GND に落ちないこと。

１。に関して、一番位相の遅れが出てくるところはピエゾを動かしている Cavity の mechanical な位相のずれである。位相のずれは主として、Cavity の mechanical な共振周波数に依存しているが、今回の Cavity では共振周波数は 1kHz 以上のところにある。このため、1kHz 以下では最大位相のずれは $< 10^{\circ}$ でおさまり、同期検波を行なうことが可能であった。

２。に関しては積分範囲は大きければ大きいほど良い。clock 周波数は１。から 1kHz 以内であればよいことがわかった。今回の実験では clock 周波数を 870Hz, そして積分回路の時定数を $\tau = CR = 10^6 pF \times 10k\Omega = 10^{-2}s, \therefore f = \frac{1}{2\pi\tau} = 16$Hz を選んだ。$16 \ll 870$ で充分な積分範囲がある。

３。に関しては Cavity の mechanical な安定性に依存し、feedback sysytem では解決できない。finesse の 3 倍の幅である $10nm$ までで安定であれば feedback sysytem で peak に乗せることは可能であるが、それ以上に関しては feedback system は無力である。実験で peak に止まるか確かめる必要がある。

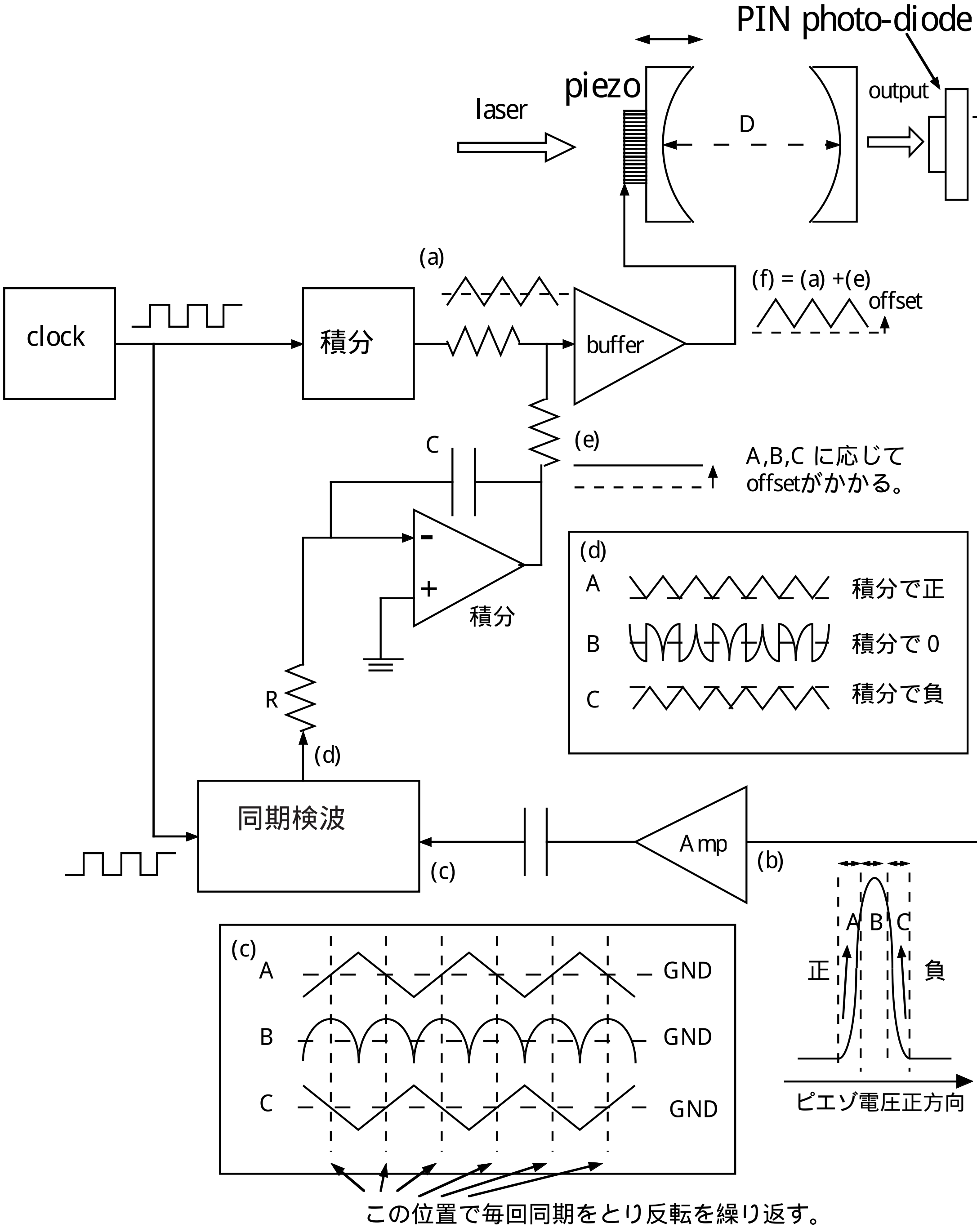


Figure 4.13: feedback system

4.2.2 実験＆結果

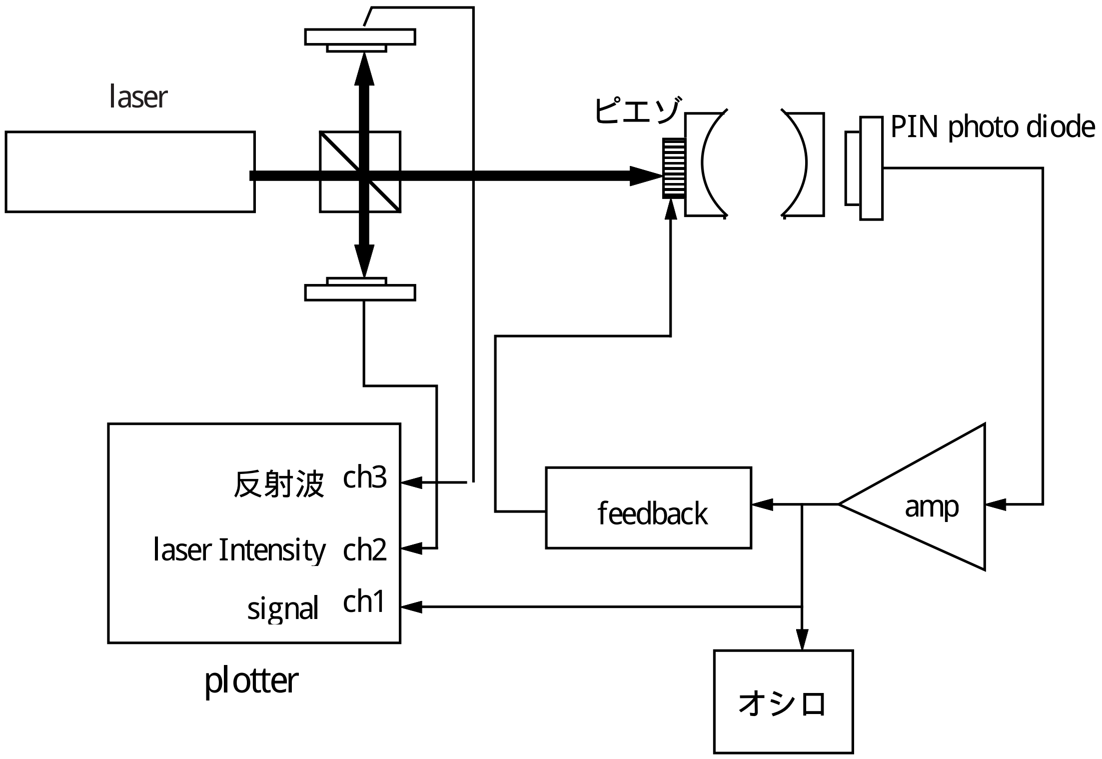


Figure 4.14: 実験全体像

実験全体像を図 4.14に示す。PIN-photo-diode の出力は plotter で長時間測定し、。また、オシロスコープでも見れるようにセットアップした。図 4.15は測定の結果である。横軸は時間を表し、1 目盛、12 分である。ch1 は Cavity からの透過光、ch2 はレーザービーム Intensity、ch3 は反射波の Intensity を示す。それぞれの range を、表 4.1に示す。

Table 4.1: plotter での測定領域

	low	high	GND
ch1	-2V	0V	0V
ch2	0.4V	0.6V	0V
ch3	0mV	100mV	0mV

長時間測定に対して、ふらつきながらも $-1.0 \sim -1.1V$ で透過光は安定しているのがわかる。この時の peak 値は 1.3V であったため、peak に位置しているわけではないが、peak から落ちず、定常ビームを作り続けている。この後、10 時間程度安定に稼働したことを確認し、測定を打ち切った。

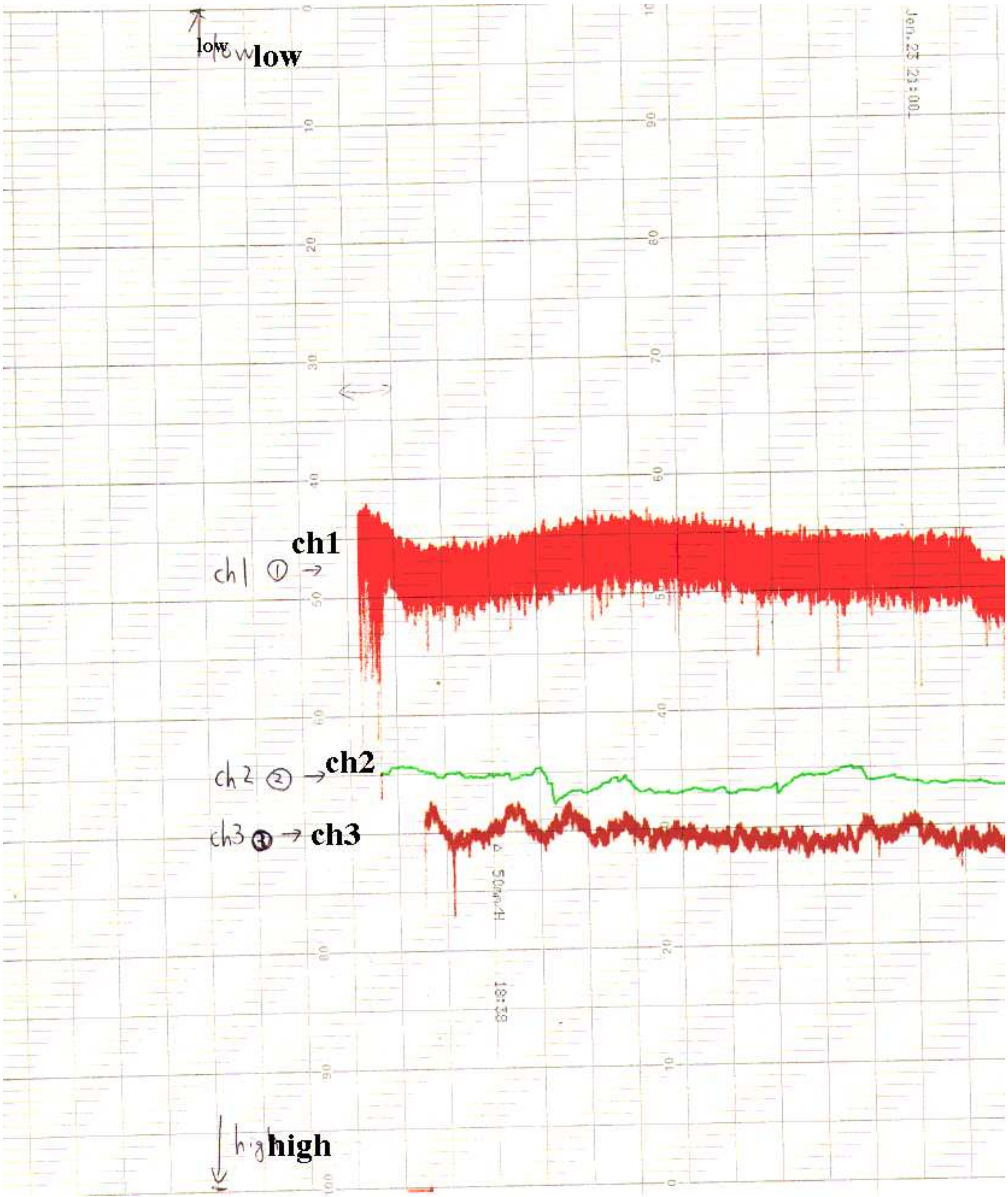


Figure 4.15: feedback をかけて透過光の intensity を長時間測定

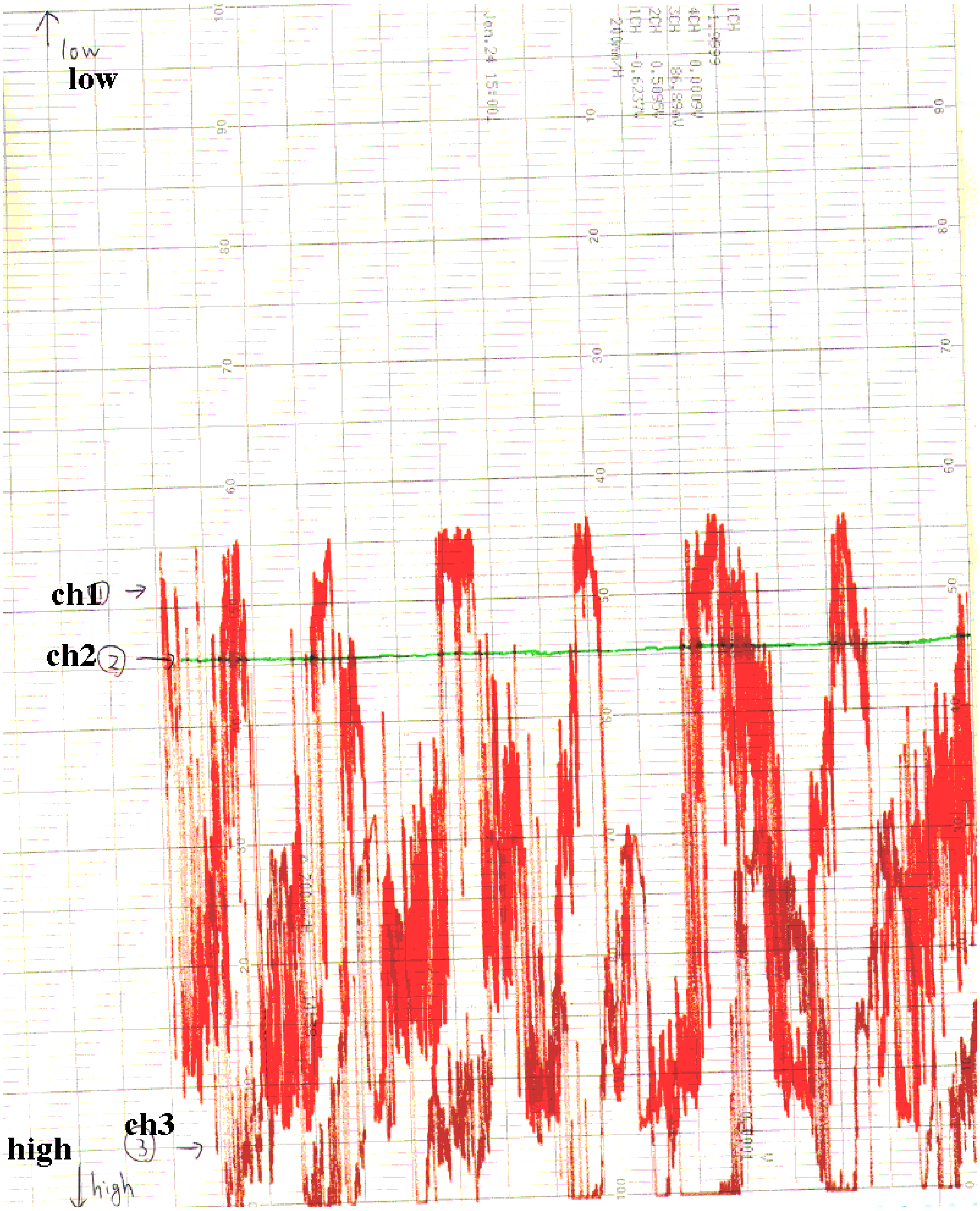


Figure 4.16: feedback をかけずに透過光の intensity を長時間測定

それに対し、feedbackをoffにした時のPIN-photo-diodeの出力を図4.16に示す。rangeは4.1と同じで、時間rangeを1目盛3分とした。feedbackがないため、短時間でpeakから落ちたり上がったりしているのがわかる。1時間ほどこの変動が続き、ピエゾのdriftにより、peakから落ちていって、透過光のIntensityは0になった。

定常ビームの増幅率及び安定性を示す指標として、feedbackをかけた時のIntensityの分布をとり、その時のIntensityの平均値及びRMSを測定した。Intensityは時間的に変動するので、できるだけ短時間で測定した方がよい。我々はIntensityをオシロスコープで見て$1\mu s$の範囲内の平均値を瞬間のIntensityの値とし、それを100点とり、平均及び、RMSを求めた。図4.17に測定結果を示す。

平均値は$V = -1.107 \pm 0.1518V$で図4.15の測定をほぼ再現している。RMSについては、RMS計(Hewlett Packart:3400A)を用いても測定した。$RMS = 0.20V$より小さい値であったが、RMS計のふらつきも0.5Vと大きく、よい一致を示しているといえる。peak値は$-1.30V$であるため、ここから透過率Tを求めると平均して、

$$T = \frac{-1.107 \pm 0.1518}{-1.30} = 0.853 \pm 0.117$$

となる。増幅率は$T = 1$のとき$\frac{1+R_m}{1-R_m} \simeq \frac{2}{3} \times 93 = 62$より、定常ビームの平均増幅率$< P >$は

$$< P >= 52.9 \pm 7.3$$

となる。

Cavity間隔の安定性を評価するため、図4.18のモデルを考える。

あるAiry functionのpeakでのDがD_0だった時そこから$\pm\varepsilon/2$だけふれるところで我々は平均化したとすると図4.18の斜線部の平均をみたことになる。透過率Tの平均値T_{ave}は$D = D_0$のところを原点$D = 0$とすると、式2.29より、

$$T_{ave} = \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\frac{\varepsilon}{2}}^{+\frac{\varepsilon}{2}} \frac{1}{1 + \frac{4\mathcal{F}^2}{\pi^2}\sin^2\left(\frac{2\pi D}{\lambda}\right)} dD$$

積分範囲$[-\varepsilon/2, \varepsilon/2]$に対し、$\varepsilon \simeq 1nm$なので、$\frac{2\pi D}{\lambda} \ll 1$より、$\sin\left(\frac{2\pi D}{\lambda}\right) \simeq \frac{2\pi D}{\lambda}$よって、

$$\begin{aligned} T_{ave} &= \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\frac{\varepsilon}{2}}^{+\frac{\varepsilon}{2}} \frac{1}{1 + \frac{4\mathcal{F}^2}{\pi^2}\left(\frac{2\pi D}{\lambda}\right)^2} dD \\ &= \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\frac{\varepsilon}{2}}^{+\frac{\varepsilon}{2}} \frac{dD}{1 + \frac{16\mathcal{F}^2 D^2}{\lambda^2}} \end{aligned}$$

$D = \frac{\lambda}{4\mathcal{F}}\tan\theta$と変換する。$\frac{\varepsilon}{2} \equiv \frac{\lambda}{4\mathcal{F}}\tan\theta_\varepsilon$とすると、

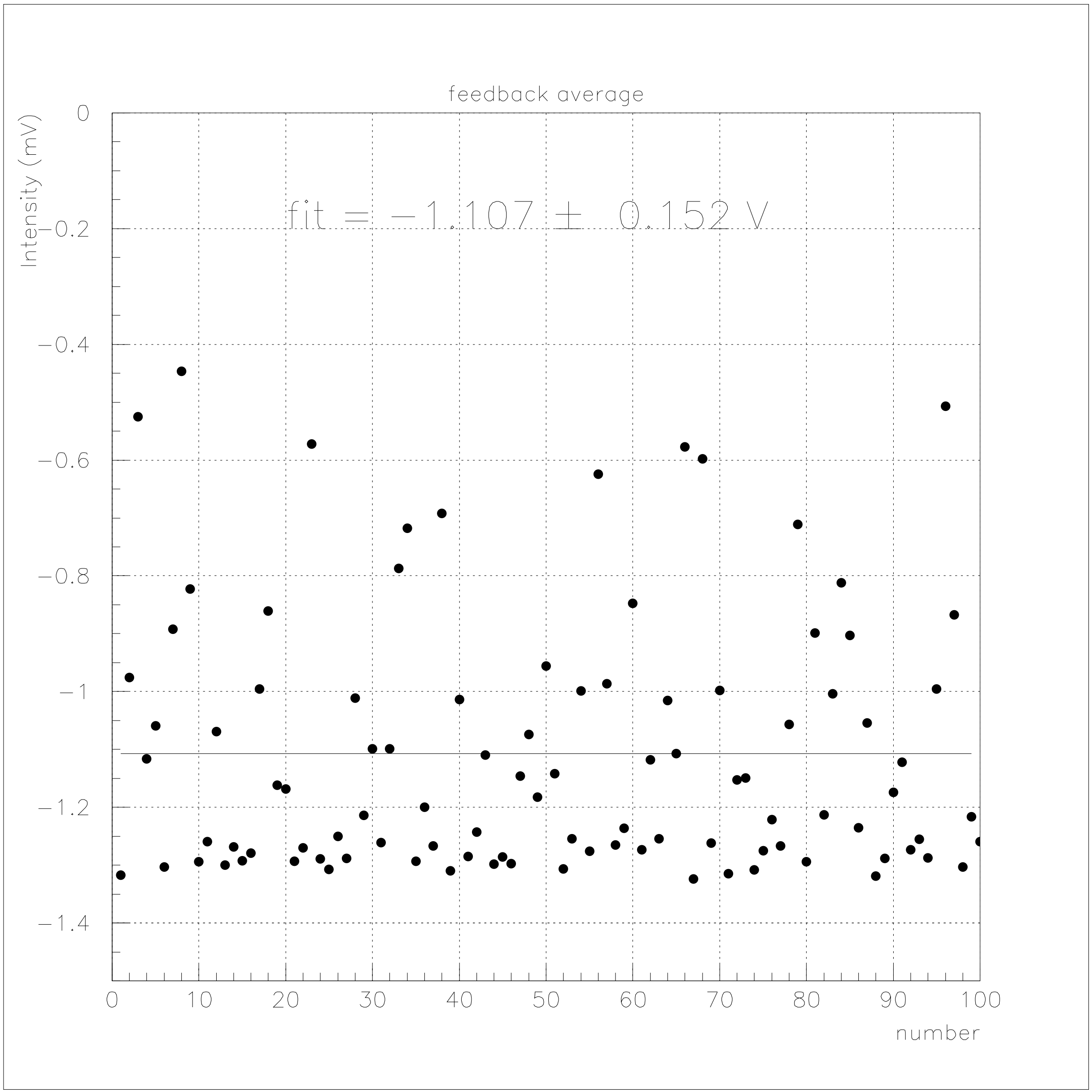


Figure 4.17: feedback をかけた時の Intensity の分布

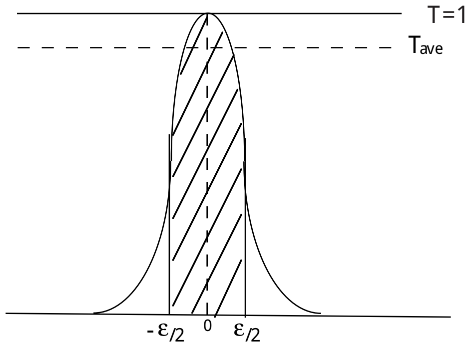


Figure 4.18: 安定性の評価

$$\begin{aligned}
T_{ave} &= \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\theta_\varepsilon}^{\theta_\varepsilon}\frac{1}{1+\tan^2\theta}\frac{\lambda}{4\mathcal{F}}\frac{d\theta}{\cos^2\theta} \\
&= \frac{\lambda}{4\mathcal{F}\varepsilon}\int_{-\theta_\varepsilon}^{\theta_\varepsilon} d\theta = \frac{\lambda\theta_\varepsilon}{2\mathcal{F}\varepsilon} \\
\therefore T_{ave} &= \frac{\lambda}{2\mathcal{F}\varepsilon}\cdot\tan^{-1}\left(\frac{2\mathcal{F}\varepsilon}{\lambda}\right) \qquad (4.1)
\end{aligned}$$

となる。$\mathcal{F}=93, \lambda=632.8nm$ より式 4.1を用いると $T=0.853\pm0.117$ より、

$$\varepsilon = 2.63^{+1.40}_{-1.55}nm$$

の領域で Cavity length を制御している。

Chapter 5

結論

新しい Optical Cavity を用いて我々は以下の結論を得た。

前回の実験との比較 ：

新しい Optical Cavity はそれまでに用いた Optical Cavity に対して、複雑な構造をしており、また最初から制限がついているため入射系の段階からでの光軸合わせが極めて重要になってくる。基礎実験の時と同様 96% の mirror を用い、まず、入射系の光軸合わせを行ない、Cavity からの出射光をモニターすることで、mode matching の後、TEM_{00}mode の Airy function が出ていることを確認した。

次に finesse 及び、beam waist の測定を行ない、finesse 93.2 ± 8.47 、beam waist $19.0 \pm 0.31 \mu m$ という結果を得た。finesse に関しては、理論値 77 より大きい値が出たが、前回の Optical Cavity の実験値 97.5 ± 7.0,92.1 ± 6.6 と比較すると非常に良い一致が見られ、新しい Optical Cavity は前回の実験を再現していることが確認できる。beam waist に関しては、transeverse mode を使っての測定しか行なっておらず、今後 beam divergence method を用いての beam waist の確認が重要になってくる。

ビーム定常化への実験 ：

定常ビームを作るためには Cavity 内でビームが共鳴している状態に Cavity 間を保持する必要がある。そのため我々は透過光をモニターし、透過光が常に Airy function の peak に位置づけるよう、feedback をかけながらモニターを続け、定常ビームを作り出す。finesse 93 の Cavity では、少なくとも Airy function の半値幅にのせるには $\frac{\lambda}{2}/\mathcal{F} = \frac{316.4nm}{93} \simeq 3.4nm$ の精度で Cavity を安定化させる必要がある。

まず、新しい Cavity を用いて mechanical な drift による transeverse mode への変位を抑えることに成功した。次にピエゾの drift による D の変化を防ぐため、feed back monitor を用いて、drift を抑え、透過率で 0.853 ± 0.117 に値する安定な定常ビームを作り出すことに成功した。これは (2.29) 式から、計算すると $\varepsilon = 2.63^{+1.40}_{-1.55} nm$ の精度で制御していることになる。そこで得られた平均増幅率は $< P >$ は $< P >= 52.9 \pm 7.3$ であった。

ナノメーターでの制御を現段階の実験で実現できたことは今後、増幅率を上げていく際に、入射系、Cavity、feed back monitor の改良をすすめることで、さらに制御の精度を上げていくことが可能であることを示唆していると言う点で非常に大きな意味を持ち、今後の開発においても有用なデータになった。

Chapter 6

今後の課題

Optical Cavity を用いた study

- mirror の反射率 R_m(catalogue value) と finesse の測定値が一致を示さなかった。従って、catalogue value を信用するのではなく、実際に R_m を測定する必要があるだろう。反射率 R_m の測定法としては mirror にレーザーを当て、反射光を見るのが一番の良法である。但し、凹面ミラーであるため、反射光は広がりを持っており、100% 光を集光するシステムを確立することが必要になる。また同時に透過光をモニターし、mirror の loss を測定する必要がある。

- beam waist の測定では x,y 方向が不一致であった。ガウスビームは従来円形をしているとは限らず、一般には楕円である [5]。まず Cavity からの出射光の Quality factor(楕円度) を測定し、Cavity 内部の beam size を測定することが必要である。測定は CCD カメラを用い、beam divergence を測るのと同様、z 方向に何点か CCD カメラを動かし、ビームサイズを測定して、ビームの形の変化ををおってやる必要がある。ビームの楕円度が大きい時はミラーの曲率半径の精度を上げて、もう一度測定を行ない、真円の状態になっていることを確認してからもう一度 beam の広がりを測定して、beam size を測定すれば良い。曲率半径の精度は加工上数オングストロームまであげることが可能である。

- 安定領域が beam waist が小さいところでは正しく測定できていない。新しい Cavity では drift がないため、0 次と 1 次の mode の比が各パラメーター毎に正しく測定できる。今後新しい Cavity では、intensity の分布と同時に 0 次と 1 次の mode の比を測定し、理論との一致を見る必要がある。但し、ビーム軸と z 方向が一致していない場合があるため、[11] にあるように一般の形で一致していることを確認する必要がある。これに関しては新しい Optical Cavity で測定を行なう必要がある。

- 今回の実験ではピエゾが途中で壊れてしまった。ピエゾに関して今のシステムでどのように振舞うかを study する必要がある。特にピエゾにかける電圧の周波数, 振幅及びピエゾにかかる力に対する耐久性を study するとともに drift や hysteresis に関して

厳密に測定する必要がある。finesse や beam waist 測定に関しては function generator で振らず、GP-IB で電圧を徐々に変えていき airy function をる。この方法は高周波で早く動かさずに測定できるためピエゾを痛めない。(ただし、この方法は Cavity の drift がない場合にしか測定可能でない。)

・mode matching に際しては細かい微調整にはピエゾを用いる。

より高い増幅率に向けて

・まず mechanical な振動を抑えることが必要である。あおり部はバネで支えられているため、外からのじょう乱をもっともうけやすい部分である。精度をナノメーターからオングストロームへ上げる際にまずあおり部の改良が必要である。ただし、今のところ改良に対する具体的な方法はない。

・実験では feedback system の周波数, ピエゾの振幅は最適化されたものではなかった。feedback をかけたとき responce function を知る必要がある。具体的には finesse の大きい Cavity を用い、peak で安定化させた後、パルス波もしくは矩形波を送ってその時の responce を見て、responce function を調べることが可能である。それにより、feedback system の周波数, ピエゾの振幅は最適化することで、より peak 近くの揺らぎを抑えることが可能である。

・入射ビームは空気のゆらぎにより横方向に数 μrad 程度 drift する。今回の実験ではそのゆらぎは効いてこなかったが、今後精度を上げていく際、入射系の精度を上げていく必要がある。安定化に向けては

1。入射系を真空にする。

2。ロッドによる支持でのゆらぎをなくすため、入射系全体を Fe で覆い、入射系のコンポーネントを cylindrical に支える。

3。ハーフミラーを入射系に 2 箇所置き、4 つ目 photo-diode でモニターし、ゆらぎにたいして、feedback をかける [12]。

が考えられる。

加速器 **install** に際して

・高真空中での cavity の振舞い

・e^- ビームに対するスキャンの仕方。

があげられる。

謝辞

本実験は以下の皆様の協力がなければ成功致しませんでした。深く心より感謝致します。

まず、終始激励と御指導を頂きました京都大学の笹尾登教授に心より、感謝致します。実験に対し、常に的確なコメントを与えて下さり、時には実験を手伝って頂きました。また３年間この実験を支えて下さった京都大学の逸見康夫氏に感謝致します。

高エネルギー加速器研究機構の方々には様々な面で協力を頂きました。まず本研究の機会を与えて下さった浦川順治助教授に心より感謝致します。加速器側からの適切なコメントを頂き、また ATF という加速器を触れる機会を頂き多くのことを学ばせて貰いました。feedback 回路を作って頂いた谷口敬氏には実験を手伝って頂いただけではなく、電子回路一般について多くのことを教えて頂きました。心より感謝致します。新しい Optical Cavity を作って頂いた工作の東保男氏には工作一般、特にナノメーターでのコントロールの難しさを教えて頂きました。また徹夜での実験にも手伝って頂いたことに心より感謝致します。加速器の Timo Korhonen 氏には光学一般、特にレーザーに関して多くのことを学ばせて頂きました。実験を手伝って頂いただけでなく、DAQ システムの構築に携わって頂いたことにも心より感謝致します。

前年度この実験を行っていた東京工業大学の阪村豊氏には短い間での引き継ぎでしたが理論計算及び Cavity システムの前年度からの改良点などを教えて頂きました。心より感謝致します。

他、実験に際し、実験装置を貸して頂いたり、実験を手伝って頂いたり、助言を頂きました京都大学高エネルギーグループの皆様、ATF グループの皆様、東京都立大学の杉山精博氏、土橋克広氏に感謝致します。

最後にここまで私を支えて下さった両親に深く心より感謝致します。

Appendix A

Tungsten wire scannerを用いた実験

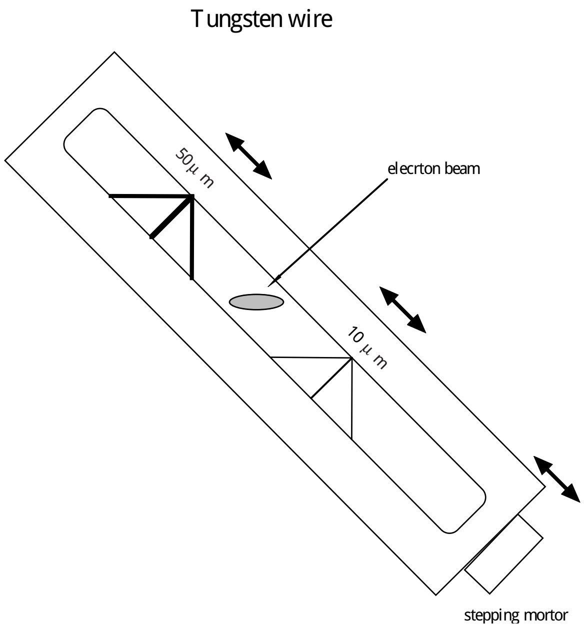


Figure A.1: Tugsten wire scanner

ATFではextraction部でのbeam size測定がなされた。Tugsten wireを使ってe^-ビームをスキャンし、その時Bremsstrahlungによって出てくるγ線のIntensityの分布を見ることでビームサイズを測定するというものである。図A.1はその時使ったwire scannerである。$50\mu m$と$10\mu m$のTungsten wireが水平、$45°$、垂直の3方向に張られているのがわかる。これらをstepping mortorで動かし、wireをbeamに対してスキャンしていく。stepping mortorは$5\mu m$間隔で動くことが可能である。測定結果($10\mu m$ wire , 垂直方向)を図A.2に示す。

分布を Gaussian と仮定してビームサイズを測定すると、ビームサイズは $55.3\mu m$ であった。エミッタンス $\epsilon_y = 1.62 \times 10^{-10}$ という結果を得る。この計算に対しては twiss parameter β が必要だがそれはその手前の Quadropole Magnet を変化させ β の値を得ている。

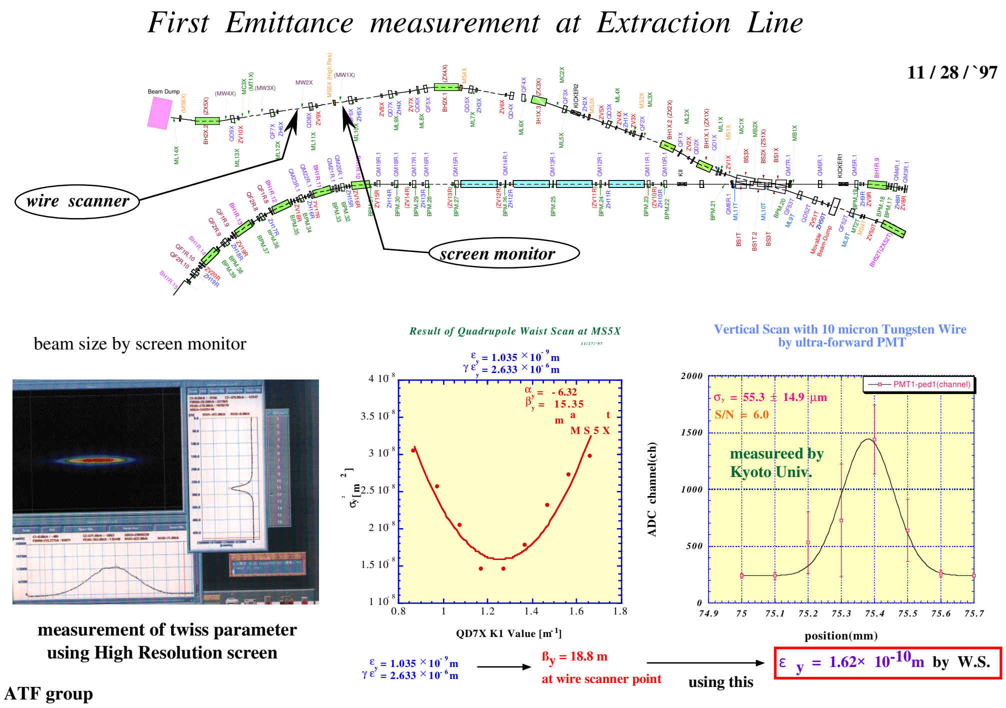


Figure A.2: Wire scanner による extraction 部の e^- ビームサイズ測定

Appendix B

新しい Optical Cavity 図面

新しい Optical Cavity の図面を掲載する。それぞれ後面図及び、側面の断面図である。後面図に関しては高さ $130mm$ 幅 $140mm$ であり、ビーム口の中心半径は $12mm$ である。側面の断面図はあおり部からピエゾ部の端までが $147mm$ である。マイクロメーターの調整部分にはマイクロメーターだけでなく実際にはピエゾが組み込まれており、ピエゾによる微調整が可能になっている。今回の実験ではマイクロメーター部のピエゾの study が出来ていなかったため、ピエゾは用いなかった。

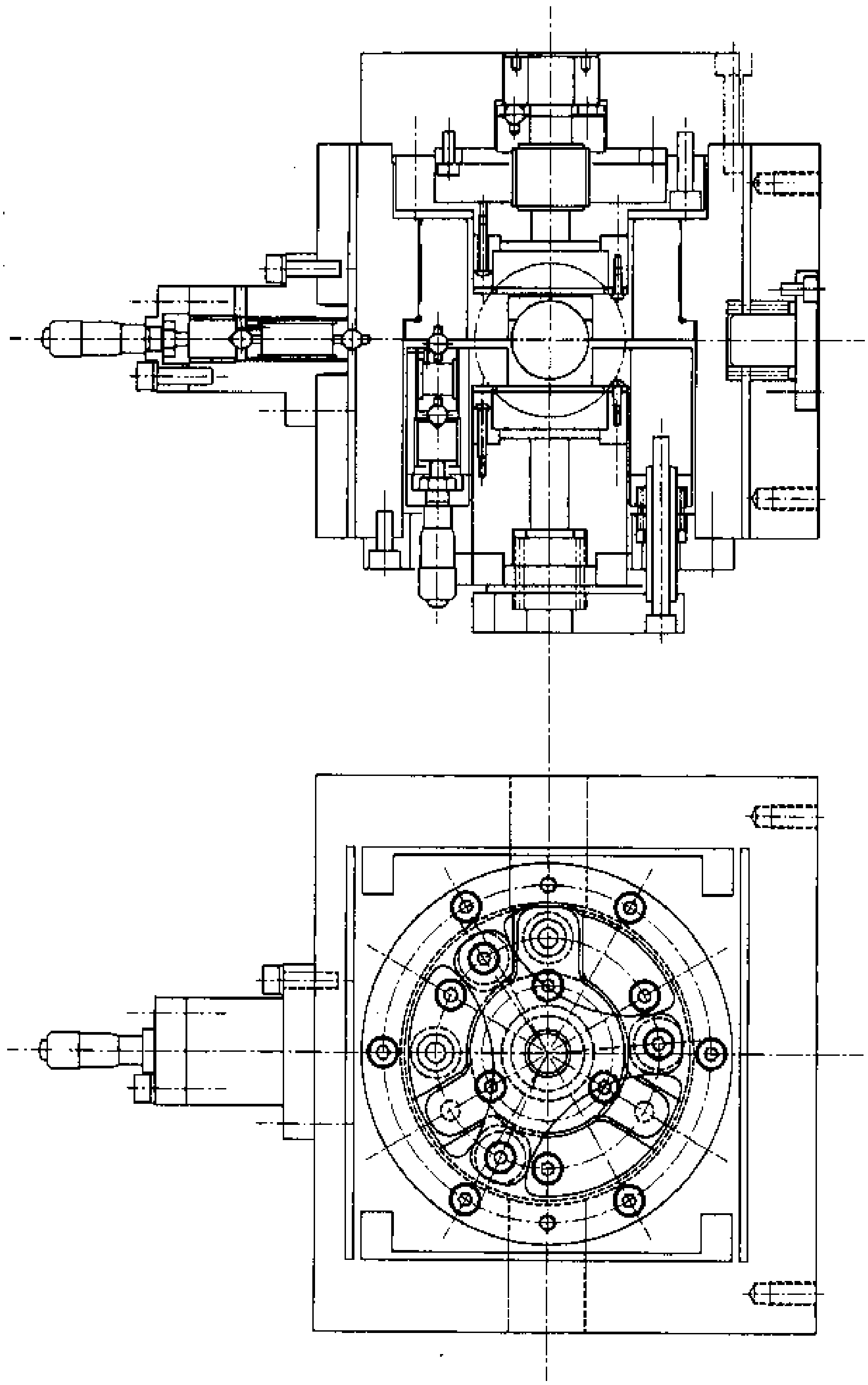


Figure B.1: 新しい Optical Cavity 図面

Appendix C

feedback monitor 回路図

feedback monitor の回路図及び、写真を示す。feedback は大きく同期検波部、積分、clock の３つにわかれている。それらの接続は lemo ケーブルで行なわれた。 [13]

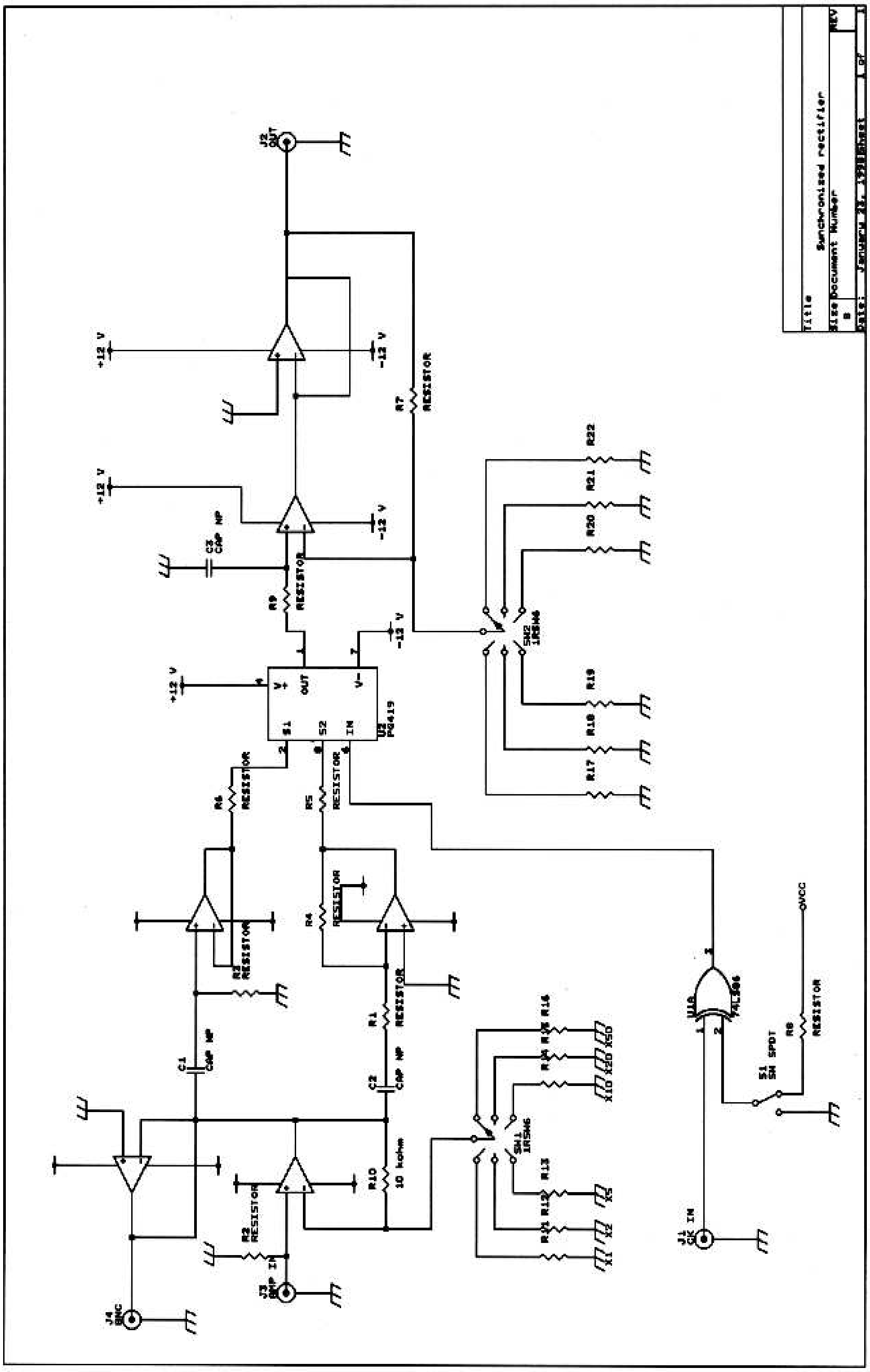


Figure C.1: feedback 回路図 (同期検波部分)

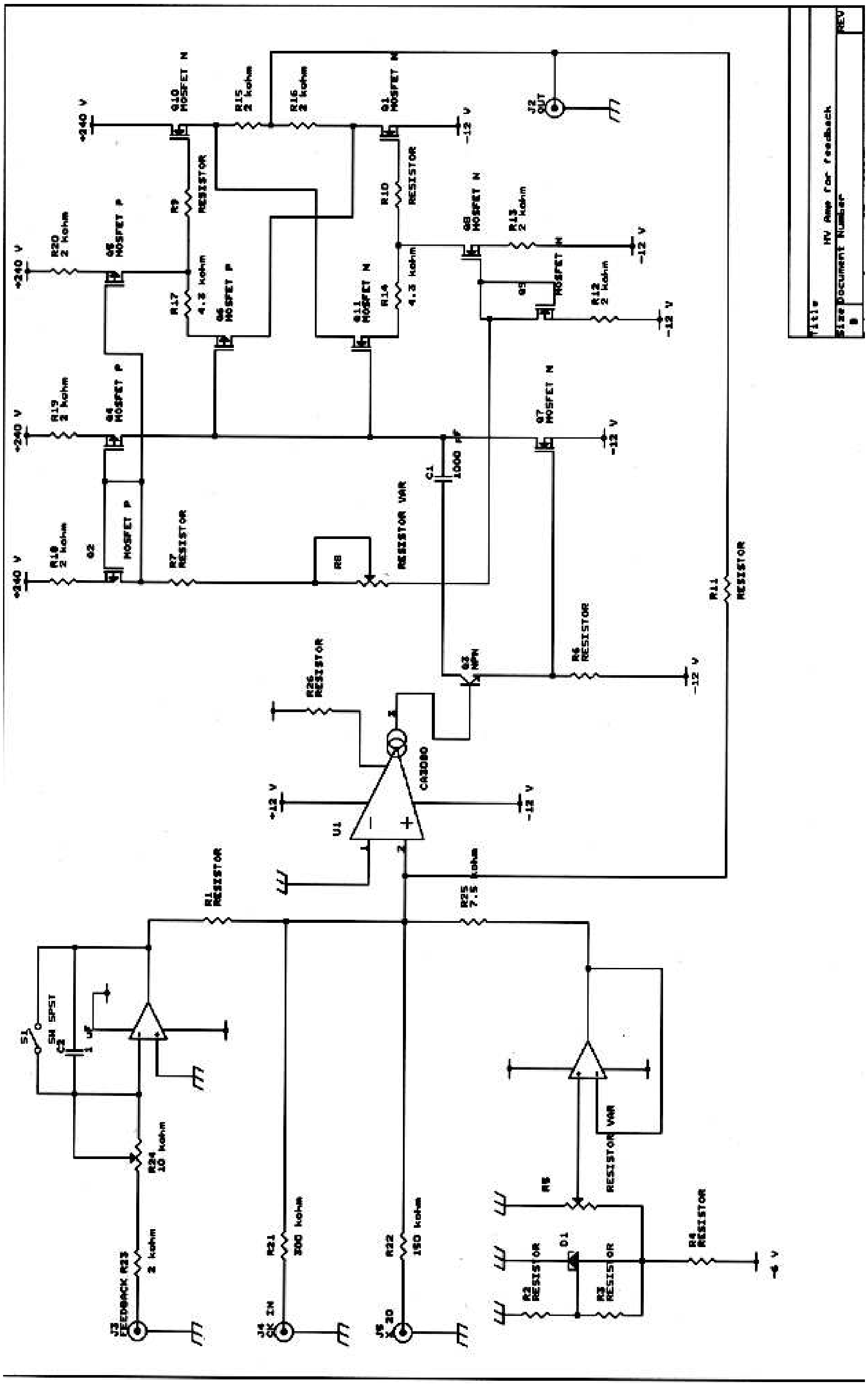


Figure C.2: feedback 回路図 (積分及び Buffer 部分)

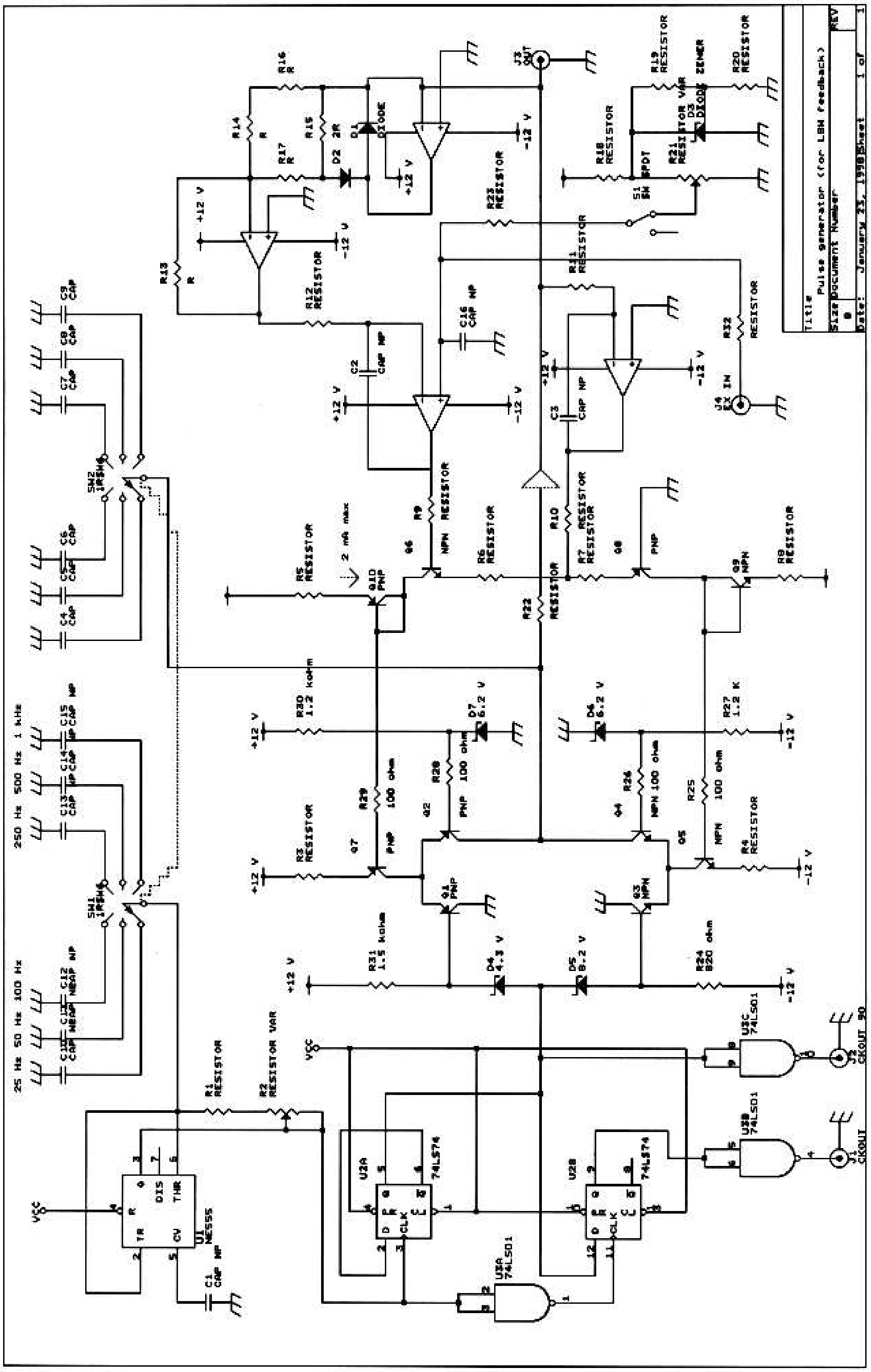


Figure C.3: feedback 回路図 (clock 及びノコギリ波作成部分)

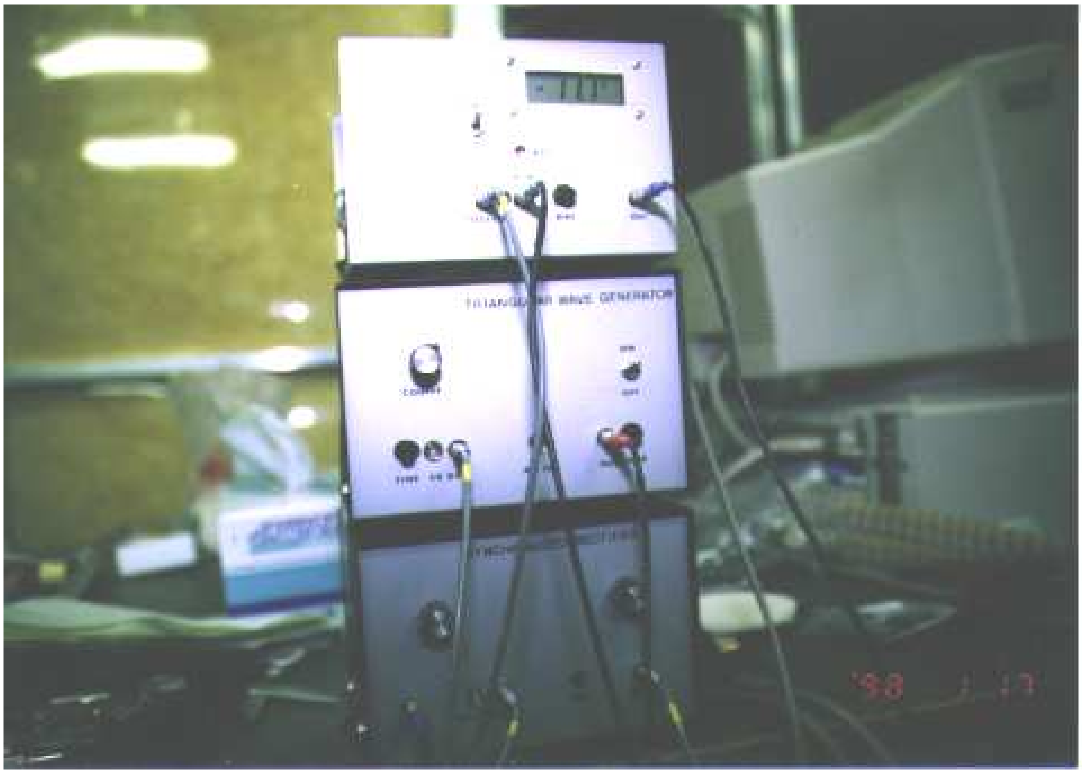


Figure C.4: 写真：feedback 回路

Bibliography

[1] J.D.Jackson;'Classical Electrodynamics',2nd ed.,p661 (1975)

[2] F.Hinode,S.Kawabata,H.Matsumoto,K.Oide,Seishi Takeda and J.Urakawa(KEK);'ATF Design and Study Report'(1995)

[3] Tsumoru Shintake;'Proposal of a nanometer beam size monitor for e^+, e^- linear colliders',Nucl.Instr.and Meth.A311,p453 (1992)

[4] Y Sakamura;Master thesis (Kyoto University (1997)),unpublished

[5] Amnon Yariv;'Optical Electronics',4th ed.,(1991)

[6] 福光於菟三; 光エレクトロニクス入門; 昭晃堂

[7] B.Tehan Landesman;'Geometrical representation of thefundamental mode of aGauss geam in oblate spheroidal coordinates',J.Opt.Soc.Am.A6(1),p5(1989)

[8] Miles V.Klein,Thomas E.Furtak;'OPTICS',2nd ed.,p296-307

[9] Dana Z.Anderson;'Alignment of resonant optical cavities', Appl.Opt.vol.23 no.17,p2944,(1984)

[10] Nicholas M.Sampas and Dana Z.Anderson;'Stabilization of laser beam alignment to an optical resonator by heterodyne detection of off-axis modes',Appl.Opt.vol.29 no.3,p394,(1990)

[11] F.Bayer-Helms;'Coupling coefficients of an incident wave and the modes af a spherical optical resonator in the case of mismatching and misalignment',Appl.Opt.vol.23 no.9,p1369,(1984)

[12] S.Grafstrom,U.Harbarth,J.Kowalski,R.Neumann and S.Noehte; 'Fast laser beam position control with submicroradian precision' ,Opt.Comm.vol.65 no.2,p121,(1988)

[13] P.Horowitz W.Hill;'The art of electronics',2nd ed.(1989)