

# ミューオン磁気能率の測定

松岡広大 横田尚

平成17年3月

## 概要

弱い相互作用を介する  $\pi \rightarrow \mu$  崩壊過程においてパリティは保存しないため、宇宙線ミュオンのスピンは偏極している。この宇宙線ミュオンを磁場中のアルミ板に止めると、スピンは歳差運動し、崩壊陽電子の角度分布は時間の関数として観測される。私たちは、そのスピン歳差運動の振動数を測定することでミュオンの磁気能率を求めた。54.1 Gauss の磁場中での振動数は  $4.54 \pm 0.39 \text{ rad}/\mu\text{sec}$  で、磁気能率  $1.97 \pm 0.17^{STA} \pm 0.07^{SYS}$  を得た。

# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>理論</b>	<b>2</b>
1.1	宇宙線ミューオン	2
1.2	$\mu^+ \rightarrow e^+$ 崩壊	6
1.3	$\mu^- \rightarrow e^-$ 崩壊	7
<b>第 2 章</b>	<b>シミュレーション</b>	<b>8</b>
2.1	モンテカルロ・シミュレーション	8
2.1.1	崩壊 $e$ のエネルギーと飛程	8
2.1.2	Larmor 振動	11
2.2	磁場のシミュレーション	16
<b>第 3 章</b>	<b>実験装置・実験内容</b>	<b>20</b>
3.1	セットアップ	20
3.2	イベントトリガー	22
3.3	PMT の plateau の測定	22
3.4	コイル	23
<b>第 4 章</b>	<b>解析および結論</b>	<b>26</b>
4.1	background	26
4.2	g-factor	28
4.3	実験結果および結論	35
付録 A	$\mu^+$ の崩壊率	36
付録 B	スピンの Larmor 歳差運動	37
付録 C	直方体コイルの磁束密度の計算	39

# 第1章 理論

## 1.1 宇宙線ミュオン

宇宙空間には高エネルギーの放射線が存在する。一次宇宙線はそれら多種多様な放射線粒子(主に陽子)が地球に飛来したもので、大気中の窒素や酸素の原子核に衝突し、核子、パイオン( $\pi$ )、ケイオン( $K$ )などの二次宇宙線を発生する(図 1.1)。

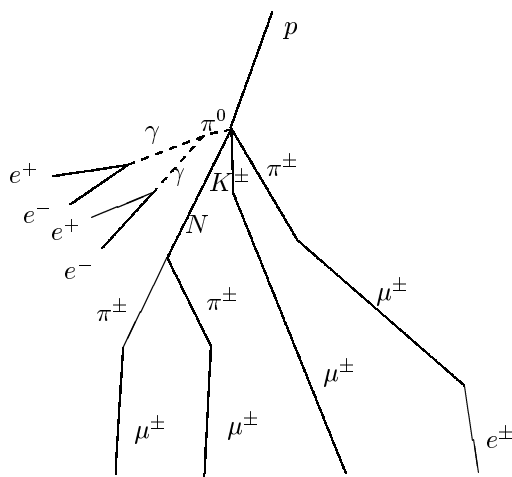


図 1.1: 大気中における二次宇宙線生成の様子

ミュオン( $\mu$ )は上空およそ 15km 付近で主に  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$  の崩壊によって生成される。地上で観測される宇宙線のほとんどは  $\mu$  である(図 1.3)。また、地表における宇宙線  $\mu^+$  と  $\mu^-$  の計数比を図 1.4 に示す。1GeV/c 以下の運動量の宇宙線  $\mu$  の電荷比  $R(\mu^+/\mu^-)$  は  $1.2 \pm 0.1$  である。

宇宙線  $\mu$  が偏極するのは以下の理由による。鉛直方向に降る  $\pi$  (または  $K$ ) の静止系で前方あるいは後方に放出された  $\mu$  が地表に鉛直に降ってくる。lab 系である決まったエネルギーの  $\mu$  を観測するとき、それは二つの異なるエネルギー  $E^+$  (後方放出  $\mu$ ),  $E^-$  (前方放出  $\mu$ ) をもつ  $\pi$  ( $K$ ) から生成されたものである。 $\pi$  ( $K$ ) は弱い相互作用によって次のように崩壊する。

$$\pi(K) \rightarrow \mu + \nu_\mu$$

$\pi$  ( $K$ ) の静止系で見ると、 $\pi$  ( $K$ ) のスピンは 0 なので、前方に放出された  $\mu$  も後方に放出された  $\mu$  もスピンと運動量の向きは反平行である。ところがこれを lab 系に boost すると、後方の  $\mu$  は左巻きのヘリシティ、前方の  $\mu$  は右巻きのヘリシティとなる(図 1.2)。したがって、エネルギー  $E^+$  と  $E^-$  の  $\pi$  ( $K$ ) の数が等しければ lab 系での  $\mu$  の偏極率は 0 である。しかし、上空での  $\pi$  ( $K$ ) の

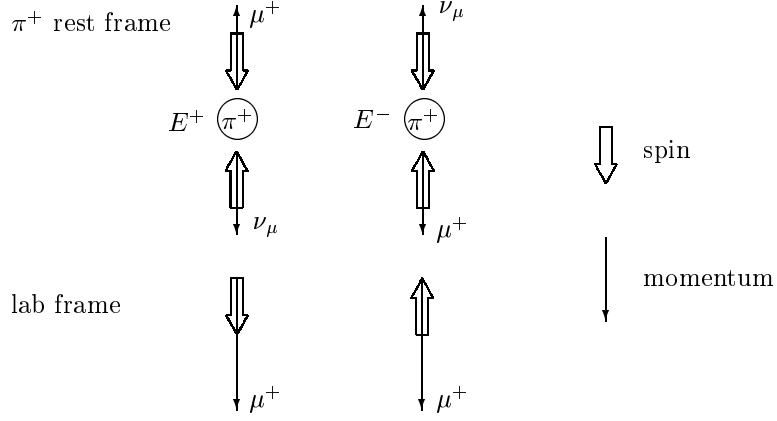


図 1.2:  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  崩壊のスピンと運動量の向き

エネルギースペクトルは

$$\pi(\gamma) d\gamma = \pi_0 \gamma^{-\alpha} d\gamma \quad \left( \gamma = \frac{E_\pi}{m_\pi}, \alpha : \text{定数} \right) \quad (1.1)$$

と書けるので、宇宙線  $\mu^+$  のスピンは上向きに偏極しており、 $\mu^-$  のスピンは下向きに偏極している。 $\mu$  の偏極率  $P_0$  は  $\pi$  のエネルギースペクトルによって次のように書ける [4]。

$$P_0 = \begin{cases} 1 + \left( \frac{EE^*}{pp^*} - 1 \right) \left\{ 1 - \frac{\alpha+1}{\alpha} \frac{1 - \left( \frac{\gamma_-}{\gamma_+} \right)^\alpha}{1 - \left( \frac{\gamma_-}{\gamma_+} \right)^{\alpha+1}} \right\} \simeq \frac{1}{3} \alpha \beta \beta^* + \left( 1 - \frac{1}{3} \alpha \right) (\beta \beta^*)^3 & (\alpha > 2) \\ \frac{EE^*}{pp^*} - (E^2 E^{*2} - p^2 p^{*2}) \frac{\ln \left( \frac{\gamma_+}{\gamma_-} \right)}{2p^2 p^{*2}} \simeq \frac{2}{3} \beta \beta^* + \frac{2}{15} (\beta \beta^*)^3 & (\alpha = 2) \\ \frac{EE^*}{pp^*} - \frac{2}{\ln \left( \frac{\gamma_+}{\gamma_-} \right)} \simeq \frac{1}{3} \beta \beta^* + \frac{1}{5} (\beta \beta^*)^3 & (\alpha = 1) \\ 0 & (\alpha = 0) \end{cases} \quad (1.2)$$

ここで、 $(E, \mathbf{p})$ : lab 系での  $\mu$  の運動量、 $(E^*, \mathbf{p}^*)$ :  $\pi$  静止系での  $\mu$  の運動量、 $\gamma_\pm = \frac{EE^* \pm pp^*}{m_\mu^2}$  で、

$$\beta = \frac{p}{E}, \quad \beta^* = \frac{p^*}{E^*} = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} \simeq 0.271$$

である。

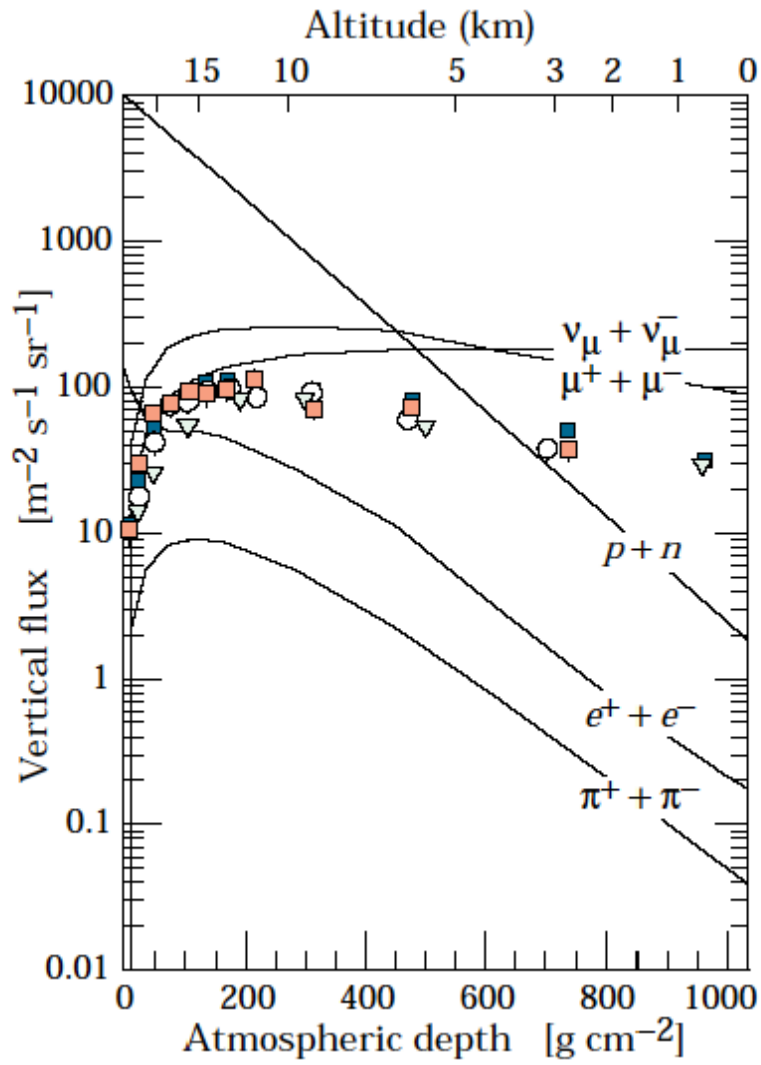


図 1.3: 大気中の 1GeV 以上の宇宙線の鉛直方向のフラックス (計算値)。点は  $\mu^-$  の測定量 [2]。

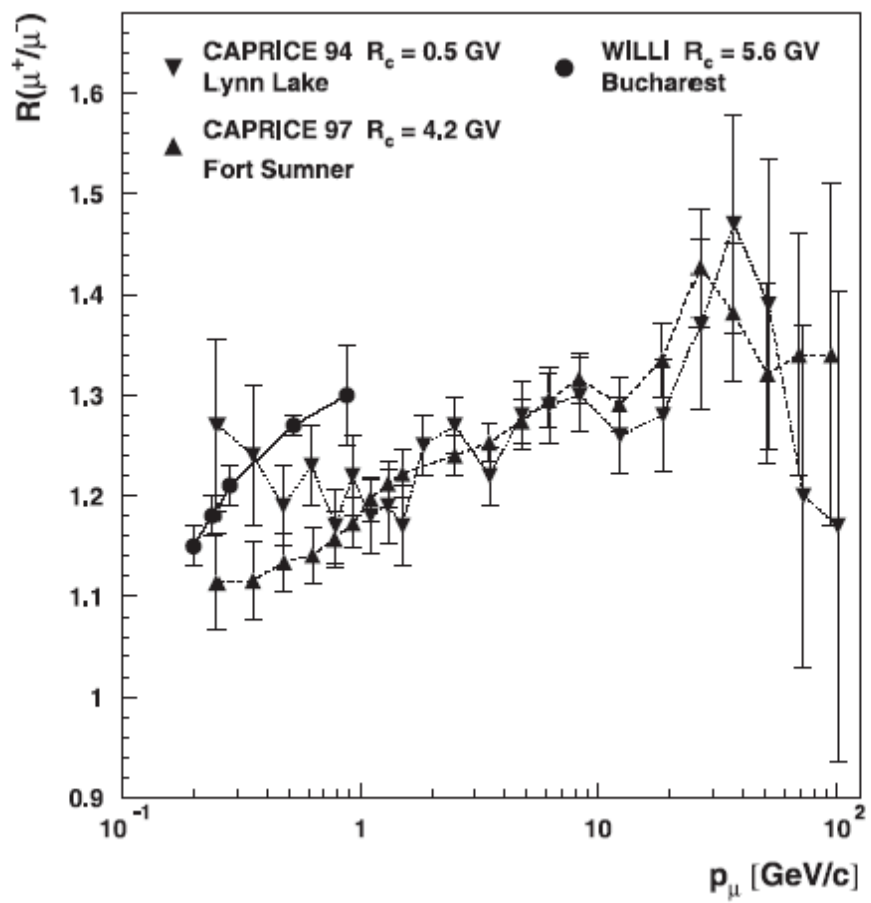
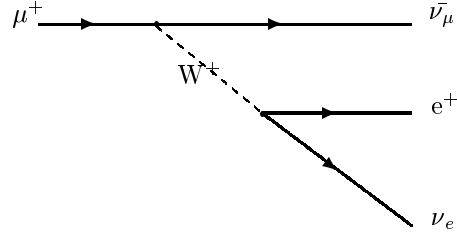


図 1.4: 地表での宇宙線  $\mu$  の運動量に対する  $\mu^\pm$  の比 [6]

## 1.2 $\mu^+ \rightarrow e^+$ 崩壊

$\mu^+$  は弱い相互作用によって次のように崩壊する。

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$



この崩壊率は次式で与えられる (付録 A 参照)。

$$d\Gamma = \frac{G^2}{24\pi^3} m_\mu^2 E'^2 dE' d(\cos\theta) \left(3 - \frac{4E'}{m_\mu}\right) \left\{ 1 + P \cos\theta \cdot \left( \frac{\frac{4E'}{m_\mu} - 1}{3 - \frac{4E'}{m_\mu}} \right) \right\} \quad (1.3)$$

ここで、 $G$ : Fermi 定数,  $m_\mu$ :  $\mu$  の質量,  $E'$ :  $e^+$  のエネルギー,  $\theta$ : 崩壊角,  $P$ : Polarization である。また  $E'$  が最大となるのは、 $\nu_\mu, \nu_e$  が同じ向きかつ  $e^+$  がそれとは逆の向きに出るときで、

$$E'_{\max} = \frac{m_\mu^2 + m_e^2}{2m_\mu} \simeq \frac{m_\mu}{2} \quad (1.4)$$

ターゲットが磁場  $\mathbf{B}$  中にあるとき、 $\mu^+$  のスピンは Larmor 振動数  $\omega_\mu$  で振動する (付録 B 参照)。

$$\omega_\mu = \frac{geB}{2m_\mu c} \quad (1.5)$$

$g$  は  $\mu$  の磁気能率で、tree level の計算では Dirac 方程式より、

$$g = 2 \quad (1.6)$$

である (付録 B 参照)。しかし、実験値はこれよりずれて

$$g^{exp.} = 2.0023318416(12) \quad (1.7)$$

となる [2]。これは主に一次の輻射補正によるものである。

式 1.3, 1.5 より、磁場中での  $\mu^+$  崩壊のイベント数は時間の関数として次式で表される。

$$N(t) = N_0 \left[ e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \{ 1 + A \cos(\omega_\mu t + \delta) \} + B_0 \right] \quad (1.8)$$

ここで、 $N_0$ : 規格化定数,  $\delta = 0, 2\pi$ : 初期偏極,  $B_0$ : accidental background である。 $A$  は初期 Asymmetry で、式 1.3 より、

$$A = \frac{\frac{4E'}{m_\mu} - 1}{3 - \frac{4E'}{m_\mu}} P \quad (1.9)$$

である。また式 1.4 から  $-\frac{1}{3}P \leq A \leq P$  で、平均値は  $\sim \frac{1}{3}P$  となることが知られている。



### 1.3 $\mu^- \rightarrow e^-$ 崩壊

$\mu^-$  も  $\mu^+$  と同様に弱い相互作用で次のように崩壊する。

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

しかし  $\mu^-$  はその負電荷のために、物質中では別の崩壊過程も起こりうる。 $\mu^-$  が物質中を通過するとき、物質との相互作用によってその運動量が電子の Bohr 半径の  $\frac{1}{200}$  (c.f.  $\mu$  の質量は電子の約 200 倍) 程度になると、 $\mu^-$  は電子のように原子の軌道上を周回しはじめる。このとき軌道が原子核に非常に近いので、原子核中の陽子によるミュオン捕獲が起こる。

$$p + \mu^- \rightarrow n + \nu_\mu$$

このように  $\mu^-$  の崩壊には、自由崩壊と原子捕獲崩壊の 2 つの崩壊確率が存在するので、物質中での  $\mu^-$  の寿命は短くなる。原子捕獲の確率は原子番号  $Z$  に依存し、 $Z=12$  で自由崩壊と原子捕獲崩壊の rate がほぼ等しくなることが知られている。色々な物質中での  $\mu^-$  の寿命の実験データを表 1.1 に示す。

表 1.1: 物質中での  $\mu^-$  の寿命と原子捕獲 rate [3]

元素	寿命 ( $10^{-6}$ sec)	原子捕獲 rate ( $10^5 \text{ sec}^{-1}$ )
Be	$2.14 \pm 0.02$	$0.18 \pm 0.10$
C	$2.02 \pm 0.02$	$0.44 \pm 0.10$
N	$1.86 \pm 0.02$	$0.86 \pm 0.11$
O(H <sub>2</sub> )	$1.64 \pm 0.03$	$1.59 \pm 0.14$
F(KH) $\frac{1}{2}$	$1.42 \pm 0.04$	$2.54 \pm 0.22$
Na	$1.19 \pm 0.02$	$3.87 \pm 0.15$
Mg	$1.04 \pm 0.02$	$5.07 \pm 0.20$
Al	$0.88 \pm 0.01$	$6.91 \pm 0.20$
Si	$0.81 \pm 0.01$	$7.77 \pm 0.25$
P	$0.66 \pm 0.02$	$10.54 \pm 0.50$
S	$0.54 \pm 0.02$	$13.9 \pm 0.9$
Cl(Na)	$0.54 \pm 0.02$	$13.9 \pm 0.9$
K(OH)	$0.41 \pm 0.02$	$19.9 \pm 1.2$
Ca	$0.333 \pm 0.007$	$25.5 \pm 0.5$
Ti	$0.330 \pm 0.007$	$26.3 \pm 0.6$
V	$0.264 \pm 0.004$	$33.7 \pm 0.6$
Cr	$0.276 \pm 0.006$	$32.4 \pm 0.8$
Mn	$0.239 \pm 0.004$	$36.7 \pm 0.8$
Fe	$0.201 \pm 0.004$	$45.3 \pm 1.0$
Ni	$0.154 \pm 0.003$	$60.3 \pm 1.4$
Cu	$0.160 \pm 0.004$	$57.9 \pm 1.6$
Zn	$0.161 \pm 0.004$	$57.6 \pm 1.7$
Mo	$0.105 \pm 0.002$	$90.9 \pm 1.8$
Pb	$(82 \pm 5) \times 10^{-3}$	$117.0 \pm 7.5$

## 第2章 シミュレーション

実際の測定では、宇宙線  $\mu$  はある角度分布をもって absorber に入射するので、スピンの初期偏極  $\delta$  は入射角度に依存する。また、 $\mu$  崩壊からの電子のエネルギーもある分布 (Michel spectrum) をもつので、Asymmetry  $A$  すなわち Larmor 振動の振幅は観測する電子のエネルギーごとに変わってくる。さらに、ごく低エネルギーの電子は absorber の中で止まって観測されないので、absorber の種類と厚さも考慮しなくてはならない。これらの効果がどのように見えるかを測定の前にシミュレートしてみた。

また、この測定ではできるだけ広範囲一様な磁場が必要である。そこで、まずコイルの形状から設計し、さらに最適なコイルの巻き数、電流値を設定して、得られる磁場をシミュレートした。

### 2.1 モンテカルロ・シミュレーション

一様分布では、 $(x, x + dx)$  間の数を生成する確率は、

$$p(x)dx = \begin{cases} dx & (0 < x < 1) \\ 0 & (\text{other}) \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1 \quad (2.1)$$

一様乱数  $x$  を生成し、それをある関数で  $y(x)$  に変換したとする。この  $y$  の確率密度  $p(y)$  は確率の基本変換則  $|p(y)dy| = |p(x)dx|$  より、

$$p(y) = p(x) \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (2.2)$$

これを用いて、 $y$  の任意の分布  $f(y)$  を求める。 $(f > 0, \int_{-\infty}^{\infty} f dy = 1)$

$$\begin{aligned} f(y) &= \frac{dx}{dy} \\ x &= \int f(y)dy \equiv F(y) \end{aligned} \quad (2.3)$$

したがって、一様乱数  $x$  から密度  $f(y)$  の乱数  $y$  への変換は、

$$y(x) = F^{-1}(x) \quad (2.4)$$

#### 2.1.1 崩壊 $e$ のエネルギーと飛程

$\mu^+ \rightarrow e^+$  崩壊の崩壊率  $x = \Gamma(E')$  (式 1.3) を用いて、崩壊  $e^+$  のエネルギー  $E'$  は、

$$E' = E'(x) = \Gamma^{-1}(x) \quad \left( 0 \leq x < \frac{m\mu}{2} \right) \quad (2.5)$$

と表される。一様乱数  $x$  を生成し、それを式 2.5 で  $E'$  に変換する。図 2.1 に得られた  $E'$  の分布を示す。これは崩壊  $e^+$  のエネルギースペクトル (Michel spectrum) である。 $\mu^+$  の Polarisation を 0.179

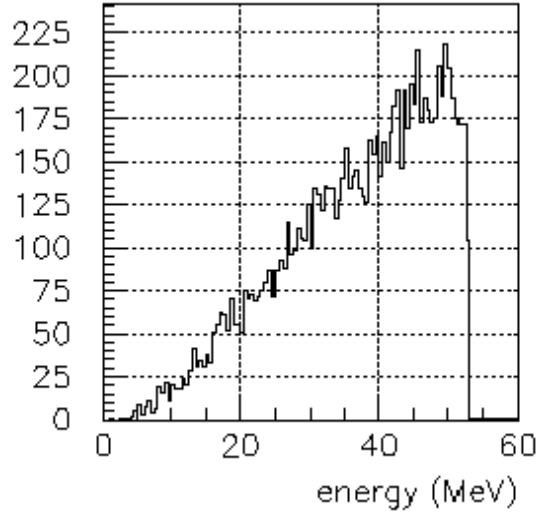


図 2.1:  $\mu^+ \rightarrow e^+$  崩壊の  $e^+$  のエネルギースペクトル

として、式 1.9 よりこのときの Asymmetry を求めると図 2.4(黒線) のようになる。Asymmetry の平均値は 0.0593 ( $= 0.331P \simeq \frac{P}{3}$ ) であった。

次に、absorber の効果を見積もるために電子の飛程について考える。物質中での電子のエネルギー損失は主に電離・励起によるものと制動放射によるものからなる。そこに密度効果によるエネルギー損失の減少分が加わり、次式のように表される [7]。

$$-\frac{dE}{dx} = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{col.}} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad.}} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{pol.}} \quad (2.6)$$

まず、電離・励起によるエネルギー損失は、Bethe-Bloch の式

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{col.}} = -\frac{2Cm_e c^2}{\beta^2} \left[ \ln \left\{ \frac{(E + m_e c^2)^2}{I^2} \beta^2 \frac{E}{m_e c^2} \right\} - \beta^2 \right] \quad (\text{MeV/cm}) \quad (2.7)$$

で表される。ここで、 $C = \pi \left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \frac{N_A}{A} \rho Z$  ( $\text{cm}^{-1}$ ),  $2Cm_e c^2 = 0.1536 \cdot \frac{Z\rho}{A}$  ( $\text{MeV/cm}$ ),  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ : Avogadro 定数,  $A$ : 原子量,  $Z$ : 原子番号,  $\rho$ : 密度,  $I$ : 平均励起ポテンシャルである。また、制動放射によるエネルギー損失は、

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad.}} = -\frac{N_A}{A} \rho (E + m_e) \sigma \quad (\text{MeV/cm}) \quad (2.8)$$

$$\sigma = \begin{cases} \frac{16}{3} Z(Z+1) \sigma_0 & (E \leq m_e) \\ 4 \left\{ \ln \left( \frac{2(E+m_e)}{m_e} \right) - \frac{1}{3} \right\} & (m_e < E \leq 137m_e Z^{-\frac{1}{3}}) \\ 4 \left\{ \ln(183Z^{-\frac{1}{3}}) + \frac{1}{18} \right\} Z(Z+\zeta) \sigma_0 & (E > 137m_e Z^{-\frac{1}{3}}) \end{cases}$$

と書ける。ここで、 $\sigma_0 = 0.5794 \times 10^{-27}$  ( $\text{cm}^2/\text{nucleus}$ ),  $\zeta$ : 電子遮蔽効果因子である。そして、密度効果によるエネルギー損失の減少分は、

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{pol.}} = 0.1536 \frac{Z\rho}{A\beta^2} \delta \quad (2.9)$$

$$\delta = \begin{cases} 0 & (X \leq X_0) \\ 4.606X + K + a(X_1 - X)^m & (X_0 < X \leq X_1) \\ 4.606X + K & (X > X_1) \end{cases}$$

である。ここで、 $K$ ,  $a$ ,  $m$ ,  $X_0$ ,  $X_1$  は密度効果補正における定数である。Al と Cu におけるエネルギー損失のパラメータを表 2.1 に示す。式 2.6 を用いて、Al 中の電子の飛程を数値計算により求めた (図 2.3 黒線)。電子のエネルギーが 0.1MeV 以下で実験値が計算値よりも大きくなるのは、低エネルギー領域では Al 中での電子の多重散乱の効果が大きくなるためである。しかし、図 2.1 を見てわかるとおり、0.1MeV 以下の崩壊電子の割合は無視できるほど小さい。

このように、物質中に宇宙線  $\mu$  を止めた場合、低エネルギーの崩壊電子はその物質との相互作用によって物質の外に出てこれないものもあるので、観測される Asymmetry のヒストグラムは absorber がいないときとは多少異なる。今回の測定で用いる 3cm 厚の Al を absorber としたときに観測される Asymmetry のシミュレーション結果を図 2.4 に赤線で示した。あわせて、absorber がいないときと 3cm の Al のときの崩壊電子数、観測される電子数、Asymmetry の平均値を表 2.2 に示す。このシミュレーションによると、3cm の Al を absorber に用いたとき、宇宙線  $\mu$  の Polarisation  $P$  と観測される Asymmetry  $A$  の関係は次のように表される。

$$A = 0.339P \quad (2.10)$$

表 2.1: エネルギー損失のパラメータ

	Z	A	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	I (eV)	$\zeta$	K	a	m	X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>
Al	13	26.98	2.70	163.0	1.28	-4.21	0.0906	3.51	0.05	3.0
Cu	29	63.54	8.933	314.0	1.23	-4.43	0.109	3.39	0.20	3.0

表 2.2: absorber による崩壊電子の吸収

absorber	崩壊電子数	観測電子数	Asymmetry の平均値
なし	10000	10000	0.0593
Al (3cm)	10000	9915	0.0608

## 2.1.2 Larmor 振動

スピンの Larmor 歳差運動による  $\mu$  の崩壊確率密度分布 (式 1.8)

$$N(t) = e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \{1 + A \cos(\omega_\mu t + \delta)\} \quad (2.11)$$

において、イベントごとにある確率を持って変化するパラメータは、Asymmetry  $A$  と初期位相  $\delta$  である。Asymmetry については前節ですでに議論した。初期位相は  $\mu^+$  のスピンの向き  $\delta_1 = 0, \pi$  と absorber への入射角度  $\delta_2$  で決まる。スピンの向きは宇宙線  $\mu^+$  の Polarisation  $\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} = 0.179$  と仮定して  $\delta_1$  を振る。一方、宇宙線  $\mu$  の天頂角分布は  $\cos^2 \theta$  であることが知られている。よってその分布を仮定して、図 2.2 のような  $\mu^+$  の角度分布をモンテカルロで生成して、これを  $\delta_2$  とする。ただし、装置の geometry による acceptance から、 $-\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$  とした。

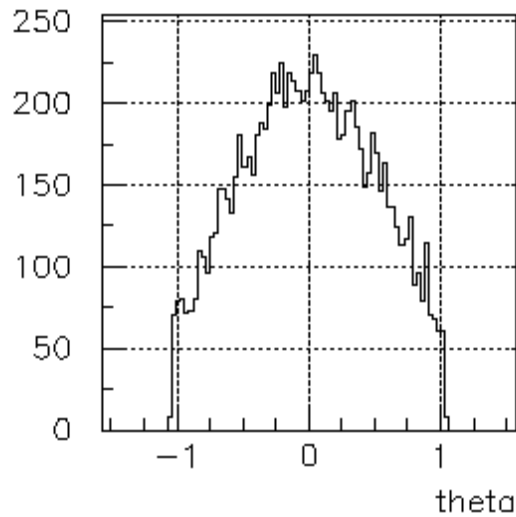


図 2.2: 宇宙線  $\mu$  の角度分布

このようにして、Asymmetry  $A$  と初期位相  $\delta$  を各々の確率密度に従う乱数で振って、 $\mu$  崩壊の確率密度  $N(t)$  の乱数  $t$  を 100000 イベント生成し、 $\mu$  崩壊の時間分布 (図 2.5 上) およびその振幅 (Asymmetry) の時間分布を得た (図 2.5 下)。比較のため、 $A = \frac{P}{3} = 0.0596$ ,  $\delta = 0$  と固定したときのヒストグラムも示す (図 2.6)。

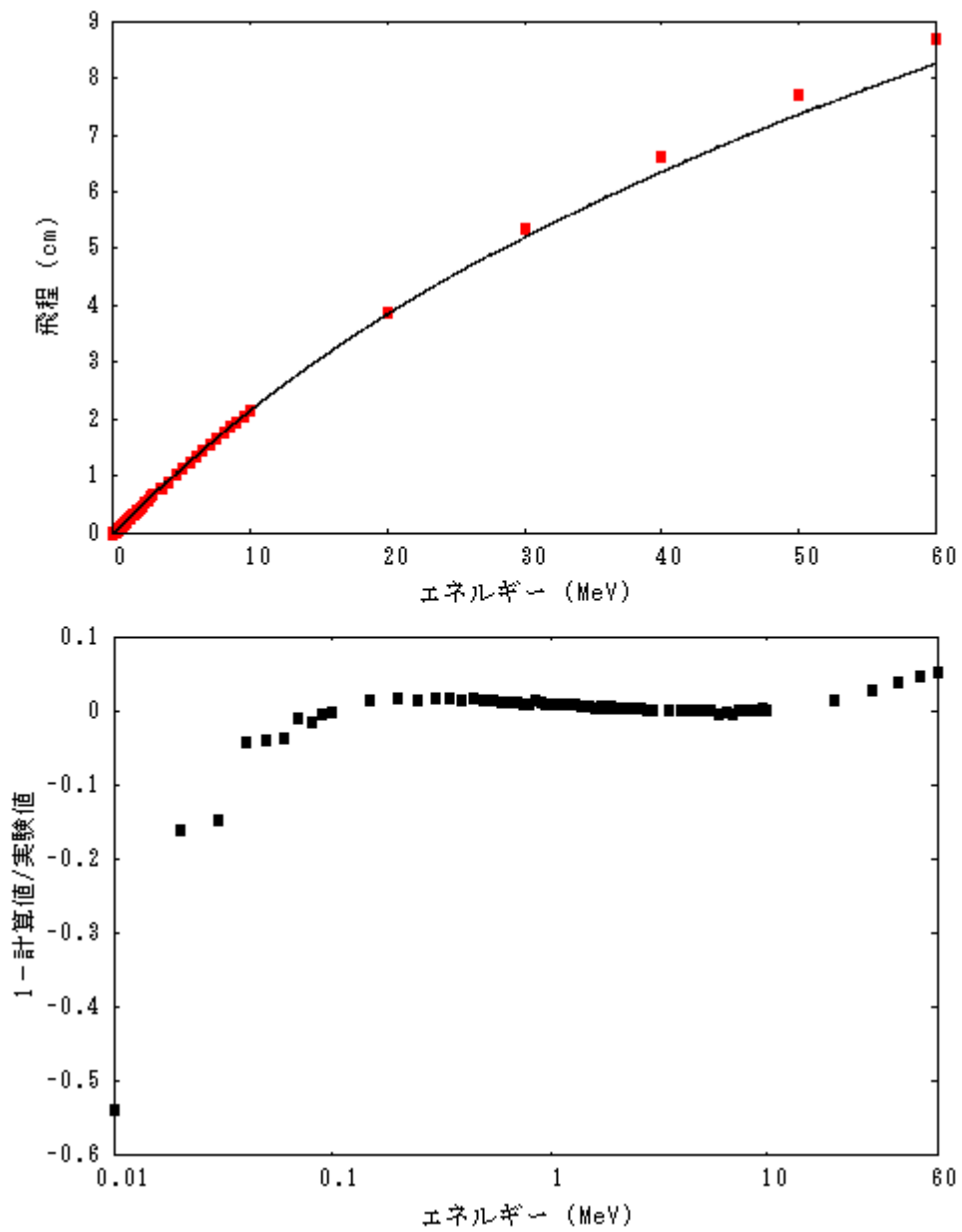


図 2.3: Al 中の電子の飛程 (上図 黒線: 計算値, 赤点: 実験値 [7], 下図 計算値と実験値のずれ)

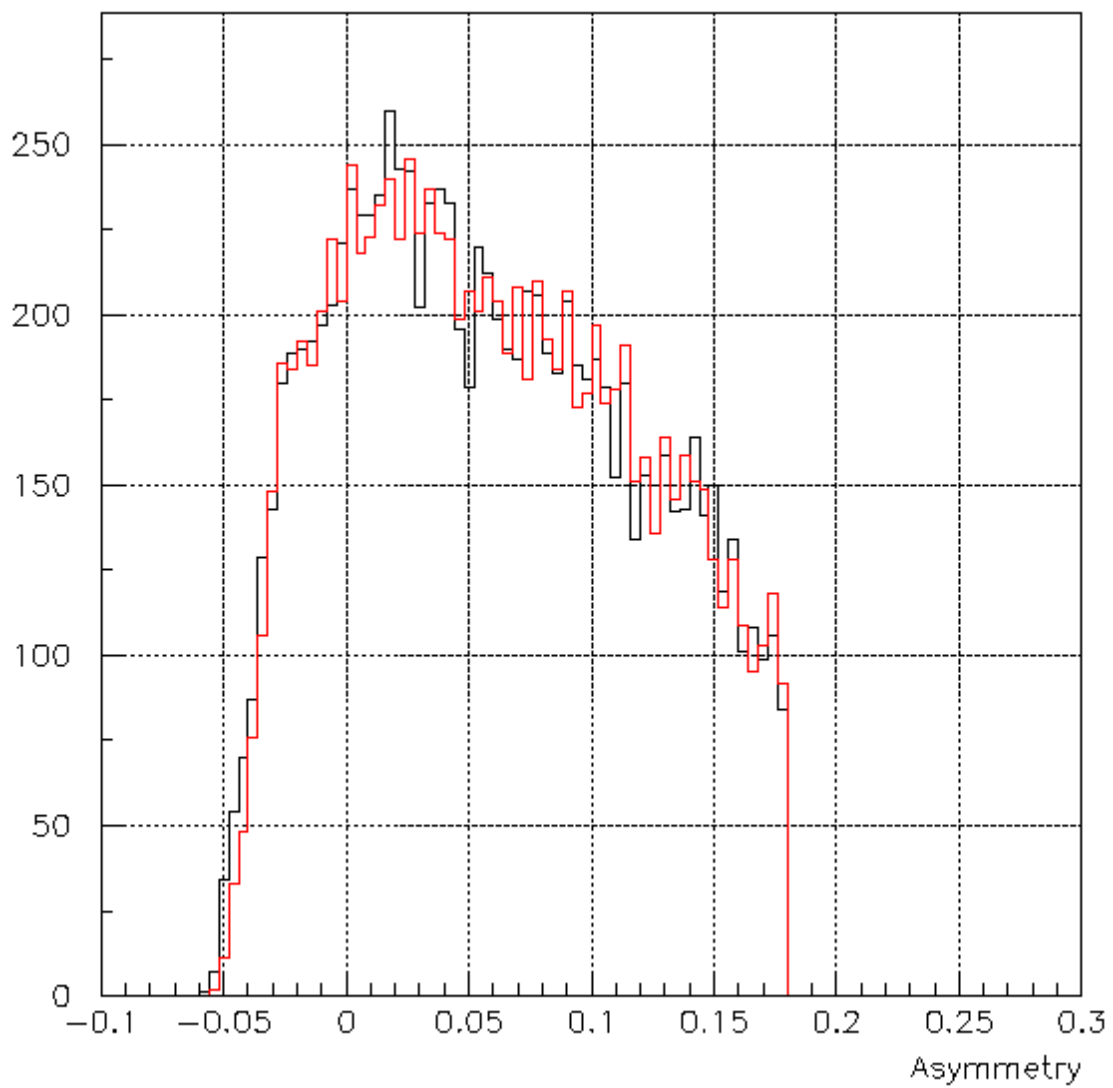


図 2.4: Asymmetry ヒストグラム (黒線: absorber なし, 赤線: absorber Al (3cm))

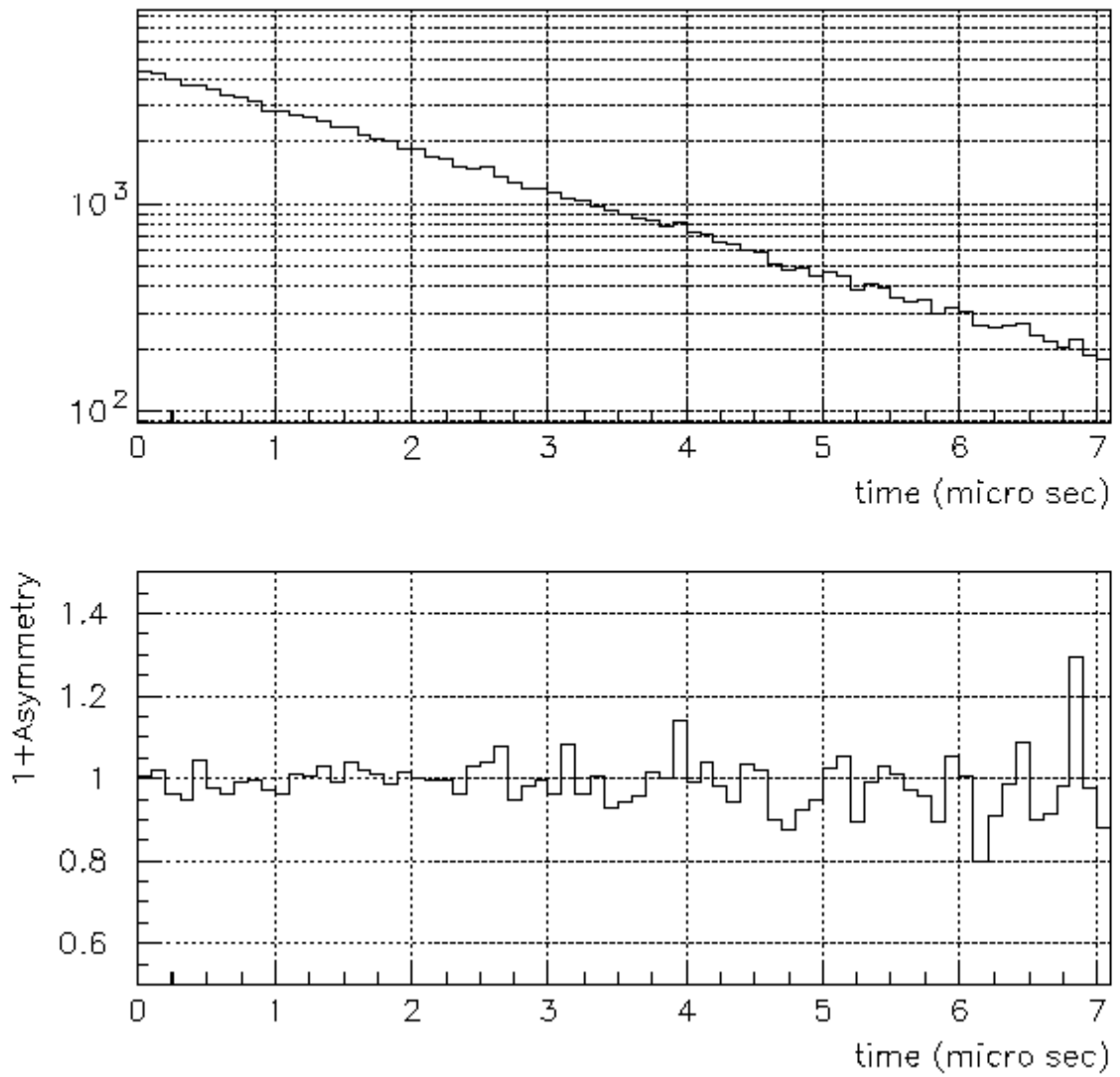


図 2.5:  $\mu^+ \rightarrow e^+$  崩壊のモンテカルロ・シミュレーション (上図: 崩壊の時間分布, 下図: Asymmetry の時間分布)



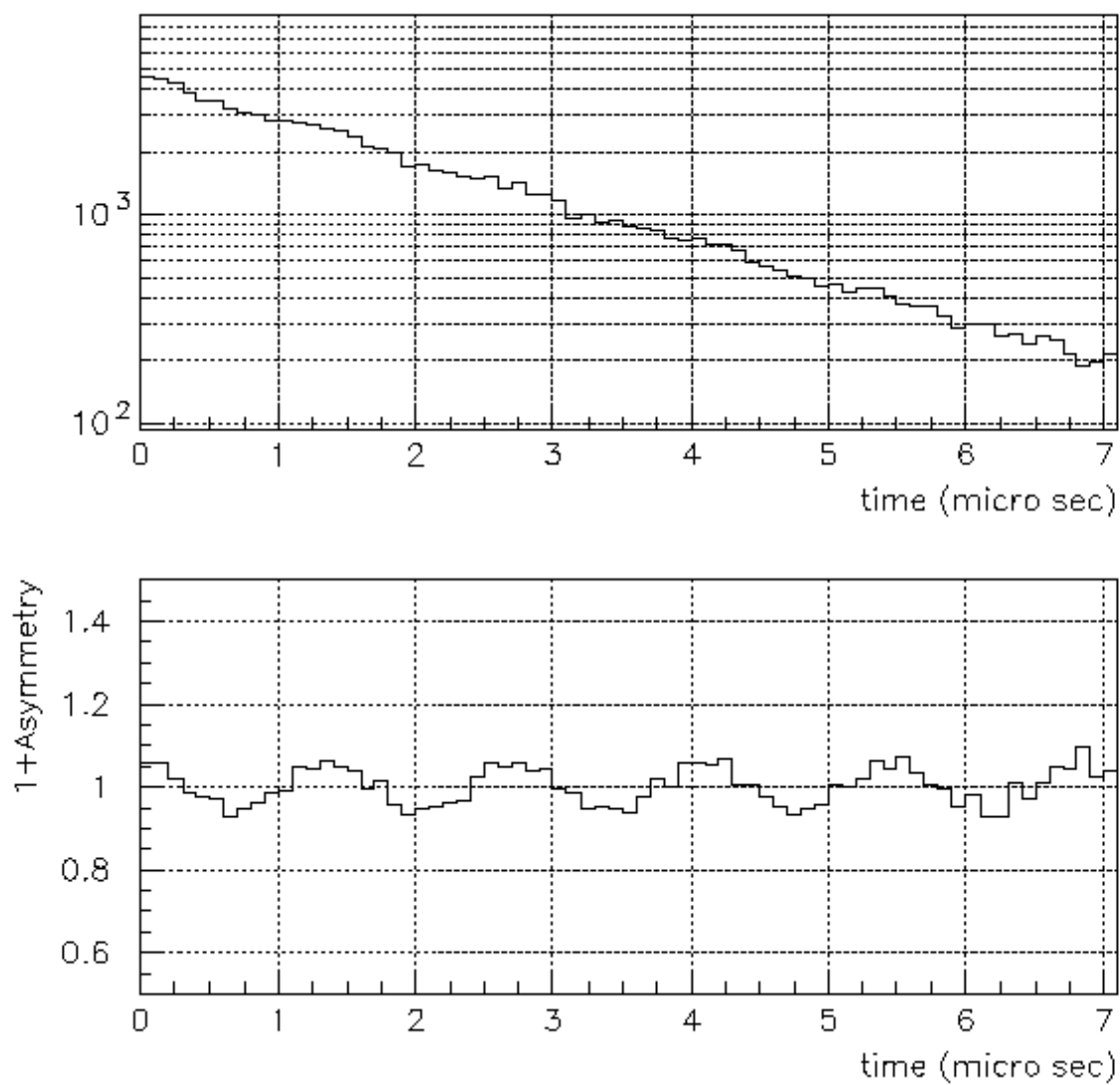


図 2.6:  $A = \frac{P}{3} = 0.0596$ ,  $\delta = 0$  としたときの  $\mu^+ \rightarrow e^+$  崩壊のモンテカルロ・シミュレーション  
(上図: 崩壊の時間分布, 下図: Asymmetry の時間分布)

## 2.2 磁場のシミュレーション

できるだけ一様な磁場を得るために、図 2.7 のような x 軸方向に  $n$  回巻いた直方体のコイルを用いる。

このコイルに電流  $I$  を図 2.7 の向きに流したとき、点  $(x, y, z)$  における磁束密度は次式で与えられる (付録 C 参照)。

$$B_x = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \sum_{k=1}^4 \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \arctan \frac{A_{ki} B_{kj}}{\sqrt{1 + A_{ki}^2 + B_{kj}^2}} \quad (2.12)$$

$$B_y = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \left( \operatorname{arcsinh} \frac{A_{1i}}{\sqrt{1 + B_{1j}^2}} - \operatorname{arcsinh} \frac{A_{3i}}{\sqrt{1 + B_{3j}^2}} \right) \quad (2.13)$$

$$B_z = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \left( \operatorname{arcsinh} \frac{A_{2i}}{\sqrt{1 + B_{2j}^2}} - \operatorname{arcsinh} \frac{A_{4i}}{\sqrt{1 + B_{4j}^2}} \right) \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} A_{10} &= -\frac{z_0 + z}{y_0 - y} & A_{11} &= \frac{z_0 - z}{y_0 - y} & B_{10} &= -\frac{x_0 + x}{y_0 - y} & B_{11} &= \frac{x_0 - x}{y_0 - y} \\ A_{20} &= -\frac{y_0 + y}{z_0 - z} & A_{21} &= \frac{y_0 - y}{z_0 - z} & B_{20} &= -\frac{x_0 + x}{z_0 - z} & B_{21} &= \frac{x_0 - x}{z_0 - z} \\ A_{30} &= -\frac{z_0 + z}{y_0 + y} & A_{31} &= \frac{z_0 - z}{y_0 + y} & B_{30} &= -\frac{x_0 + x}{y_0 + y} & B_{31} &= \frac{x_0 - x}{y_0 + y} \\ A_{40} &= -\frac{y_0 + y}{z_0 + z} & A_{41} &= \frac{y_0 - y}{z_0 + z} & B_{40} &= -\frac{x_0 + x}{z_0 + z} & B_{41} &= \frac{x_0 - x}{z_0 + z} \end{aligned}$$

式 2.12 をもとに、パラメータを  $y_0$  として  $y_0 = \frac{1}{5}x_0, x_0, 2x_0$  のときの x 軸, z 軸上の磁束密度  $B_x$  をプロットすると図 2.8, 2.9 のようになる。これより、 $y_0$  をできるだけ小さくとったほうがより大きく均一な磁場が得られることがわかる。そこで本実験では、シンチレーターの大きさ等考慮して、 $x_0 = 0.45\text{m}$ ,  $y_0 = 0.067\text{m}$ ,  $z_0 = 0.247\text{m}$  のコイルを用いることにした。さらに一様な磁場の領域を広げるためにコイルの両端に補助コイルを加えて、各コイルの最適な電流値、巻き数、および補助コイルの長さを求めた。その結果を表 2.3, 図 2.10, 2.11, 2.12 に示す。

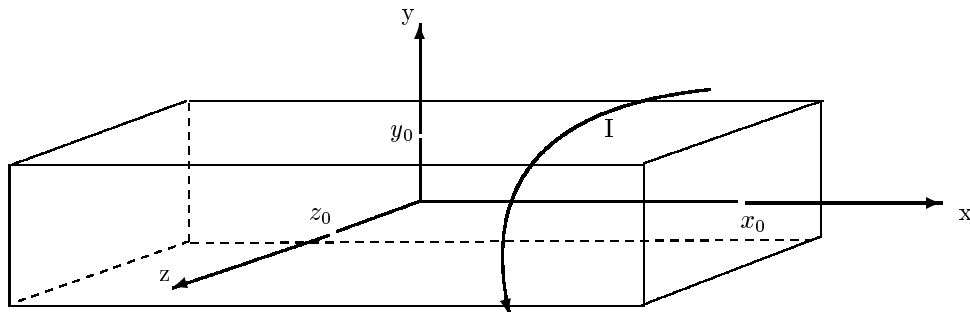


図 2.7: 直方体型コイル

表 2.3: シミュレーションで用いた各パラメータの値

	電流 I (A)	巻き数	x 方向の範囲 (m)
メインコイル	5.0	900	(-0.45, 0.45)
補助コイル	1.1	150	(-0.45, -0.30), (0.30, 0.45)

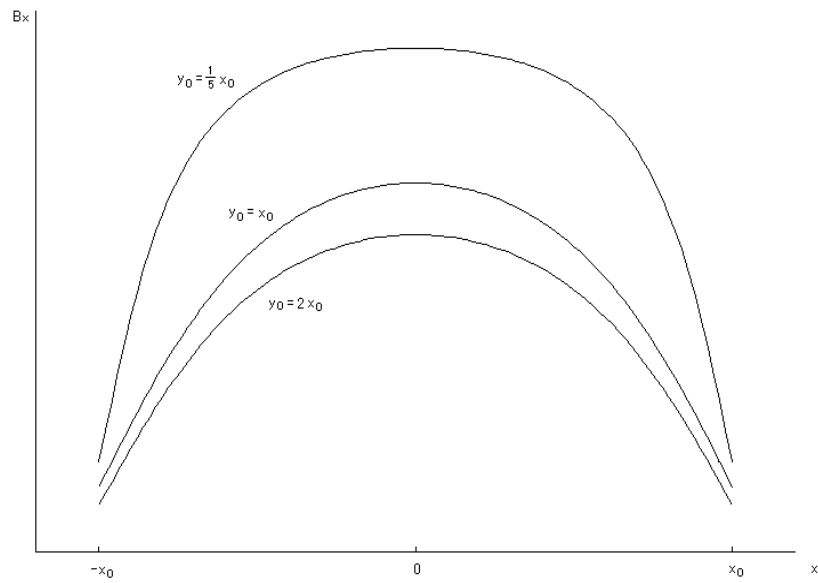


図 2.8:  $x - B_x$

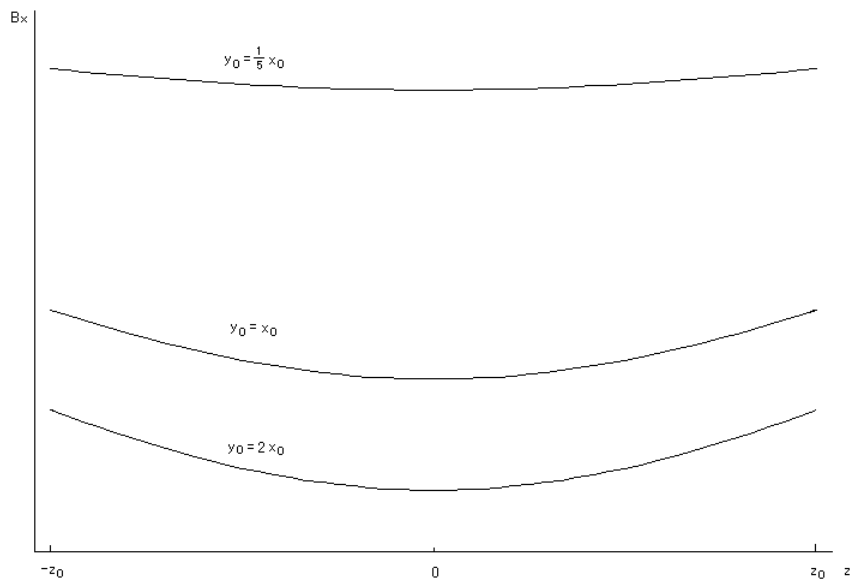


図 2.9:  $z - B_x$

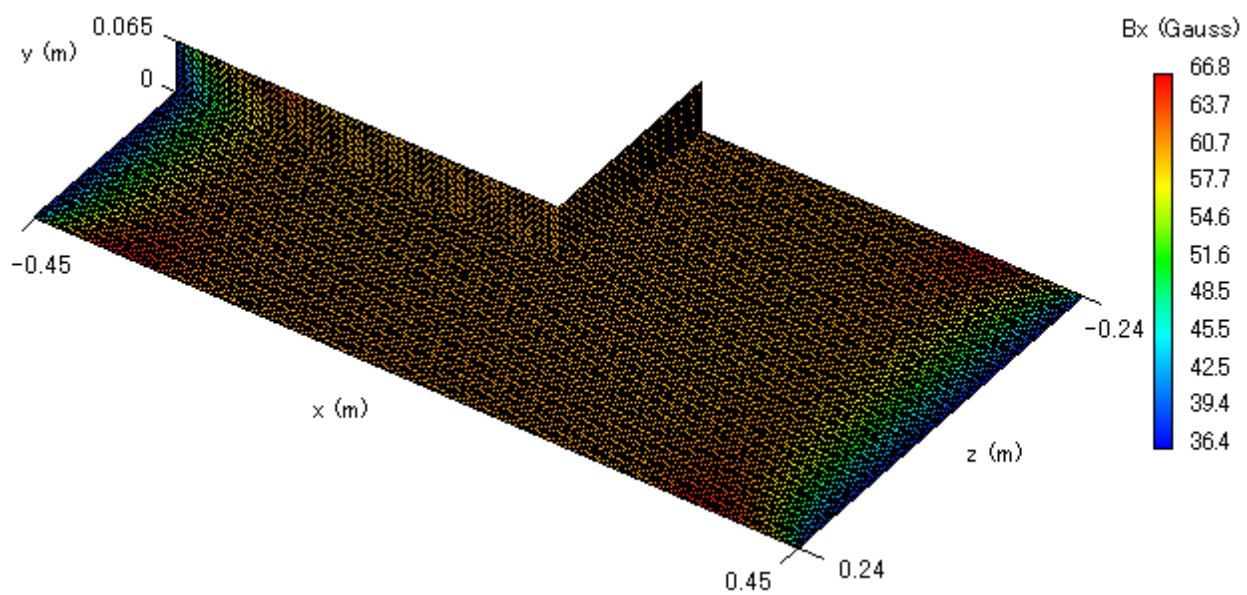


図 2.10: 磁束密度  $B_x$  の三次元分布

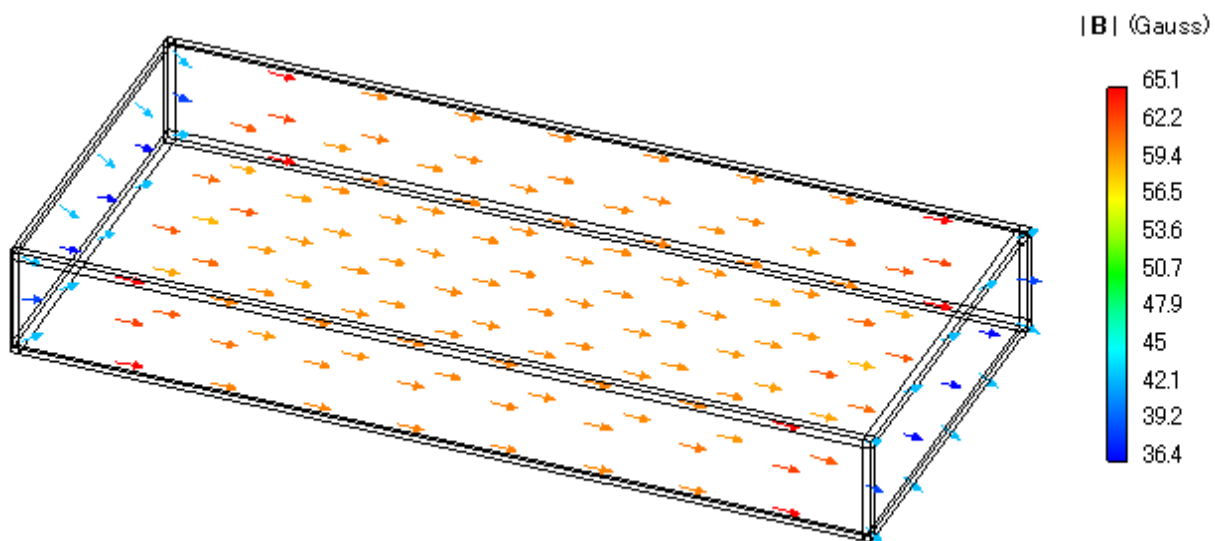


図 2.11: コイル内の磁束密度ベクトル  $B$

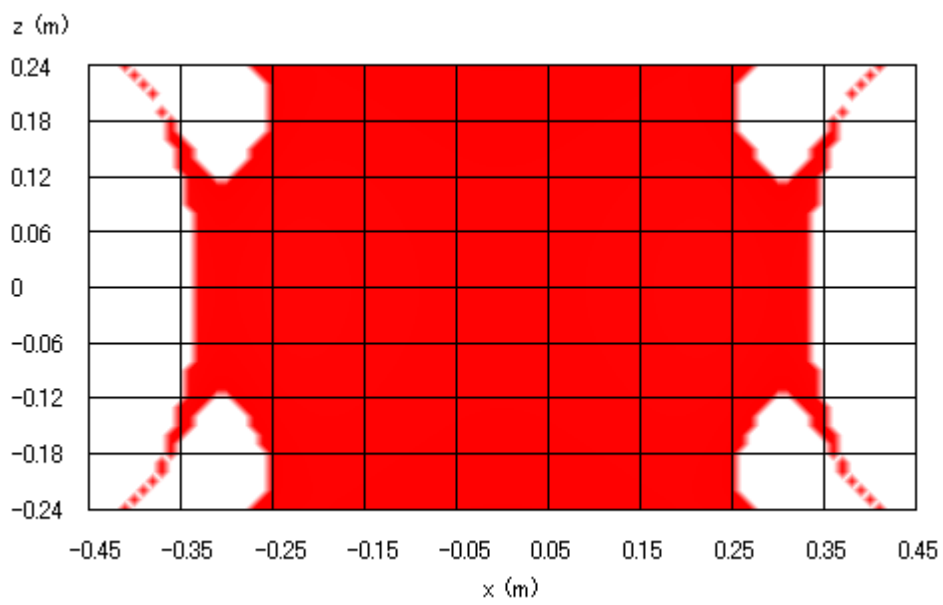


図 2.12:  $x$ - $z$  平面内の磁束密度  $B_x$  (原点  $(0,0,0)$  の  $B_x$  の値に対して相対誤差  $\pm 1\%$  以内の領域を赤色で示す)

## 第3章 実験装置・実験内容

### 3.1 セットアップ

この実験では、

- シンチレーションカウンター 3組 (トリガー用片読み 1組, 両読み 2組)
  - － 光電子増倍管 (PMT) HAMAMATSU H1161 5本
  - － プラスティックシンチレーター (984×480×7mm) 3枚
  - － ライトガイド (長 400mm, 幅 480mm, 厚 8mm) 5枚 (ツイスト型 1枚, フラット型 4枚)
- コイル (900×494×134mm)
- アルミ板 (500×480×10mm) 3枚

を用いた。詳細な装置のセットアップを図 3.1 に示す。ここでアルミ板の大きさは、2.2 節で得られた磁束密度分布の図 2.12 で相対誤差  $\pm 1\%$  の領域に収まるように決定した。

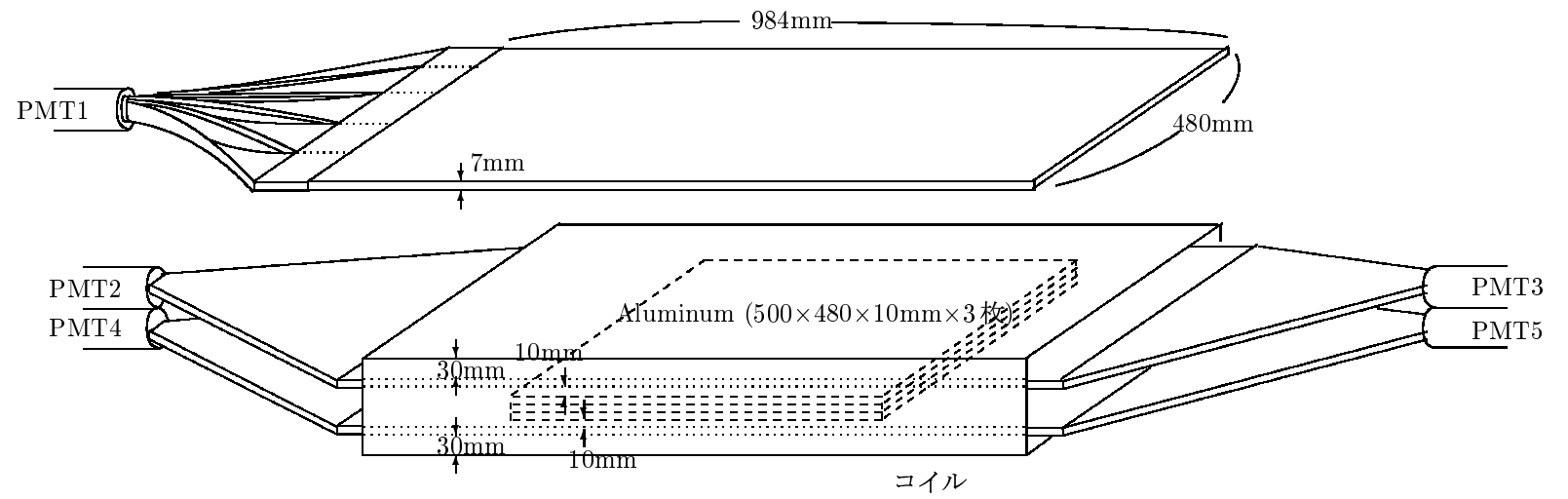


図 3.1: セットアップ

### 3.2 イベントトリガー

宇宙線が最上段と2番目のシンチレータを突き抜けてアルミ板で止まり、最下段のシンチレータに信号がないときをイベントのトリガーとした。つまり図 3.2 のように、PMT4 と PMT5 の coincidence 信号を veto として、PMT1、PMT2 および PMT3 の coincidence 信号を TDC の start とした。PMT からのアフターパルスと  $\mu^-$  の影響を避けるため、TDC start の入力には  $0.5\mu\text{sec}$  遅らせてある。そして、 $\mu$  がアルミ板で止まり、崩壊して出てくる  $e$  による各 PMT の信号を TDC の stop とした。

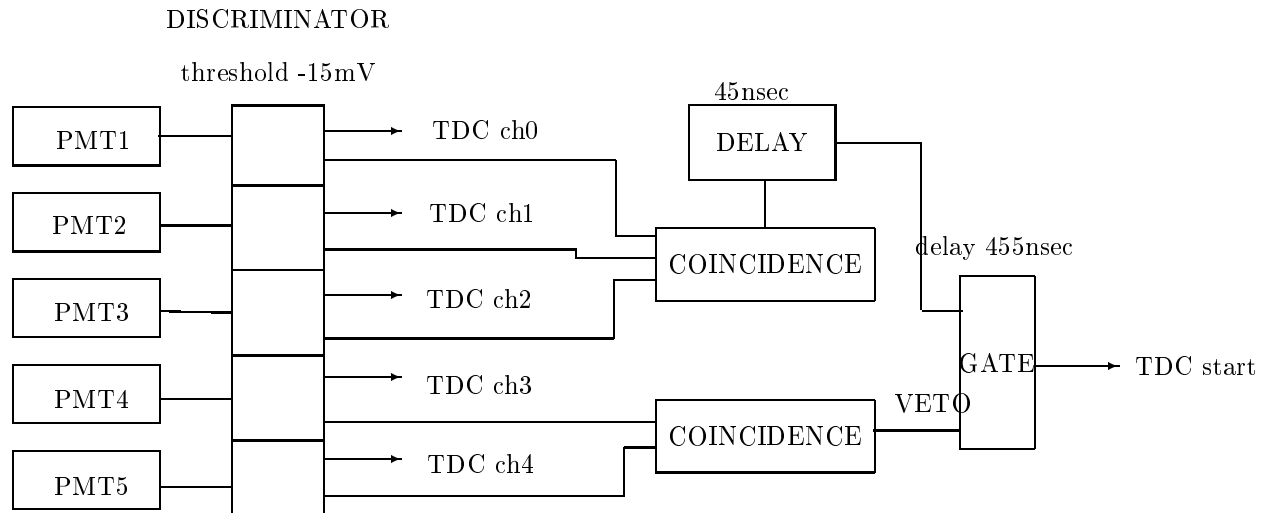


図 3.2: ロジック回路図

### 3.3 PMT の plateau の測定

各 PMT にかける印加電圧は PMT の efficiency が最大でかつノイズが小さくなるように決定した。PMT の efficiency は以下のようにして求めた。

アルミ板を抜いた図 3.1 のセットアップで、宇宙線 1000 counts に対する各 PMT の hit 数を計数した。まず、PMT1, 2, 3 の信号の coincidence により宇宙線が 3 枚のシンチレータを突き抜けたと仮定し、このときの PMT4, 5 の信号をカウントして各々の efficiency を求めた。同様に PMT1, 4, 5 の信号の coincidence のカウント数に対する PMT2, 3 のカウント数、また PMT2, 3, 4, 5 の信号の coincidence のカウント数に対する PMT1 のカウント数から PMT1, 2, 3 の efficiency も求めた。結果を図 3.3 に示す。いずれの PMT にも印加電圧によらず efficiency が横ばいになる plateau 領域が見られた。本実験では PMT の印加電圧として、その plateau 領域で印加電圧が最小となる点を選んだ。その値は以下の通りである。

PMT1 : 2.08kV    PMT2 : 2.08kV    PMT3 : 2.00kV  
 PMT4 : 1.80kV    PMT5 : 2.06kV



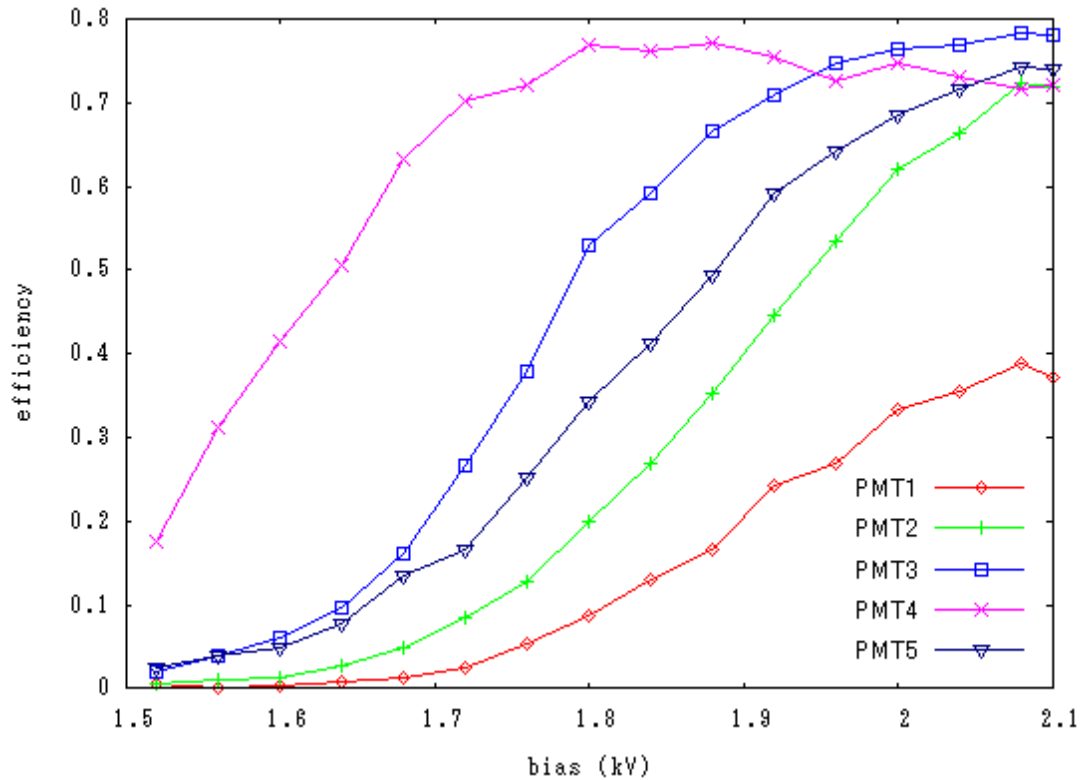


図 3.3: 各 PMT の efficiency

### 3.4 コイル

表 3.1: コイルの巻き数と電流値

	巻き幅 (cm)	巻き数	抵抗値 ( $\Omega$ )	電流 (A)
main1	22.5	208	5.98	並列 20
main2	22.5	200	5.75	
main3	22.5	195	5.67	
main4	22.5	205	5.96	
sub1	15.0	138	3.95	1.20
sub2	15.0	138	4.00	1.10

厚さ 2mm のアルミ板を直方体筒状に組み、直径 1.1mm のホルマル線を用いて図 3.4 のように main コイルを 4 本、その上に sub コイルを 2 本巻いた。各コイルの巻き数、抵抗値を表 3.1 に示す。2.2 節のシミュレーションをもとに、main コイルは並列につないで電流を 20A 流し、sub1 コイルには 1.20A、sub2 コイルには 1.10A 流した。このとき得られたコイルの中心を通る水平平面上 (x-z 平面) の磁束密度分布 (x 方向) が図 3.6 である。これにより中央  $50 \times 48\text{cm}^2$  の領域で、

$$54.1 \pm 0.2(\text{測定誤差}) \pm 1.7(\text{系統誤差}) \text{ Gauss} \quad (3.1)$$

の誤差 3.2% 以内の均一な磁場が得られた。なお磁束密度の測定には、東陽テクニカ 410 型ハンディ・ガウスメータを用いた。このガウスメータの測定精度を図 3.5 に示す。

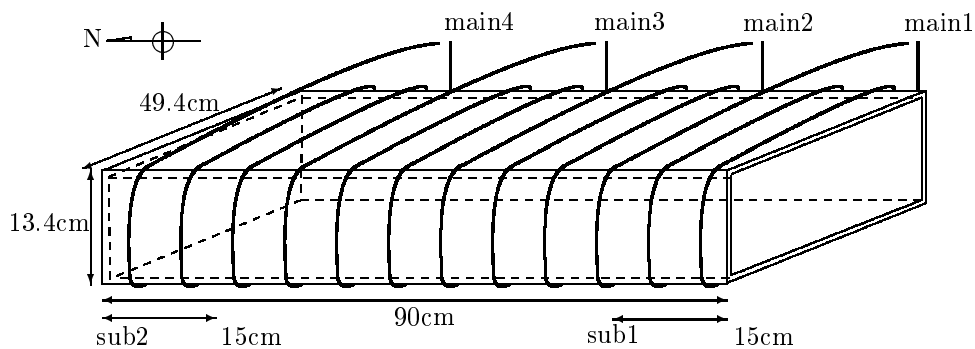


図 3.4: コイル

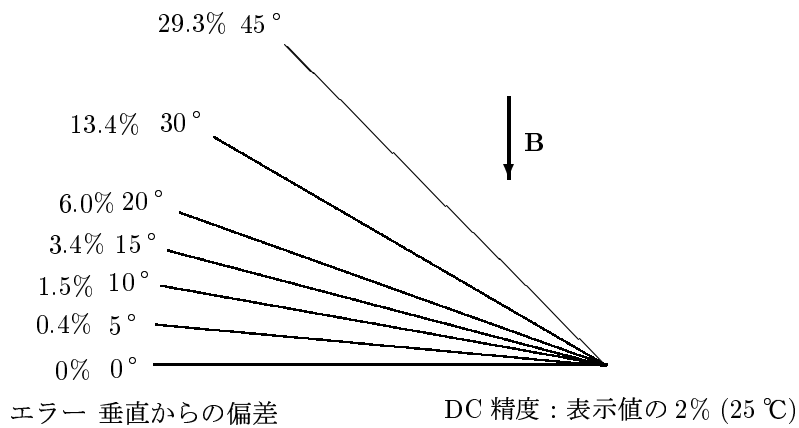


図 3.5: 測定エラーに及ぼされる角度の違いの影響の割合

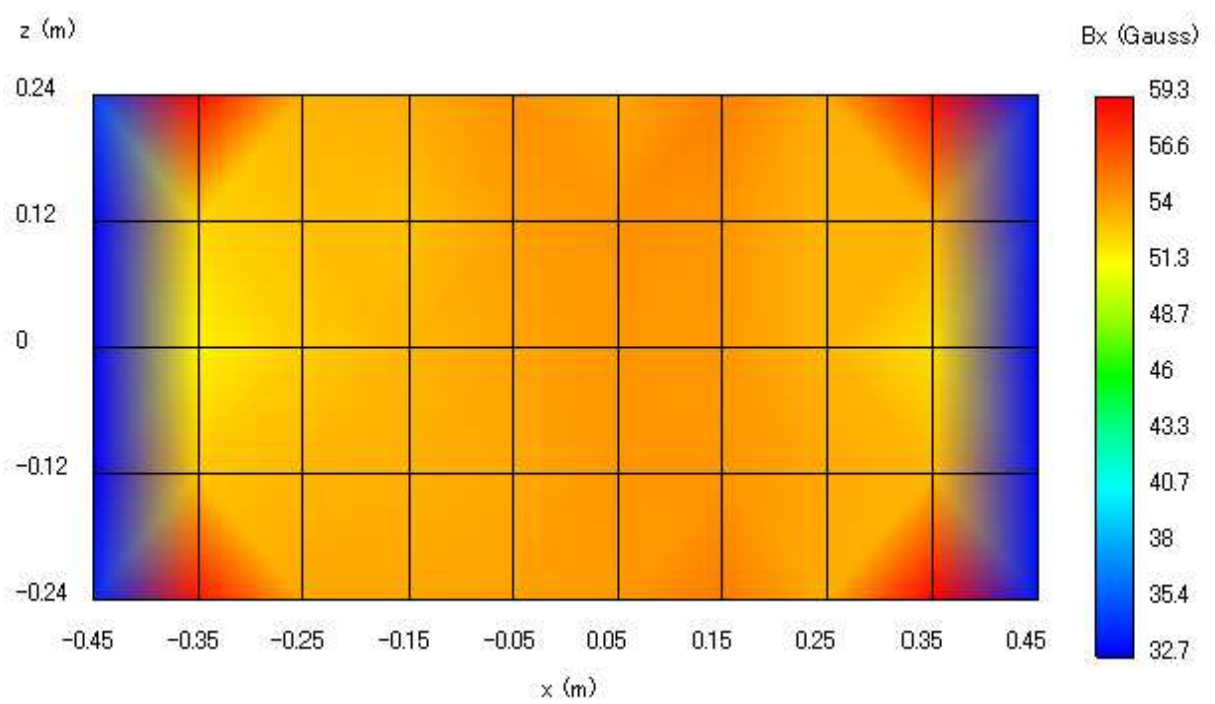


図 3.6: 磁束密度分布 (測定点は図の格子上 50 点)

## 第4章 解析および結論

### 4.1 background

磁場をかけ、Alを入れた状態で413時間、Alを抜いた状態で307時間イベントをとった。

accidental backgroundを除くため、得られた総イベントのヒストグラムのうち15 $\mu$ sec以降を定数直線でfitした。 $\mu$ の寿命を2.19 $\mu$ secと仮定すると、15 $\mu$ secの $\mu$ の数は0secの時の0.1%程度である。accidental backgroundを差し引いたイベントヒストグラムを図4.1に示す。

上側のシンチレーションカウンターのイベントには0secから0.2 $\mu$ secのところにexcessがみられる。これは、PMT2, PMT3にシンチレーション光が入射してから500nsec後にあたるので、PMTのアフターパルスによるものと考えられる。0.5 $\mu$ secから5.0 $\mu$ secまでの範囲を指数関数でfitし(図4.1赤線)、得られた関数を0secまで外挿して、その0secから0.2 $\mu$ sec間の超過分をアフターパルスのカウント数とした。

TDC startのタイミングをトリガーのタイミングから500nsec遅らせているが、Al中での $\mu^-$ の寿命は0.88 $\mu$ secであるから、それでもデータの中には崩壊せずに残った $\mu^-$ のイベントが含まれる。そのイベント数を見積もるために、まずfit関数(図4.1赤線)をトリガータイミング(-0.5 $\mu$ sec)まで外挿する。次にトリガーにかかる $\mu^+$ と $\mu^-$ の比を $\mu^+ : \mu^- = (1.2 \pm 0.1) : 1$ と仮定して、-0.5 $\mu$ secにおける $\mu^-$ の数 $N_0^-$ を求める。そして $\mu^-$ の寿命を $\tau_\mu^- = 0.88 \pm 0.01 \mu$ secと仮定して、 $\mu^-$ イベントの時間分布 $N(t) = N_0^- \exp(-\frac{t+0.5}{\tau_\mu^-})$ を0secから積分して、 $\mu^-$ のイベント数とする。図4.1に求めた $\mu^-$ イベントを黄色で示した。

総イベント数からaccidental backgroundとアフターパルスおよび $\mu^-$ のカウント数を引いたものを $\mu^+$ 崩壊のイベント数とし、表4.1にその数を示す。

表 4.1: イベント数 (カッコ内は誤差)

	total event	accidental	after pulse	$\mu^-$ -like event	$\mu^+$ -like event
上方崩壊 (磁場あり)	44385	21731 (209)	1232 (30)	1953 (116)	19469 (241)
上方崩壊 (磁場なし)	31460	18165 (191)	825 (20)	816 (57)	11654 (201)
下方崩壊 (磁場あり)	57394	29804 (245)		2597 (150)	24993 (288)
下方崩壊 (磁場なし)	39026	24394 (221)		770 (56)	13862 (228)

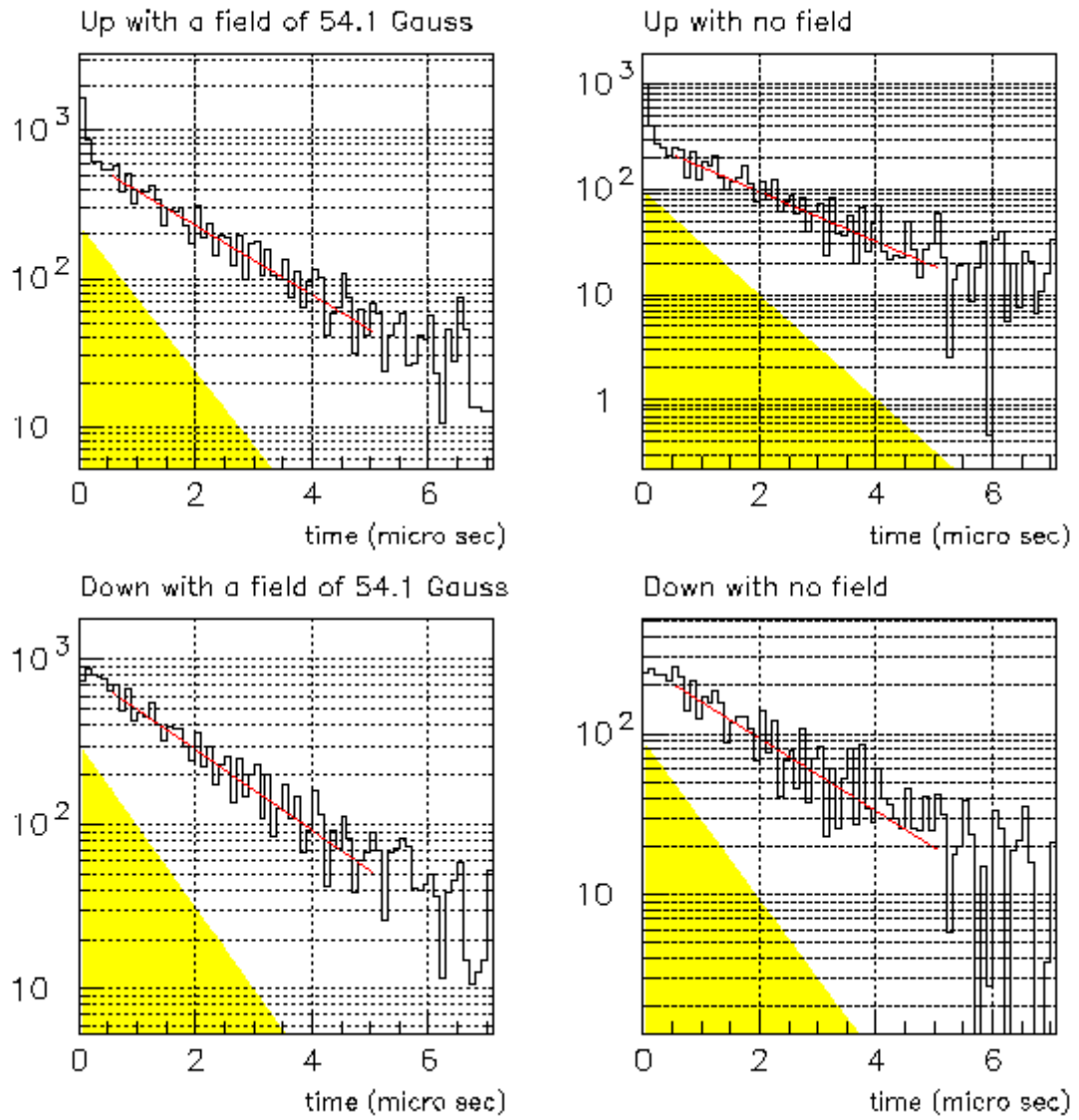


図 4.1: accidental background を引いたイベントヒストグラム (黒線: データ, 赤線: データの fit, 黄色:  $\mu^-$  イベント)

## 4.2 g-factor

accidental background と  $\mu^-$  イベントを差し引いたイベントヒストグラムを図 4.2 に示す。0.5 $\mu\text{sec}$  から 5.0 $\mu\text{sec}$  までの範囲を指数関数で fit し (図 4.2 赤線)、 $\mu^+$  の寿命を求めた。結果を表 4.2 に示す。 $\mu^+$  の寿命の文献値は 2.197 $\mu\text{sec}$  である [2]。

表 4.2:  $\mu^+$  の寿命

	寿命 ( $\mu\text{sec}$ )	誤差 ( $\mu\text{sec}$ )
上方崩壊 (磁場あり)	2.106	0.046
上方崩壊 (磁場なし)	2.110	0.074
下方崩壊 (磁場あり)	2.010	0.038
下方崩壊 (磁場なし)	2.194	0.088

式 1.8 より、図 4.1 の時間分布は次式のように表される。

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \{1 \pm A \cos(\omega_\mu t)\} \quad (\text{磁場あり, } +: \text{上方崩壊, } -: \text{下方崩壊}) \quad (4.1)$$

$$N'(t) = N'_0 e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \quad (\text{磁場なし}) \quad (4.2)$$

ここで、 $N_0, N'_0$  : 規格化定数,  $\tau_\mu$  :  $\mu^+$  の寿命,  $A$  : Asymmetry,  $\omega_\mu$  : Larmor 振動数である。 $N_0 = N'_0$  となるように規格化して式 4.1 を式 4.2 で割れば、

$$R(t) \equiv \frac{N(t)}{N'(t)} = 1 \pm A \cos(\omega_\mu t) \quad (4.3)$$

すなわち、時間分布  $R(t)$  は Asymmetry の関数で、その振動数から式 1.5 より、

$$g = \frac{2m_\mu c \omega_\mu}{eB} \quad (4.4)$$

図 4.2 で、上方崩壊、下方崩壊それぞれについて磁場のある場合のヒストグラムを磁場のない場合のヒストグラムで割ったものを図 4.3 に示す。ここで規格化定数は、図 4.2 の fit のパラメータ  $N(t=0)$ ,  $\tau_\mu$  を用いて  $N_0 = N(t=0) \cdot \tau_\mu$ ,  $N'_0 = N'(t=0) \cdot \tau_\mu$  とした。

図 4.3 の時間分布  $R(t)$  の 0.5 $\mu\text{sec}$  から 5.0 $\mu\text{sec}$  までの範囲を式 4.3 で fit した。fit した結果と、そのパラメータから求めた磁気能率 (g-factor) を表 4.3 に示す。

上方崩壊と下方崩壊の Larmor 振動の位相は逆であるから、上方崩壊から下方崩壊のヒストグラム (図 4.3) を引いて 2 で割ると、Asymmetry の時間分布  $A(t)$  が得られる (図 4.6)。この時間分布の 0.5 $\mu\text{sec}$  から 2.0 $\mu\text{sec}$  までの範囲を  $A(t) = A \cos(\omega_\mu t)$  で fit した。fit の結果と g-factor を表 4.3 に示す。

表 4.3: fit して得られたパラメータと g-factor (カッコ内は誤差)

	Asymmetry $A$	振動数 $\omega$ (rad/ $\mu\text{sec}$ )	$\chi^2$	g-factor
上方崩壊	0.0792 (0.0269)	5.09 (0.07)	2.59	2.21 (0.03 <sup>STA</sup> , 0.07 <sup>SYS</sup> )
下方崩壊	0.0530 (0.0262)	4.57 (0.12)	4.21	1.99 (0.06 <sup>STA</sup> , 0.07 <sup>SYS</sup> )
total	0.0276 (0.0296)	4.54 (0.39)	1.11	1.97 (0.17 <sup>STA</sup> , 0.07 <sup>SYS</sup> )

ヒストグラムの fit は、各パラメータの初期値を変えて  $\chi^2$  が最小になるようにした。パラメータ  $A$ ,  $\omega_\mu$  に対する  $\chi^2$  のグラフを図 4.4(上方崩壊), 図 4.5(下方崩壊), 図 4.7(total) に示す。

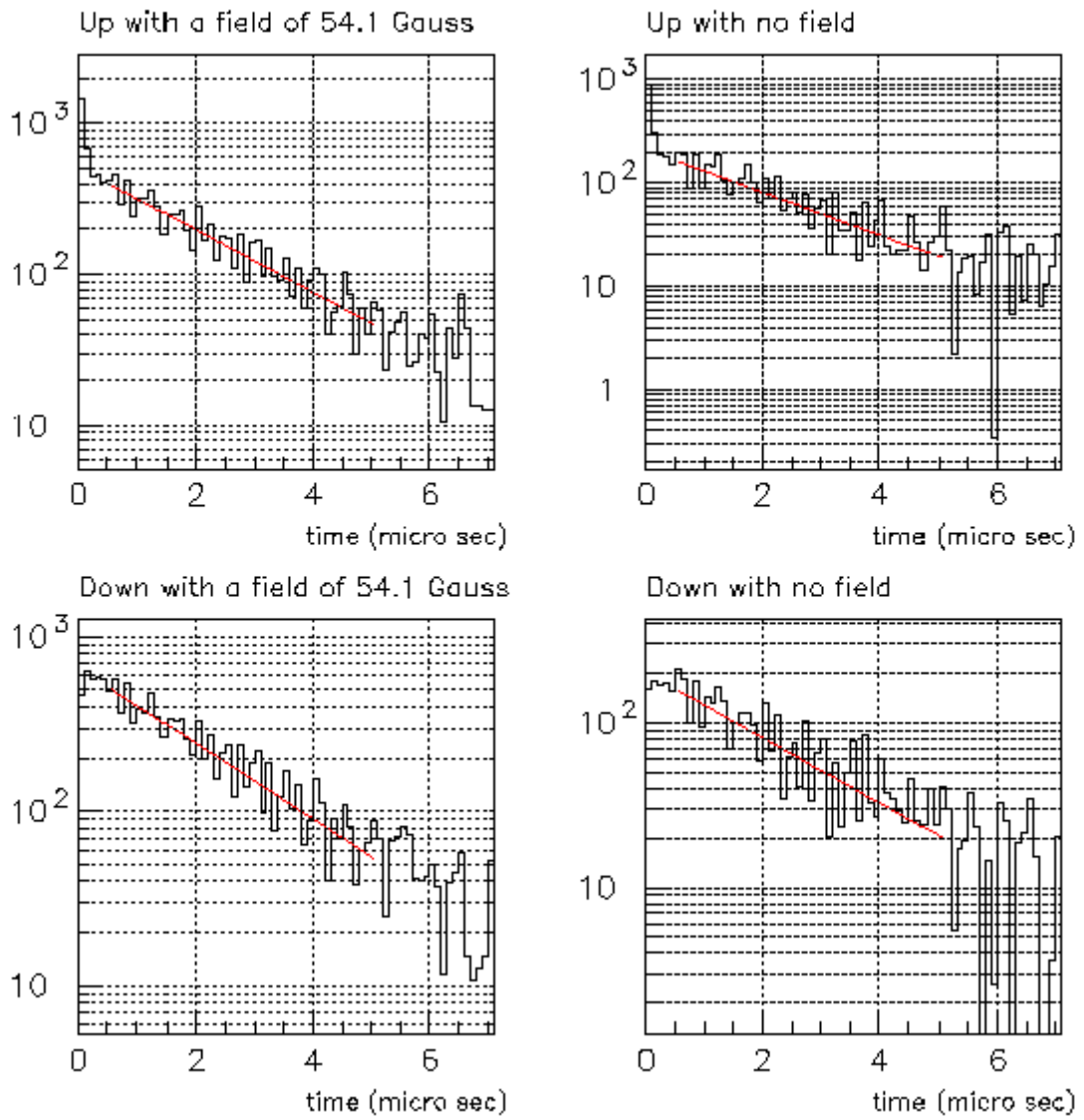


図 4.2:  $\mu^+$  崩壊のイベントヒストグラム (黒線: データ, 赤線: データの fit)

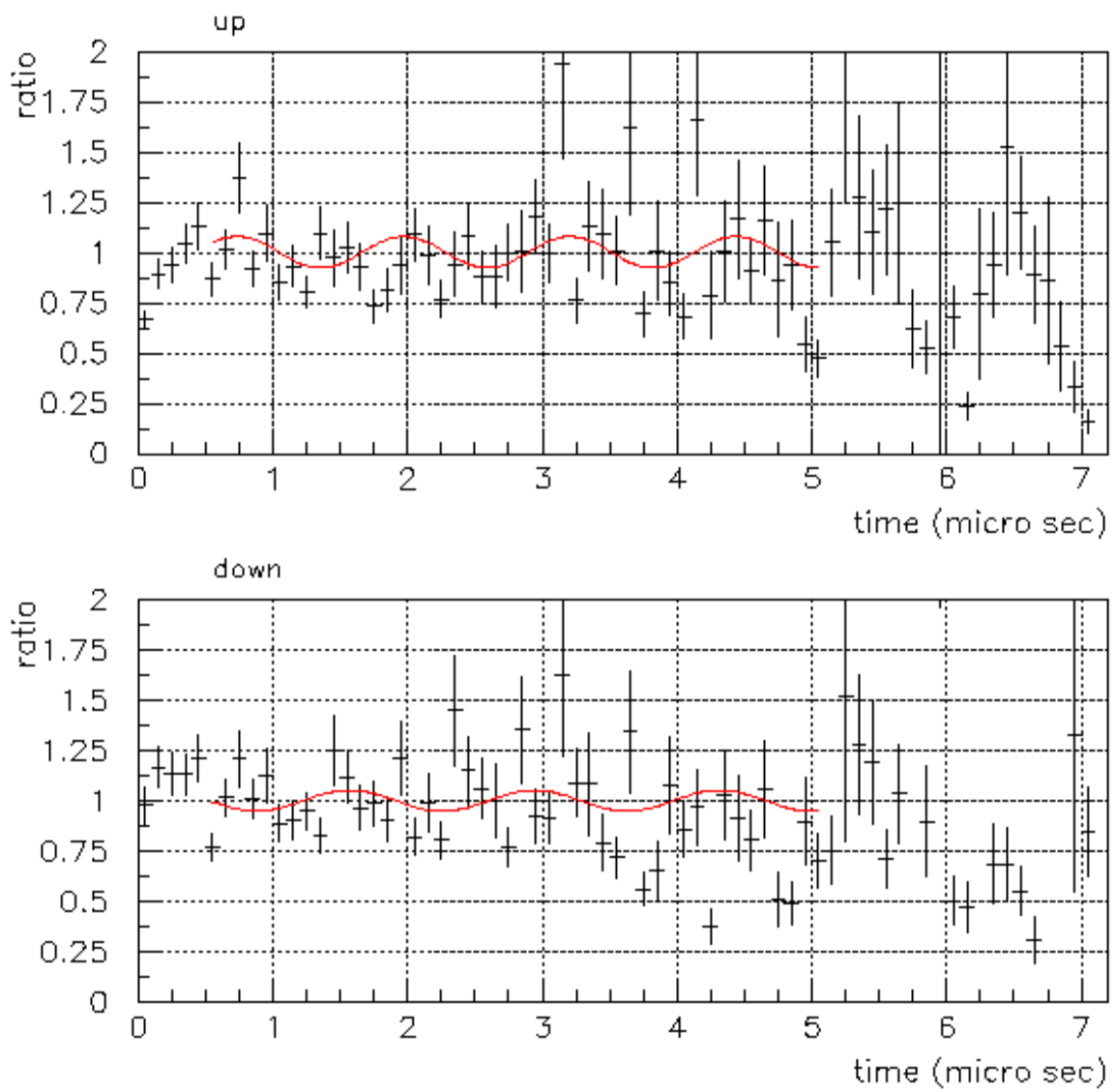


図 4.3: 磁場のある場合とない場合のイベント数の割合 (赤線: データの fit)



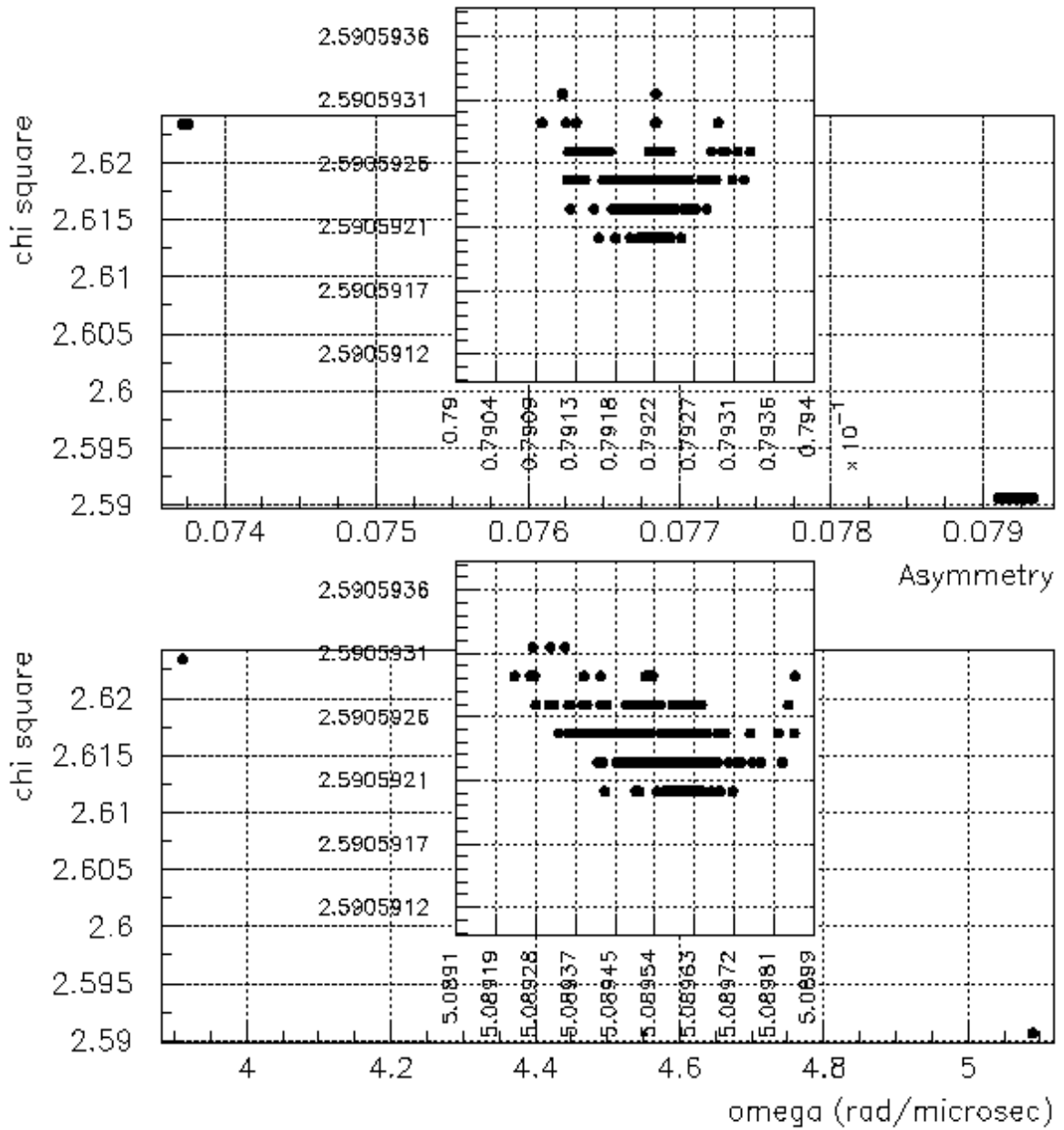


图 4.4:  $\chi^2$  分布 (up)

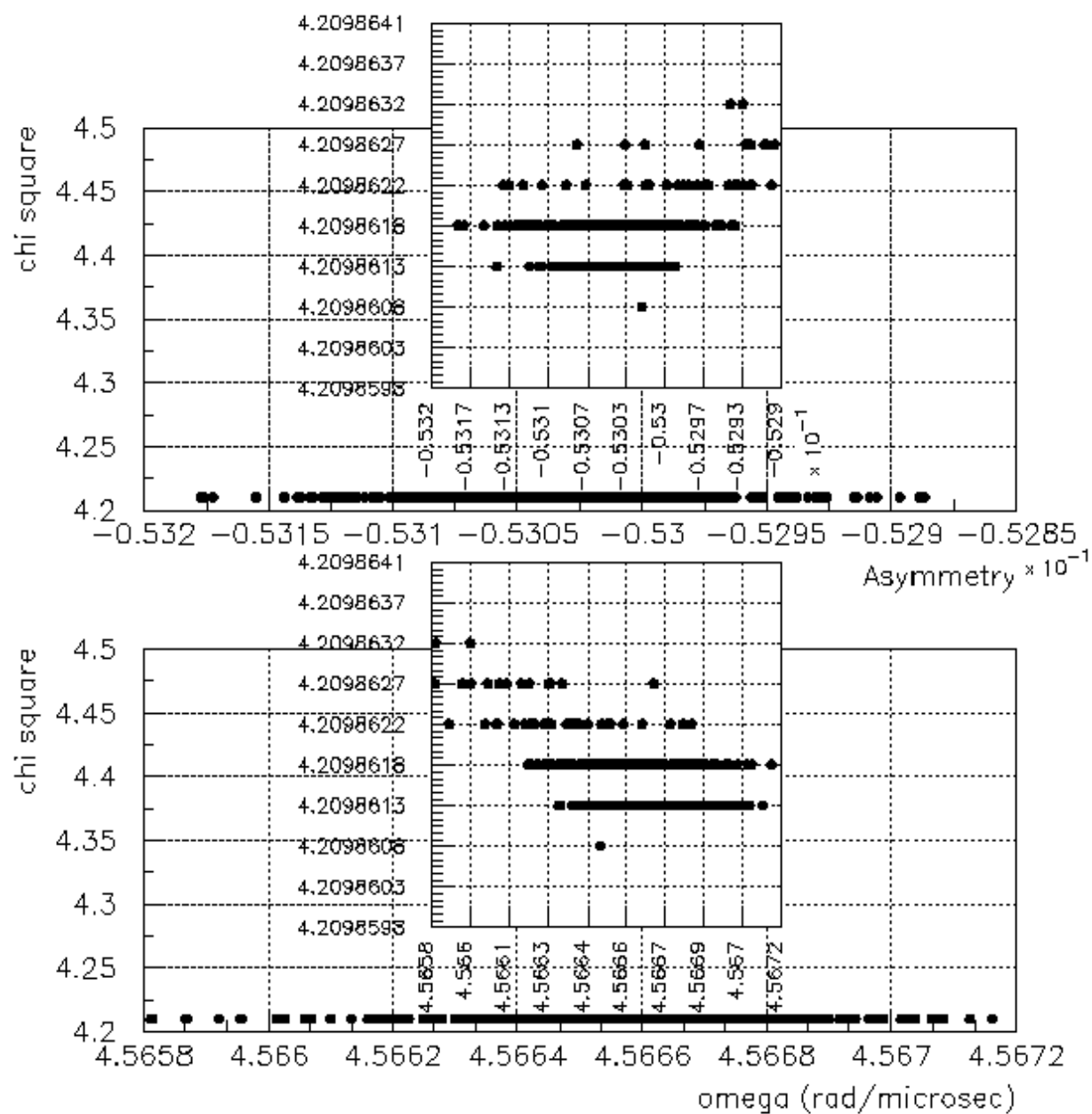


图 4.5:  $\chi^2$  分布 (down)

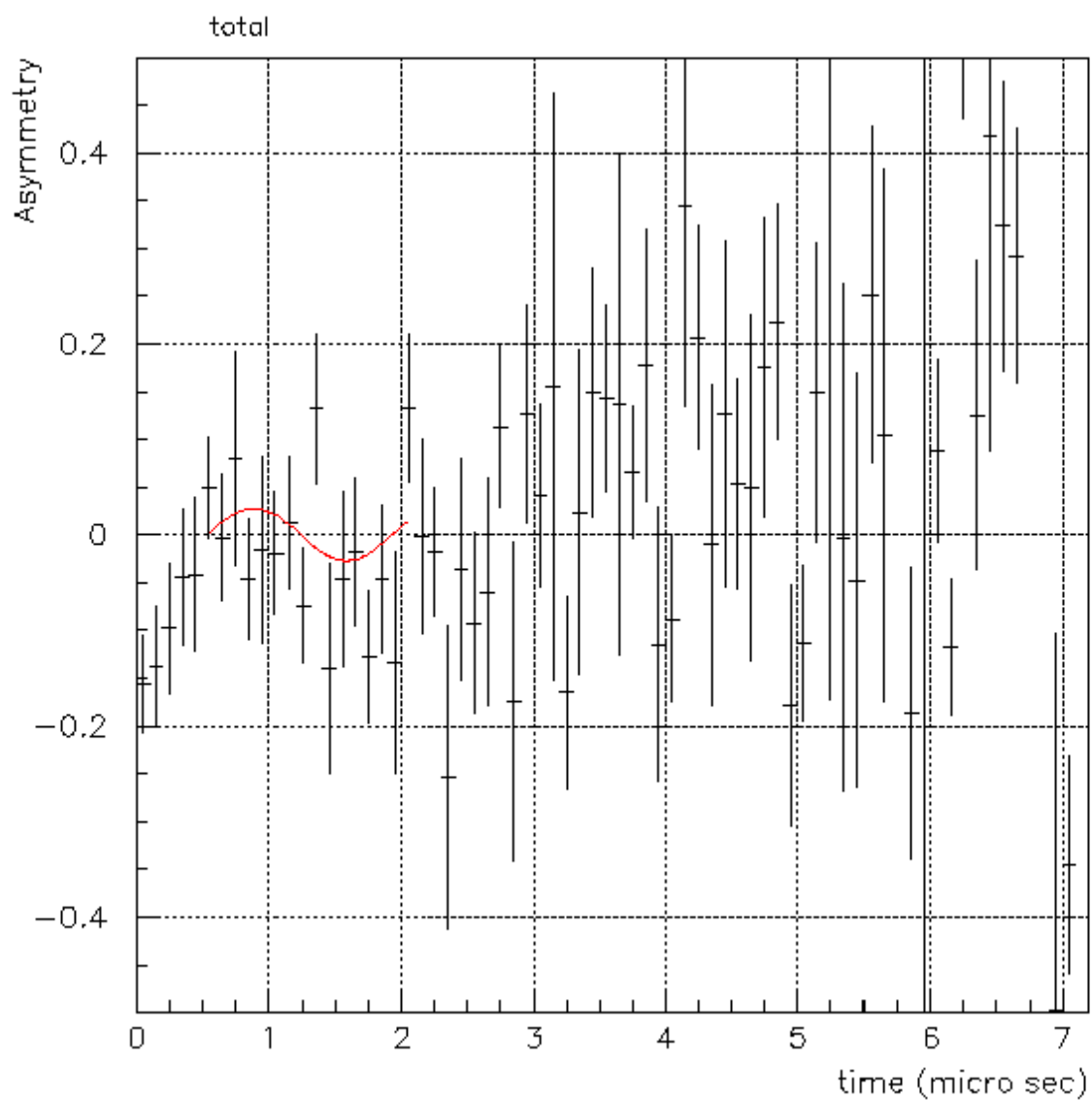


図 4.6: Asymmetry の時間分布 (赤線: データの fit)

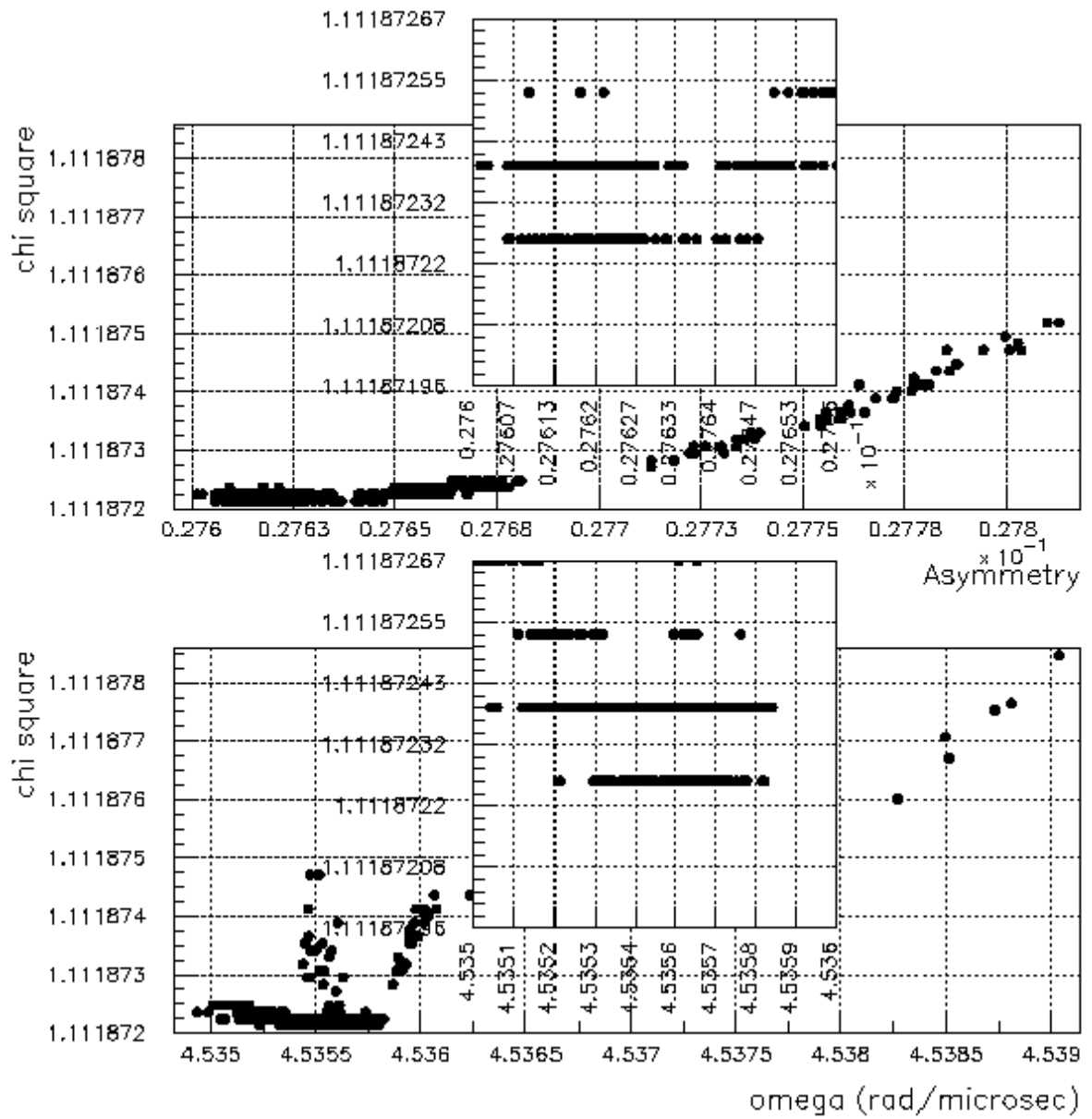


图 4.7:  $\chi^2$  分布 (total)

### 4.3 実験結果および結論

54.1 ( $\pm 0.2^{MEAS.} \pm 1.7^{SYS.}$ ) Gauss の磁場中での宇宙線  $\mu^+$  崩壊の測定により、以下の結果を得た。

$\mu^+$ の寿命	$\tau_\mu = 2.11 \pm 0.13 \mu\text{sec}$
Asymmetry	$A = 0.0276 \pm 0.0296$
Polarisation	$P = 0.0814 \pm 0.0873$
Larmor 振動数	$\omega_\mu = 4.54 \pm 0.39 \text{ (rad}/\mu\text{sec)}$
磁気能率	$g = 1.97 \pm 0.17^{STA.} \pm 0.07^{SYS.}$
	$(\chi^2 = 1.11 \text{ for } 14 \text{ degrees of freedom})$

ただし、ここでは宇宙線の  $\mu^+/\mu^-$  比を  $1.2 \pm 0.1$ 、 $\mu^-$  の Al 中での寿命を  $0.88 \pm 0.01 \mu\text{sec}$  と仮定した。また、Polarisation の値はシミュレーションの結果 (式 2.10) を元に、 $P = \frac{A}{0.339}$  とした。今回の測定では、系統誤差 (主に磁場の非一様性) に比べ統計誤差が大きい。これは単に測定時間 (統計量) によるものだが、PMT のアフターパルスと  $\mu^-$  崩壊イベントの影響を避けるための cut (トリガタイミングから  $1.0 \mu\text{sec}$  までのデータの cut) を避けることができれば同じ測定時間でも約 1.5 倍のイベント数を得ることが期待できる。また式 1.9 より、Asymmetry  $A$  は Polarisation  $P$  および  $\mu^+$  が崩壊して出てくる  $e^+$  のエネルギー  $E'$  の関数であるから、 $E'$  の値によって観測されるヒストグラムの振幅は大きく変化する。ここで、地表での宇宙線  $\mu$  の Polarization は 0.18 程度で  $E'$  の平均は約  $\frac{1}{3}$  なので、観測される Asymmetry はおよそ 0.06 である。したがって、 $\mu^+$  崩壊がヒストグラムの 1bin ( $0.1 \mu\text{sec}$ ) あたりに 280 イベント、Larmor 振動の 1 周期 ( $T_\mu = \frac{2\pi}{\omega_\mu} = 1.38 \mu\text{sec}$ ) にして 16000 イベント程度では、Asymmetry の振幅が統計誤差に埋もれてしまう。本実験では約 45000 の  $\mu^+ \rightarrow e^+$  崩壊イベント得られたが、実際に fit した領域の内 1 周期あたりのイベント数はおおよそ 18000 と、磁場があるときとないときのヒストグラムの有意な違いを見るにはまだ統計が足りていない。今後さらにイベント数を増やせば、より精度良く g-factor を決定することが期待できる。

## 付録 A $\mu^+$ の崩壊率

$\mu^+(p) \rightarrow e^+(p') + \nu_e(k') + \bar{\nu}_\mu(k)$  において  $\mu^+$  の偏極ベクトルを  $s$  とすると、行列要素は、

$$\mathcal{M} = \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{v}(k)\gamma^\mu(1-\gamma^5)\frac{1+\gamma^5\not{s}}{2}v(p)][\bar{v}(p')\gamma_\mu(1-\gamma^5)u(k')] \quad (\text{A.1})$$

ここで、 $v(p)e^{ip\cdot x} = u(-p)e^{-i(-p)\cdot x}$  とおいた。  $m_\mu \gg m_e$  より、 $m_e$  を無視して、

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{G^2}{2} \text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)\left(\frac{1+\gamma^5\not{s}}{2}\right)(\not{p}-m_\mu)\gamma^\nu(1-\gamma^5)\not{k}] \text{Tr}[\not{p}'\gamma_\mu(1-\gamma^5)\not{k}'\gamma_\nu(1-\gamma^5)] \\ &= \frac{G^2}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cdot [\{k_\mu p_\nu + p_\mu k_\nu - g_{\mu\nu}(p \cdot k)\} + m_\mu\{k_\mu s_\nu + s_\mu k_\nu - g_{\mu\nu}(s \cdot k)\} \\ &\quad + i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}p^\rho k^\sigma + im_\mu\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}s^\rho k^\sigma][p'^\mu k'^\nu + k'^\mu p'^\nu - g^{\mu\nu}(p' \cdot k') + i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}k'_\alpha p'_\beta] \\ &= 64G^2(p' \cdot k)k' \cdot (p + m_\mu s) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$\mu^+$  静止系  $p = (m_\mu, 0)$  では、

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \frac{1}{2E} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \frac{1}{(2\pi^5)} \frac{d^3p'}{2E'} \frac{d^3k'}{2\omega'} \theta(E - E' - \omega') \delta((p - p' - k')^2) \\ &= \frac{G^2}{24\pi^3} m_\mu^2 E'^2 dE' d(\cos\theta) \left[ \left(3 - \frac{4E'}{m_\mu}\right) - \frac{s \cdot p'}{E'} \left(\frac{4E'}{m_\mu} - 1\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$s = (0, \mathbf{P})$  とおく。  $m_e$  は無視しているのので、 $\frac{\mathbf{p}'}{E'} = \hat{\mathbf{p}}'$  と書けて、 $\mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{p}}' = P \cos\theta$  とおくと、

$$d\Gamma = \frac{G^2}{24\pi^3} m_\mu^2 E'^2 dE' d(\cos\theta) \left(3 - \frac{4E'}{m_\mu}\right) \left[1 + P \cos\theta \left(\frac{\frac{4E'}{m_\mu} - 1}{3 - \frac{4E'}{m_\mu}}\right)\right] \quad (\text{A.4})$$

## 付録B スピンの Larmor 歳差運動

Dirac 方程式

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = (-i\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla + \beta m)\psi \quad (\text{B.1})$$

で、2成分スピノール  $\psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} e^{-ip\cdot x}$  を用いて書くと、

$$E \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m\cdot\mathbf{1} & \boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p} \\ \boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p} & -m\cdot\mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$p^\mu \rightarrow p^\mu + eA^\mu$  の置き換えによって電磁ポテンシャル  $A^\mu$  を導入して、

$$\left[ \frac{1}{2m}(\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2 + \frac{e}{2m}\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{B} - eA^0 \right] \phi = (E - m)\phi \quad (\text{B.3})$$

式 B.3 の左辺第2項は磁気モーメントのポテンシャル項で  $-\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B}$  に等しい。したがって、磁気モーメント  $\boldsymbol{\mu}$  は次のように表される。

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2m}\boldsymbol{\sigma} = -\frac{e}{m}\mathbf{S} \quad (\text{B.4})$$

続いて、運動エネルギーは考慮せずポテンシャルエネルギーのみを考えると、系のハミルトニアンは、

$$\hat{H} = -\hat{\boldsymbol{\mu}}\cdot\mathbf{B} = \frac{e}{m}\hat{\mathbf{S}}\mathbf{B} \quad (\text{B.5})$$

$\mathbf{B} = B\hat{z}$  として、

$$\hat{H} = \frac{eB}{m}\hat{S}_z \quad (\text{B.6})$$

$\hat{H}$  と  $\hat{S}_z$  は可換であるから、 $\hat{H}$  の固有状態  $|\psi\rangle$  は  $\hat{S}_z$  の固有状態  $|+\rangle$  (spin up),  $|-\rangle$  (spin down) に等しく、対応する固有エネルギー  $E_+$ ,  $E_-$  は、

$$E_\pm = \frac{eB}{m} \left( \pm \frac{\hbar}{2} \right) \quad (\text{B.7})$$

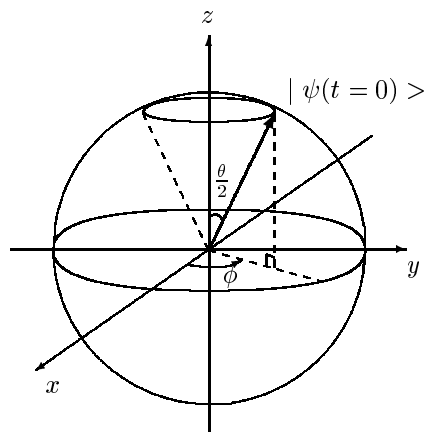
次に、時間依存の Schrödinger 方程式を考える。  $|\psi(t=0)\rangle = \alpha|+\rangle + \beta|-\rangle$  とすると、

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= e^{-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t} |\psi(0)\rangle \\ &= \alpha e^{-i\frac{eB}{2m}t} |+\rangle + \beta e^{i\frac{eB}{2m}t} |-\rangle \\ &= e^{-i\frac{eB}{2m}t} \left( \alpha |+\rangle + \beta e^{i\frac{eB}{m}t} |-\rangle \right) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

初期状態として Bloch sphere ( $\alpha = \cos\frac{\theta}{2}$ ,  $\beta = e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}$ ) をとると、

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\frac{eB}{2m}t} \left( \cos\frac{\theta}{2} |+\rangle + e^{i(\phi+\frac{eB}{m}t)} \sin\frac{\theta}{2} |-\rangle \right) \quad (\text{B.9})$$

したがって、状態  $|\psi(t)\rangle$  は周波数  $\omega = \frac{eB}{m}$  (サイクロトロン周波数) で z 軸のまわりに反時計回りに回転する (図 B.1)。



☒ B.1: Bloch sphere



## 付 録 C 直方体コイルの磁束密度の計算

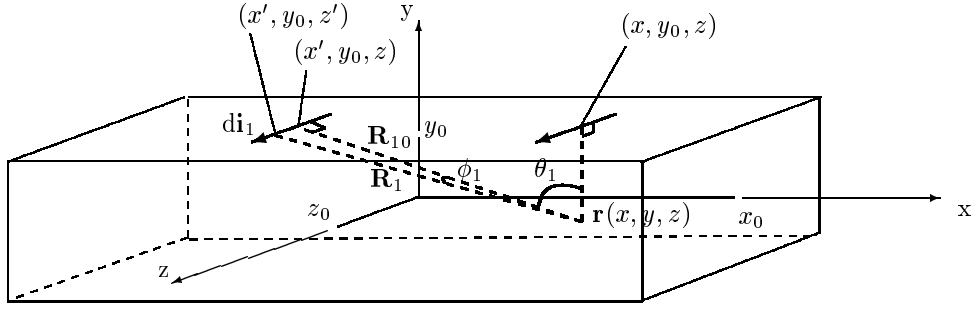


図 C.1: 直方体型コイル

Biot-Savart の法則

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{i}(\mathbf{r}') \times \mathbf{R}}{R^3} d^3 r' \quad (\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (\text{C.1})$$

を用いて図 C.1 のようなコイル内の点  $\mathbf{r}(x, y, z)$  における磁束密度  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  を求める。コイルの巻き数を  $n$ 、コイルに流す電流を  $I$  とすると、点  $(x', y_0, z')$  のまわりの微小領域  $dx'dz'$  に流れる微小電流  $d\mathbf{i}_1$  は、

$$d\mathbf{i}_1 = \frac{n}{2x_0} dx' dz' (0, 0, I) = \frac{n}{2x_0} \frac{y_0 - y}{\cos^2 \theta_1} d\theta_1 \frac{R_{10}}{\cos^2 \phi_1} d\phi_1 (0, 0, I) \quad (\text{C.2})$$

ここで、 $\mathbf{R}_1 = (x - x', y - y_0, z - z')$ 、 $\mathbf{R}_{10} = (x - x', y - y_0, 0)$  より、

$$R_1^2 = R_{10}^2 + (R_{10} \tan \phi_1)^2 = \frac{R_{10}^2}{\cos^2 \phi_1} \quad (\text{C.3})$$

$$R_{10}^2 = (x - x')^2 + (y - y_0)^2 = (y_0 - y)^2 (1 + \tan^2 \theta_1) = \left( \frac{y_0 - y}{\cos \theta_1} \right)^2 \quad (\text{C.4})$$

よって、微小電流  $d\mathbf{i}_1$  による点  $\mathbf{r}(x, y, z)$  上の磁束密度は、

$$\begin{aligned} dB_1 &= \frac{\mu}{4\pi} \frac{d\mathbf{i}_1 \times \mathbf{R}_1}{R_1^3} \\ &= \frac{\mu \cos^3 \phi_1}{4\pi} \frac{n}{R_{10}^3} \frac{y_0 - y}{2x_0 \cos^2 \theta_1} \frac{R_{10}}{\cos^2 \phi_1} I d\theta_1 d\phi_1 (y_0 - y, x - x', 0) \\ &= \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \cos \phi_1 d\theta_1 d\phi_1 (1, -\tan \theta_1, 0) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

したがって、 $y = y_0$  の  $x$ - $z$  平面を流れる電流による点  $\mathbf{r}(x, y, z)$  上の磁束密度は、

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \int_{\arctan \frac{-x_0 - x}{y_0 - y}}^{\arctan \frac{x_0 - x}{y_0 - y}} d\theta_1 \int_{\arctan \frac{-z_0 - z}{y_0 - y}}^{\arctan \frac{z_0 - z}{y_0 - y}} d\phi_1 \cos \phi_1 (1, -\tan \theta_1, 0)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \int_{\arctan B_{10}}^{\arctan B_{11}} d\theta_1 \int_{\arctan(A_{10} \cos \theta_1)}^{\arctan(A_{11} \cos \theta_1)} d\phi_1 \cos \phi_1 (1, -\tan \theta_1, 0) \\
&\quad \left( A_{10} = -\frac{z_0 + z}{y_0 - y}, \quad A_{11} = \frac{z_0 - z}{y_0 - y}, \quad B_{10} = -\frac{x_0 + x}{y_0 - y}, \quad B_{11} = \frac{x_0 - x}{y_0 - y} \right) \\
&= \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \int_{\arctan B_{10}}^{\arctan B_{11}} d\theta_1 \left\{ \sum_{i=0,1} (-1)^{i+1} \frac{A_{1i} \cos \theta_1}{\sqrt{1 + (A_{1i} \cos \theta_1)^2}} \right\} (1, -\tan \theta_1, 0) \\
&= \frac{\mu n I}{8\pi x_0} \left( \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \arctan \frac{A_{1i} B_{1j}}{\sqrt{1 + A_{1i}^2 + B_{1j}^2}}, \right. \\
&\quad \left. \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \operatorname{arcsinh} \frac{A_{1i}}{\sqrt{1 + B_{1j}^2}}, 0 \right) \tag{C.6}
\end{aligned}$$

ほかの3つの平面についても同様にして、

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_2 = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} &\left( \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \arctan \frac{A_{2i} B_{2j}}{\sqrt{1 + A_{2i}^2 + B_{2j}^2}}, \right. \\
&\quad \left. 0, \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \operatorname{arcsinh} \frac{A_{2i}}{\sqrt{1 + B_{2j}^2}} \right) \tag{C.7}
\end{aligned}$$

$$\left( A_{20} = -\frac{y_0 + y}{z_0 - z}, \quad A_{21} = \frac{y_0 - y}{z_0 - z}, \quad B_{20} = -\frac{x_0 + x}{z_0 - z}, \quad B_{21} = \frac{x_0 - x}{z_0 - z} \right)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_3 = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} &\left( \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \arctan \frac{A_{3i} B_{3j}}{\sqrt{1 + A_{3i}^2 + B_{3j}^2}}, \right. \\
&\quad \left. - \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \operatorname{arcsinh} \frac{A_{3i}}{\sqrt{1 + B_{3j}^2}}, 0 \right) \tag{C.8}
\end{aligned}$$

$$\left( A_{30} = -\frac{z_0 + z}{y_0 + y}, \quad A_{31} = \frac{z_0 - z}{y_0 + y}, \quad B_{30} = -\frac{x_0 + x}{y_0 + y}, \quad B_{31} = \frac{x_0 - x}{y_0 + y} \right)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_4 = \frac{\mu n I}{8\pi x_0} &\left( \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \arctan \frac{A_{4i} B_{4j}}{\sqrt{1 + A_{4i}^2 + B_{4j}^2}}, \right. \\
&\quad \left. 0, - \sum_{i,j=0,1} (-1)^{i+j} \operatorname{arcsinh} \frac{A_{4i}}{\sqrt{1 + B_{4j}^2}} \right) \tag{C.9}
\end{aligned}$$

$$\left( A_{40} = -\frac{y_0 + y}{z_0 + z}, \quad A_{41} = \frac{y_0 - y}{z_0 + z}, \quad B_{40} = -\frac{x_0 + x}{z_0 + z}, \quad B_{41} = \frac{x_0 - x}{z_0 + z} \right)$$

以上まとめると式 2.12, 2.13, 2.14 が得られる。

## 参考文献

- [1] C. Amsler, *The Determination of the Muon Magnetic Moment from Cosmic Rays*, AJP **42** (1974) 1067
- [2] S. Eidelman et al., Phys. Lett. **B592** (2004) 1
- [3] J. C. Sens, *Capture of Negative Muons by Nuclei*, Phys. Rev. **113** (1959) 679
- [4] S. Hayakawa, *Polarization of Cosmic-Ray  $\mu$  Mesons: Theory*, Phys. Rev. Ser. 2 **108** (1957) 1533
- [5] G. W. Clark and J. Hersil, *Polarization of Cosmic-Ray  $\mu$  Mesons: Experiment*, Phys. Rev. Ser. 2 **108** (1957) 1538
- [6] J. Wentz et al., *The Relevance of the Muon Charge Ratio for the Atmospheric Neutrino Anomaly* J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **27** (2001) 1699
- [7] 山崎文男編『放射線』共立出版(実験物理学講座)(1973)
- [8] Knoll『放射線計測ハンドブック 第2版』日刊工業新聞社(1991)
- [9] F. Halzen, A. D. Martin『クォークとレプトン』培風館(1986)

## 謝辞

この実験を行なうにあたって、西川先生、中家先生、T.A. の加藤さんには様々なご指導、助言をいただきました。また、高エネルギー研究室の方々にも大変お世話になりました。そして、P1メンバーの皆さんにも支えられました。この場を借りて皆様にお礼を申し上げます。ありがとうございました。