

# beta崩壊における parity 非保存の検証

栗本 佳典      服部 香里      信原 岳      山本祐樹

平成 16 年 10 月 25 日

# 目次

第 1 章 Parity の破れ	ii
第 2 章 V-A 理論	iii
第 3 章 mott scattering (理論)	vi
3.1 Dirac の波動関数による散乱問題の取り扱い	vi
3.2 密度行列を用いた偏極の解析	vii
3.3 mott scattering (実験)	x
第 4 章 Setup	xiv
第 5 章 予備実験	xvii
5.1 電極の性能評価	xvii
5.2 Energy Caliblation	xviii
第 6 章 mott scattering	xxii
第 7 章 本実験の結論と反省点	xxxii
7.1 結論	xxxii
7.2 主な敗因	xxxii
7.3 最適な実験セットアップの見積もり	xxxiii
付録 A 電磁場中での相対論的粒子の取り扱い	xxxv

# 第1章 Parityの破れ

空間反転  $(t, x, y, z) \rightarrow (t, -x, -y, -z)$  に対する対称性を Parity と呼ぶ。  
Parity の破れを検証するために,  $\beta$  崩壊:  $n \rightarrow pe^{-}\bar{\nu}_e$

で放出される  $e^{-}$  を用いる。ここで始状態は Parity 変換と Lorentz 変換で不変とする。Lorentz 対称性より,  $e^{-}$  は空間に等方的に飛び出す。Parity 変換によってこの等方性は変化しないので, 運動量の測定によって Parity の破れを検証することは不可能である (Parity 変換の前後で測定値は変化しない)。

そこで, 電子の運動量方向の spin(=helicity) を測定する。実際に測定できるのは, helicity の期待値 (=偏極度) である。空間の等方性の要請より, この値は位置に依らず一定である。一方, Parity 変換によって helicity は符号を変えるので, Parity 変換の前後で helicity 偏極度は符号を変えることになる。よって, もしこの偏極度が 0 でないならば Parity 変換の前後で"測定値"が変化し, Parity が破れている事になる (つまり, 我々のいる世界と Parity 変換後の世界を区別できる)。

helicity の偏極度  $\neq 0 \Rightarrow$  Parity が破れている

## 第2章 V-A理論

実際に Parity を破る理論として V-A がある。

$j_\mu$  を current として, 弱い相互作用は

$$L_{int} = -\frac{G}{\sqrt{2}} j^\mu \dagger j_\mu \quad (2.1)$$

と書ける事が知られている。(4Fermi 型相互作用)

$j_\mu$  は vector  $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  と axial vector  $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$  に分けて書くことができる。

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi + \alpha\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi \quad (2.2)$$

実際, spinor  $\psi$  は P で  $\psi \rightarrow \gamma^0\psi, \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}\gamma^0$  と変換するので第1項は vector, 第2項は axial vector である. *vector*  $\times$  *axialvector* の項は, P 変換で符号を変えるので,  $\alpha \neq 0$  ならば, 弱い相互作用は Parity を破る.  $\alpha = -1$  のとき, V-A と呼ばれる。

charged current  $j_\mu$  は, さらに lepton 部分と hadron 部分に分解される。

$$j_\mu = j_\mu^{(lepton)} + j_\mu^{(hadron)} \quad (2.3)$$

例えば  $\beta$  崩壊の場合, V-A の  $j_\mu^{(lepton)}$  と  $j_\mu^{(hadron)}$  は

$$j_\mu^{(lepton)} = \bar{\psi}_e\gamma^\mu\psi_\nu - \bar{\psi}_e\gamma^\mu\gamma^5\psi_\nu \quad (2.4a)$$

$$j_\mu^{(hadron)} = \bar{\psi}_p\gamma^\mu\psi_n - \bar{\psi}_p\gamma^\mu\gamma^5\psi_n \quad (2.4b)$$

ここで,  $\psi_e, \psi_p$  等はそれぞれ対応する粒子の field を表す。

以上を用いて, 実際に  $\beta$  崩壊における電子の helicity の偏曲率を V-A で計算する。

$$\begin{aligned} M(n \rightarrow pe^-\bar{\nu}_e) &\propto \bar{u}_e\gamma^\mu(1-\gamma^5)u_\nu \cdot \frac{1}{q^2 - M_w^2} \cdot \bar{u}_p\gamma_\mu(1-\gamma^5)u_n \\ &\propto -\bar{u}_e\gamma^\mu(1-\gamma^5)u_\nu \bar{u}_p\gamma_\mu(1-\gamma^5)u_n \end{aligned} \quad (2.5)$$

ここで  $M_w, q$  はそれぞれ weak boson の質量と運動量で,  $M_w \sim 80$  GeV より,  $\beta$  崩壊の energy order ( $m_n - m_p \sim 1$  MeV) では  $q^2 - M_w^2$  は定数とみなせるので落とした。

$$\begin{aligned} |M|^2 &\propto \text{Tr} [u_e\bar{u}_e\gamma^\mu(1-\gamma^5)u_\nu\bar{u}_\nu\gamma^\nu(1-\gamma^5)] \\ &\quad \times \text{Tr} [u_p\bar{u}_p\gamma_\mu(1-\gamma^5)u_n\bar{u}_n\gamma_\nu(1-\gamma^5)] \\ &= L_{T^{\mu\nu}} H_{T_{\mu\nu}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$${}^L T^{\mu\nu} \equiv \text{Tr} [u_e \bar{u}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_\nu \bar{u}_\nu \gamma^\nu (1 - \gamma^5)] \quad (2.7a)$$

$${}^H T_{\mu\nu} \equiv \text{Tr} [u_p \bar{u}_p \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_n \bar{u}_n \gamma_\nu (1 - \gamma^5)] \quad (2.7b)$$

と定義して計算を進める

spin について, electron 以外は測定しないので, neutron については平均し, proton, anti-neutrino については和を取る.

$$\sum_{s_n} u_n(s_n, \vec{p}_n) \bar{u}_n(s_n, \vec{p}_n) = \not{p}_n + m_n = m_n(\gamma^0 + 1) \quad (2.8a)$$

$$\sum_{s_p} u_p(s_p, \vec{p}_p) \bar{u}_p(s_p, \vec{p}_p) = \not{p}_p + m_p \approx m_p(\gamma^0 + 1) \quad (2.8b)$$

上の式の 2 つ目の等号は, neutron の静止系で計算することに依る. 下の式の近似は  $m_p \sim 1\text{GeV}$  より, 今回の実験の energy order では, proton も殆ど静止していることに依る.

これら 2 つの式を用いて,

$$\begin{aligned} \sum_{s_n} \sum_{s_p} {}^H T_{\mu\nu} &\propto \text{Tr} [(\gamma^0 + 1) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) (\gamma^0 + 1) \gamma_\nu (1 - \gamma^5)] \\ &\propto 2g_{0\mu} g_{0\nu} - g_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.9)$$

次に,  ${}^L T^{\mu\nu}$  を計算する.

neutrino の spin について和を取ると,

$$\sum_{s_\nu} u_\nu(s_\nu, \vec{p}_\nu) \bar{u}_\nu(s_\nu, \vec{p}_\nu) = \not{p}_\nu + m_\nu = \not{p}_\nu \quad (2.10)$$

electron の spin について,  $\frac{1 + s\gamma^5 \not{\hat{e}}}{2}$  を導入する. ここで,  $e^\mu$  は electron の静止系で  $(0, \hat{e})$  となる vector で,  $s$  は electron の静止系における  $\hat{e}$  方向の spin 固有値 (つまり,  $\hat{e} \parallel \vec{p}_e$  なら  $s$  は helicity)

これを使うと

$$\begin{aligned} u_e(s_e, \vec{p}_e) \bar{u}_e(s_e, \vec{p}_e) &= \frac{1 + s\gamma^5 \not{\hat{e}}}{2} \sum_{s_e'} u_e(s_e', \vec{p}_e) \bar{u}_e(s_e', \vec{p}_e) \\ &= \frac{1 + s\gamma^5 \not{\hat{e}}}{2} (\not{p}_e + m_e) \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \sum_{s_\nu} {}^L T^{\mu\nu} &\propto \text{Tr} [\not{p}_\nu \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (\not{p}_e + m_e) (1 + s\gamma^5 \not{\hat{e}}) \gamma^\nu (1 - \gamma^5)] \\ &= \text{Tr} [\not{p}_\nu \gamma^\mu \not{p}_e \gamma^\nu (1 - \gamma^5)^2] \\ &\quad + s \text{Tr} [\not{p}_\nu \gamma^\mu \not{p}_e \gamma^5 \not{\hat{e}} \gamma^\nu (1 - \gamma^5)^2] \\ &\quad + sm \text{Tr} [\not{p}_\nu \gamma^\mu \gamma^5 \not{\hat{e}} \gamma^\nu (1 - \gamma^5)^2] \end{aligned} \quad (2.12)$$

Tr を展開すると第 2 項は消える.  $\text{Tr} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma^5 \propto \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$  より  $\mu, \nu$  について反対称なので断面積には効いてこない ((2.9) 式より  ${}^H T_{\mu\nu}$  は  $\mu, \nu$  について対

称). よって残るのは  $(\not{p}_e - sm \not{\epsilon})$  に比例する項で,

$$\begin{aligned} \sum_{s_e} L T^{\mu\nu} &\propto \text{Tr} [\not{p}_e \gamma^\mu (\not{p}_e - sm \not{\epsilon}) \gamma^\nu] \\ &= 4 [2p_e^\nu (p_e^\mu - sme^\mu) - g^{\mu\nu} p_e^\rho (p_{e\rho} - sme_\rho)] \quad (2.13) \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} |\bar{M}|^2 &\propto \sum_{s_e, s_p, s_\pi} L T^{\mu\nu} H T_{\mu\nu} \\ &\propto 4 [2p_e^\nu (p_e^\mu - sme^\mu) - g^{\mu\nu} p_e^\rho (p_{e\rho} - sme_\rho)] (2g_{0\mu} g_{0\nu} - g_{\mu\nu}) \\ &\propto 4p_e^0 (p_e^0 - sme^0) - 2p_e^\rho (p_{e\rho} - sme_\rho) - 2p_e^\rho (p_{e\rho} - sme_\rho) + 4p_e^\rho (p_{e\rho} - sme_\rho) \\ &\propto p_e^0 (p_e^0 - sme^0) \quad (2.14) \end{aligned}$$

$\hat{e}$  方向の spin  $s_e$ , 運動量  $p_e$  を持った electron の個数を  $N_e(s_e, p_e)$  と置くと,

$$N_e(s_e, p_e) \propto |\bar{M}|^2 \propto (p_e^0 - sme^0) \quad (2.15)$$

今, helicity を見たいので,  $\hat{e} = \frac{\vec{p}_e}{|\vec{p}_e|}$  として

$$e^\mu = \left( \frac{|\vec{p}_e|}{m}, \frac{p_e^0}{m} \frac{\vec{p}_e}{|\vec{p}_e|} \right) \quad (2.16)$$

これより helicity  $s_e$ , 運動量  $p_e$  を持つ electron の個数は

$$N_e(s_e, p_e) \propto p_e^0 (1 - s_e \beta) \quad (2.17)$$

ここで  $\beta = \frac{|\vec{p}_e|}{p_e^0}$

よって electron の helicity 偏極度は

$$\frac{N_e(+, \beta) - N_e(-, \beta)}{N_e(+, \beta) + N_e(-, \beta)} = \frac{(1 - \beta) - (1 + \beta)}{(1 - \beta) + (1 + \beta)} \propto -\beta \quad (2.18)$$

よって V-A 型の相互作用は Parity を破る

## 第3章 mott scattering (理論)

ここでは、mott scattering で左右の asymmetry がどのようにして現れるかを数式で導く

### 3.1 Dirac の波動関数による散乱問題の取り扱い

この実験では電子のスピンが散乱断面積に依存しエネルギーも相対論的である。よって、よく知られている非相対論的量子力学での散乱問題の手法を Dirac の波動関数を持ちいて相対論的に拡張することからはじめる。非相対論的量子力学では散乱を中心力ポテンシャルによるものとみなして、

$$\psi(\vec{r}) = e^{ikz} + \frac{e^{ikr}}{r} f(\theta, \phi) \quad (3.1)$$

のような定常状態の波動関数を用いて記述できた。ここで  $z$  軸正方向が入射粒子の進行方向で  $r, \theta, \phi$  はポテンシャルの中心を原点とした極座標である。また、 $k$  は粒子の波数である。このとき微分断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \phi)| \quad (3.2)$$

であらわされた。これを Dirac の 4 成分波動関数の場合に

$$\psi_i(\vec{r}) = a_i e^{ikz} + \frac{e^{ikr}}{r} u_i(\theta, \phi) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.3)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sum_{i=1}^4 |u_i(\theta, \phi)|^2}{\sum_{i=1}^4 |a_i(\theta, \phi)|^2} \quad (3.4)$$

と拡張するのが自然であろう。ここで、 $a_i$  は Dirac の固有スピノールで、電子の質量、運動量、エネルギーをそれぞれ  $m, \vec{p}, E$  で表すと、

$$a \propto \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{c\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E+mc^2}\chi \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

と書ける。ここで  $\vec{\sigma}$  は Pauli Matrix で具体的には、

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

であり、 $\chi$  はスピン  $\frac{1}{2}$  の二成分スピノールでスピンの向きが図 3.1 のようなときスピン  $z$  方向演算子を対角化する表示 (Pauli Matrix と同じ表示) で、

$$\chi = \begin{pmatrix} e^{-\frac{ia_3}{2}} \cos(\frac{\alpha}{2}) \\ e^{\frac{ia_3}{2}} \sin(\frac{\alpha}{2}) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

で表される。ここで、 $a_i$  がすべて独立ではないことに注意されたい。 $p_x = 0, p_y = 0, p_z = p$  と式 (3.5) より、

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{p}{E+m} = \left| \frac{a_4}{a_2} \right| \quad (3.8)$$

が成り立ち、微分断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sum_{i=1}^2 |u_i(\theta, \phi)|^2}{\sum_{i=1}^2 |a_i(\theta, \phi)|^2} \quad (3.9)$$

となる。たとえば入射粒子のスピンが入射方向 ( $z$  軸正方向) に平行 (A)、反平行 (B) な場合は、

$$\psi_1 \sim e^{ikz} + \frac{e^{ikr}}{r} f_1(\theta, \phi), \quad \psi_2 \sim \frac{e^{ikr}}{r} g_1(\theta, \phi) \quad (A) \quad (3.10)$$

$$\psi_1 \sim \frac{e^{ikr}}{r} g_2(\theta, \phi), \quad \psi_2 \sim e^{ikz} + \frac{e^{ikr}}{r} f_2(\theta, \phi) \quad (B) \quad (3.11)$$

と書ける。なぜなら (A),(B) のとき  $\chi$  はそれぞれ、

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

と書けるからである。さらに、

$$f_1(\theta, \phi) = f_2(\theta, \phi) = f(\theta) \quad (3.13)$$

$$g_1(\theta, \phi) = g(\theta)e^{i\phi} \quad (3.14)$$

$$g_2(\theta, \phi) = -g(\theta)e^{-i\phi} \quad (3.15)$$

とおくことができる。

## 3.2 密度行列を用いた偏極の解析

前節により任意の方向に完全に偏極した電子線を扱う方法を得た。では、部分的に偏極した電子線を扱うにはどうすればよいだろうか。この困難に対して密度行列の方法は強力な役割を果たす。この節ではそれを詳しく論じよう。

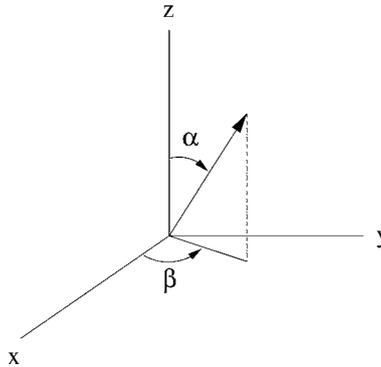


図 3.1: spin の向き

まず、スピン軸の方向が（粒子の静止系で）図 3.1 のようになっているときを考えよう。この時、Dirac スピノールの上二成分は、

$$\Psi = a_1 \psi^+ + a_2 \psi^- \quad (3.16)$$

$$a_1 = e^{-i\phi} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), a_2 = e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.17)$$

$$\psi^+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \psi^- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

と書ける。これを用いて密度行列  $\rho$  を次のように定義する。

$$\rho = \Psi \Psi^\dagger = \begin{pmatrix} a_1 a_1^* & a_1 a_2^* \\ a_2 a_1^* & a_2 a_2^* \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

すると、電子線の強度  $I$  は  $|a_1|^2 + |a_2|^2$  であるから、

$$I = \text{tr} \rho \quad (3.20)$$

と書ける。偏極の  $z$  成分  $P_z$  は式 (3.16) より、

$$P_z = \frac{|a_1|^2 - |a_2|^2}{I} \quad (3.21)$$

で表される。また  $P_x, P_y$  成分については式 (3.16) を、例えば  $x$  方向にスピンの平行、反平行な場合、

$$\psi^{+x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \psi^{-x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

の線形結合で書き直さねばならない。それをやると、

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \{(a_1 + a_2) \psi^{+x} + (a_1 - a_2) \psi^{-x}\} \quad (3.23)$$

となり、結局、

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{(|a_1 + a_2|^2 - |a_1 - a_2|^2)}{2I} \\ &= \frac{2\text{Re}(a_1 a_2^*)}{I} \end{aligned} \quad (3.24)$$

同様に、

$$P_y = \frac{2\text{Im}(a_2 a_1^*)}{I} \quad (3.25)$$

である。これは Pauli Matrix  $\sigma_i$  を使うとさらに簡単な形で書ける。

$$P_i = \frac{\text{tr} \rho \sigma_i}{\text{tr} \rho} \quad (3.26)$$

$$\frac{\rho}{\text{tr} \rho} = \frac{1}{2}(1 + \vec{P} \cdot \vec{\sigma}) \quad (3.27)$$

さて、これまでは全ての粒子がひとつの量子状態にある場合のを扱ってきた。次に、それを二つの量子状態、

$$\Psi^1 = a_1 \psi^+ + a_2 \psi^- \quad (3.28)$$

$$\Psi^2 = a_2^* \psi^+ - a_1^* \psi^- \quad (3.29)$$

がそれぞれ確率、 $p_1, p_2$  で見出される混合粒子線を考えよう。そのときの密度行列は各々の量子状態の密度行列をそれぞれ、 $\rho_1, \rho_2$  で表すと、

$$\bar{\rho} = p_1 \rho_1 + p_2 \rho_2 \quad (3.30)$$

のように密度行列を確率分布に関して平均すればよい。そのときの粒子線の強度  $I$  や偏極  $\vec{P}$  は式 (3.20), (3.26), (3.27) と全く同様に、

$$I = \text{tr} \bar{\rho}, P_i = \frac{\text{tr} \bar{\rho} \sigma_i}{\text{tr} \bar{\rho}} \quad (3.31)$$

$$\frac{\bar{\rho}}{\text{tr} \bar{\rho}} = \frac{1}{2}(1 + \vec{P} \cdot \vec{\sigma}) \quad (3.32)$$

と書くことができる。

次に散乱による密度行列の変化を考える。波動関数  $\Psi$  が散乱により  $\Psi'$  に変換されるとする。

$$\Psi' = S\Psi \quad (3.33)$$

ここで  $S$  はスピン散乱行列とよび、2行2列の行列である。各成分を求めるために式 (3.10), (3.11) を使おう。すると (規格化因子は別にして)

$$\begin{pmatrix} f \\ g e^{i\phi} \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

$$\begin{pmatrix} -g e^{-i\phi} \\ f \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

であるから、

$$S = \begin{pmatrix} f & -ge^{-i\phi} \\ ge^{i\phi} & f \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

と求まる。散乱粒子線に対する密度行列と散乱強度  $I'$  は、

$$\begin{aligned} \rho' &= \Psi' \Psi'^{\dagger} \\ &= \frac{1}{2} S(1 + \vec{P} \cdot \vec{\sigma}) S^{\dagger} \text{tr} \rho \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$I' = \text{tr} \rho' \quad (3.38)$$

と書け、散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{I'}{I} = \frac{1}{2} \text{tr} S(1 + \vec{P} \cdot \vec{\sigma}) S^{\dagger} \quad (3.39)$$

で与えられる。

ここで、進行方向に偏極が平行な場合 (z 軸) と、垂直な場合 (x 軸) で結果にどのような違いがでるか見てみよう。また偏極率をこの実験にならって  $-\beta (= v/c)$  とする。まず平行な場合は、

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{2} \text{tr} S(1 - \beta \sigma_z) S^{\dagger} \\ &= |f|^2 + |g|^2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

となり、 $f, g$  は  $\theta$  にのみ依存しているので、縦偏極をそのまま散乱させても左右の asymmetry ( $\phi$  と  $2\pi - \phi$ ) は表れない。さらには式 (3.39) で  $P = 0$  (無偏極) とおいても断面積は上と同じ値をとり、縦偏極ではスピンの偏極に関する情報は得られない。同様に垂直な場合は、

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{2} \text{tr} S(1 - \beta \sigma_x) S^{\dagger} \\ &= |f|^2 + |g|^2 - 2\beta \text{Im}(fg^*) \sin \phi \end{aligned} \quad (3.41)$$

となり、 $\text{Im}(fg^*) \neq 0$  であれば、左右の asymmetry (A とおく) があらわれる。実際われわれの setup では  $\phi = 90, 270^\circ$  (R, L とおく) であり、

$$A = \frac{R - L}{R + L} = \frac{-2\beta \text{Im}(fg^*)}{|f|^2 + |g|^2} \quad (3.42)$$

### 3.3 mott scattering (実験)

この節では、具体的に mott scattering の場合の  $f(\theta), g(\theta)$  を与える。それらを解くには原子核によるクーロン場  $-Ze/r$  がある場合の Dirac 方程式を解くわけだが、その過程は非常に長い計算を含む。よって結果だけを下に記す。  $\alpha = Ze^2/\hbar c, q = \alpha/\beta$  とし、

$$kf(\theta) = -i\sqrt{1 - \beta} q F + G \quad (3.43)$$

$$kg(\theta) = \{i\sqrt{1 - \beta}(1 + \cos \theta) F + (1 - \cos \theta) G\} / \sin \theta \quad (3.44)$$

とかけ、以下に  $F, G$  を与える。

$$F(\theta) = F_0 + F_1 \quad (3.45)$$

$$F_0(\theta) = \frac{i \Gamma(1 - iq)}{c \Gamma(1 + iq)} \exp [iq \ln \sin^2(\theta/2)] \quad (3.46)$$

$$F_1(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} [nD_n + (n+1)D_{n+1}] (-1)^n P_n(\cos \theta) \quad (3.47)$$

$$G(\theta) = G_0 + G_1 \quad (3.48)$$

$$G_0(\theta) = -iq [\cot^2(\theta/2)] F_0 \quad (3.49)$$

$$G_1(\theta) = \frac{i}{2} \sum_{n=0}^{\infty} [n^2 D_n - (n+1)^2 D_{n+1}] (-1)^n P_n(\cos \theta) \quad (3.50)$$

ここで、 $\Gamma, P_n$  はそれぞれガンマ函数とルジャンドル多項式である。さらに、

$$D_n = \frac{e^{-i\pi n} \Gamma(n - iq)}{n + iq \Gamma(n + iq)} - \frac{e^{-i\pi \rho_n} \Gamma(\rho_n - iq)}{\rho_n + iq \Gamma(\rho_n + iq)} \quad (3.51)$$

$$\rho_n = \sqrt{(n^2 - \alpha^2)} \quad (3.52)$$

ここで、与えられた  $F, G$  を使って式 (3.41) を書き直そう。 $d\sigma(\theta)/d\Omega = |f|^2 + |g|^2$  とおいて、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)(1 + \beta S(\theta) \sin(\phi)) \quad (3.53)$$

$$S(\theta) = \frac{2(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} q}{\sin \theta d\sigma(\theta)/d\Omega} (F(\theta)G^*(\theta) + F^*(\theta)G(\theta)) \quad (3.54)$$

となり、式 (3.42) の asymetry(A) は、

$$A = \beta S(\theta) \quad (3.55)$$

とかける、 $S(\theta)$  と  $d\sigma(\theta)/d\Omega$  の計算結果をそれぞれ図 (3.2)、(3.3) に示して置く。

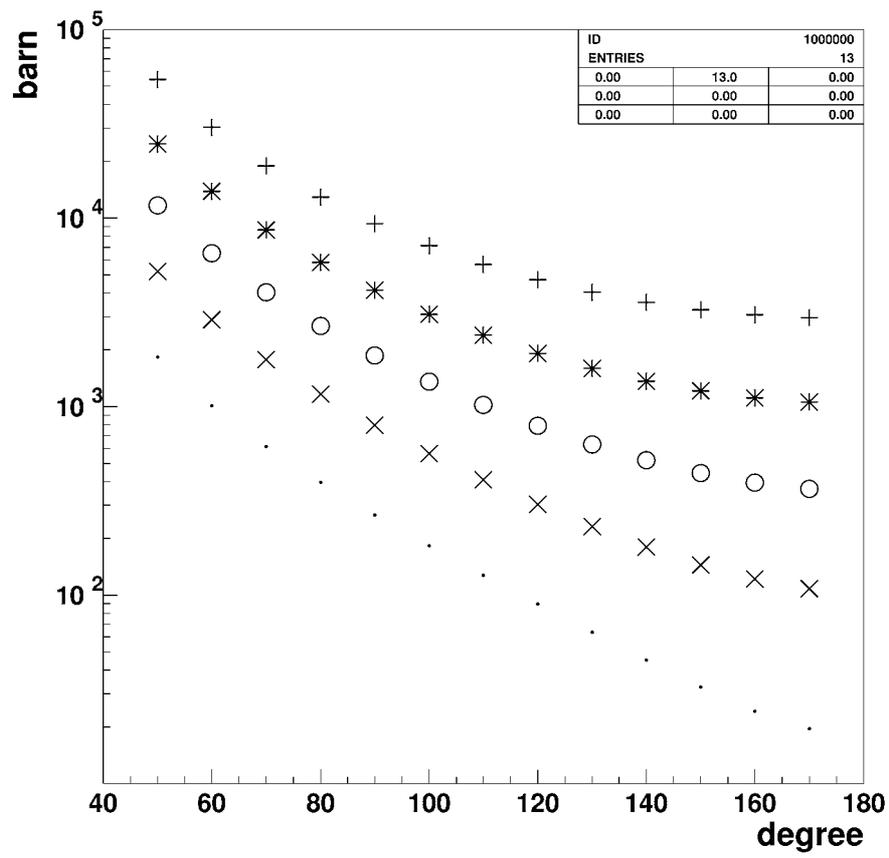


図 3.2:  $d\sigma(\theta)/d\Omega$  の  $\theta$  依存性

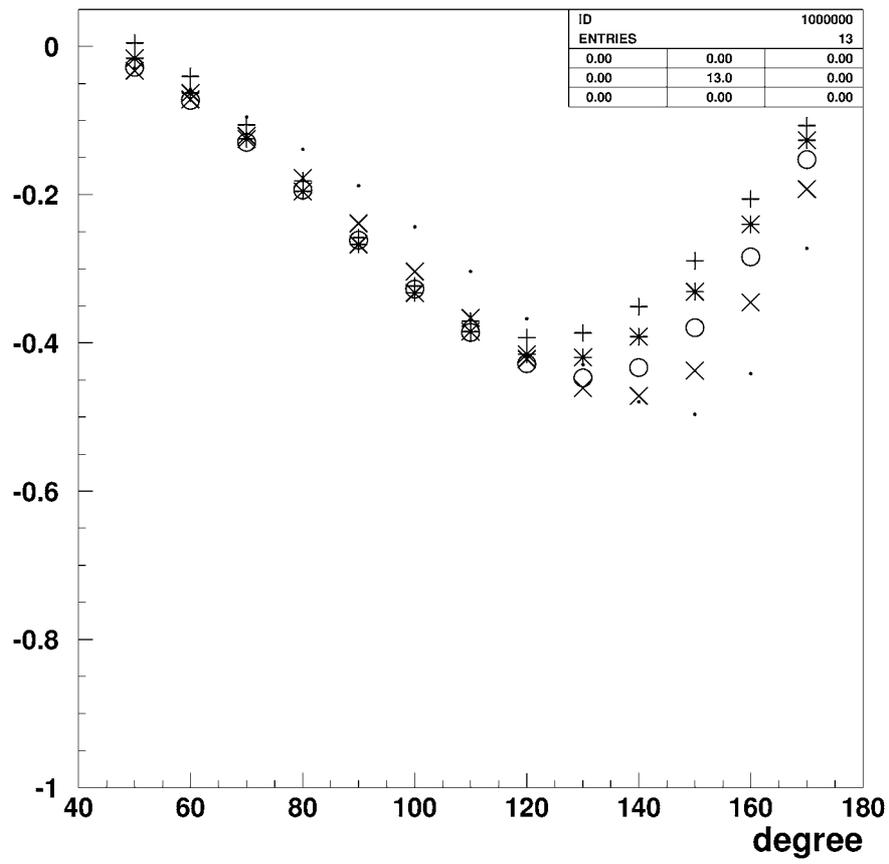


図 3.3:  $S(\theta)$  の  $\theta$  依存性

## 第4章 Setup

実験装置の概略は、図 4.1 の通りである。

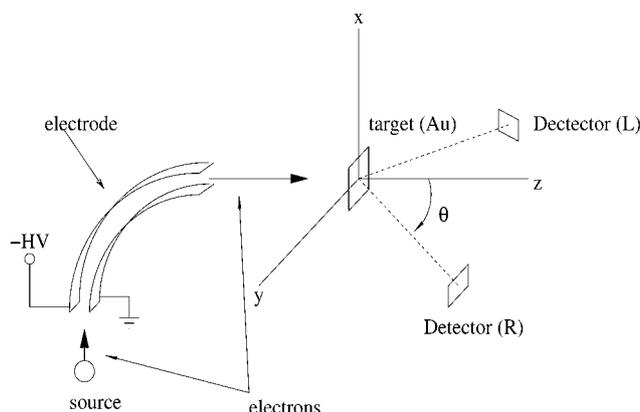


図 4.1: 装置の概略図

$\beta$  線源は、 $\text{Cs}^{137}$  を用いた。Source から放出された電子は、電極による電場によって曲げられ、厚さ  $2.5\mu\text{m}$  の金のターゲットで Mott 散乱される。電極によって、エネルギー選択ができるので、ある一定のエネルギーの電子だけ、ターゲットにぶつけることができる。散乱された電子は、プラスチックシンチレーターと PMT で検出される。実際に実験に用いた装置は、図 4.2 の通りである。

電極は、内側が半径  $19.1\text{cm}$ 、外側が  $20.9\text{cm}$  の 2 枚の銅板からなる。電極の両端を湾曲させたのは、放電を防ぐためである。さらに、電極の上下はアクリルに埋め込まれており、電極間の放電が起こらないようにしている。電極の両側にある、接地されたシールドは、電極から電場が漏れるのを防ぐためのものである。実際に電場分布を 3 次元電場シミュレーションソフト Maxwell でシミュレーションしたところ、図 4.3 のように、電場の漏れが押さえられていることがわかる。

電極の出口から、ターゲットまでの距離は、 $11\text{cm}$  である。ターゲットで散乱された電子は、図 4.4 のように、厚さ  $1\text{mm}$  のプラスチックシンチレーターと PMT で検出される。ただし、図 4.4 中の、ターゲットの正面に位置する PMT は、散乱前の電子を測定するために、取り付けられている。また、散

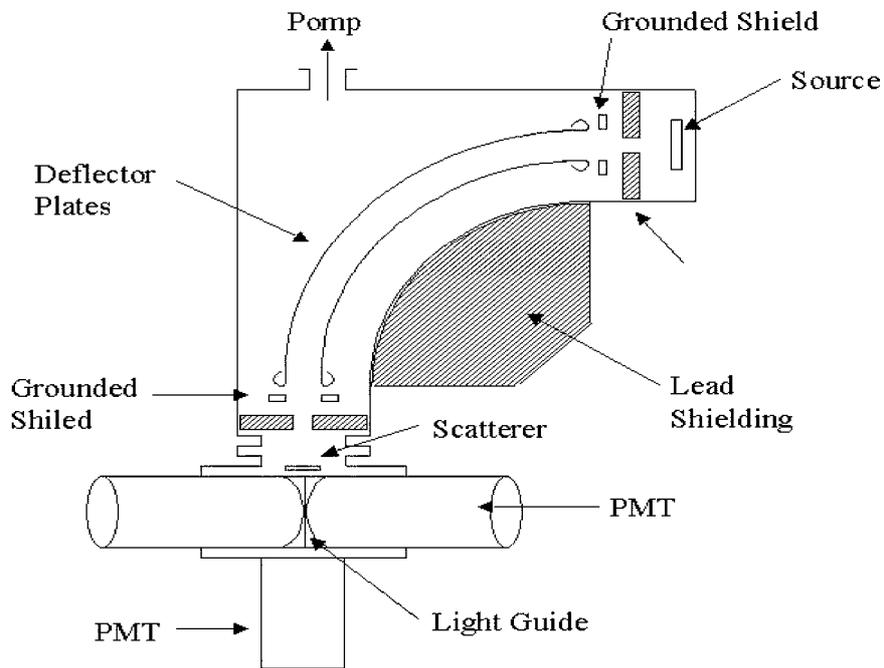


図 4.2: Setup

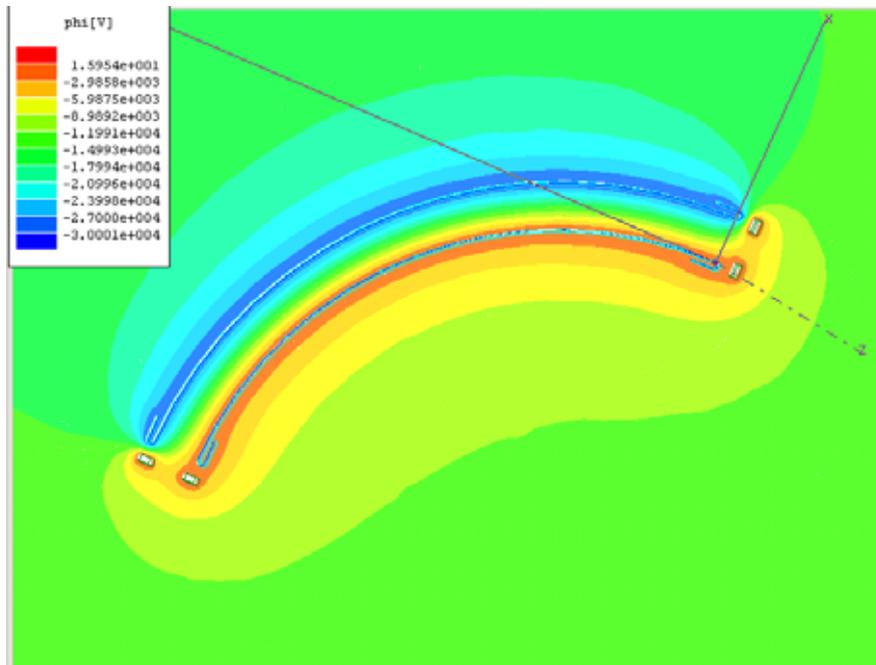


図 4.3: 3次元電場シミュレーションの結果

乱された電子を観測するためのプラスチックシンチレーターには、ライトガイドを介して、二つの PMT が取り付けられている。これは、Mott 散乱される電子のカウントレートが低い場合、二つの PMT で coincidence を取ることで、ノイズと信号を分離するためである。

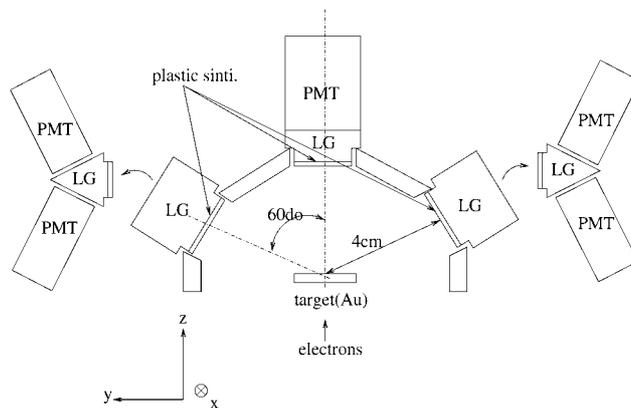


図 4.4: 散乱槽内部

また、DAQ は図 4.5 の通りである。

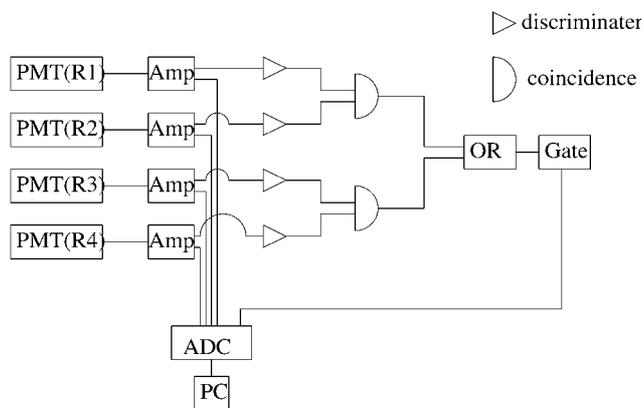


図 4.5: DAQ

## 第5章 予備実験

### 5.1 電極の性能評価

われわれは電極間の電圧を 19kV にして四時間以上連続してかけ続けることに成功した。そこで、mott 散乱の実験の前に電極で曲げられてきた電子を直接 PMT で測定する実験を行った。図 5.1 はその実験の概念図である。図

source

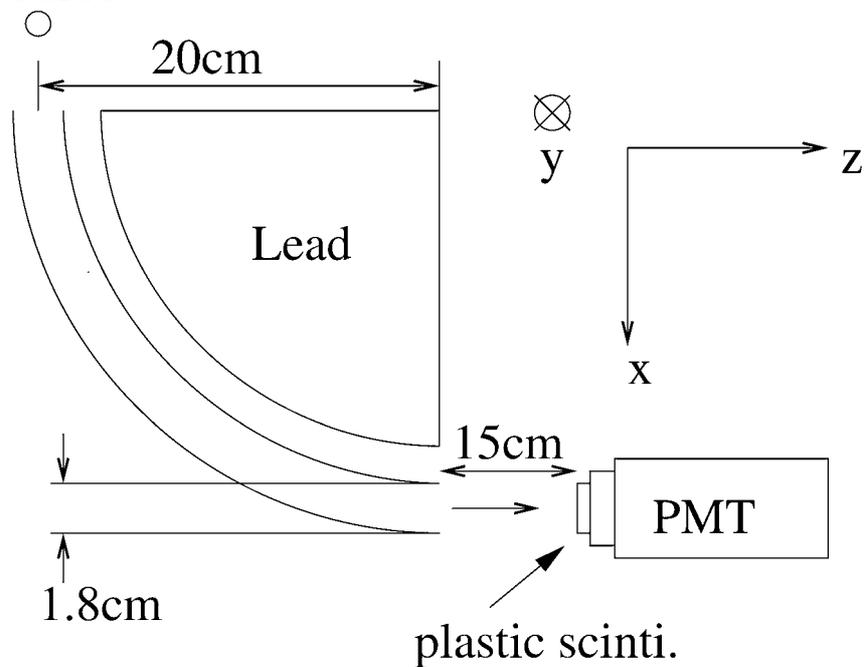


図 5.1: 予備実験のセットアップ

4.1のように電極で曲がってきた電子を電極間電圧を 19,22,28kV の三つの場合でそれぞれ五分間測定した。比較のため 0kV の場合も測定した。図 5.2 が

その測定で得られたスペクトルである。

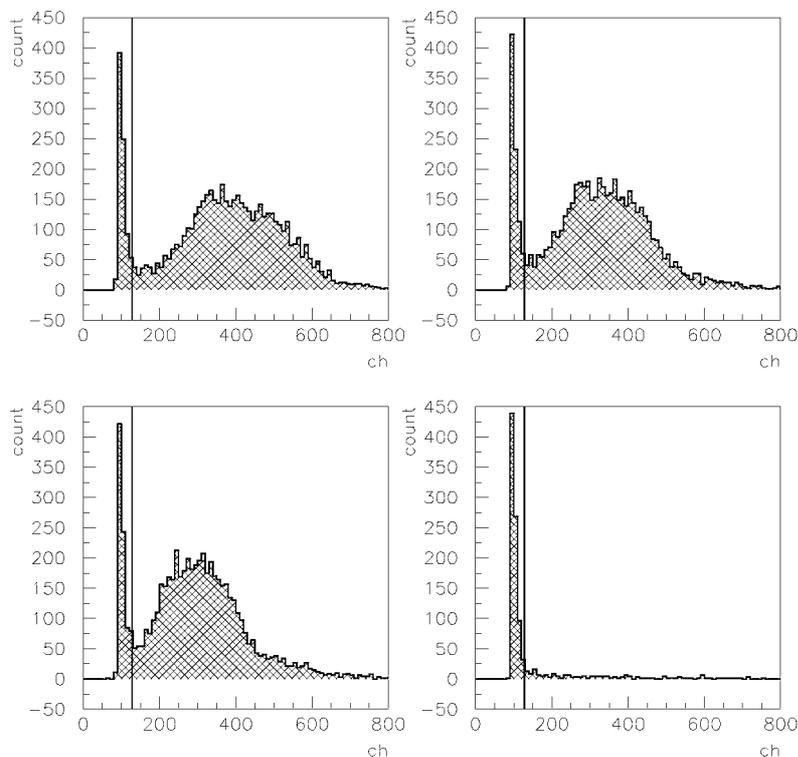


図 5.2: 得られたスペクトル (順に 28,22,19,0keV のものである。縦線はディスクスクリミネーターの閾値をしめす)

## 5.2 Energy Caliblation

われわれは宇宙船をもちいてエネルギー較正を行った。図 5.1 はそのセットアップの模式図である。図を見てもわかる様に宇宙船はシンチレーターだけでなくライトガイドも通過する。その際宇宙船はチェレンコフ光を出すと考えられる。図 5.2 は実際に得られたスペクトルである。

図 5.2 をみると ADC カウントの低いところに鋭いピークが、さらに ADC カウントの 400ch 付近にゆるいピークがあることがわかる。これらのピークはそれぞれライトガイドだけをかすめてチェレンコフ光のみを出した宇宙船によるピーク、ライトガイドとシンチレーターをつき抜けてチェレンコフ光と

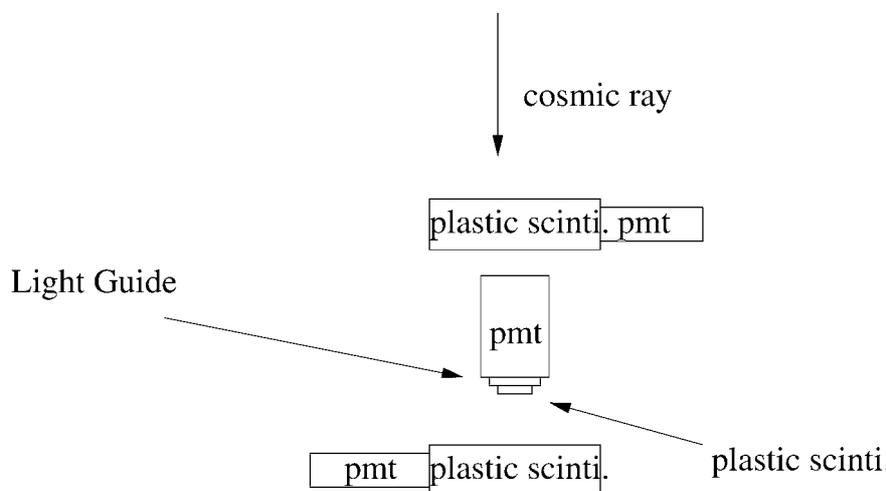


図 5.3: エネルギー較正のセットアップ

シンチレーション光によるピークと考えられる。またピークのエンタリー数の差はライトガイドの直径がシンチレーターの直径に比べて大きい事から、定性的には説明できる。しかし、実際の実験で使うベータ線のエネルギーは 200keV 未満なのでチェレンコフ光は出さないでシンチレーション光のみに対する ADC チャンネル数を得なければならない。そこで二つのピークを gaussian で fitting しその gaussian のピークの ADC カウントの差をとり、それが、200keV (高エネルギーの粒子がシンチレーターの厚さ 1mm で落とすエネルギー) に対応するチャンネル数だとすることでエネルギー較正とした。結果は、

$$0.68 \pm 0.03 \text{ keV/ch}$$

エラーは fitting と宇宙船の入射角度によるものである。

この値をつかって、各電極間電圧で集められる電子の平均エネルギーを求めた。

$$\begin{aligned} 28\text{kV} & 228 \pm 8\text{keV} \\ 22\text{kV} & 195 \pm 9\text{keV} \\ 19\text{kV} & 174 \pm 10\text{keV} \end{aligned}$$

この値と、電極間の電場を無限に長い二個の胴体筒が着く電場で近似した場合を図 5.5 に示す。これ見るとかなりずれている事がわかる。原因としては、エネルギー較正值が実験の時と違っていると考えられる。これはエネルギー較正と setup は全く違うのでその間の HV の on と off によって gain 等が変化してしまった。可能性がある。

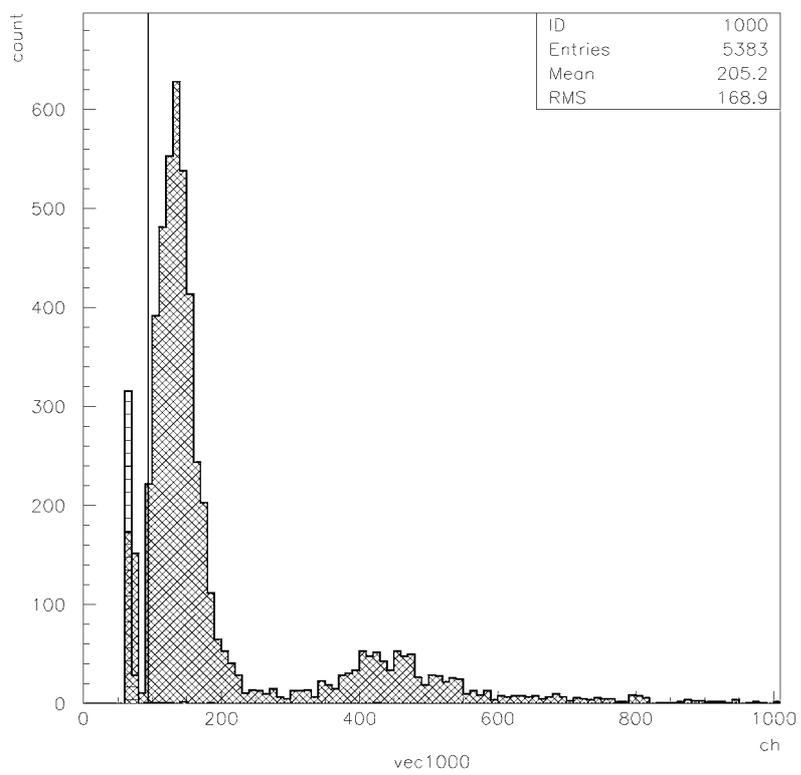


図 5.4: エネルギー較正のスペクトル (横軸 ADC カウント、縦軸エントリー数また縦線はディスクリミネーターの閾値をしめす)

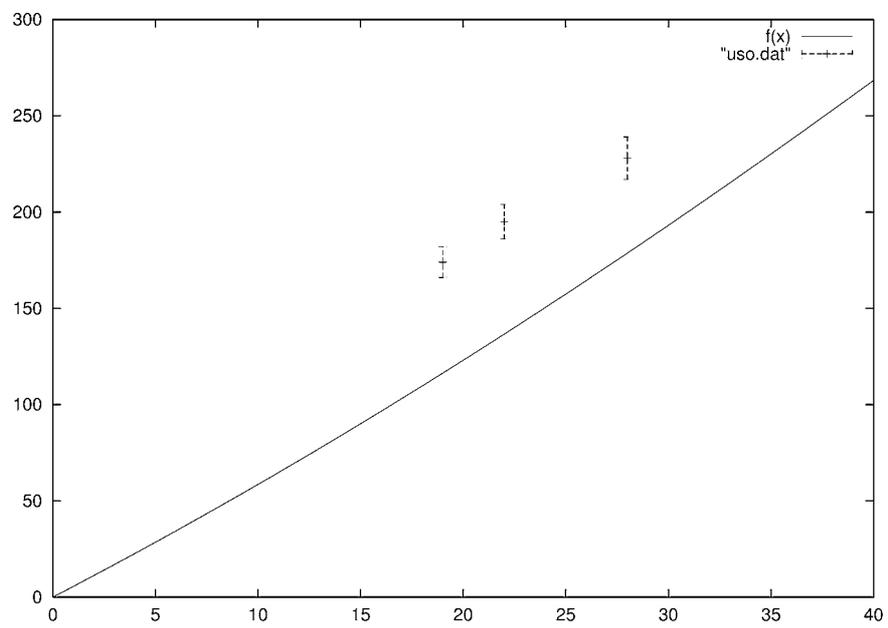


図 5.5: 理想的な電場で曲げられる場合との比較、横軸が電圧 (kV) で縦軸はエネルギー (keV) である

## 第6章 mott scattering

われわれは図 6.1 のようなセットアップで mott scattering の測定を行った。detector には直径 3cm、厚さ 1mm のプラスチックシンチレーターを使った。また target は直径 2 センチ、厚さ 2.5 ミクロンの金の foil で、それをアルミの holder に貼り付けてある。PMT によるノイズを減らすため一つのシンチレーターを二つの PMT でよみ、その coincidence を取った。図 6.2 はその回路図である。

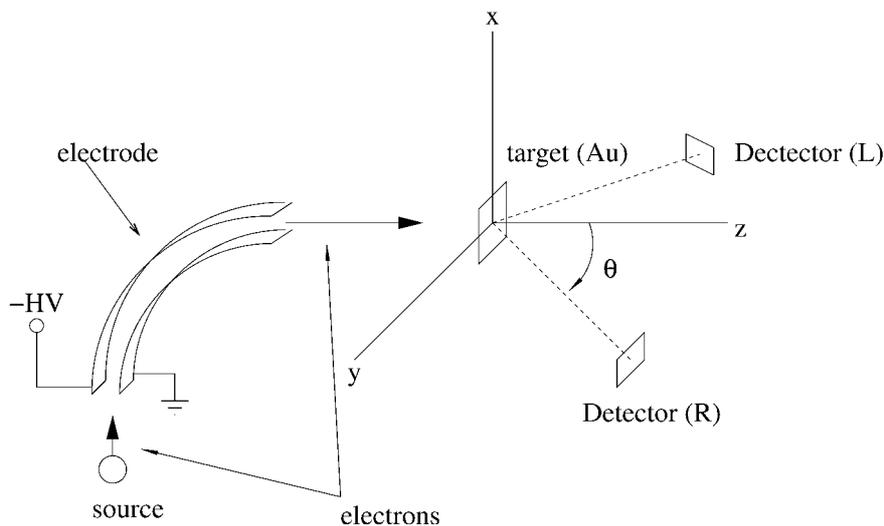


図 6.1: 本実験の模式図

まず次の四種類の測定をおこなった。

- mott 散乱 (二回)
- target をはずし、電圧はかけておく。
- さらに target holder もはずす。
- 電圧をきる。

mott 散乱の測定を二回行っているのは、実験の再現性を見るためである。この測定では、PMT や電極の電圧を on にしたまま、target にアクセスするこ

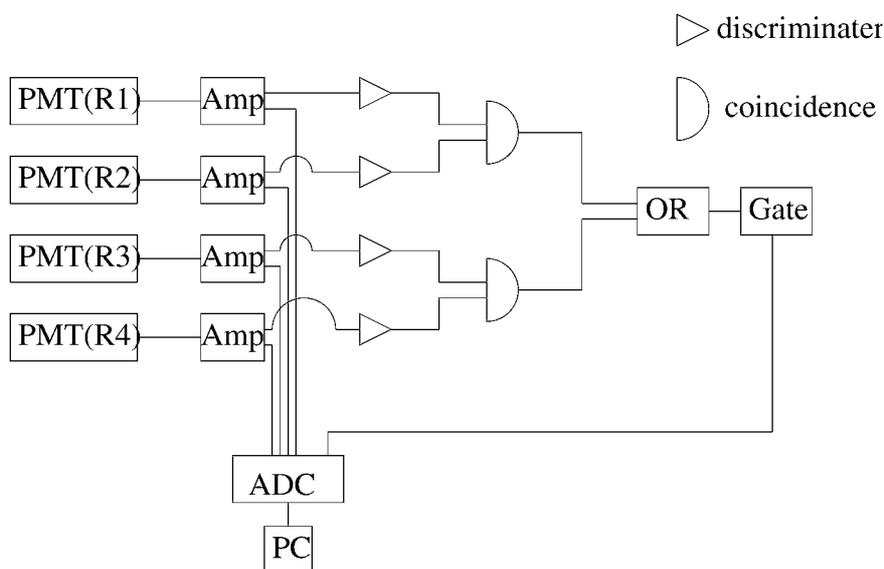


図 6.2: 本実験の回路図

とができないうえに **target holder** を正確に同じ場所にセットするのは困難である。よって、再現性の確認が重要であると考えた。また、**target holder** をはずしたり、**target** の foil のみはずしたりしているのは、**holder** によって散乱される電子による寄与を見るためである。図 6.3~図 6.6 に測定のスเปクトルを示した。

これらの測定の結果、

- 1  $= /2(1ch,2ch)$  は再現しているが、  $=3 /2(3ch,4ch)$  は明らかに再現していない。
- 2 **target** をはずせば数が減るはずであるが、3ch,4ch はそうはなっていない。

これに対し、左右 ( $=3 /2$ ,  $= /2$ ) の *asymetry* を見積もるには少なくとも次の二つを行うことが必要である。

- **target** があるときの個数から、**target** が無いときの個数を引く
- **detector** 部分を左右逆にして同じ測定をする

この要求を考えると上記 2 の理由から少なくとも 3ch,4ch に対しては、**target** ありの時の個数から **target** なしのときの個数を引くことはできない。さらにわれわれの装置では **detector** 槽は回転可能なものの、回転時に **target holder** も回ってしまうという重大な欠陥がある。これらはわれわれに *asymetry* の測定を断念させるには十分であった。

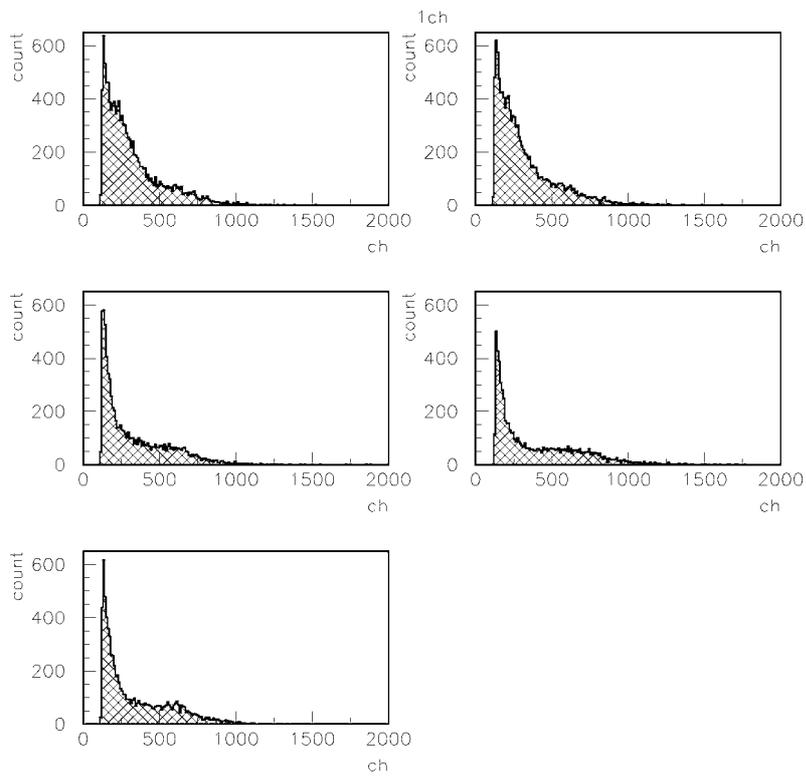


図 6.3: 1ch ( = /2)

順に、

- mott 散乱 (一回目)
- mott 散乱 (二回目)
- target なし、holder あり、電極の電圧は on
- target なし、holder なし、電極の電圧は on
- target あり、holder あり、電極の電圧は off

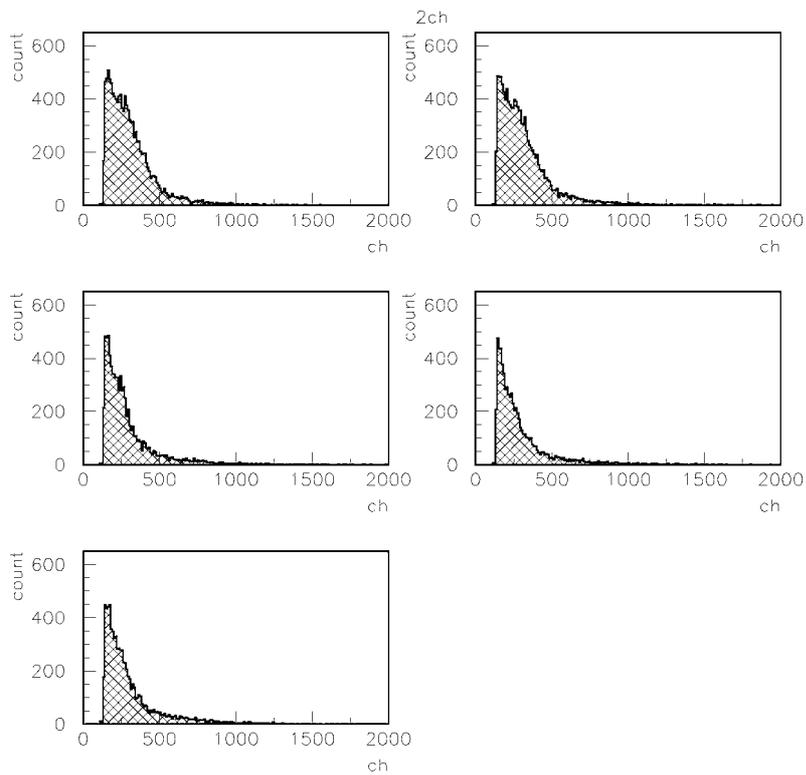


図 6.4: 2ch ( = /2)

順に、

- mott 散乱 (一回目)
- mott 散乱 (二回目)
- target なし、holder あり、電極の電圧は on
- target なし、holder なし、電極の電圧は on
- target あり、holder あり、電極の電圧は off

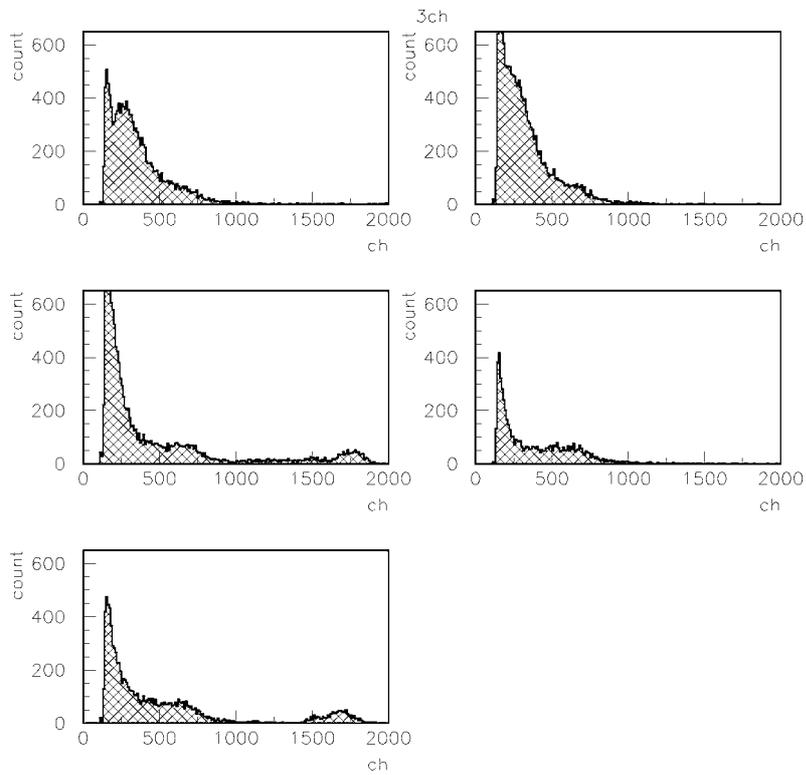


図 6.5: 3ch (  $=3 / 2$  )

順に、

- mott 散乱 (一回目)
- mott 散乱 (二回目)
- target なし、holder あり、電極の電圧は on
- target なし、holder なし、電極の電圧は on
- target あり、holder あり、電極の電圧は off

mott 散乱の一回目と二回目を比べると、スペクトルにかなりの違いが見られる。

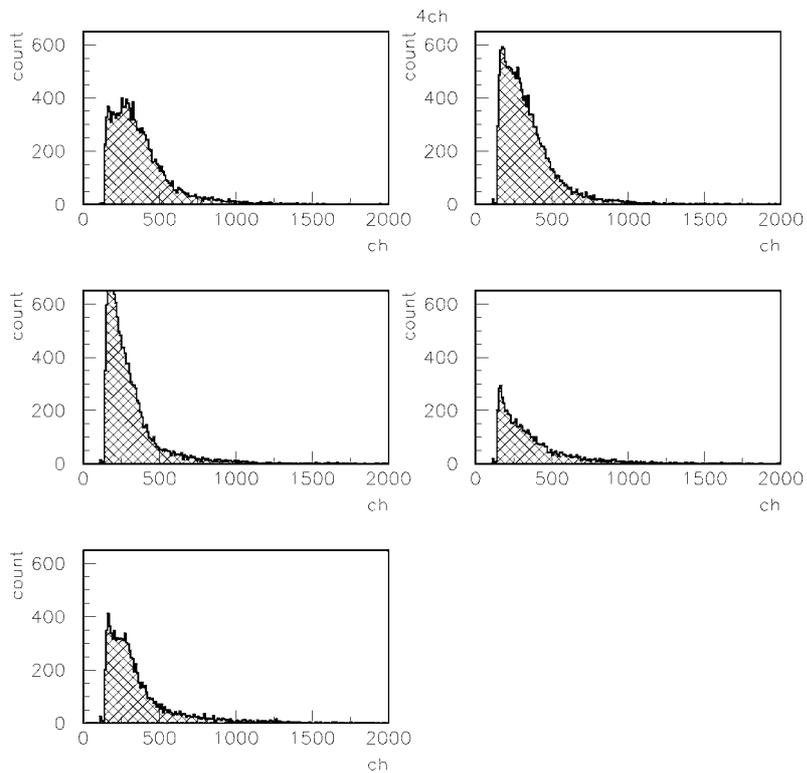


図 6.6: 4ch (  $\beta = 3/2$  )

順に、

- mott 散乱 (一回目)
- mott 散乱 (二回目)
- target なし、holder あり、電極の電圧は on
- target なし、holder なし、電極の電圧は on
- target あり、holder あり、電極の電圧は off

3ch と同様に一回目と二回目のスペクトルに違いが見られる。

結局、今回は  $= /2(1ch,2ch)$  の detector のみを使い、電極間の電圧を 19kV,16kV,13kV,10kV と変化させ、それにもなうスペクトルの変化をみるにとどまった。電極の電圧はセットアップを動かす事なく調節でき連続してすべての実験を行えるので再現性の問題は考慮しなくてよい。図 6.7、図 6.8 はその測定の結果である。

次に電場をかけたスペクトルから電場ゼロのスペクトルを引き (図 6.9) 電場をかけた時にどれほどシグナルが見えるかを見積もった (閾値にきられてしまう為、19kV と 16kV の場合のみ)。その結果を以下に示す。

- 19kV 1ch 3710  $\pm$  137 個
- 19kV 2ch 3772  $\pm$  140 個
- 16kV 1ch 2538  $\pm$  132 個
- 16kV 2ch 2659  $\pm$  136 個

ここでエラーは統計によるもののみである。またピークの ADC count を gaussian fitting により求めると

- 19kV 1ch 158  $\pm$  2 count
- 19kV 2ch 225  $\pm$  2 count
- 16kV 1ch 132  $\pm$  3 count
- 16kV 2ch 175  $\pm$  5 count

となった。エラーは fitting によるものである。これらの結果を見ると、電場により電子が曲げられてきたものであることはほとんど確実である。しかし、これは target による mott scattering よるものと断定するには及ばない。入り口付近の電場がどの程度もれているかにより直接 detector に入りうるかも知れないし、壁や target holder で散乱されたものかもしれない。実際、ために予備実験で真空槽の奥に届いた電子を囚っているので、それをフラックスとみなしてそれが実験の厚さの金の target で散乱し detector にたどり着くのを微分断面積を用いて計算すると 19kV で約 15000 個になる。これは実験結果と大幅にずれる。

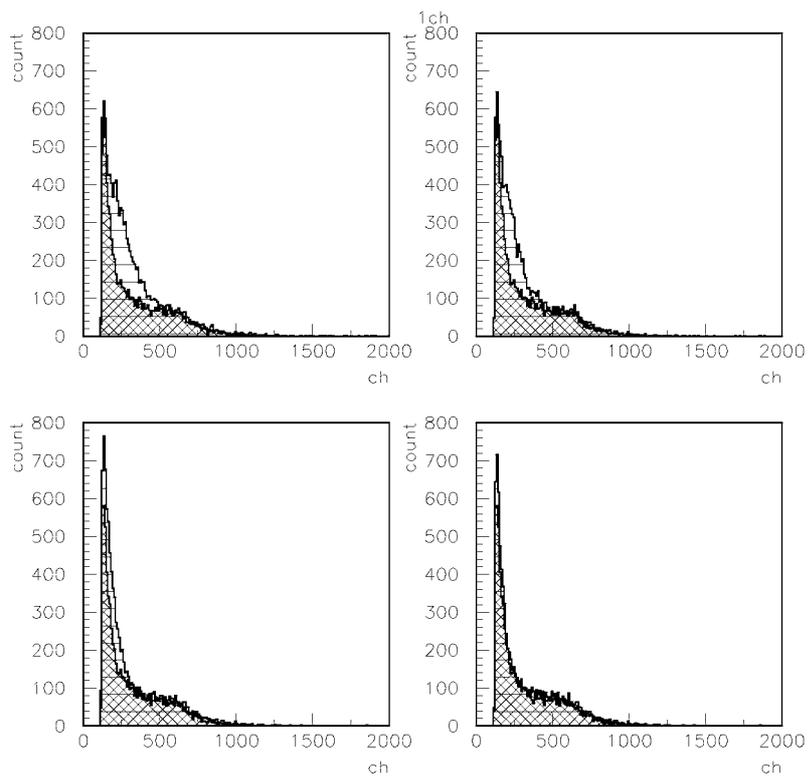


図 6.7:  $1ch$  ( $= \sqrt{2}$ )

順に電極間電圧が、

- 19kV
- 16kV
- 13kV
- 10kV

のスペクトルを示す（濃い部分は電場ゼロの時のスペクトル）。

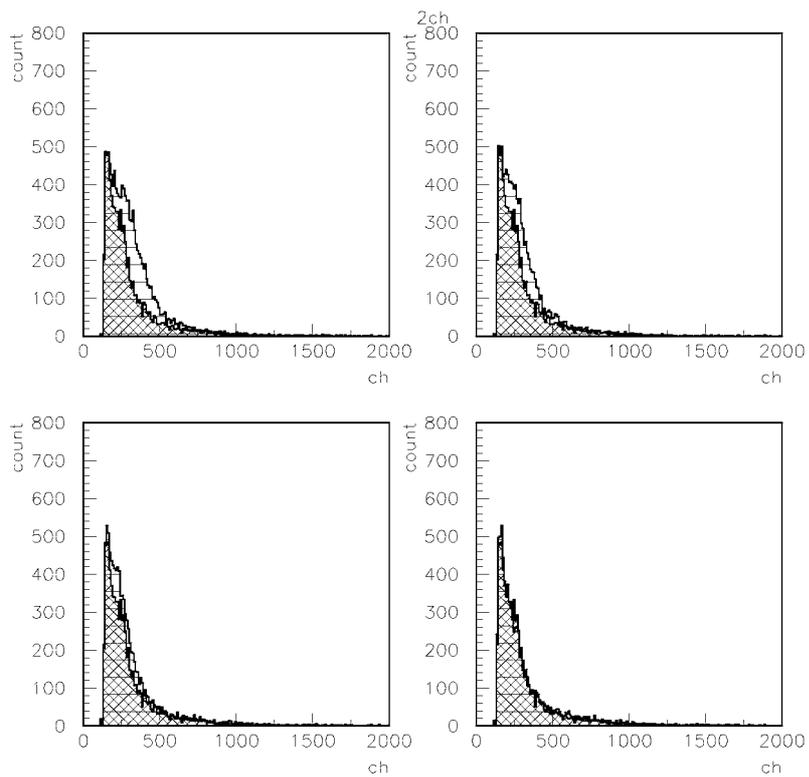


図 6.8: 1ch ( = /2)

順に電極間電圧が、

- 19kV
- 16kV
- 13kV
- 10kV

のスペクトルを示す (濃い部分は電場ゼロの時のスペクトル)。

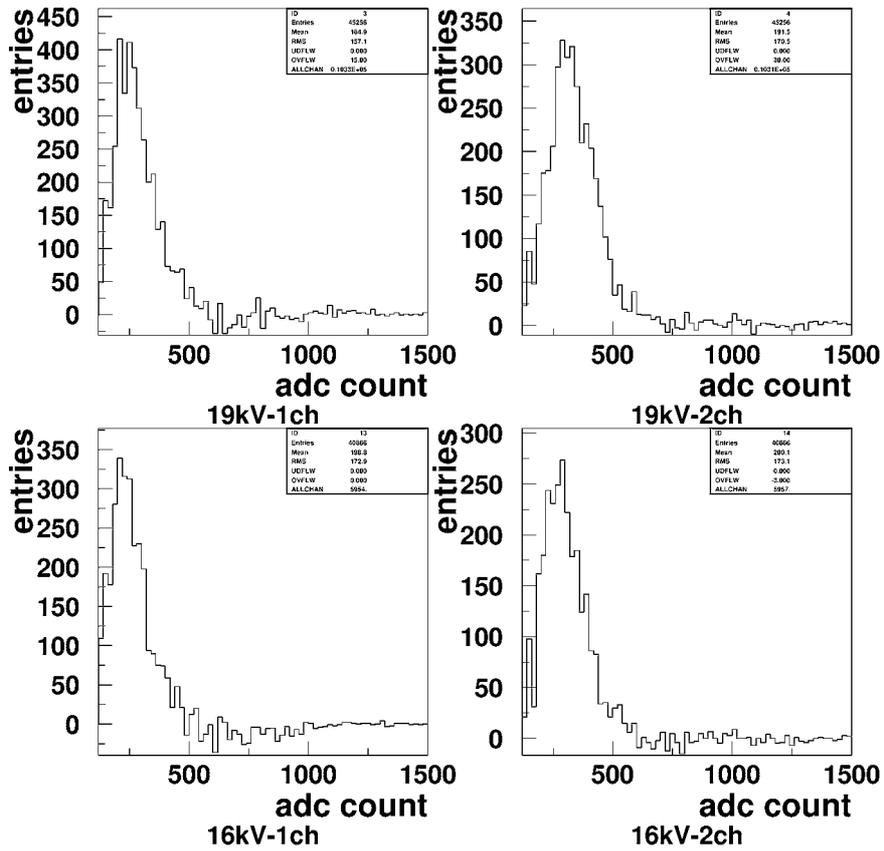


図 6.9: シグナル ( = /2)

順に電極間電圧が、

- 19kV-1ch
- 19kV-2ch
- 16kV-1ch
- 16kV-2ch

のスペクトルを示す。

## 第7章 本実験の結論と反省点

今回は特に有益な結果を出すことができなかつたので、反省点など今後につながる情報を最後にまとめてこのレポートを締めくくる事にする。

### 7.1 結論

今回は残念ながら parity 非保存を確認することができなかつた。しかし、全くゼロから電極を作成し 19kV の高電圧を数時間連続してかける事に成功した事は今後の為の十分な収穫であったと自負している。次の2章は実験を試みて我々が思う事をまとめてみた。参考にいただければ幸いである。

### 7.2 主な敗因

今回の実験は初めてということもあり、V-A 理論はおろか parity の破れすら検証するに至らなかつた。その反省点としてまずひとつは null asymetry をきちんと図る為の方法をきちんと考えていなかつた事があげられる。detector 槽の回転の際に target holder も回転してしまう事等はまさに致命的なミスである。そのくせ、program をつくり散乱断面積の計算をきちんとやってみたり、target の厚さを正確に測ったり、たくさんのエネルギー領域で測定するので時間を短縮しようとイベント数を上げる為の四重極磁石の設計を試みたりと考えるべきことの優先順位をまちがえてしまった。これは V-A 理論をまず念頭においていた為で、アシンメトリーの値を正確に決める事を目標においてしまっていたからだと思う。実際に実験を試みた感触では asymetry がゼロでない事の検証だけでも、十分に困難で挑戦し甲斐があると思う。もうひとつは実験装置が非常に不安定な事だ。PMT がライトガイドがら外れたりもしたが、なんといっても電極が問題だろう。全て自作であるので、危険な部分がいくつかあったと思う。とくに真空槽にケーブルを入れる部分は専用のコネクタを使うべきな気がする。接着剤でつけてあるだけなので、電源、ケーブル、真空槽の蓋、電極が一体化しているので、あまりにも扱いにくかつた。さらに測定ごとの再現性も問題だ。target holder を前と同じように固定できないし、電極の位置もどれほどの精度で真ん中にきているのかわからなかつた。asymetry を図るには非常に準備不足であったといえよう。

### 7.3 最適な実験セットアップの見積もり

われわれはこの実験で左右のアシンメトリーをできるだけ高い信頼度で検証したい。そのためには `asymmetry` を  $A$ 、その統計誤差  $\Delta A$  とすると、

$$\frac{\Delta A}{A} \quad (7.1)$$

をできるだけ小さい値にすればよい。`asymmetry` のエラーは  $N$  を左右のイベント数の和とすると、

$$\sqrt{\frac{1-A^2}{N}} \quad (7.2)$$

とかけると、すると

$$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\frac{1}{N} \left( \frac{1}{A^2} - 1 \right)} \simeq \sqrt{\frac{1}{N\beta^2 S(\theta)^2}} \quad (7.3)$$

とかける。ここで式 ( ) と  $1/A^2 \gg 1$  を使った。イベント数  $N$  は  $d\sigma(\theta)/d\Omega$  に比例するので結局、 $(d\sigma(\theta)/d\Omega) S^2(\theta)$  を最大にするような  $\theta$  を選ばばよい。図 ( ) にそれを示す。

これを見ると、110 度付近がもっとも得であることがわかる。これは確実に実験装置の設計時に考えるべきことであり、今回は論文と同じ  $\theta$  を選ぶという安直な方法をとってしまった。ただ、110 度は後方散乱になるので `setup` には更なる工夫を要すると考えられる。

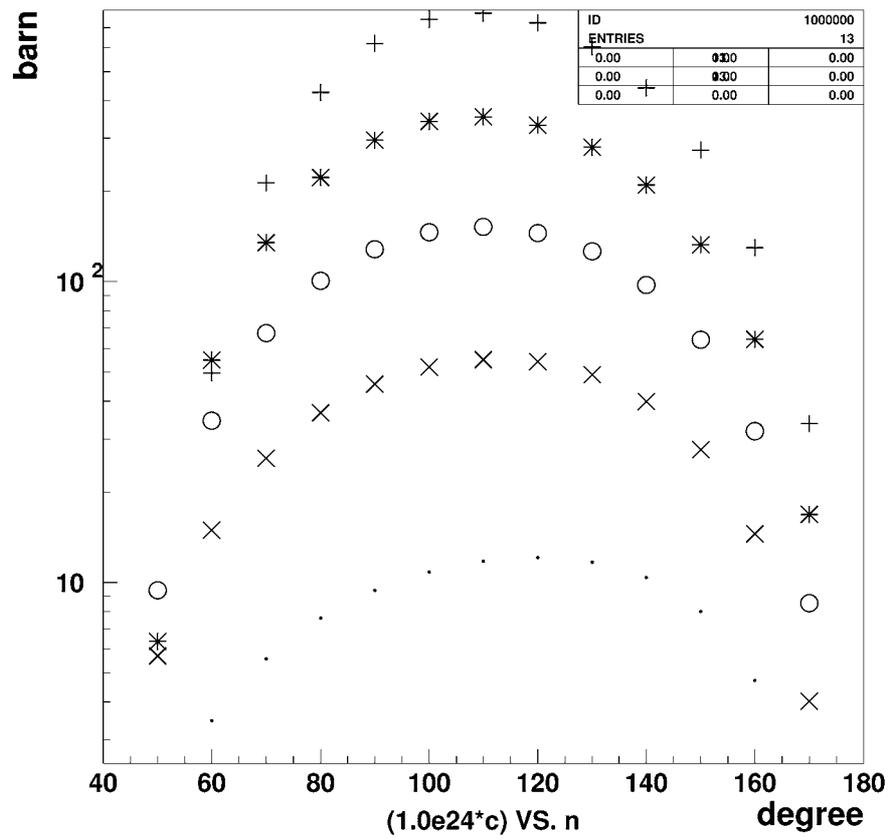


図 7.1:  $(d\sigma(\theta)/d\Omega)S^2(\theta)$  の  $\theta$  依存性

## 付録A 電磁場中での相対論的粒子の取り扱い

相対論的粒子の電磁場内でのスピン角運動量の変化は次の Thomas の方程式で与えられる。<sup>1</sup>

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{e}{mc} \vec{s} \times \left\{ \left( \frac{g}{2} - 1 + \frac{1}{\gamma} \right) \vec{B} - \left( \frac{g}{2} - 1 \right) \frac{\gamma}{\gamma - 1} (\vec{\beta} \cdot \vec{B}) \vec{\beta} - \left( \frac{g}{2} - \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \vec{\beta} \times \vec{E} \right\} \quad (\text{A.1})$$

$e$ : 素電荷  $m$ : 粒子の質量  $g$ : Lande の  $g$  因子  $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$   $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

これを用いて電子が静電場内で運動する場合のスピンの向きの変化について考える。 $\vec{B} = 0$ ,  $g = 2$  として (A.1) は、

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{s}}{dt} &= \frac{e}{mc} \vec{s} \times \left\{ - \left( 1 - \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \vec{\beta} \times \vec{E} \right\} \\ &= \left( \frac{e}{mc} \cdot \frac{1}{\gamma + 1} \vec{\beta} \times \vec{E} \right) \times \vec{s} \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

となる。

本実験では、電子は常に運動方向に垂直な一定電場を受け 4 分の 1 円軌道を描く。今、電場及び軌道平面に垂直に  $z$  軸をとると (A.2) はさらに、

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{e}{mc} \cdot \frac{1}{\gamma + 1} \cdot \beta E \hat{z} \times \vec{s} = \vec{\omega}_s \times \vec{s} \quad (\text{A.3})$$

と書ける。ここで  $\hat{z}$  は  $z$  軸方向の単位ベクトルである。

(A.3) よりこのとき電子のスピンは  $z$  軸正の方から見て反時計回りに角速度

$$\omega_s = |\vec{\omega}_s| = \frac{e\beta E}{mc(\gamma + 1)} \quad (\text{A.4})$$

で回転することがわかる。

よって、スピンの回転角を知るためには電子の電場内での運動時間がわかればよい。電子の運動方程式は、

$$\frac{d}{dt} (\gamma mc \vec{\beta}) = -e \vec{E} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{d}{dt} (\gamma mc^2) = -e \vec{E} \cdot \vec{v} \quad (\text{A.6})$$

<sup>1</sup> 導出は J.D.Jackson 著、西田 稔訳『ジャクソン・電磁気学(下)』

と表される。 $\vec{E}, \vec{v}$  は直交するから (A.6) の右辺は 0 となる。よって  $\gamma$  及び  $\beta$  は一定であるから (A.5) は次のように書ける。

$$\frac{d}{dt}\vec{\beta} = \frac{-e}{\gamma mc}\vec{E} = \frac{-eE}{\gamma mc\beta}\hat{z} \times \vec{\beta} = \vec{\beta} \times \vec{\omega}_c \quad (\text{A.7})$$

(A.7) より電子は  $z$  軸正の方から見て時計回りに角速度

$$\omega_c = |\vec{\omega}_c| = \frac{eE}{\gamma mc\beta} \quad (\text{A.8})$$

で回転することがわかる。

よって、電子が 90 度回転する (曲がる) のに要する時間  $\tau$  は

$$\tau = \frac{\pi\gamma mc\beta}{2eE} \quad (\text{A.9})$$

となる。

従って、電子のスピンがこの間の回転角  $\theta_s$  は

$$\begin{aligned} \theta_s &= \omega_s \tau \\ &= \frac{e\beta E}{mc(\gamma+1)} \cdot \frac{\pi\gamma mc\beta}{2eE} \\ &= \frac{\gamma\beta^2}{\gamma+1} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\gamma}{\gamma+1} \cdot \frac{(\gamma+1)(\gamma-1)}{\gamma^2} \cdot \frac{\pi}{2} \\ &= \left( \frac{\gamma mc^2 - mc^2}{\gamma mc^2} \right) \frac{\pi}{2} \quad (\text{A.10}) \end{aligned}$$

つまり、スピンの回転角は全エネルギーと運動エネルギーの比のみによって決まることがわかる。

例として 150keV, 200keV の電子に対する回転角  $\theta_s$  の値はそれぞれ 20.4 度, 25.3 度となる。