

EPR Paradox を検証する

浅野秀光

磯山総一郎

今城想平

内藤大地

中川竜司

若山康隆

平成 19 年 5 月 15 日

目次

1	序論	4
2	理論	5
2.1	ポジトロニウムの 2γ 崩壊	5
2.2	隠れた変数理論について	6
2.2.1	EPR paradox	6
2.2.2	ベルの不等式	6
2.3	古典論・量子論の導く偏光の相関値を定量的に比較する方法	8
2.3.1	古典論・量子論で双方で通じる偏光の相関を表す表式	8
2.3.2	比較法の実際	10
3	セットアップ	12
3.1	概論	12
3.2	信号処理系の設計	13
3.2.1	Threshold	13
3.2.2	Coincidence	14
3.2.3	アンプ	14
3.2.4	PMT への電圧の設定	14
3.2.5	veto について	15
3.2.6	ADC ゲートの開閉幅の設定	15
3.3	実験装置の配置	15
3.4	回転対称性の確保	15
3.5	θ の決定について	19
3.6	θ の決定についての再考	21
3.6.1	観測データ数の増加に対する寄与	21
3.6.2	$\left(\frac{\sin^2\theta}{\gamma - \sin^2\theta}\right)^2$ について	21
3.7	鉛による遮蔽	21
3.8	β^+ 線のカット	22
3.9	シンチレーターの距離について	22
4	実験データの妥当性	23
4.1	calibration	23
4.2	NaI シンチレーターに落とされた γ 線のエネルギーのヒストグラム	24
4.3	2つの NaI シンチレーターに落とされた γ 線のエネルギーの相関図	25
5	結論	26
5.1	有効データ数の決め方	26
5.2	解析	27
5.3	シミュレーションの概要	28
5.4	結論	28

6	将来への展望	31
6.1	実験の反省	31
6.2	量子力学を超える理論を求めて	31
7	謝辞	33

1 序論

19世紀後半から20世紀初頭にかけて従来の古典的理論の枠組みでは説明のつかない物理現象が数多く観測されるようになった。このような現象を説明するために考案されたのが量子論であり、実際その後になされた多くの実験事実が量子論が現実の系を説明するのにいかに有効であるかを示してきた。ところがこうした成功にも関わらず量子論は非局所性、非決定論性という従来の古典論とは異なる、直感に反する概念を持つ。それゆえ人々は長い年月の中で概念的、哲学的により明快な量子論の解釈、ないしは量子論とは異なる新しい理論体系を模索してきた。実際過去に提唱されたいくつかの理論や解釈は従来の古典論と同様の概念（局所的、決定論的）に立脚しているにも関わらず、量子論が説明してきた実験事実の全てを説明することが可能である。ところがそれらの理論は量子論以上に不自然な仮定に立脚して展開されるため、今のところ量子論をこれらの理論で置き換える必然性はないと考えられている。

このような概念上の議論は実験事実というよりはむしろ個人の信念の問題といった方が良いのかもしれない。量子論にせよ、その他の理論を導入するにせよその動機は現実の本性とは一体何か？という物理学の根源にある疑問に答えるためであり、それは取りも直さずこの世の存在を問うことに等しくその答えは様々な人々のその人自信の信念に基づいている。実際量子論においても存在については解釈問題として未だに議論の途上にあり、全員が納得する明確な答えはえられていない。

しかしながらそのような哲学的な問題を別にすれば概念上の議論の余地があるにせよ自然な仮定を用いる限り古典論の範囲では説明不能な現象が存在すること、それらを説明する最良の理論が量子論しか現状では存在しないこともまた明確な事実である。今回我々はそのような議論の中では比較的有名であるアインシュタイン、ポドルスキー、ローゼンによって提出されたEPRパラドックス及び関連して提唱された隠れた変数理論についてその理論が真に量子論の代替理論となり得るのか、その理論的妥当性を検証する。

2 理論

2.1 ポジトロニウムの 2γ 崩壊

Na 線源の β^+ 崩壊によって生じる陽電子 e^+ は電子との束縛状態を作る。これがポジトロニウムである。基底状態のポジトロニウムが対消滅によって光子に崩壊するとき、電子・陽電子のスピンの状態に応じて二つの場合が考えられる。すなわちスピン三重項状態のオルソポジトロニウム (3S_1) は 3γ に、スピナー重項状態のパラポジトロニウム (1S_0) は 2γ に崩壊する。このことの理論的裏付けは内部パリティ及び荷電パリティが保存されていることをチェックすれば良い。下の表 1 にその結果をまとめる。

表 1: Ortho、Para Positronium 及び崩壊後の γ のパリティと荷電パリティ

Positronium State		2 Photon Decay		3 Photon Decay
Ortho (3S_1)	Para (1S_0)	F+ : ($\epsilon^1 \parallel \epsilon^2$)	F- : ($\epsilon^1 \perp \epsilon^2$)	
P=-1	P=-1	P=+1	P=-1	P=-1
C=-1	C=+1	C=+1	C=+1	C=-1

本実験ではパラポジトロニウムから生じる 2 個の γ 線を扱う。¹ パラポジトロニウムの内部パリティは (-) であるから、 $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ によって生じる 2 個の γ の取り得る偏光状態は

$$|F\rangle |R_1 R_2\rangle - |L_1 L_2\rangle \quad (1)$$

のみが許される。 $|R\rangle$ は右円偏光、 $|L\rangle$ は左円偏光状態を表し、1 と 2 の添え字で光子の区別をつけている。ここで、

$$\begin{aligned} |R_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|x_1\rangle + i|y_1\rangle) \\ |L_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|x_1\rangle - i|y_1\rangle) \\ |R_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|x_2\rangle - i|y_2\rangle) \\ |L_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|x_2\rangle + i|y_2\rangle) \end{aligned}$$

であるから、これに従って基底の変換を行い式 (1) を x 偏光と y 偏光で表すと、

$$|F\rangle = |x_1\rangle |y_2\rangle - |y_1\rangle |x_2\rangle \quad (2)$$

と書ける事が分かる。

図 1 (次ページ) の二つの polarimeter は右円偏光、左円偏光の区別が出来る。今の状態は式 (1) で表されるので、 P_1 で γ_1 が右円偏光か左円偏光かが確定できたら、 γ_2 が右円偏光、左円偏光のどちらかであることを P_2 で測定せずに確定できる。

¹量子電磁気学からの計算結果によればパラポジトロニウムの寿命は $0.124nsec$ 。これに対してオルソポジトロニウムの寿命は $138nsec$ と十分長い。よって実験では 3γ からの寄与は考えなくてよい。

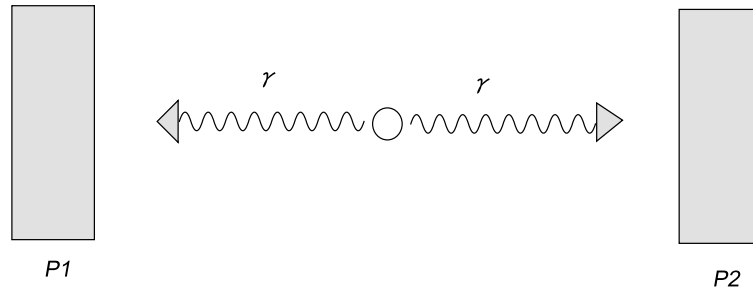


図 1: パラポジトロニウムから生じる光子対

2.2 隠れた変数理論について

2.2.1 EPR paradox

前章のポジトロニウムにおいて崩壊した 2γ は測定をするまでは前章の式 (1) で表され、amplitude の和が干渉している形で記述されている。しかし、先ほど述べたとおり、片方で RHC を観測すると系は必ず $|R_1R_2\rangle$ になり、もう片方の光子の状態も即座に RHC と決定される。同様に片方で LHC を観測すると必ず系は $|L_1L_2\rangle$ になる。これは一方での観測が光速を超えてもう一方で観測する物理現象に影響を与えないという Einstein の局所性と矛盾しているように見える。² この矛盾を EPR paradox と呼ぶ。

2.2.2 ベルの不等式

この矛盾を解決するために考えられたのが隠れた変数理論である。隠れた変数理論とはアインシュタインの局所性（古典論）に整合するように実験事実を説明しようと試みた理論である。つまり”隠れた変数”によって物理量は予め決められており、それにしたがってあたかも統計理論のように現実の系は振舞うのではないかと仮定するという理論である。しかしながら偏極の観測方向を増やした場合、量子論に基づく予想と、隠れた変数理論（古典的な局所性を満足する理論）に基づく予想とは差異が生じてくる。そして古典的な局所性を満足する仮定（すなわち光子対の状態は予め決まっているという仮定）がある限り、どのような理論でも観測する物理量間の相関にある上限がつくことが数学的に証明されている。これをベルの不等式と呼ぶ。

ここで相関の定義をしておく。図 2(次ページ)のように偏極を測定する軸として α 軸と β 軸を考える。 α 軸と α' 軸、 β 軸と β' 軸は直交している。偏極を測定したときの応答として、偏極方向が α 軸の向きときは $\alpha = +1$ 、 α' 軸の向きときは $\alpha = -1$ とする。 β 軸、 β' 軸についても同様である。このとき j 回目の測定における α 、 β の値をそれぞれ $a^{(j)}$ 、 $b^{(j)}$ とし

²よくよく考えると量子論でも「情報が光速より速く伝播することは無い」という相対論的な因果律は破られていない。先ほどの光子対の偏光相関の例でも、 P_1 での観測者は単に P_2 での測定値を瞬時に知るだけであり、 P_1 の測定によって P_2 の測定値の確率分布を変えてはいない。両者の間で何らかの情報を伝えるためには自分が意図した値を相手に得させる必要があるが、 P_1 で得る値は観測者の意図とは無関係にランダムであり、したがって相手の P_2 の観測者が得る値も意図とは無関係にランダムである。よって情報は全く伝えられていないのである。

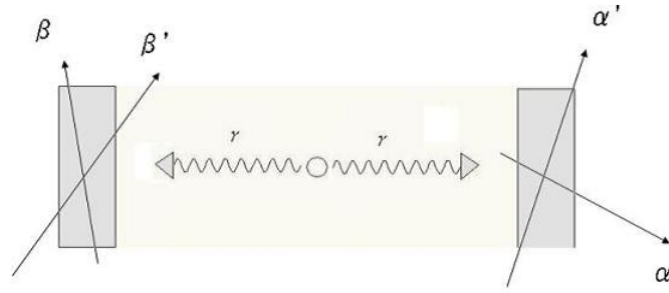


図 2: 偏光相関を測定する軸

たとき、相関の定義は

$$\overline{\alpha\beta} = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a^{(j)} b^{(j)} \right| \quad (3)$$

となる。今、同様にしてポジトロニウムの崩壊において2つの γ 線が4つの観測方向を持つとする。すると観測できる 2γ の状態は下の表(表2)の16通りになる。もしもポジトロニウムが崩壊したとき隠れた変数理論によって 2γ の状態が決定されるのであれば、下の表より2つの測定の相関関係には必ず、

$$|\overline{\alpha_4\beta_2} + \overline{\alpha_4\beta_3}| + |\overline{\alpha_1\beta_2} + \overline{\alpha_1\beta_3}| < 2 \quad (4)$$

なる評価式が成り立つ。一方量子論の議論では光子対の偏光相関はより強いものになり、この式が破れることになる。

表 2: 観測できるすべての状態

case	population	α	β
1	N_1	$\alpha_1 = +, \alpha_2 = +, \alpha_3 = +, \alpha_4 = +$	$\beta_1 = -, \beta_2 = -, \beta_3 = -, \beta_4 = -$
2	N_2	$\alpha_1 = +, \alpha_2 = +, \alpha_3 = +, \alpha_4 = -$	$\beta_1 = -, \beta_2 = -, \beta_3 = -, \beta_4 = +$
3	N_3	$\alpha_1 = +, \alpha_2 = +, \alpha_3 = -, \alpha_4 = +$	$\beta_1 = -, \beta_2 = -, \beta_3 = +, \beta_4 = -$
4	N_4	$\alpha_1 = +, \alpha_2 = +, \alpha_3 = -, \alpha_4 = -$	$\beta_1 = -, \beta_2 = -, \beta_3 = +, \beta_4 = +$
5	N_5	$\alpha_1 = +, \alpha_2 = -, \alpha_3 = +, \alpha_4 = +$	$\beta_1 = -, \beta_2 = +, \beta_3 = -, \beta_4 = -$
6	N_6	$\alpha_1 = +, \alpha_2 = -, \alpha_3 = +, \alpha_4 = -$	$\beta_1 = -, \beta_2 = +, \beta_3 = -, \beta_4 = +$
7	N_7	$\alpha_1 = +, \alpha_2 = -, \alpha_3 = -, \alpha_4 = +$	$\beta_1 = -, \beta_2 = +, \beta_3 = +, \beta_4 = -$
8	N_8	$\alpha_1 = +, \alpha_2 = -, \alpha_3 = -, \alpha_4 = -$	$\beta_1 = -, \beta_2 = +, \beta_3 = +, \beta_4 = +$
9	N_9	$\alpha_1 = -, \alpha_2 = +, \alpha_3 = +, \alpha_4 = +$	$\beta_1 = -, \beta_2 = -, \beta_3 = -, \beta_4 = -$
10	N_{10}	$\alpha_1 = -, \alpha_2 = +, \alpha_3 = +, \alpha_4 = -$	$\beta_1 = +, \beta_2 = -, \beta_3 = -, \beta_4 = +$
11	N_{11}	$\alpha_1 = -, \alpha_2 = +, \alpha_3 = -, \alpha_4 = +$	$\beta_1 = +, \beta_2 = -, \beta_3 = +, \beta_4 = -$
12	N_{12}	$\alpha_1 = -, \alpha_2 = +, \alpha_3 = -, \alpha_4 = -$	$\beta_1 = +, \beta_2 = -, \beta_3 = +, \beta_4 = +$
13	N_{13}	$\alpha_1 = -, \alpha_2 = -, \alpha_3 = +, \alpha_4 = +$	$\beta_1 = +, \beta_2 = +, \beta_3 = -, \beta_4 = -$
14	N_{14}	$\alpha_1 = -, \alpha_2 = -, \alpha_3 = +, \alpha_4 = -$	$\beta_1 = +, \beta_2 = +, \beta_3 = -, \beta_4 = +$
15	N_{15}	$\alpha_1 = -, \alpha_2 = -, \alpha_3 = -, \alpha_4 = +$	$\beta_1 = +, \beta_2 = +, \beta_3 = +, \beta_4 = -$
16	N_{16}	$\alpha_1 = -, \alpha_2 = -, \alpha_3 = -, \alpha_4 = -$	$\beta_1 = +, \beta_2 = +, \beta_3 = +, \beta_4 = +$

2.3 古典論・量子論の導く偏光の相関値を定量的に比較する方法

2.3.1 古典論・量子論で双方で通じる偏光の相関を表す表式

z 軸方向へ back-to-back に放出された二光子を、一光子は x - y 軸方向の Linear Polarimeter で、もう一光子は x 軸方向から y 軸方向へ ϕ だけ回転させた方向 (x' - y' 軸と名づける) の Linear Polarimeter で観測することを考える。前者の観測結果を α 、後者を β とし、両者の相関 $\overline{\alpha\beta}$ の ϕ 依存性を計算する。

まず量子論に基づいて考察する。二光子状態を表す式 $|F\rangle$ は、

$$|F\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x_1\rangle|y_2\rangle - |y_1\rangle|x_2\rangle) \quad (5)$$

となる。1 の添え字をつけた光子は x - y 偏光を、2 の添え字をつけた光子は x' - y' 偏光を観測することとし、

$$|x_2\rangle = |x'\rangle \cos \phi - |y'\rangle \sin \phi \quad (6)$$

$$|y_2\rangle = |x'\rangle \sin \phi + |y'\rangle \cos \phi \quad (7)$$

であるから、 α, β の各組み合わせ観測率は、

$$\alpha = +1, \beta = +1 \longrightarrow \sin^2 \phi$$

$$\alpha = +1, \beta = -1 \longrightarrow \cos^2 \phi$$

$$\alpha = -1, \beta = +1 \longrightarrow \cos^2 \phi$$

$$\alpha = -1, \beta = -1 \longrightarrow \sin^2 \phi$$

以上から

$$\begin{aligned} \overline{\alpha\beta} &= \frac{1}{2}(2 \sin^2 \phi - 2 \cos^2 \phi) \\ &= -\cos 2\phi \end{aligned} \quad (8)$$

と求まった。次に、同様の観測を古典論に基づいて考察する。それには以下のような Bohm-Aharonov の仮説が成り立っていると考える。

- B-A(1) 各光子は運動の方向を軸とした円偏光状態をとるが、一方向から見た回転は互いに逆である。
- B-A(2) 各光子はある方向に直線偏光の状態をとるが、一方は他方の垂直な方向に偏光する。

まず B-A(1) に基づいた二光子を考える。双方右偏光であるとすると状態 $|F\rangle$ は、

$$\begin{aligned} |F\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle) \cdot (|x'\rangle + i|y'\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|xx'\rangle + i|yx'\rangle + i|xy'\rangle - |yy'\rangle) \end{aligned} \quad (9)$$

よって、 α, β の各組み合わせ観測率は、

$$\begin{aligned}
\alpha = +1, \beta = +1 &\longrightarrow 1/4 \\
\alpha = +1, \beta = -1 &\longrightarrow 1/4 \\
\alpha = -1, \beta = +1 &\longrightarrow 1/4 \\
\alpha = -1, \beta = -1 &\longrightarrow 1/4
\end{aligned}$$

となるから，この条件下では $\overline{\alpha\beta} = 0$ となる．これは両光子が左偏光であった場合も同様である．

次に B-A(2) に基づいた二光子を考察する．この仮定では光子がある決まった方向に偏光している事が最初に仮定されているが，その方向を x 軸から y 軸へ θ だけ回転したの方向とし，その軸を $x'' - y''$ とすると，

$$\begin{aligned}
|x''\rangle &= |x\rangle \cos \theta + |y\rangle \sin \theta \\
&= \cos \theta (|x'\rangle \cos \phi - |y'\rangle \sin \phi) + \sin \theta (|x'\rangle \sin \phi + |y'\rangle \cos \phi) \\
&= |x'\rangle \sin(\phi - \theta) + |y'\rangle \cos(\phi - \theta)
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
|y''\rangle &= -|x\rangle \sin \theta + |y\rangle \cos \theta \\
&= -\sin \theta (|x'\rangle \cos \phi - |y'\rangle \sin \phi) + \cos \theta (|x'\rangle \sin \phi + |y'\rangle \cos \phi) \\
&= |x'\rangle \cos(\phi - \theta) + |y'\rangle \sin(\phi - \theta)
\end{aligned} \tag{11}$$

この表式から B-A(2) に基づいた以下の確率を得る．

$$\begin{aligned}
\alpha = +1, \beta = +1 &\longrightarrow \sin^2(\phi - \theta) \cos^2 \theta \\
\alpha = +1, \beta = -1 &\longrightarrow \cos^2(\phi - \theta) \cos^2 \theta \\
\alpha = -1, \beta = +1 &\longrightarrow \sin^2(\phi - \theta) \sin^2 \theta \\
\alpha = -1, \beta = -1 &\longrightarrow \cos^2(\phi - \theta) \sin^2 \theta
\end{aligned}$$

これより $\overline{\alpha\beta} = -\cos 2\theta \cos 2(\phi - \theta)$ と求まる．次に，Bell の不等式を用いてこれら $\overline{\alpha\beta}$ の値を古典論と量子論で比較する方法を考える．それにはこれまでの議論で求めた量子論・古典論の $\overline{\alpha\beta}$ の表式の形を見比べて，

$$\overline{\alpha\beta} = -k \cos 2\phi \tag{12}$$

とおいてみる． ϕ は α, β の偏光軸間の角度である． k の値は量子論では 1 であるが，古典論ではその上限値が得られる．今 Bell の不等式は，

$$|\overline{\alpha_4\beta_2} + \overline{\alpha_4\beta_3}| + |\overline{\alpha_1\beta_2} + \overline{\alpha_1\beta_3}| < 2 \tag{13}$$

であったから，相関式 (12) を代入すると左辺の最大値は

$$\begin{aligned}
&|k \cos 2(\phi_4 - \phi_2) + k \cos 2(\phi_4 - \phi_3)| + |k \cos 2(\phi_1 - \phi_2) - k \cos 2(\phi_1 - \phi_3)| \\
&< 2|k| |\cos(2\phi_4 - \phi_2 - \phi_3) \cos(\phi_2 - \phi_3)| + 2|k| |\sin(2\phi_1 - \phi_2 - \phi_3) \sin 2(\phi_2 - \phi_3)| \\
&< 2|k| |\cos 2(\phi_4 - \phi_3)| + 2|k| |\sin 2(\phi_2 - \phi_3)| \\
&< 2\sqrt{2}|k|
\end{aligned} \tag{14}$$

となる．よって古典論に従っているならば，

$$k \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{15}$$

なる相関に強さの上限が得られる．

2.3.2 比較法の実際

前節で導出した式を用いると，実際に偏光相関 $\overline{\alpha\beta}$ を測定し k の値を求めることで系を支配する法則が量子論なのか古典論なのかを決定可能である．本節で本実験で行った測定法を示す．

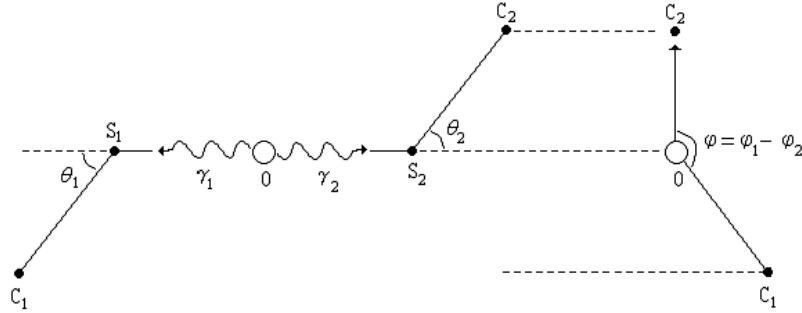


図 3: 二つの γ 線の経路。O は線源、 S_1 、 S_2 、 C_1 、 C_2 はシンチレーターを表す。

図 3 は本実験の概念図である．図中の Na 線源から放たれる，相関のある偏光を持った back-to-back の γ_1 、 γ_2 が，第一の PMT 付きシンチレーター内でその偏光相関を反映した角度分布をもって散乱をうける．その角度分布を第二の PMT 付きシンチレーターで調べることでもとの γ 線の偏光相関を論ずることが出来る．以下 $\overline{\alpha\beta}$ の表式と Klein-Nishina の公式を用いて，図中の ϕ_1 、 ϕ_2 、 θ_1 、 θ_2 と k の計数率への依存性を計算する．

Heitler によれば，入射光子の偏光方向と平行な方向に Compton 散乱される断面積を $d\sigma_{//}$ ，垂直な方向への断面積を $d\sigma_{\perp}$ とすると，

$$d\sigma_{//} = \frac{1}{2}\gamma_0^2 d\Omega \left(\frac{k^2}{k_0^2} \right) (\gamma - 2 \sin^2 \theta) \quad (16)$$

$$d\sigma_{\perp} = \frac{1}{2}\gamma_0^2 d\Omega \left(\frac{k^2}{k_0^2} \right) \gamma \quad (17)$$

但し k_0 、 k は入射光子，散乱光子の波数ベクトル， γ は $k_0/k + k/k_0$ ， γ_0 は k_0 、 k や古典電子半径によって書かれる因子である．光子 γ_1 、 γ_2 の散乱平面（図 3 の OS_1C_1 ，または OS_2C_2 を含む平面）を π_1 、 π_2 とし，またその偏光方向を ϵ_1 、 ϵ_2 とすると，これらの断面積の表示を用いて，detector C_1 にカウントがあったならば，

$$\pi_1 // \epsilon_1 \quad \text{なる確率は，} \quad \frac{\gamma_1 - 2 \sin^2 \theta_1}{2(\gamma_1 - \sin^2 \theta_1)} \quad (18)$$

$$\pi_1 \perp \epsilon_1 \quad \text{なる確率は，} \quad \frac{\gamma_1}{2(\gamma_1 - \sin^2 \theta_1)} \quad (19)$$

とかける． $\pi_1 // \epsilon_1$ なる状況のもとで相関 $\overline{\alpha\beta} = -k \cos 2\phi$ を考えると，

$$\overline{\alpha} = 1 \quad \overline{\beta} = -k \cos 2\phi \quad (20)$$

となる． $\bar{\beta}$ がこの表式になるためには，散乱光子の状態 $|\gamma_2\rangle = \sqrt{a}|\pi_2//\epsilon_2\rangle + \sqrt{b}|\pi_2 \perp \epsilon_2\rangle$ が，

$$(\langle\gamma_2|\gamma_2\rangle)^2 = (a+b)^2 = 1 \quad (21)$$

$$(\langle\gamma_2|\hat{\beta}|\gamma_2\rangle)^2 = (a-b)^2 = (-k \cos 2\phi)^2 \quad (22)$$

$$a = \frac{1 - k \cos 2\phi}{2} \quad b = \frac{1 + k \cos 2\phi}{2} \quad (23)$$

を満たさねばならない．従って C_2 にカウントがあった場合，

$$\pi_2//\epsilon_2 \quad \text{なる確率は，} \quad \frac{1}{2}(1 - k \cos 2\phi) \quad (24)$$

$$\pi_2 \perp \epsilon_2 \quad \text{なる確率は，} \quad \frac{1}{2}(1 + k \cos 2\phi) \quad (25)$$

となる．以上を総合すると， $\pi_1//\epsilon_1$ のもとで C_1, C_2 の双方にカウントがある確率は，

$$\frac{\gamma_1 - 2 \sin^2 \theta_1}{2(\gamma_1 - \sin^2 \theta_1)} \cdot \left[\frac{1 - k \cos 2\phi}{2} \cdot \frac{\gamma_2 - 2 \sin^2 \theta_2}{2(\gamma_2 - \sin^2 \theta_2)} + \frac{1 + k \cos 2\phi}{2} \cdot \frac{\gamma_2}{2(\gamma_2 - \sin^2 \theta_2)} \right] \quad (26)$$

と計算される．同様に $\pi_1 \perp \epsilon_1$ の場合を考えると， γ_2 の状態は，

$$\pi_2//\epsilon_2 \quad \text{なる確率は，} \quad \frac{1}{2}(1 + k \cos 2\phi) \quad (27)$$

$$\pi_2 \perp \epsilon_2 \quad \text{なる確率は，} \quad \frac{1}{2}(1 - k \cos 2\phi) \quad (28)$$

となるから， $\pi_1 \perp \epsilon_1$ のもとで C_1, C_2 の双方にカウントがある確率は，

$$\frac{\gamma_1}{2(\gamma_1 - \sin^2 \theta_1)} \cdot \left[\frac{1 + k \cos 2\phi}{2} \cdot \frac{\gamma_2 - 2 \sin^2 \theta_2}{2(\gamma_2 - \sin^2 \theta_2)} + \frac{1 - k \cos 2\phi}{2} \cdot \frac{\gamma_2}{2(\gamma_2 - \sin^2 \theta_2)} \right] \quad (29)$$

となり，双方の場合をたし合わせて Counting Rate $R(\theta_1, \theta_2, \phi)$ は，

$$R(\theta_1, \theta_2, \phi) = 1 - k \frac{\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2}{\gamma_1 \gamma_2 - \gamma_1 \sin^2 \theta_2 - \gamma_2 \sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2} \cos 2\phi \quad (30)$$

と計算される．ここでさらに $\theta_1 = \theta_2$ とすると，

$$R(\theta, \phi) = 1 - k \left(\frac{\sin^2 \theta}{\gamma - \sin^2 \theta} \right)^2 \cos 2\phi \quad (31)$$

$$(\gamma = \gamma_1 = \gamma_2)$$

実験によって $R(\theta, \phi)$ の θ, ϕ の依存を見ることで， k を決定できる．これによって系を支配する法則が量子論なのか古典論なのかが判断できる．

3 セットアップ

3.1 概論

前章では古典論と量子論の相違点、及びその検証法について論じた。本章では具体的に我々がどのような手段を用いて検証を行ったかを述べる。

配置 および 概念図

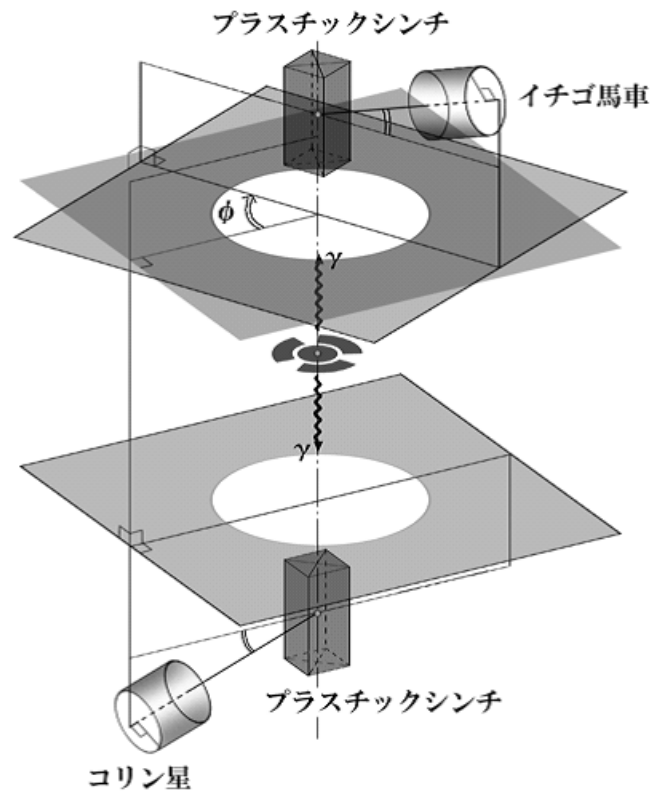


図 4: セットアップの概念図。

まず使用した実験装置の配置図を図 4 に示す。具体的には回転台の中心に線源 (Na^{22}) を置き、線源から上下に back-to-back に 2 つの γ 線を同じく上下に配置したプラスチックシンチレーターによってそれぞれコンプトン散乱させ、その散乱された γ 線が NaI シンチレーターにて検出可能なように装置を組んだ。また回転台を回すことにより 2 つの γ 線の散乱平面の成す角度 ϕ を様々に設定することが可能である。この時同時に取得実験データの精度を向上させるため、ノイズ低減や計数率向上のための様々な工夫を凝らした。詳細は以下の各節を、また実際の実験装置の配置の様子は実写図 5 を参照されたい。



図 5: セットアップの実際の様子。

3.2 信号処理系の設計

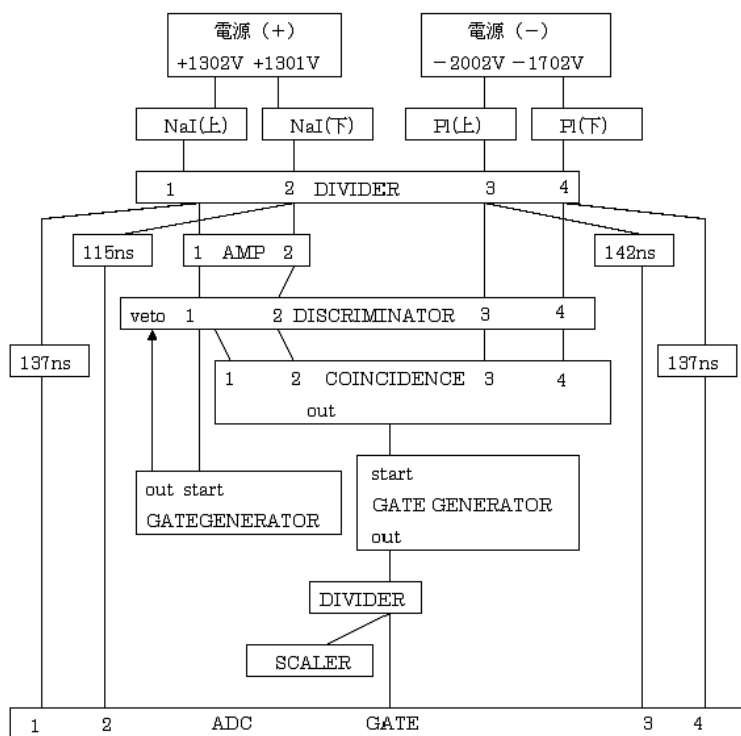


図 6: 信号処理系の回路図。

PMT からの信号処理系は図 6 のように設計した。以下各装置の設定について記す。

3.2.1 Threshold

生信号をそのまま観測すると、環境放射線などの細かなノイズにもゲートが反応してしまうことになる。そのノイズは欲しいデータ数と比較すると圧倒的に多く、何とかしてこのノイズを除外する必要がある。そのために設定するのが Threshold である。これはつまり

は電圧のしきい値であり、設定値を超える大きな信号が入ってきたときのみ discriminator は信号を出力する。今回はオシロの読みから 30mV に設定している。

3.2.2 Coincidence

今回得たいデータは back-to-back の γ 線の Compton 散乱における角度依存性の相関であるので、純粋に欲しいデータは Compton 散乱して 2 つの NaI シンチレーターにほぼ同時に飛び込むインシデントである。しかし 2 つの NaI シンチレーターのコインシデンスを取るだけでは発光時間が約 500ns と長いために、およそ 200Hz の環境放射線や鉛の遮蔽をかるうじて通り抜けてきた γ 線などにも偶発的にコインシデンスを取って、ノイズの記録が多くなる。そのため今回は Compton 散乱に用いる 2 つのプラスチックシンチレーターのシンチレーション光も観測し、これら全てのコインシデンスをとることでノイズを除去する。プラスチックシンチレーターの発光時間は数 ns ときわめて高速であり、また光子は 1ns で約 3 cm 飛行すること、検出器がことなる 4 方向に設置されることから、今回のセットアップでは back-to-back 以外の信号が偶発的に 4 つの検出器に同時に飛び込む確率はきわめて低く、求めるデータ以外のほとんどのノイズを除去することが期待される。

3.2.3 アンプ

アンプは NaI シンチレータのコインシデンス側の回路に使用した。これはアンプで PMT 出力の電流を増幅しない場合、Threshold の値を最低値 (30mv) にしても Na 線源由来の得べき信号がしきい値に達しないためである。また今回使用したアンプは +10mv 程度の offset 電流を出しているため、ADC に接続した場合ペDESTAL の値が 0 値を出力してしまう。このため真のペDESTAL の値が測定できないので ADC チャンネル側の回路にはアンプを使用しなかった。

3.2.4 PMT への電圧の設定

各 PMT にかける電圧は以下の事に留意して設定した。

- オシロスコープで PMT からの出力を確認し、測定したいエネルギー領域で出力される総電荷量が ADC 内でオーバーフローしないようにする。
- ゲインの変動を抑えるために、十分大きなベース電流が流れるようにする。
- 電圧が大きすぎると、PMT 内部で異常放電が起こる。

今回の実験では最も考慮すべきものは三番目の条件であった。最終的には波形異常が表れない程度まで電圧を上げる、というふうにして電圧の値を決定した。このためプラスチックシンチレーターに接続されている 2 つの PMT には互い異なった値の電圧をかけた。

3.2.5 veto について

望ましくないデータの検出を抑えるべく veto を設定した。はじめ、veto を設定せずに実験をした時、4つのPMTは概ね1時間に0.7発程度の overflow (ADCが計測できるch数を超えるほどの大きな信号)を検出した。また、overflowしないまでも、comptonや光電吸収ピークの領域とはかけ離れたエネルギーを持ったデータを多数検出した。これらはその後オシロスコープで波形を観測しながら計測した結果、各chに1Hz程度でエネルギーの大きな放射線が入っていることが分かった(これはそのレートとエネルギーから宇宙線と思われる)。またその中にはPMTの出力時間が $20\mu\text{sec}$ (正常な信号は $1\mu\text{sec}$ 以下である)に達するものもあった。そうした放射線を detect すると、その長い時間にかけて異常な信号が discriminator から出力されてしまい、結果望ましくない coincidence Gate が開いて異常なデータの detect に繋がっていると我々は考えた。そこで、width が $30\mu\text{sec}$, delay が ch 1 由来の discriminator の信号に対して 500nsec の設定をして、discriminator に veto として繋いだ。

なお、その結果異常なデータは減ったかには見えなかったが、実験終了後に veto がどの程度異常なデータの排除に繋がっていたかを再度確認したところ、veto の設定の有無による有意な差は確認できなかった。異常なデータが減少したかには見えなかったのは他の要因によっていたものと考えられる。いずれにせよ、overflow などの望ましくないデータは正常なデータに比べて $1/50$ 程度しか検出されなかったので実験結果には影響しない。

3.2.6 ADC ゲートの開閉幅の設定

PMT の信号を ADC で拾うにあたり適切と思われる ADC ゲートの開閉幅を設定した。ゲート幅が短すぎると PMT の信号を取りこぼしてしまう恐れがあり、また ADC は長すぎるゲートを受け付けないため、その双方の要求を満足する $1\mu\text{sec}$ に設定した。

3.3 実験装置の配置

実験装置(全体図・回転台・PMT)の配置の様子を寸法と共に示した図を図7、8、9に示す。実験装置は下げ振り子を用いて下のプラスチックシンチレーター、線源、上のプラスチックシンチレーターと順に台の中心軸に配置していった。そして線源を厚さ 1.2mm のアルミ箔で包んだ後、鉛で周りを囲んだ。線源は上のプラスチックシンチレーターの中心から 23.2cm (下のプラスチックシンチレーターの中心から 18.5cm)の距離に置いた。そして NaI シンチレーターを図のように 15° 傾け、 15cm 離れた場所に固定した。また、台の上面は線源などを配置した軸周りに回転することが出来るようになっている。なお、プラスチックシンチレーターは photon-electron コンプトン散乱の散乱体になっている。これにより散乱体に散乱された光子の偏光を色々な方向から観測することができ、それらの相関を見ることで本実験の目的を充たせる。

3.4 回転対称性の確保

配置 および 概念図

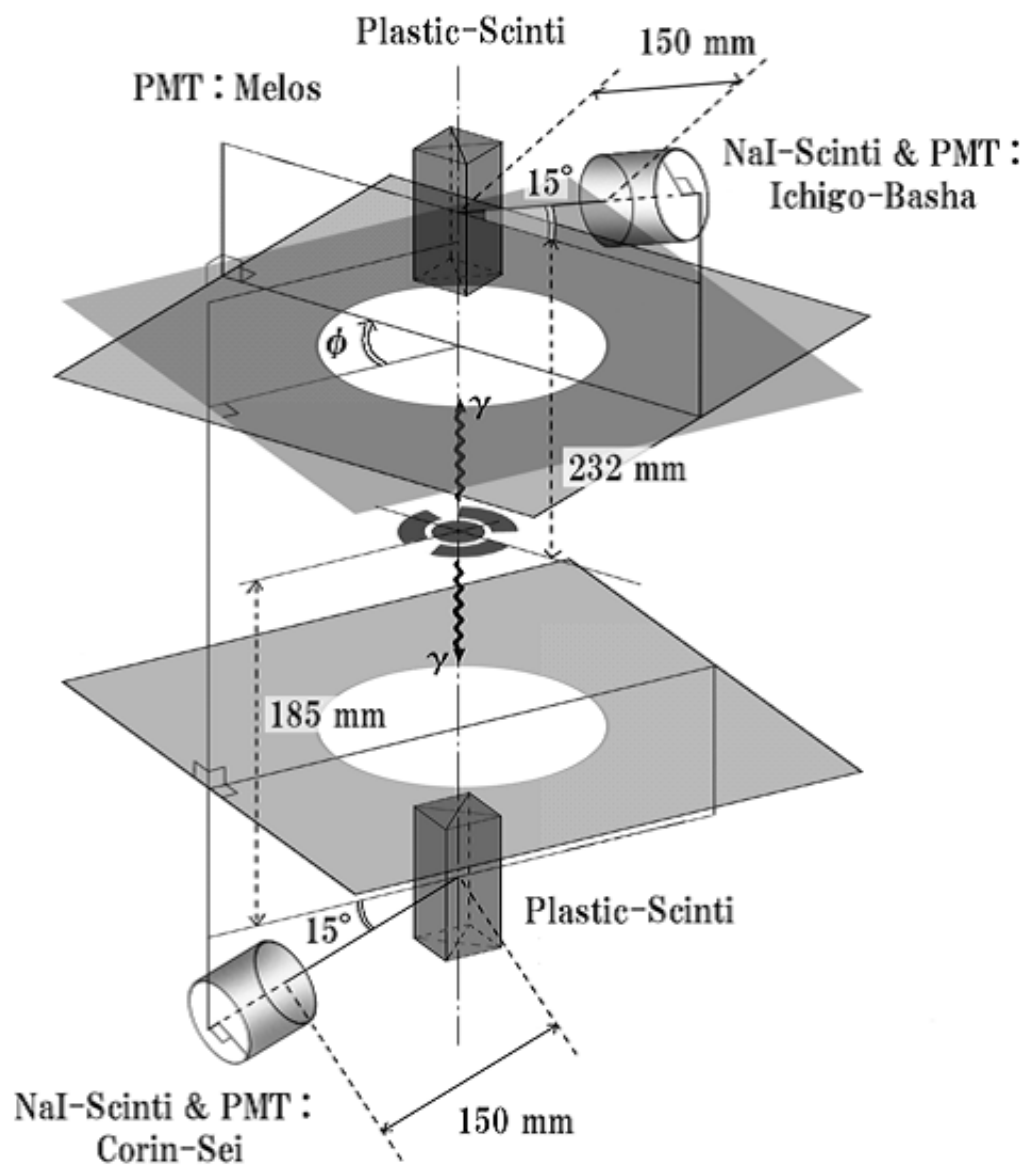


図 7: セットアップの寸法の詳細。

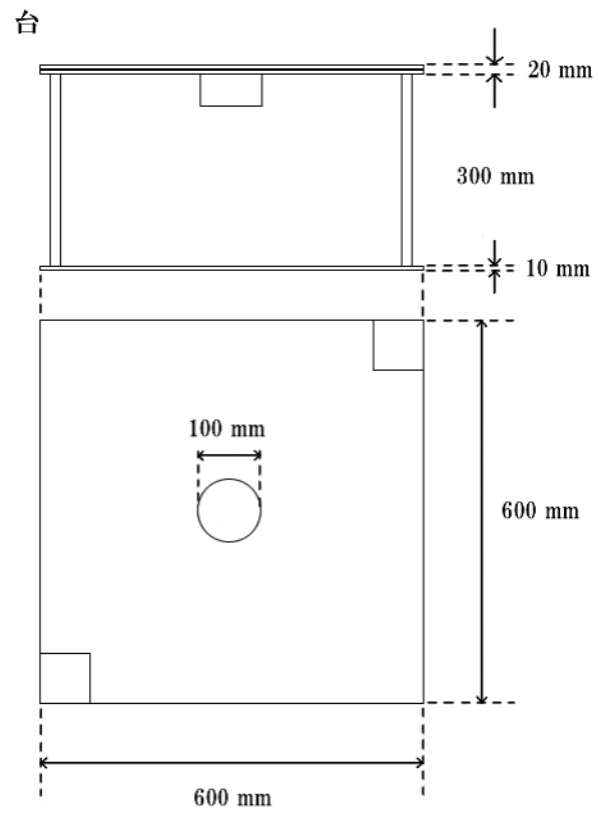


図 8: 回転台の寸法図。

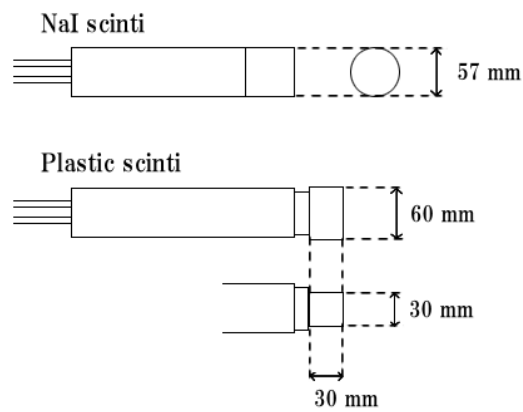


図 9: PMT の寸法図。

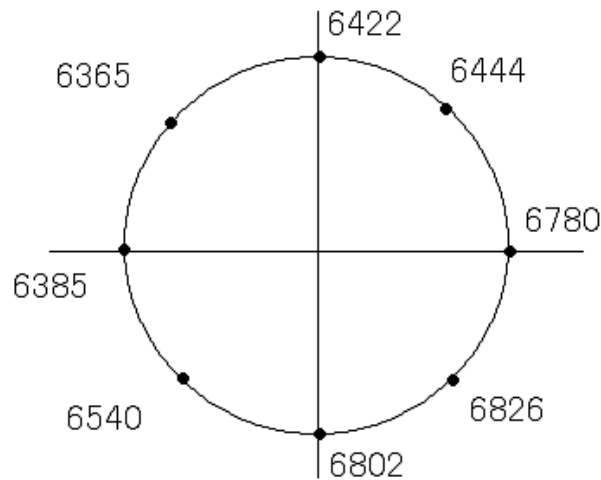


図 10: 上下のプラスチックシンチレーターからの信号で coincidence をとった際の 30 秒のカウンタ数を角度ごとに記録したもの。45° 刻みで計 8 つのカウンタ数を記録した。

まず、プラスチックシンチレーター同士で coincidence をとった時の対称性をみる。図 10 は 30 秒間でプラスチックシンチレーター同士の coincidence がどれだけの Gate を開くか、counter で記録したものである。上半面と下半面ではその差が統計エラーを超えている。これには 3 つの可能性が挙げられる。

1. 線源の位置が両プラスチックシンチレーターに対して対称ではない
2. 散乱体が有限体積を持ち、さらに回転対称性を持たないので、回転したとき両シンチレーターの立体角の効果が割合が変化する
3. 散乱体の回転軸と中心軸がずれている

本実験では (1) と (2) はシミュレーションによって考慮した。また (3) については以下の考察により概ね無視できるものとした。

まずは線源に対する上面の回転対称性について考える。図 11 は上面のプラスチックシンチレーターと NaI シンチレーターで 30 秒間 coincidence をとって開いた Gate 数である。図からわかるようにカウンタ数は全て統計エラーに収まっており、上面を回転した時の回転対称性は保たれている。次に中心軸と上面の回転軸の一致について考える。図 10 からそれぞれのデータ数の差は統計エラーの範囲を越えている。従って対称性が保たれているとは厳密には言えない。しかし、本実験におけるエラーに比べてこの統計エラーは無視できる。結局、これまでの議論より対称性のズレは無視できる。

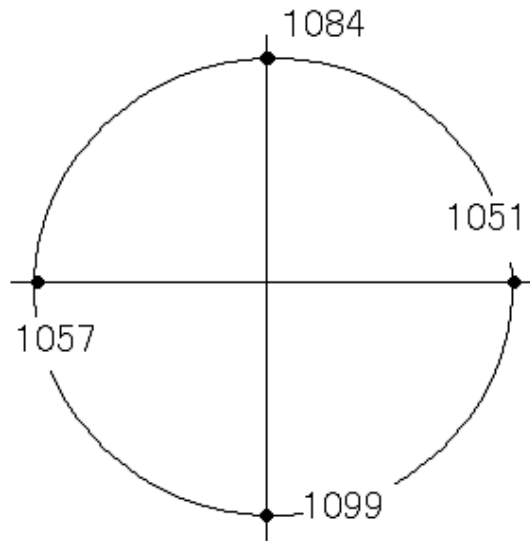


図 11: 上面のプラスチックシンチレーターと NaI シンチレーターからの信号で coincidence をとった際の 30 秒のカウント数を角度ごとに記録したもの。90° 刻みで計 4 つのカウントを記録した。

3.5 θ の決定について

これまでの議論から 4 つの coincidence を採った時の counting rate は

$$R = 1 - k \left(\frac{\sin^2 \theta}{\gamma - \sin^2 \theta} \right)^2 \cos 2\phi \quad (32)$$

で表されると予想される。本実験では測定によって k の値を求め、そこから系が古典と量子のどちらに従うかを判別する。よって両者の違いを分かり易くするには ϕ を変化させたときの変化が大きくなるように、つまり θ に依存する部分を大きくすればよい。そこで $\left(\frac{\sin^2 \theta}{\gamma - \sin^2 \theta} \right)^2$ の部分をグラフにしてみると、図 12 になる。これより θ を 80° にすればいいように思える。一方、Klein-Nishina の公式から Compton scattering の散乱断面積は

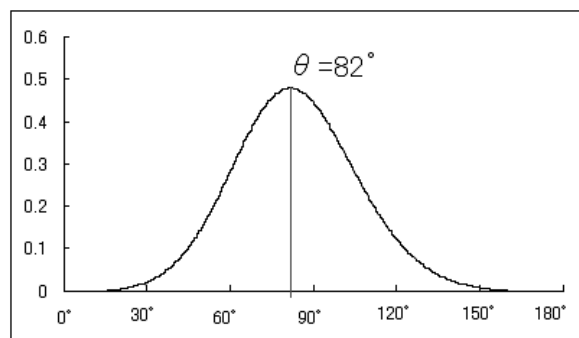


図 12: 縦軸に $\left(\frac{\sin^2 \theta}{\gamma - \sin^2 \theta} \right)^2$ 、横軸に θ をプロットした図。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \left(\frac{1}{2 - \cos\theta} \right)^2 \sqrt{2\gamma^2 + 4\sin^4\theta - 4\gamma\sin^2\theta} \quad (33)$$

となる。これをグラフ化したものが図 13 である。

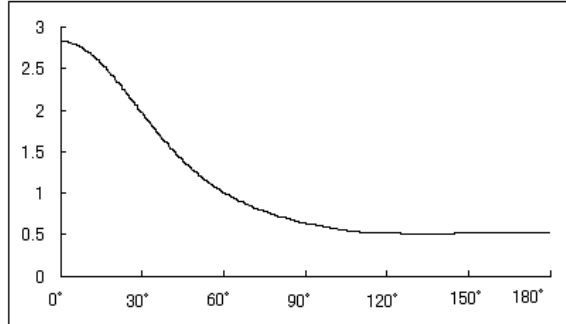


図 13: 縦軸に $\frac{d\sigma}{d\omega}$ 、横軸に θ をプロットした図。

これらのグラフを見ると、安易に counting rate を上げようと θ を変えると detect する散乱粒子の数が減ってしまい、実験に時間がかかり過ぎてしまうことがわかる。従って、量子と古典を良く区別し、なおかつ実験をスムーズに行うには上記の二つを考慮せねばならない。そこで、 $\left(\frac{\sin^2\theta}{\gamma - \sin^2\theta} \right)^2 \times \frac{d\sigma}{d\Omega}$ を考える。

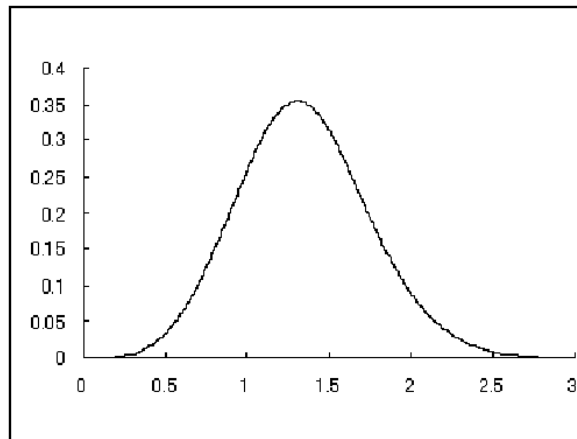


図 14: 縦軸に $\left(\frac{\sin^2\theta}{\gamma - \sin^2\theta} \right)^2 \times \frac{d\sigma}{d\omega}$ 、横軸に θ をプロットした図。

これを θ の関数として表すと、図 14 のようになる。このグラフから、二つの寄与の重ね合わせは $\theta = 1.31[\text{rad}]$ 、すなわち $\theta = 75.1^\circ$ のとき最大となる。この結果より我々は実験における θ を 75° にセッティングした。

3.6 θ の決定についての再考

我々は本実験で NaI シンチレーターを回転軸に対して 75° 傾けて配置した。これは実験の精度 (古典と量子の判別) と観測データ数を同時に考慮した時、2つの兼ね合わせが最大となる θ を採用したものである。セットアップの部分で我々はこれを決定するために、

$$\left(\frac{\sin^2 \theta}{\gamma - \sin^2 \theta}\right)^2 \times \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

という式を用いた。以下ではこの式の妥当性について考察する。

3.6.1 観測データ数の増加に対する寄与

我々は観測データ数の増加に対する寄与を、単純に $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ として考えていた。しかし再考してみると、式は合っていたが考慮の仕方が間違っていた。なぜならばこの散乱断面積は上と下で起こっている Compton 散乱それぞれに対して成り立っているものだからだ。このことを踏まえると、観測データ数の増加に対する散乱断面積の寄与は上下の Compton 散乱でそれぞれ $\sqrt{\frac{d\sigma}{d\Omega}}$ 、全体として寄与は $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ になる。

次に観測データ数の増加に対して他の寄与が無いかを考える。ここでレートが

$$R \propto 1 - k \left(\frac{\sin^2 \theta}{\gamma - \sin^2 \theta}\right)^2 \cos 2\phi$$

であることを思い出そう。これは当然式の形から同じ ϕ に対して θ が変化すると増減する。しかし R の ϕ に対する平均は 1 であり、変化しない。よって ϕ に対する平均としての観測データ数は散乱断面積による寄与のみによって増加すると考えられる。結局観測データ数の増加に対する寄与は散乱断面積のみである。

3.6.2 $\left(\frac{\sin^2 \theta}{\gamma - \sin^2 \theta}\right)^2$ について

実験の精度を上昇させるには上述の R について $(R_{MAX} - R_{min})$ が単純に最大になればよい。よって $\left(\frac{\sin^2 \theta}{\gamma - \sin^2 \theta}\right)^2$ の項はこのままでいい。結論として我々が用いた式は考慮の仕方こそ若干間違っていたが、式としては正しいと思われる。

3.7 鉛による遮蔽

線源からは 0.51MeV の γ 線以外にも β^+ 崩壊の際に発生する 1.2MeV の γ 線が放出される。今回の実験では back-to-back にできる 2つの 0.51MeV の γ 線の相関関係を計数率として測定したいためこれのみを正確にシンチレーターで捕捉する必要があり、例えば 1.2MeV の γ 線と外部の環境放射線とがシンチレーターにて捕捉されるのは好ましくない。そこで 0.51MeV の back-to-back の γ 線以外を遮蔽することを考えた。具体的には図 (5) のように線源の周囲を鉛で囲み 1.2MeV の γ 線やプラスチックシンチレーター方向に崩壊しなかった 0.51MeV の γ 線が、直接 NaI シンチレーターに入射しないよう配慮した。

さて鉛の密度は $11.3[\text{g}/\text{cm}^3]$ 、阻止能は 1.25MeV の γ 線に対しては $5.88 \times 10^{-2}[\text{cm}^2/\text{g}]$ である。これより単位の次元に注目して鉛によるこのエネルギーでの γ 線の減衰率を求めると

$$\exp(-66.4x \times 10^{-2}) \quad (34)$$

と分かる。ここで x は γ 線が鉛の中を進行した距離である。今回は鉛の厚さがどの立体角から見ても $7[\text{cm}]$ 以上になるように配置した。この値を上式に代入すれば減衰率は等方的に $e^{-4.44} \approx 1[\%]$ 以下と分かり、これより実際のデータ取得の際に生じる統計誤差 ($10[\%]$ 程度) と比較しても無視できるノイズだと判断した。

3.8 β^+ 線のカット

Na 線源からは β^+ 線が放出されるが、実験のノイズとなるのでこれを遮蔽するべく線源を十分な厚さ (1.2mm) のアルミホイルで覆った。

3.9 シンチレーターの距離について

NaI シンチレーターとプラスチックシンチレーターの距離を近づけると、プラスチックシンチレーターに対する NaI シンチレーターの立体角が大きくなり、実験の精度が落ちてしまう。逆に離しすぎると、detect する粒子の数が減り、実験に時間がかかり過ぎてしまう。従って実験では程よい距離を選ばなければならない。よって離す距離をこれまでの予備実験の経験から、 15cm とした。ちなみに距離が 15cm の時、立体角は 0.0961 となり、その効果は無視できると思われる。

4 実験データの妥当性

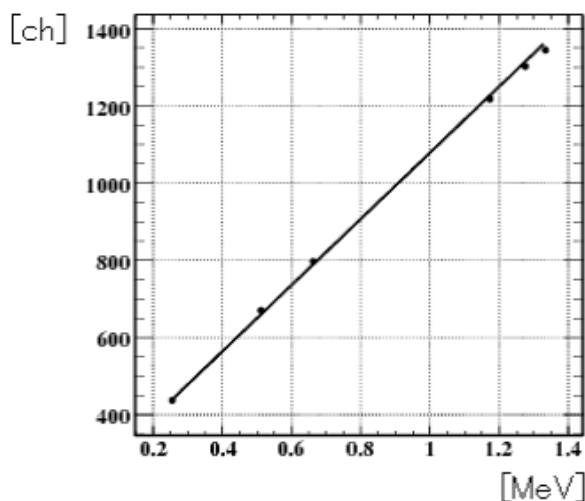
4.1 calibration

NaI シンチレーターに落とされた γ 線のエネルギーを見ることで実験データの妥当性を吟味したいが、取得した実験データは ADC の ch 数を単位としている。この単位の変換のために行った calibration の概要を以下に記す。

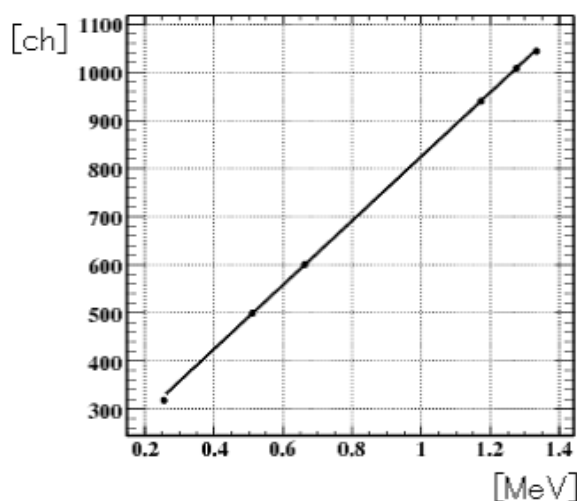
NaI シンチレーターのついた 2 つの PMT に対し、6 つの異なる既知のエネルギーを持つ γ 線をあてて対応する ch 数を調べた。実際に calibration に用いた γ 線は、Na 線源からの 0.511MeV・1.275MeV、Cs 線源からの 0.662MeV、Co 線源からの 1.173MeV・

1.333MeV のものに加え、Na 線源からの 0.511MeV の γ 線をプラスチックシンチレータで進行方向に対し 90° 方向に Compton 散乱された γ 線である。 90° 方向に Compton 散乱された γ 線のエネルギーは理論から 0.256MeV とわかる。Compton 散乱された γ 線を用いたのは本実験で測定する程度に低エネルギーの線源が無かったため、その程度のエネルギーの γ 線のデータを増やしたかったためである。

以下にそのグラフを載せる。



(a)



(b)

図 15: PMT イチゴの calibration グラフ。 図 16: PMT コリンの calibration グラフ。

pedestal のデータは calibration のグラフには用いない。その理由は pedestal のデータは他の 6 つのデータが示す直線関係から大きくずれており、pedestal のデータを含めるとそのデータを含めた直線の精度が著しく悪くなるためである。pedestal のデータと他の 6 つのデータが合わない原因としては、discriminator に veto がかかるときに、回路に何らかの影響を与えていることが考えられる。根拠としては次のことが挙げられる。veto の有無により、測定された γ 線のエネルギーに対応する ADC の ch 数は変化した。一方、gate generator に delay をかけることにより、veto がかかっているタイムスケールよりも後に ch 数が測定された pedestal のほうは、veto の有無によらず ADC の ch 数が変化しなかった。このことから、discriminator に veto がかかっているときに測定したデータでは、測定

される ADC の ch 数が変化していたと考えられる。また何が原因であるにせよ、後に示す有効データ数には calibration の結果は用いていないので、最終的な解析には影響は無い。

4.2 NaI シンチレーターに落とされた γ 線のエネルギーのヒストグラム

NaI シンチレーターに落とされた γ 線のエネルギーのヒストグラムの一例として、回転台の上の NaI シンチレーターにおいて散乱平面の成す角度が $\phi=90^\circ$ の場合を以下に挙げる。なお他の場合も同様なヒストグラムになる。

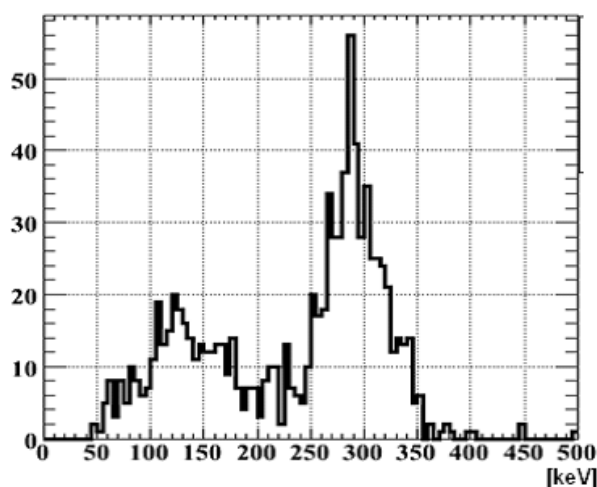


図 17: $\phi = 90^\circ$ のときのエネルギーヒストグラム。

50keV 付近以下でデータがなくなるのはその付近で信号が discriminator の threshold にかかるからである。光電ピーク周辺を Gaussian で fitting すると図 18 のようになり、光電ピークの値は $288.6 \pm 2.5\text{keV}$ とわかる。

同様にして、他の場合の光電ピークの値を求めると次の表のようになった。

ϕ	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
NaI(上) (keV)	289.7 ± 3.9	291.8 ± 2.3	291.6 ± 2.1	288.6 ± 2.5	293.5 ± 1.5	289.2 ± 2.2	290.5 ± 2.4
NaI(下)(keV)	293.1 ± 2.2	288.5 ± 1.8	292.1 ± 1.5	295.4 ± 1.5	288.4 ± 1.4	280.4 ± 2.0	291.1 ± 1.8

表 3: 散乱平面の成す角度が ϕ のときに上下の NaI シンチレーターで観測された光電ピークを中心値。

また、0.511MeV の γ 線が進行方向の 75° 方向に Compton 散乱されるとエネルギーは 0.294MeV になると計算できる。さらに NaI シンチレーターとプラスチックシンチレー

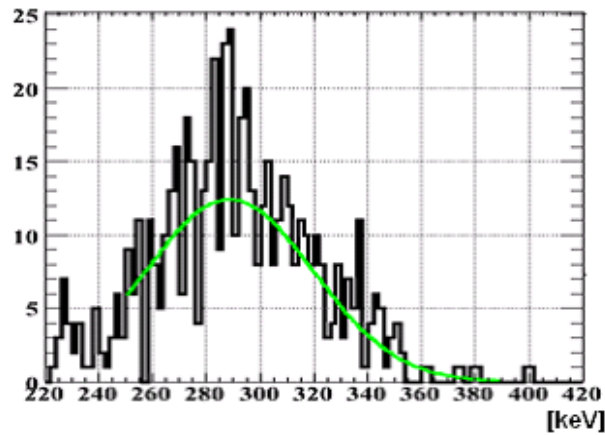


図 18: $\phi = 90^\circ$ のときのエネルギーヒストグラム。

ターが大きさを持つことも考慮すれば概ね NaI シンチレータの上下, ϕ によらず 0.294MeV 付近に光電ピークがあり、理論と整合がとれている。このことは誤差の範囲内で実験装置が等方的であることも示している。さらに測定されたデータの rate の ϕ 依存性の面から見ても実験装置の等方性が確認された。

4.3 2つの NaI シンチレーターに落とされた γ 線のエネルギーの相関図

2つの NaI シンチレーターに落とされた γ 線のエネルギーの相関図の一例として、 $\phi=90^\circ$ の場合を以下に挙げる。他の場合も同様な相関図になる

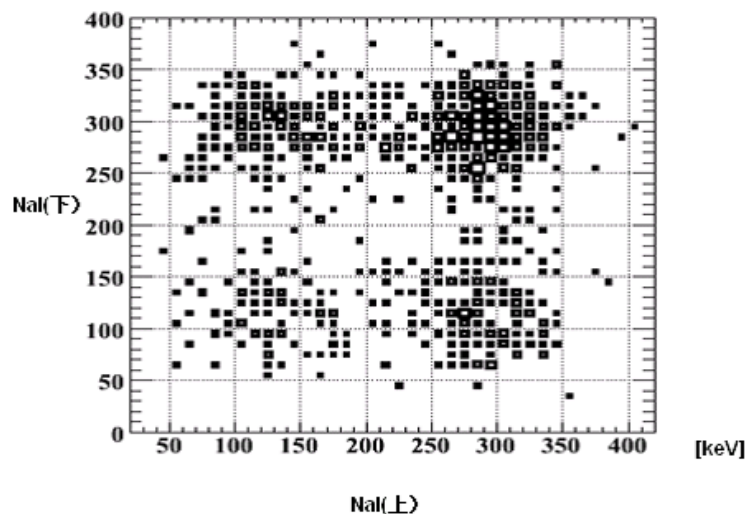


図 19: 上下のシンチレーターに落ちた γ 線のエネルギーの相関。

相関図を見ると、回転台の下の NaI のデータに比べ、上の NaI のデータのほうが Compton 連続部と光電ピーク部の間で、それぞれの領域の端が重なっている。これは線源

が上のプラスチックシンチレーターより、下のプラスチックシンチレーターに近いことと coincidence をとっていることによる。coincidence をとると、プラスチックシンチレーターで Compton 散乱するのは back-to back の γ 線のみと考えてよい。そのため、線源からでる γ 線の成す立体角は上下で同じとなり、線源から遠いプラスチックシンチレーターのほうが、広い領域に γ 線があたる。したがって、上のプラスチックシンチレーターで散乱される γ 線は、下で散乱されるものよりも、散乱角に余分な広がりをもっている。つまり、 γ 線の進行方向に対して 75° からずれた Compton 散乱をして NaI シンチレーターにはいるものが多くなっていく。その結果、上の NaI シンチレーターに detect される γ 線のほうがエネルギーの広がりが大きくなるので、上の NaI のデータのほうが Compton 連続部と光電ピーク部が重なることになる。

上の NaI シンチレーターに落とされる γ 線のほうがエネルギーの広がりが大きいことは、光電ピーク周辺を Gaussian で fitting したときの標準偏差 σ の大きさの比較からもわかる。 $\phi=90^\circ$ の場合、上では $\sigma=31.18\text{keV}$ であり、下では $\sigma=27.34\text{keV}$ である。

5 結論

5.1 有効データ数の決め方

本実験では散乱平面の成す角度 ϕ に応じた、NaI シンチレーターの counting rate が重要である。このため、実験装置の性質やそのほかの外部要因に由来するデータへの影響は極力排除する必要がある。

まず、得られたヒストグラムのうち Compton 連続部でも光電ピーク部でもないデータは back-to back の γ 線によるデータではないと考え、有効データからは除く。

また、NaI シンチレーターで Compton 散乱したデータも用いないことにする。1つめの理由としては、いくら4つで coincidence をとっているといえども、1つの NaI シンチレーターに環境放射線が入り、線源由来の γ 線で残りの3つの coincidence をとるということもある。その場合、環境放射線は低エネルギーのため、Compton 連続部にデータとして入るからである。理由の2つ目は、NaI シンチレーターと PMT によるエネルギーの変換のされ方はその装置ごとに違うことによる。変換効率の相違により、discriminator の threshold によって測定されない Compton 連続部の割合が上下で違うためである。変換のされ方の違いが実際に起こっていることは calibration のグラフの傾きが回転台の上下の装置で違うことからわかる。上は 856.1ch 数/MeV 、下は 667.5ch 数/MeV となっている。

以上のことから、上下の NaI シンチレーターでともに光電効果が起こった場合だけを有効データに使うことにする。こうすれば一方が Compton 散乱の領域になる場合や外部ノイズによるデータの場合を除けるからである。具体的には、2つの NaI シンチレーターから得られたヒストグラムの光電ピークを Gaussian で fitting し、図 21 のように、それぞれの Gaussian のピークから $\pm \sigma$ の範囲に入るデータ点の数を有効データ数として以降の解析に用いた。(次の図では見やすいように単位を keV にして表示しているが、先に述べたように、calibration の結果には問題がありうるので、実際には単位を ADC の ch 数のままにして、Gaussian のピークから $\pm \sigma$ の範囲を有効データとした。)

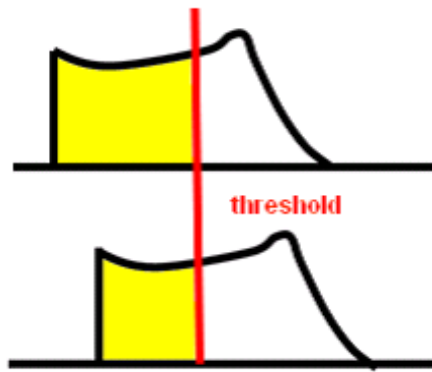


図 20: threshold による測定されない Compton 連続部があることを概念的に示した図。

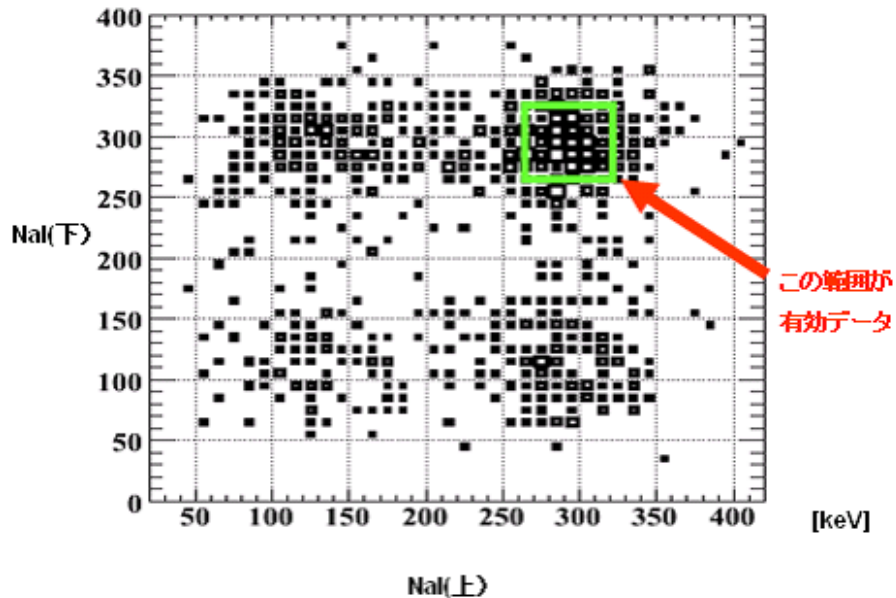


図 21: NaI シンチレーターでの取得データの相関図。

5.2 解析

実験より得られた有効データ数が、量子論・古典論より予言される角度 ϕ への依存性のうちどちらに近いかを見て結論を下したいが、それにはセットアップの仕方によって生じる γ 線散乱の立体角効果について吟味しなければならない。つまり γ 線の散乱は、セットアップ中の ϕ 、 $\theta = 75^\circ$ を決定したとしても、シンチレーターが有限体積を持つため θ 、 ϕ はある範囲内で揺らぐことが解る。そのそれぞれの角度に Klein-Nishina の公式を用いてその寄与を適切に計算しなければならないが、解析的に実行するのは困難である。この立

体角の効果により、実験データの ϕ 依存性は、Klein-Nishina の公式より導き出された、

$$R(\theta, \phi) = 1 - k \left(\frac{\sin^2 \theta}{\gamma - \sin^2 \theta} \right)^2 \cos 2\phi$$

には完全には乗ららないので、実験データから直接 k の値を導くことは出来ない。よって今回はモンテカルロ法によるシミュレーションを行って現実の系を再現し実験データの評価を行った。

5.3 シミュレーションの概要

シミュレーションでは出来る限り精密に実験状況を再現した。シンチレーターの形状、線源・シンチレーター間の位置関係などは現実のセットアップを計測することによって取り入れた一方、光子の波束の広がりや、0.511MeV の back-to-back のもの以外の光子（例えば環境放射光や線源から出る他のエネルギーの光子）からの寄与は取り入れなかった。また NaI シンチレーターに入る光子の減衰長は、プラスチックシンチレーターでの散乱角によりエネルギーが異なるので差異が生じるが、これを一つの減衰長で代表させた。

偏光間の相関の強さを表すパラメーター k の値を 1 としてシミュレーションして得たデータを量子論の理想的な期待値とし、 $1/\sqrt{2}$ としたものを古典論の期待値として実験によって得たデータと比較した。両シミュレーションのうち実験値に近いほうの理論を現実の系を支配するものであると結論付けたい。

5.4 結論

シミュレーションから得た値と実験値との比較は次の式による χ 二乗値により行った。

$$\chi^2 = \sum_{\phi} \frac{(O_{\phi} - NT_{\phi}R_{\phi})^2}{\sigma_{\phi}^2}$$

O_{ϕ} はその ϕ で観測された有効データ数、 T_{ϕ} は実験時間、 σ_{ϕ} は実験データの誤差であり、 R_{ϕ} はシミュレーションから得られた規格化前のレート（シミュレーション内での 4 つの PMT でコインシデンスをとる当たり試行とそれまでの試行回数との比）である。 N はシミュレーションから得られた生のレートから実験値と比較できる数値に規格化する為の定数であり、古典論によるシミュレーション値での χ^2 乗値が最も小さくなるように決めた。これは後で示すように実験値は古典論によるシミュレーション値のほうから大きく離れているため、その最小値によって χ 二乗検定を試みるためである。この規格化の決定により検定の自由度は 1 減り、 $7 - 1 = 6$ となる。

結果は表 4、図 22 のようになった。表のデータを元に χ^2 値を計算すると、量子論との比較では $\chi^2 = 4.15$ 、古典論との比較では $\chi^2 = 12.63$ であった。

古典論の χ^2 値は自由度 6 の χ^2 分布のもとで 95.1 % の信頼度で棄却できる値である一方、量子論の値は平均値から標準偏差内で収まっている。すなわち、古典論によるシミュレーション値と実験値との差が最小になるようにシミュレーション値を規格化したのにもかかわらず、古典論ではこれだけ大きな χ^2 値が計算され、かつ実験値は量子論でのシミュ

ϕ	$NT_\phi R_\phi$			シミュレーションの取得事象数			
	O_ϕ	量子論	古典論	T_ϕ [hour]	σ_ϕ^2	量子論	古典論
0°	102	102.7	122.0	29.1	10.0	13912	16533
30°	106	105.4	111.8	23.7	10.2	18125	19209
60°	169	157.0	150.1	24.0	13.0	22748	26605
90°	162	156.8	144.9	19.7	12.7	22718	16185
120°	157	153.1	146.3	24.0	12.5	22199	13685
150°	121	102.5	109.2	24.0	11.0	13235	10320
180°	156	150.3	176.1	43.0	12.5	11895	10038

表 4: シミュレーションと実験値の比較。

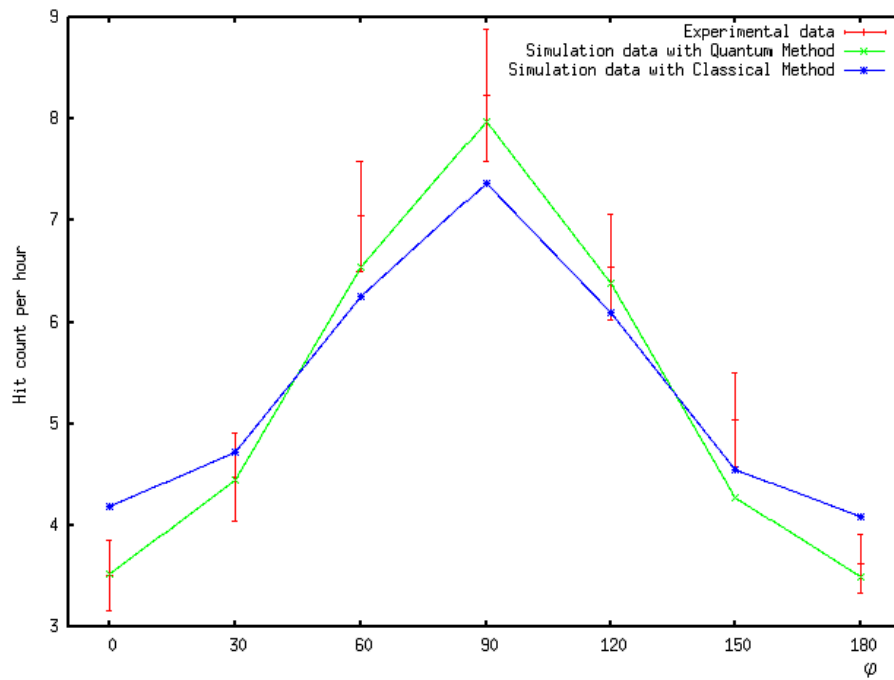


図 22: シミュレーションと実験データのカウンtrateの角度依存。

レーション値に十分近くなっている．よって系を支配していた法則は量子論であることを結論付けることができる．

6 将来への展望

6.1 実験の反省

- 実験では始め線源から出る γ 線の経路を絞るためにコリメーターを使用してたが、線源から出る γ 線の数に統計学的な大きさであり、その経路を絞るという行為は 1mm 単位以上の精密さを要求される。この点に気づかないまま我々は約 1ヶ月半、 ϕ に対する対称性が無いデータを取り続けた。実験において手の抜きどころを間違えると痛手となることが身に染みて理解できた。
- 有効データ数の決め方のところで述べたように、Compton 連続部のデータが極力入らないようにするために、用いるデータの範囲を Gaussian のピークから $\pm \sigma$ にした。しかし、相関図を見る限り、用いるデータの範囲をより広げてもよかったように思われる。より広い範囲を用いたほうがデータ数が増え、それにより統計誤差を少なくすることができる。よって、Compton 連続部にかからない程度に有効データにする範囲を広げたら、さらに結果がよくなっただろう。
- シミュレーションはやれるだけ早く実施したほうが実験の手順・結果へのイメージが容易に固まっていたものと思う。

6.2 量子力学を超える理論を求めて

将来への展望を締め括るにあたり、量子力学を超える理論の可能性（解釈の修正可能性）について議論する。よく知られているように現在の量子力学の解釈は粒子は全て粒子ないし波動として観測可能であり、またその波動とは物理的実体を持ったものではなく抽象空間上の確率を与える波動だとするいわゆるコペンハーゲン解釈が主流である。ここで以下のような新たな解釈を導入することを考える。

粒子は野球のボールが存在するのと同じ位明らかに存在し、どんなときでも位置と運動量について明確な特性を持ちかつ時空の軌跡も一意的に決まる。そしてそれぞれの粒子は『量子ポテンシャル』と呼ばれる場のなかで、不可視かつ検出不能な波と関連性を持つ。この波は場の中に確かに存在する実在の波であり、さらに粒子に力を及ぼしたり距離によって強度や情報量が減衰したりすることはないとする。

この解釈を用いると、今回の EPR パラドックスは以下のように説明される。粒子 A が測定されるとそれに関連している波が不可視の量子ポテンシャル場内で A に左、または右偏光を与える。それと同時に B がどんなに遠くはなれていようとも B に A と反対の偏光を与える。ここで注意すべき点はこの量子ポテンシャル場は宇宙全体に広がっていて 2 つの粒子に働きかける非局所的な力を持っており、A から B に情報が伝達しているわけではないという事実である。つまり偏光に関する情報は量子場から同時に A と B の粒子に伝わり、それがそれぞれに逆方向に偏光を与えるのである。これがドブロイやボームが提唱した導波理論である。この理論は既存の解釈で説明されて来た物理現象の全てを

説明できるにも関わらず、遠隔作用や非局所的な力、そしてあまりにもご都合主義的で異質な波の性質(粒子に力を与えないにも関わらず粒子の行路を導く)によりコペンハーゲン学派や多くの物理学者にとって受け入れがたいものであった。

今回の実験を通して古典的な決定論に基づいた隠れた変数理論のような、粒子に付随するような局所的な変数では現実世界の全ての現象を説明することは不可能であること、そして現実を最もよく説明する理論は量子力学であることを示した。しかしこのことは必ずしも自然における古典的な決定論的性質を否定するわけではないのではなからうか。確かに量子力学においてコペンハーゲンの解釈をとるならば今回の実験の当然の帰結として決定論と局所性は放棄せねばならない。そしてこの解釈を受け入れた代償として波動関数の収束、確率に従うことから生じる系のランダムネスという新たな問題を抱えこむこととなった。一方でボームの導波理論を採用するならば、非局所的な変数と得体のしれない量子ポテンシャルを受け入れることと引き代えに古典的な決定論を復活させることが出来る。そして、繰り返す述べるが、どちらの立場にたつたとしても現時点までに観測されてきた現象は全て説明可能であり、理論的予測も一致しているのである。

この問題は序論で述べた実在とは自然とは何かという問題と密接に関っている。科学者にとってはこれはむしろ哲学的な問題であるとして黙殺することもあるいは可能かもしれない。実際隠れた変数理論が登場した当時も似たような態度が見受けられた。しかし彼等はそれを是とせず不断の努力の末に隠れた変数理論では自然を完全に予測できないことを示した。これと同様に将来的に巧妙な実験を発案をすることで、この2つの解釈のどちらがより自然を正確に記述するか検証することが可能であることは疑いようもない。そしてそれを検証し答を探求する努力をし続け実在とは何か、自然とは何かという問への答に現在よりさらに一步近づくことこそが我々若い世代に期待されている使命であると確信している。

7 謝辞

最後に、長期にわたった今回の実験に対し、最後まで辛抱強く付き合っただき、助言と指導をしていただいた、南條さん、TAの臼杵さん、塩見さん、顧問の笹尾さんに心から感謝いたします。